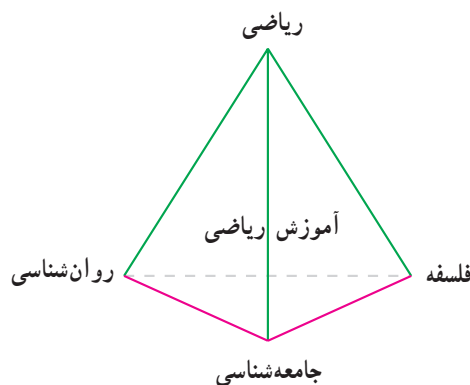


# نکاتی درباره‌ی آموزش ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی

## اهداف آموزش ریاضی

به وسیله‌ی فراگیرندگان است. هدف یک آموزشگر ریاضی این است که از دیدگاه ذهنی و احساسی، تجربه‌ی یادگیری ریاضی دانش‌آموز را بهبود بخشد یا در جست‌وجوی ریشه‌های ناتوانی دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی باشد.

از جمله موضوع‌های مهم آموزش ریاضی، یادگیری، تدریس، برنامه‌ی درسی و ارزشیابی است. یکی از مدل‌های معروفی که آموزش ریاضی را تفسیر و تعبیر می‌کند، مدل «چهاروجهی» است که چهار رأس آن عبارت‌اند از: ریاضی، فلسفه، جامعه‌شناسی و روان‌شناسی. آموزش ریاضی نیز در مرکز این چهاروجهی قرار دارد.



مدل بالا کمک می‌کند در مورد ارتباط اجزای آن با یک‌دیگر و تعامل بین آن‌ها درک و شهود بهتری پیدا کنیم.

## جایگاه ریاضی در برنامه‌ی درسی

ریاضیات همیشه در برنامه‌های درسی جایگاه ویژه‌ای داشته است. حجم، نوع رویکرد، روش‌ها، محتوا و... دائم در حال تغییر هستند، ولی آن‌چه که ثابت مانده است حضور مؤثر و همیشگی ریاضی در برنامه‌های درسی است. این موضوع در کشور ما از زمان تأسیس دارالفنون و شروع آموزش‌های مدرسه‌ای دیده

## آموزش ریاضیات چیست؟

از زمان تأسیس اولین مدارس به شیوه‌ی امروزی، درس ریاضیات در تمام برنامه‌های درسی وجود داشته است. هرچه مدرسه و برنامه‌های آن اهمیت بیش‌تری پیدا کرد، نحوه‌ی انتخاب محتوا و شیوه‌های تدریس نیز روز به روز مهم‌تر و تعیین‌کننده‌تر و سبب بروز کشمکش میان ریاضی‌دانان و متخصصان تعلیم و تربیت و آموزش برای تنظیم برنامه درسی ریاضیات شد. گاهی ریاضی‌دانان با این استدلال که کسی می‌تواند تعیین نیازها و مشخص کردن مسیر محتوای آموزشی را انجام دهد که خود این راه را رفته باشد، در این منازعه‌ی علمی برتری می‌جستند و گاه متخصصان تعلیم و تربیت با این توضیح که شیوه‌ی بیان هر مطلب مستقل از نوع علم آن و فقط در حیطه‌ی تخصص آموزش‌دهندگان است، خط‌مشی آموزشی را تعیین می‌کردند.

به این ترتیب، نیاز به یک حوزه‌ی جدید و بین‌رشته‌ای به نام آموزش ریاضیات برای حل این مشکل احساس شد. در سال ۱۹۶۲، ۷۵ ریاضی‌دان امریکایی بیانیه‌ای در خصوص برنامه‌ی درسی ریاضیات دبیرستان‌ها منتشر کردند. این بیانیه یکی از سندهای معتبر تاریخی در زمینه‌ی آموزش ریاضیات و در واقع، اعلام موجودیت رسمی این حوزه‌ی معرفتی و رشته‌ی تحصیلی است. در بخشی از این بیانیه آمده است: «ریاضی‌دان‌ها در برابر سلطه و حکم‌فرمایی آموزش‌دهندگان حرفه‌ای بر آموزش و این که روش آموزش بر محتوا مقدم است، واکنش نشان می‌دهند. اما خود ممکن است بر تقدم محتوا بر روش آموزشی تأکید کنند که در هر دو صورت به بی‌فایده‌ی منجر می‌شود.»

حوزه‌ی معرفتی و بین‌رشته‌ای «آموزش ریاضیات» از یک طرف به ریاضی‌دان‌ها و از طرف دیگر به تخصصی‌شدن آموزش نظر دارد. مسئولیت مهم متخصصان و پژوهشگران آموزش ریاضی، مطالعه در مورد چگونگی دست‌یابی به دانش ریاضی

می‌شود و در سطح بین‌المللی نیز آشکارا قابل مشاهده است. با بررسی ماهیت ریاضی تا حدی می‌توانیم به اهمیت ریاضیات و نقش آن در برنامه‌های درسی پی ببریم:

۱- آشکارسازی الگوهای پنهان در طبیعت و محیط زندگی انسان‌ها برای شناخت بهتر جهان اطراف خود، وظیفه‌ای است که ریاضیات به خوبی انجام می‌دهد. ریاضیات ابزار مناسبی برای شناخت ابعاد مختلف طبیعت است. الگوهای ریاضی که در طبیعت کشف می‌شوند، انسان را هرچه پیش‌تر به نظم و عظمت خلقت جهان آفرینش آگاه می‌کنند. از طرفی طبیعت خود الهام‌بخش و توسعه‌دهنده‌ی ریاضیات بوده و هست. بسیاری از مفاهیم ریاضی در نتیجه‌ی مشاهده‌ی پدیده‌های طبیعی، توسط بشر، به وجود آمده‌اند.

۲- از جنبه‌ی دیگر می‌توان به ارتباط ریاضیات و زندگی روزمره توجه کرد. ابعاد ارتباط ریاضیات و زندگی روزمره نیز آن‌قدر تنوع و گستردگی دارد که به ریاضیاتی فراتر از محاسبات روزمره نیاز دارد. ریاضی‌دانان سعی می‌کنند با ریاضی سیستم‌هایی ارائه کنند که به نوعی پدیده‌ی مورد مطالعه را تقریب بزند. با توجه به نگرش کاربرد ریاضی در زندگی روزمره، مدل‌سازی در مرکز اهمیت قرار می‌گیرد.

۳- نقش دیگر ریاضیات در ارتباط با سایر علوم است. در سیر تاریخی پیشرفت اکثر علوم، ردپای ریاضیات دیده می‌شود. از طرفی دیگر ریاضیات نقش مهمی در تعریف، شناخت و تبیین بهتر مفاهیم علوم مختلف دارد. برای مثال، پدیده‌های فیزیکی با زبان ریاضی بیان می‌شوند، واکنش‌های شیمیایی را با معادلات ریاضی توضیح می‌دهند.

۴- تنوع و گستردگی شاخه‌های تخصصی در تمامی علوم به بررسی دقیق‌تر و موشکافانه‌تر مسایل کمک می‌کند، با این حال، همین امر در حل مسایل واقعی که نیاز به دیدگاهی همه‌جانبه دارد ما را با مشکل مواجه می‌سازد. لذا بهینه‌سازی در دنیای امروز در ابعاد مختلف مطرح می‌شود.

بهینه‌سازی ریاضی نیز یک روش ارزان و بی‌دردسر برای یافتن بهترین جواب در حل مسایل واقعی است. بهینه‌سازی ریاضی از سایر روش‌های بهینه‌سازی بسیار مؤثرتر است.

۵- پرداختن به مفاهیم مجرد، سخت و دشوار است و نیاز

به توانایی و رشد ذهنی دارد. ترجمه‌ی مفاهیم مجرد به نمادهای ریاضی که می‌توان آن‌ها را به سادگی در محاسبات به کار برد، کار ریاضیات است. ریاضی وسیله‌ی ارتباط است. ارتباط بین مفاهیم مجرد و نمادها. کار با نمادهای ریاضی به مراتب ساده‌تر از کار با مفاهیم مجرد ریاضی است. این قابلیت نه تنها در توسعه‌ی ریاضی نقش دارد، بلکه کار با این زبان در تمام شاخه‌هایی که از ریاضیات به عنوان یک ابزار استفاده می‌کنند نیز حائز اهمیت است.

۶- مجردسازی ریاضی که همان انتخاب و جداسازی بعضی از خواص پدیده‌هاست و فرمول‌بندی آن‌ها به زبانی که قابل مطالعه ریاضی باشند، زمینه‌ی مناسبی برای رشد تفکر مجرد فراهم می‌کند. تفکر مجرد که در فرهنگ دینی ما نیز بسیار اهمیت دارد، لازمه‌ی پیشرفت و توسعه‌ی سایر علوم است. ریاضیات در کنار سایر علوم به رشد قوه‌ی مجردسازی منجر می‌شود.

۷- فرضیه‌سازی و بررسی ارتباط منطقی فرضیات و نتایج منطقی آنان در ریاضیات کاملاً مشهود است. رشد استدلال منطقی و قوه‌ی استنتاج دانش‌آموزان تحت تأثیر روند اثبات در ریاضیات سرعت می‌پذیرد. قوه‌ی قضاوت و استدلال در دانش‌آموزانی که در ریاضیات خلاق هستند به وضوح قوی‌تر از دانش‌آموزانی است که در ریاضیات مشکلات اساسی دارند. فرضیه‌سازی، بررسی ارتباطات منطقی، حل مسئله، استدلال و استنتاج در سایر دروس و علوم نیز وجود دارد، اما در عرصه‌ی ریاضیات فضای بیش‌تری برای این مهارت‌ها دیده می‌شود همچنین امکان حل مسئله در سنین پایین برای کودکان و نوآموزان بیش‌تر از سایر دروس فراهم می‌شود.

### چرا تجدید نظر در آموزش ریاضی ضروری است؟

پیش از این که وارد مباحث اصلی آموزش ریاضیات شویم، بهتر است از خود سؤال کنیم آیا واقعاً به تجدید نظر در برنامه‌های آموزشی نیاز داریم؟ آیا نظام آموزشی ما موفقیت آمیز بوده است؟ آیا در آموزش ریاضیات به دانش‌آموزان، با استانداردهای بین‌المللی فاصله داریم؟ حرف‌های تازه در آموزش ریاضیات چیست؟

مطالعه‌ی بین‌المللی تیمز (TIMSS) تا حدودی به این سؤالات پاسخ داده است. اگر نتایج این مطالعه را بررسی کنید و از اخبار آن مطلع شوید، به یقین نیاز به تجدید نظر را احساس

خواهید کرد.

## انواع هدف

در یک تقسیم‌بندی براساس وسعت و کلیت هدف‌ها، می‌توان آن‌ها را به ۳ دسته تقسیم کرد:

۱. هدف‌های کلی؛

۲. هدف‌های میانی؛

۳. هدف‌های جزئی.

اهداف کلی، چشم‌انداز و دورنمای برنامه و مقصد دانش‌آموز را پس از طی کردن برنامه درسی نشان می‌دهد؛ برای مثال، در برنامه درسی ریاضی فعلی «کسب توانایی انجام دادن محاسبات ریاضی ساده و به کار بردن آن در حل مسایل روزمره» یک هدف کلی در آموزش عمومی است. به این ترتیب، دانش‌آموز باید پس از طی کردن دوره‌ی آموزش عمومی بتواند با مسایل زندگی روزمره مواجه شود و از عهده‌ی حل آن‌ها برآید.

در هدف‌های میانی، با خرد کردن هدف کلی، میزان دست‌یابی به آن‌ها در سطوح متفاوت مشخص می‌شود؛ هدف جزئی به تعیین هدف‌های کوچک‌تر قابل دست‌یابی، ارزش‌یابی و اندازه‌گیری در هر پایه و برای هر موضوع درسی مربوط می‌شود. آن‌چه در نوشتن هدف‌های جزئی اهمیت دارد، این است که هدف کامل صریح، روشن و شفاف باشد و هیچ‌گونه سؤال و ابهام نداشته باشد.

اکنون سؤال این است یک برنامه‌ریز چگونه اهداف برنامه را تعیین می‌کند و رویکردهای جدید چه تأثیری در انتخاب هدف‌ها خواهند داشت؟

## برنامه‌ی درسی با نگاه به آینده

اگر از معلم یا ولی دانش‌آموزی سؤال شود که چرا دانش‌آموزان به مدرسه می‌روند، برخی پاسخ‌ها چنین خواهد بود: «برای زندگی در جامعه‌ی فردا و آینده آماده شوند»، «برای آینده مفید باشند»، «شهروندان خوبی برای جامعه باشند» و ...

صرف‌نظر از فلسفه‌ی آموزش و پرورش و نقش آن در تعیین هدف‌نهایی یا آرمان‌های حضور دانش‌آموزان در مدارس، که در نوع بیان یا تنوع اهداف غایی آموزش و پرورش تأثیرگذار است، می‌توان پذیرفت که موارد ذکرشده، تقریباً در تمام فلسفه‌های امروزی وجود دارند و به نوعی فصل مشترک آن‌ها هستند. حال سؤال اساسی این جاست که نیازهای یک فرد در

سومین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضیات و علوم یا به اختصار تیمز (TIMSS) را در سال ۱۹۹۵، سازمان بین‌المللی ارزش‌یابی پیشرفت تحصیلی (IEA) برگزار کرد. ایران برای نخستین بار به عضویت این سازمان درآمد و در این مطالعه شرکت کرد. حضور در این مطالعه، پذیرش در IEA و برگزاری کامل و دقیق آزمون برای کشور ما موفقیتی بسیار چشمگیر و بزرگ بود. صرف‌نظر از نتیجه و رتبه‌بندی آن، این مطالعه ما را با چشم‌انداز و افق بین‌المللی و استاندارد آموزش ریاضیات و علوم آشنا کرد. عملکرد پایین دانش‌آموزان ایرانی شرکت‌کننده در این آزمون، دلایل گوناگونی دارد که باید با بررسی و تحقیق کارشناسی، روشن شود. اما آن‌چه از یافته‌های تیمز برمی‌آید، این است که ما باید در برنامه‌ی درسی خود تجدید نظر کنیم یافته‌های این پژوهش حاکی از آن است که در کشور ما، مدت آموزش معلمان در مقایسه با سایر کشورهای شرکت‌کننده، کوتاه‌تر و عمق آن کم‌تر است. بنابراین یکی از توصیه‌های IEA، بعد از تحلیل نتایج در کشور ما، ارتقای سطح کیفی و کمی آموزش معلمان در دوره‌های متفاوت تحصیلی بوده است.

مطالعه‌ی تیمز در ایران در دو جمعیت (مقطع سنی دانش‌آموزان) برگزار شد. در جمعیت ۱ دانش‌آموزان سوم و چهارم دبستان و در جمعیت ۲ دانش‌آموزان دوم و سوم راهنمایی شرکت کردند. این مطالعه در سال ۱۹۹۹ (۱۳۷۹) برای دانش‌آموزان سوم راهنمایی (پایه‌ی بالا از جمعیت ۲) تکرار شد. (TIMSS-R) کشور ما در این مطالعه نیز شرکت کرد. از نظر رتبه‌بندی و نتیجه تغییر حاصل نشد. این موضوع، ضرورت بازنگری و تجدید نظر در برنامه‌های آموزش ریاضی را دوچندان کرد.

## تغییر دیدگاه در انتخاب هدف‌های آموزشی

تعیین و طبقه‌بندی هدف‌های آموزشی، از ارکان برنامه‌ی درسی است معیار تدریس خوب، روش‌های یاددهی و یادگیری مناسب ارزش‌یابی صحیح، موفقیت تحصیلی و سایر اجزای برنامه، میزان تناسب و دست‌یابی به هدف‌های آموزشی است. به این سبب تعیین هدف‌ها در امر آموزش اهمیت بسیار زیادی دارد.

جامعه‌ی آینده چیست؟ آیا برنامه‌ریزان با توجه به سرعت تغییرات و عصر انفجار اطلاعات و توسعه و پیشرفت سریع علم، می‌توانند نیازهای آینده را تشخیص دهند و براساس آن برنامه‌ریزی درسی مناسبی طراحی کنند؟

در روزگار ما سرعت تغییرات و دگرگونی‌ها به اندازه‌ای زیاد است که آینده، به نوعی مبهم و نامعلوم جلوه می‌کند. پس چگونه می‌توان دانش‌آموزان را در محیط مدرسه برای این آینده‌ی تاریک آماده کرد؟

پاسخ به این سؤال اصل و پایه رویکردی است که موجب تغییر دیدگاه در انتخاب هدف‌های آموزشی خواهد شد و به نوعی برنامه درسی و روش‌ها را تحت تأثیر قرار خواهد داد. برنامه‌ریزان درسی و نظریه‌پردازان آموزشی برای آموزش و پرورش در قرن بیست و یکم دیدگاه‌هایی مطرح کرده‌اند که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، «یادگیری مادام‌العمر» است. یعنی هر فردی برای زندگی جمعی، در تمام سال‌های عمر خود به یادگرفتن نیاز دارد و باید او را به نوعی آماده کرد تا بتواند خودش یاد بگیرد. آموزش، به تحصیل در مدرسه و دبیرستان و دانشگاه ختم نمی‌شود و هر شخصی در هر شغل و مرتبه‌ای، همیشه به یادگرفتن نیاز دارد. از آن‌جا که «یادگیری مادام‌العمر» اصلی در زندگی آینده افراد است، باید آن‌ها را در مدارس به گونه‌ای آماده کرد که همیشه توان یادگرفتن داشته باشند. به عبارت دیگر، افراد باید «یاد بگیرند که چگونه یاد بگیرند» و وظیفه‌ی مدرسه این است که راه‌های کسب دانش یا راه‌های یادگیری را به او بیاموزند. این هدف کلی و مهم از یاد دادن اطلاعات و دانش‌های فراوان به دانش‌آموزان، بسیار مهم‌تر و حیاتی‌تر است.

ضرب‌المثل چینی را به یاد بیاورید که در آن آمده است: «به جای آن که به کسی ماهی بدهید، به او ماهی گرفتن بیاموزید.» از طرف دیگر، مادر دنیایی زندگی می‌کنیم که فناوری‌های گوناگون ما را احاطه کرده و زندگی در این دنیا به داشتن سواد غیر از خواندن و نوشتن و حساب کردن نیازمند است. «سواد علمی فناوری»، لازمه‌ی توسعه‌ی پایدار در یک کشور است. بعضی از سازمان‌های جهانی، از قبیل یونسکو، با اجرای پروژه‌هایی در سطح جهان کوشش می‌کنند اهمیت و نیاز انسان‌ها را به سواد علمی فناوری، هرچه بیش‌تر به دولت‌ها، سازمان‌های دولتی و

غیردولتی تبیین کنند. از جمله‌ی این اقدامات، پروژه‌ای تحت عنوان «سال دوم، سواد علمی فناوری» برای همگان است که از سال ۱۹۹۳ در سطح جهان اجرا شد. سواد علمی فناوری یک نیاز همگانی است که برای افراد گوناگون متفاوت است. همچنین همواره در حال تغییر و توسعه است و آموختن آن در حکم یک فراورده، تنها در یک برهه‌ی زمانی مشخصی از زندگی هر شخص، غیرممکن است.

با توجه به نکات ذکر شده، تبدیل دانش‌آموز به یادگیرنده‌ی مادام‌العمر، یک ضرورت انکارناپذیر است. برای رسیدن به این هدف داشتن اطلاعات پایه و کافی نیز، میل و علاقه به یادگرفتن و دانستن راه و روش یادگیری از شرایط اصلی است.

از آن‌جا که دانش‌آموز حجم زیادی از مفاهیم و اطلاعاتی را که در دوران تحصیل به او منتقل می‌شود، فراموش می‌کند، باید سعی کنیم علاوه بر ارائه‌ی مفاهیم و دانش‌ها، راهی به او نشان دهیم که بتواند به دنبال معرفت و کسب دانش مورد نیاز برود.

## اهداف کلی آموزش ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی

همان گونه که بیان شد، هدف کلی آموزش در دوره‌ی آموزش عمومی، آماده کردن دانش‌آموز برای یادگیری مادام‌العمر و توانایی کسب سواد علمی فناوری برای زندگی در جامعه‌ی آینده در مقام یک شهروند است. به این ترتیب، اهداف آموزش ریاضی را می‌توان در سه حیطه‌ی اصلی و اساسی به شرح زیر تقسیم کرد:

### ۱- کسب دانش‌های ضروری: دانش‌های ضروری در

علم ریاضی مفاهیم پایه هستند که با تغییر زمان و گسترش علم به ثابت بودن آن اطمینان نسبی داریم و نیاز به آن‌ها یک نیاز همیشگی است؛ برای مثال، مفاهیم جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یک نیاز روزمره است که برای زندگی آینده نیز به آن احتیاج داریم. اما فنون محاسباتی و نوع دست‌یابی به آن در حال تغییر است. زمانی از چرتکه یا کاغذ و قلم استفاده می‌کردیم و حالا می‌توانیم از ماشین حساب یا رایانه بهره بگیریم. بنابراین، فنون محاسباتی در درجه‌ی اول اهمیت قرار نمی‌گیرند و پرداختن به آن‌ها ضرورت کم‌تری دارد. دانش‌آموزان باید مجموعه‌ای کافی از مفاهیم و

تعامل بین طبیعت و ریاضیات و تعامل بین ریاضی و فناوری مورد اتفاق تمام برنامه‌های درسی است.

### جمع‌بندی

پیام اصلی این نوع نگاه به برنامه‌ریزی درسی کاستن دانش‌ها و پرداختن به مهارت‌ها و نگرش‌هاست. مهارت‌هایی که دانش‌آموز را به یادگیرنده‌ی مادام‌العمر تبدیل می‌کند و نگرش‌هایی که او را از یک یادگیرنده‌ی بدون احساس و ارزش به یک فرد با نگاه ارزشی تبدیل می‌کند.

بنابراین، آموزشی خوب و قابل قبول است که شرایط تقویت مهارت‌ها و پرورش نگرش‌ها را فراهم می‌کند.

برنامه‌ی درسی ریاضی فعلی بر این اساس تدوین نشده است اما در تجدید نظر و بازسازی انجام‌شده تلاشی برای نزدیک‌شدن به این اهداف و قرارگرفتن در این مسیر صورت گرفته است.

معلمان محترم با مطالعه‌ی بخش اول و با استفاده از توانایی و تجربه‌ی خود قادر خواهند بود مطالب فعلی کتاب‌های درس ریاضی در دوره‌ی راهنمایی را با در نظر گرفتن این رویکردها آموزش دهند و زمینه را برای توسعه‌ی توانایی‌ها و مهارت‌های دانش‌آموزان فراهم سازند.

با توجه به اهمیت هدف‌های مهارتی به‌عنوان ابزارهایی برای یادگیری در فصل بعد به تشریح اهداف مهارتی خواهیم پرداخت.

اصول را، که با آموزش در دوره‌ی متوسطه و دانشگاه متناسب است و در سواد علمی فناوریانه نیز تأثیر دارد، در دوره‌ی آموزش عمومی فرا گیرند.

**۲- کسب مهارت‌های ضروری:** مهارت‌ها در آموزش ریاضی، در واقع راه‌های یادگیری هستند. مهارت‌ها مجموعه‌ای از توانایی هستند که پرورش آن‌ها در دانش‌آموزان، به منزله‌ی آموختن «راه یادگیری» به آنان تلقی می‌شود. مهارت‌های مورد تأکید در آموزش ریاضیات عبارت‌اند از:

۱- حل مسئله؛ ۲- استدلال - کشف؛ ۳- فرضیه‌سازی و نظریه‌پردازی؛ ۴- استفاده از ابزار و فناوری؛ ۵- تخمین و تقریب عددی؛ ۶- اندازه‌گیری؛ ۷- استفاده از نمودارها و شهود هندسی؛ ۸- محاسبات عددی و عملیات ذهنی؛ ۹- الگویابی و مدل‌سازی و ۱۰- شمارش.

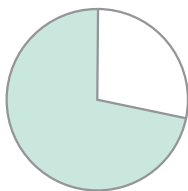
**۳- کسب نگرش‌های ضروری:** نگرش یعنی تمایل به اقدام در یک مسیر معین که از مجموع کسب دانستنی‌ها و مهارت‌های ضروری در دانش‌آموزان ایجاد می‌شود. همه‌ی آموزش‌ها، از جمله کسب دانش‌ها و پرورش مهارت‌ها برای رسیدن به این ارزش‌هاست. ارزش‌های هر جامعه در واقع تعیین‌کننده‌ی نگرش‌های ضروری در برنامه درسی است. به نوعی می‌توان گفت در آموزش ریاضی، دانش‌ها و مهارت‌ها تقریباً مشترک هستند؛ ولی در قسمت نگرش‌ها با توجه به ارزش‌های حاکم بر جامعه، تفاوت‌هایی دیده می‌شود. اما بخش‌های زیادی از نگرش‌ها از جمله تمایل به همکاری گروهی، نقش ریاضیات در زندگی روزمره،

### هدف‌های مهارتی در آموزش ریاضی

#### مقدمه

قرار می‌گیرند. زمانی که به آموزش یکی از مفاهیم می‌پردازیم و فعالیت‌هایی طرح می‌کنیم تا دانش مورد نظر توسط دانش‌آموزان تولید شود (در فصل روش‌های تدریس در این مورد بیش‌تر صحبت خواهیم کرد). فهرست مهارت‌ها را مدّ نظر قرار می‌دهیم تا امکان تقویت، توسعه و پرورش مهارت‌ها را در این موضوع خاص بررسی کنیم. به این ترتیب مهارتی مثل پیدا کردن مقدار تقریبی یک عدد (تقریب عددی) به عنوان یک موضوع درسی خاص مطرح نمی‌شود تا پس از آموزش آن به فراموشی سپرده شود بلکه این مهارت در تمام دروسی که به محاسبات و عملیات مربوط می‌شود ظاهر می‌گردد. مهارت‌ها مستقل از موضوع یا مفاهیم درسی هستند؛ به عبارت دیگر، با موضوعات و مفاهیم گوناگون قابل ترکیب‌اند. برای مثال، وقتی موضوع درس مفهوم کسر است، می‌توان مهارت تخمین و تقریب عددی را با این درس ترکیب کرد. نمونه‌ی زیر یکی از سؤال‌های آزمون تیمز (TIMSS) است.

تقریباً چه کسری از شکل زیر رنگ شده است؟



به هر موضوع درسی که می‌رسید، فهرست هدف‌های مهارتی را برای خود مرور کنید و بکشید بین مهارت‌ها و مفهوم مورد نظر ارتباط برقرار سازید و سؤال‌های مناسب طراحی کنید.

۲- هر حرفه و شغلی ابزار خاص خود را دارد و در واقع، مهارت‌ها ابزار یادگیری ریاضیات هستند و در درک بهتر مفاهیم ریاضی، دانش‌آموزان را یاری می‌دهند. ممکن است هنگام

در فصل گذشته پس از تبیین ضرورت تغییر در برنامه‌ی درسی، هدف‌های کلی آموزش ریاضیات را با نگاهی به آینده معرفی و اشاره کردیم که آماده کردن دانش‌آموز برای زندگی آینده، که نیاز به سواد علمی، فناوریانه و یادگیری مادام‌العمر دارد، از طریق آموزش مهارت‌ها و کسب نگرش‌های ضروری، امکان‌پذیر می‌شود. به این سبب، در حال حاضر برنامه‌ریزان برنامه‌های درسی می‌کوشند دانش‌ها را در حدّ دانش ضروری کاهش دهند و در عوض مهارت‌ها و نگرش‌ها را به‌طور گسترده مطرح کنند. به عبارت دیگر، آموزشی مطلوب‌تر و مؤثرتر است که از دانش‌های حفظ کردنی بکاهد و به آموزش مهارت‌ها بپردازد تا دانش‌آموز در آینده به کمک مهارت‌هایی که آموخته و نگرش‌هایی که کسب کرده است، خود قادر باشد به تنهایی یاد بگیرد.

با عنایت به این موارد، برنامه، تدریس و طرح درس معلم دچار تغییر می‌شود. در این حالت معلم سعی می‌کند فعالیت‌ها و تمارینی طرح کند که سبب تقویت مهارت‌ها شوند. او در کلاس و هنگام برخورد با دانش‌آموز، به مهارت‌ها توجه دارد، نه به اطلاعات و دانش‌هایی که به‌خاطر سپرده می‌شوند. در ارزش‌یابی نیز به هدف‌های مهارتی بیش‌تر از اهداف دانشی اهمیت می‌دهد. به این ترتیب یکی از معیارهای آموزش خوب، غنی کردن تدریس از فعالیت‌ها، تمرین‌ها و سؤال‌هایی است که در آن‌ها هدف‌های مهارتی دنبال می‌شود.

#### نکاتی در خصوص مهارت‌ها

پیش از آن‌که به توضیح و تبیین مهارت‌ها در آموزش ریاضی بپردازیم به چند نکته‌ی مرتبط با تمام مهارت‌ها، اشاره‌ای گذرا خواهیم کرد.

۱- هریک از مهارت‌ها مانند چتری روی دانش‌ها و مفاهیم



## ارتباط‌های درونی و بیرونی ریاضیات

در برنامه‌ریزی درسی ریاضیات دو نوع ارتباط همیشه باید

مدنظر برنامه‌ریز، مؤلف و حتی معلم باشد :

### ۱- ارتباط درونی: مفاهیم و مهارت‌های ریاضی در

درون خود با هم یک ارتباط نزدیک و شبکه‌ای دارند. برنامه‌ریزی و آموزش باید به شکلی باشد که دانش‌آموز این ارتباطات و روابط درونی را درک کنند و ریاضیات را به صورت یک پارچه یاد بگیرند.

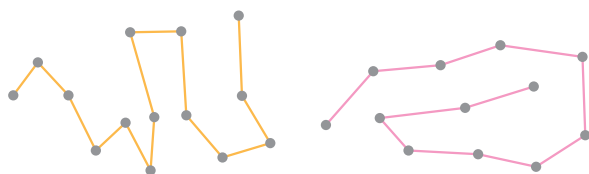
### ۲- ارتباط بیرونی: ریاضیات شامل کلیه ارتباطات

ریاضی با زندگی روزمره، سایر علوم و کاربردهایی در زندگی علمی آینده‌ی دانش‌آموز است. به این ترتیب، در برنامه درسی و آموزشی، برقرار کردن پیوند ریاضیات با کاربردهایش در زندگی روزمره و سایر علوم از قبیل هنر، علوم طبیعی و علوم اجتماعی باید مدنظر قرار گیرد. در صورتی که این موارد در آموزش دیده نشود، این سؤال همیشه در ذهن دانش‌آموزان باقی می‌ماند که «به چه دلیل باید ریاضی بخوانیم؟» یا «این ریاضیات به چه درد ما می‌خورد؟»

**الف - مهارت شمارش:** این مهارت بیش‌تر به سال‌های اول دبستان مربوط می‌شود؛ اما می‌توان آن را تا سال‌های پایانی آموزش عمومی توسعه داد. هدف از این مهارت، کسب توانایی در شمردن هر چیزی به وسیله‌ی دانش‌آموزان و با راهبردها و روش‌های متفاوت است.

نیاز به شمارش از اولین نیازهای بشر است و سرچشمه‌ی حساب و ریاضی به شمار می‌رود. برای آموزش عددها در سال‌های اول تحصیل، از همین مهارت استفاده می‌شود. معمولاً دانش‌آموز قبل از ورود به مدرسه قادر است تعداد محدودی از اشیاء را به شمارد. حتی بعضی از آن‌ها طوطی‌وار تا عدد صد می‌شمارند؛ اما باید کاری کرد که این شمارش معنادار شود.

نوآموزان ابتدا شمارش خطی را فرا می‌گیرند؛ یعنی اشیایی را که می‌خواهند بشمارند، با یک خط به هم وصل می‌کنند و می‌شمارند. در زیر دو نوع حرکت انگشت دست برای شمارش چند نقطه مشخص شده است :



انجام دادن یک فعالیت چندین مهارت به کار رود؛ ولی وقتی فعالیتی برای یک مهارت خاص مطرح می‌شود، به این معناست که این مهارت در آن فعالیت مهم‌تر و اثربخش‌تر است؛ برای مثال، وقتی فرضیه‌سازی می‌کنید، حتماً یک رابطه یا الگویی کشف کرده‌اید؛ ولی آن‌چه مسلم است، مهارت حل مسئله از سایر مهارت اهمیت بیش‌تری دارد و نقطه‌ی تمرکز در آموزش ریاضیات است.

### ۳- در ارائه‌ی فعالیت‌های مهارتی به دانش‌آموز همیشه

تفاوت و توانایی‌های فردی آنان را مدنظر داشته باشید؛ زیرا دانش‌آموزان در توانایی مهارتی با هم متفاوت‌اند؛ بنابراین، نمی‌توان از همه انتظار یکسانی داشت؛ زیرا عده‌ای در استدلال توانایی دارند و تعدادی در به کار بردن ابزار ماهر شده‌اند.

### ۴- مهارت‌ها آموزش دادنی هستند و گسترش آن‌ها به زمان

نیاز دارد. برای مثال، مهارت جوشکاری را باید به افراد آموزش داد و خبره شدن در جوشکاری به زمان احتیاج دارد و همه مثل هم جوشکاری نمی‌کنند و مهارت افراد در این زمینه متفاوت است. در آموزش هم همین‌طور است. برای مثال، وقتی برای اولین بار از دانش‌آموزان می‌خواهیم پس از انجام دادن فعالیت داده شده یک فرضیه بسازند (یا یک نتیجه‌ی درست بگیرند) ممکن است همه‌ی دانش‌آموزان فقط معلم خود را نگاه کنند و هیچ کس حرفی نزنند. این موضوع طبیعی است و نشان می‌دهد که مهارت فرضیه‌سازی را باید آموزش داد. پس از گذشت چند ماه که معلم با همین شیوه به دانش‌آموزان آموزش داد و پس از انجام دادن فعالیت‌ها، فرضیه و نتیجه را از آن‌ها سؤال کرد، آهسته آهسته پاسخ‌های درست و بیان فرضیه‌ها (حتی فرضیه‌های نادرست) شروع می‌شود و پس از گذشت مدتی دیگر همه‌ی دانش‌آموزان قادر خواهند بود فرضیه‌سازی کنند. یا وقتی معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد استدلال خود را بیان دارند یا راهبردهای تخمین زدن و راهبردهای محاسبات ذهنی خود را بگویند یا بنویسند، ابتدا دانش‌آموزان حتی منظور معلم را نیز نمی‌فهمند. اما پس از چند مثال و توجه به نحوه‌ی استدلال و بیان معلم، کم‌کم می‌توانند توانایی خود را در این مهارت‌ها نیز نشان دهند.



**ب - مهارت اندازه‌گیری:** در آموزش عمومی اندازه‌گیری طول، سطح، حجم، زمان، جرم، زاویه و دما مطرح می‌شود. این مهارت در زندگی روزمره کاربرد زیادی دارد. انتخاب واحد مناسب برای اندازه‌گیری، استاندارد کردن و استفاده از واحدهای استاندارد شده رایج و غیررایج از اجزای مهم این مهارت به حساب می‌آیند.

در این مهارت، دانش‌آموز باید به خطاهای انسانی و خطاهای غیرانسانی (ناشی از ابزار اندازه‌گیری و محدودیت‌های دیگر) توجه داشته باشد و مفهوم دقت اندازه‌گیری و دقت وسایل را درک کند در اندازه‌گیری‌ها و بیان نتیجه به کار برد.

با عنایت به موارد ذکر شده، دانش‌آموز باید بتواند ابزار مناسب برای اندازه‌گیری را تشخیص دهد و انتخاب کند؛ برای مثال، وقتی اندازه‌ی طول اتاق مورد نظر است، متر پارچه‌ای وسیله‌ی مناسبی است. اما برای اندازه‌گیری ابعاد یک قطعه در تراش کاری باید از کولیس استفاده کرد. همچنین باید با توجه به هدف اندازه‌گیری، میزان دقت و خطا را تعیین کرد. طراحی و ساختن وسایل اندازه‌گیری از اجزای مهم مهارت اندازه‌گیری است که حتی باید در دوره‌ی آموزش متوسطه نیز پیگیری شود. ساخت یک خط‌کش یا درست کردن نقاله در سطح آموزش عمومی قابل طرح است.

استفاده از واحدهای مناسب در اندازه‌گیری‌ها از دیگر بخش‌های این مهارت است. برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو شهر از واحد کیلومتر و برای اندازه‌گیری ضخامت یک کتاب از واحد میلی‌متر استفاده می‌کنند. براین اساس، نوع وسیله را نیز می‌توان تعیین کرد و در ضمن مقدار مجاز خطای اندازه‌گیری نیز مشخص می‌شود.

برای اندازه‌گیری‌ها، روابط، فرمول‌ها و روش‌های متفاوتی وجود دارد؛ مانند رابطه‌های محاسبه مساحت و حجم. استفاده از این فرمول‌ها و به‌کاربردن روش‌های گوناگون از بخش‌های دیگر مهارت اندازه‌گیری است.

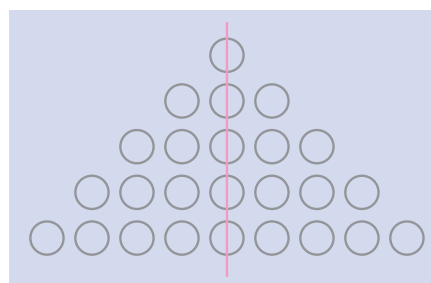
یکی از اجزای مهم این مهارت، داشتن درک و تصور درست از واحدهای اندازه‌گیری است. این بخش‌ها به نوعی به مهارت تخمین و تقریب عددی نیز مربوط می‌شود. به عبارت دیگر، دانش‌آموز باید بتواند از یک مقدار یا کمیت، با توجه به واحد

پس از این مرحله و وقتی تعداد اشیاء زیاد می‌شود، انتظار داریم نوآموزان شمارش را با دسته‌بندی انجام دهند؛ وقتی می‌توانیم بگوییم فردی می‌تواند بشمارد که توانایی داشته باشد به همان تعداد از اشیاء مورد نظر را دوباره جدا کند.

نوع دیگری از شمارش، استفاده از تناظر یک به یک است؛ یعنی اگر به دانش‌آموز گفته شود به تعداد نقطه‌های زیر، نقطه بگذارد، او می‌تواند به ازای هر نقطه‌ای که می‌بیند و مثلاً روی آن یک خط می‌کشد، در طرف دیگر یک نقطه بگذارد. به این ترتیب به همان تعداد نقطه به دست خواهد آورد.

نمونه‌گیری و شمارش از دیگر اجزای مهارت شمارش است. انتظار داریم یک دانش‌آموز در پایان دوره‌ی آموزش عمومی بتواند با نمونه‌گیری، اشیاء زیاد را با دقتی قابل قبول شمارش کند. برای مثال، تعداد و نمونه‌های یک کیسه‌ی یک کیلوگرمی را با پیمانه‌ی وزنی یا حجمی بشمارد.

انتخاب نمونه و نحوه‌ی تعمیم آن به کل، مهم‌ترین مسئله در این بخش است. استفاده از تقارن در شمارش نیز از اجزای دیگر مهارت شمارش است. در شکل زیر، خط وسط (که از دایره‌ها گذشته) محور تقارن است. بنابراین با شمارش تعداد دایره‌ها در سمت راست و ردیف وسط تعداد کل دایره‌ها به دست می‌آید.



شمارش اشیاء در دستگاه‌های شمار (مبناها) از دیگر توانایی‌هایی است که دانش‌آموز باید در پایان دوره‌ی آموزش عمومی کسب کند.

این مهارت در سال‌های پایانی دبیرستان و در ادامه در علم ریاضی به مباحث مربوط به ریاضیات گسسته و آنالیز ترکیبی و آمار و احتمال ختم می‌شود. برای مثال، شمارش انواع حالت‌هایی که می‌توان عدد سه‌رقمی نوشت که مضرب ۵ باشد به نوعی به این مهارت مربوط می‌شود.

اندازه‌گیری آن، تجسم شهودی داشته باشد.

**ج - مهارت تخمین و تقریب عددی:** از آن‌جا که در زندگی روزمره و در اغلب مسایل، با عددهای تقریبی سر و کار داریم، این مهارت به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. به‌طوری که کم‌تر مثالی می‌توانیم بیابیم که در آن برای محاسبه‌ی محیط یا مساحت دایره به تقریبی بیش‌تر از  $\frac{3}{14}$  برای عدد  $\pi$  نیاز داشته باشیم.

وقتی با کمیت‌های عددی سر و کار داریم، از واژه‌ی تقریب استفاده و عددهای تقریبی را جایگزین عددها می‌کنیم. برای مثال، فاصله‌ی شهر تهران تا مشهد مقدس را به‌طور تقریبی  $1000$  کیلومتر بیان می‌کنیم و می‌دانیم که فاصله‌ی واقعی این دو شهر دقیقاً برابر عدد  $1000$  نیست. در مقایسه‌های کیفی و بدون داشتن مقادیر عددی مثل مقایسه‌ی دو طول بدون اندازه‌گیری و تعیین کوتاه‌تر، بلندتر، از واژه‌ی تخمین استفاده می‌کنیم.

از این مهارت در اکثر مفاهیم ریاضیات و به‌طور گسترده استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، می‌توان این مهارت را با مفاهیم زیادی ترکیب کرد. به‌طور کلی در مباحث محاسباتی و عملیاتی (در دوره‌ی ابتدایی محاسبات ۴ عمل اصلی) و همچنین در کلیه‌ی مباحثی که به اندازه‌گیری مربوط می‌شود (در دوره‌ی ابتدایی اندازه‌گیری دما، جرم، زمان، طول، سطح و حجم) و شمارش تعدادی از هر چیز، باید مهارت تقریب را مدّ نظر قرار داد. اولین نکته‌ای که باید به دانش‌آموزان آموزش دهیم، تصمیم‌گیری در مورد لزوم تخمین یا تقریب زدن است و این که چه وقت باید از عدد تقریبی به جای عدد واقعی استفاده کرد.

بعد از این که تصمیم گرفتیم تقریب بزنیم، باید در این مورد که با چه تقریبی عدد را بیان کنیم، تصمیم بگیریم. توجه دانش‌آموزان را به دلیل انتخاب نوع تقریب جلب می‌کنیم تا دریابند که برای بیان عددهای تقریبی مقادیری از عدد، که در نظر گرفته نمی‌شود، در آن موضوع خاص به دلایلی کم‌اهمیت و بی‌ارزش است. در نتیجه، با صرف‌نظر کردن از آن، اشکالی به وجود نمی‌آید.

همان‌طور که ذکر شد، در محاسبات ۴ عمل اصلی می‌توان این مهارت را تقویت کرد. در این قسمت، آن‌چه اهمیت دارد، پرسیدن راهبردهایی است که دانش‌آموزان برای پیدا کردن مقدار تقریبی به کار می‌برند. بیان و توضیح راهبرد به‌وسیله‌ی دانش‌آموز

در تقویت مهارت‌های استدلالی و کلامی او بسیار مؤثر است؛ برای مثال، برای محاسبه‌ی مقدار تقریبی  $211 \div 5$  می‌توان راهبردهای زیر را به کار برد:

$$211 \div 5 = 200 \div 5 = 40$$

$$211 \div 5 = 210 \div 5 = 42$$

بعد از این که دانش‌آموز روش خود را برای پیدا کردن مقدار تقریبی بیان کرد، باید برای درستی کار خود استدلال کند و مانند مثال فوق این توانایی را به‌دست بیاورد که روش خود را با نمادهای ریاضی نشان دهد و برای درستی آن دلیل بیاورد.

در تبیین اجزای مهارت اندازه‌گیری ذکر شد که داشتن تصور درست از واحدهای اندازه‌گیری، تا حدودی به مهارت تخمین و تقریب عددی مربوط می‌شود. در این جا نیز یادآور می‌شویم که در تمام فعالیت‌های مربوط به اندازه‌گیری، می‌توان ابتدا از دانش‌آموز خواست که حدس خود را از اندازه‌ی مورد نظر بیان کند؛ سپس با استفاده از ابزار اندازه‌گیری با دقت بیش‌تر کمیت مورد نظر را پیدا و با حدس خود مقایسه کند.

یکی دیگر از اجزای بسیار مهم این مهارت، کاربرد تخمین در حل مسئله است. در بسیاری از مسئله‌ها استفاده از عددهای تقریبی راه حل مسئله را آشکار می‌کند و در بعضی نیز استفاده از تخمین به‌طور کامل به حل آن منجر می‌شود.

همان‌طور که در مهارت شمارش، نمونه‌گیری مطرح شد، در این جا نیز یادآوری می‌کنم که در نمونه‌گیری برای شمارش یا اندازه‌گیری کمیت‌های هندسی، می‌توانیم به تقریب خوبی از عدد مورد نظر برسیم.

**د - مهارت محاسبات عددی و عملیات ذهنی:** بیش‌تر محتوای کتاب‌های ریاضی در دوره‌ی ابتدایی و راهنمایی، به مفاهیم و روش‌های محاسبات (چهار عمل اصلی) روی مجموعه‌ی اعداد حسابی، کسرها و عددهای اعشاری، اعداد صحیح، گویا و عددهای حقیقی مربوط می‌شود. در مرحله‌ی نخست باید به مفهوم پردازیم و تکنیک‌ها را با تکیه بر مفاهیم به‌دست آوریم. پس از آن، مهارت انجام محاسبات مورد نظر است؛ یعنی دانش‌آموز توانایی انجام دادن محاسبات را با دقت و سرعت متناسب با سنّ خود داشته باشد؛ اغلب معلمان، تمرین‌های محاسباتی زیادی به دانش‌آموزان می‌دهند و رسیدن به مهارت را دلیل کار خود می‌دانند. اما در این جا دو

نکته قابل توجه است: اول آن که با وجود ابزاری مثل ماشین حساب، این همه تأکید بر محاسبات عددی لزومی ندارد (در این خصوص در بخش‌های بعدی به تفصیل توضیح داده خواهد شد). دوم آن که اضافه کردن رقم‌ها یا تعداد عددها در یک محاسبه، بعد ریاضی مسئله و تمرین را زیاد نمی‌کند بلکه مسایلی مثل تمرکز و دقت را می‌سجد؛ برای مثال، درست همان تکنیکی که در ضرب دو عدد ۲ رقمی به کار می‌بریم، در ضرب دو عدد ۴ رقمی نیز به کار می‌بریم. بنابراین، اگر ضرب دو عدد ۴ رقمی را از دانش‌آموزان بخواهیم، مسئله ریاضی را پیچیده نکرده‌ایم بلکه عوامل روحی و روانی و توانایی‌های غیرریاضی آنان را در نظر گرفته‌ایم. این نوع تمرین‌ها که معمولاً در تعداد زیادی از دانش‌آموزان خواسته می‌شود، برای آن‌ها آزاردهنده و خسته‌کننده است. پس به جای پرداختن به این نوع تمرین‌ها در نگارش مهارتی، پس از کسب اطمینان از یادگیری تکنیک‌ها، عملیات ذهنی بهتر است خواسته شود. در زیر به تشریح اجزا و ابعاد این مهارت می‌پردازیم:

اولین انتظار از دانش‌آموزان، داشتن درک و تصور درست از بزرگی یا کوچکی اعداد است. درک این مسئله به تدریج با افزایش سن و تعامل در زندگی روزمره، در ذهن دانش‌آموزان شکل می‌گیرد. همین عوامل باعث می‌شود آموزش عددها به تدریج در کتاب‌های ریاضی گنجانده شود. عدد ۱۰۰۰ به این دلیل در کلاس سوم دبستان تدریس می‌شود که دانش‌آموزان تا قبل از آن که درک درستی از عددهای بیش‌تر از ۱۰۰۰ ندارند. بنابراین، در تدریس مفاهیم ارزش مکانی و عددهای بزرگ‌تر از میلیون به جای تأکید زیاد بر خواندن و نوشتن عددها، از دانش‌آموزان بخواهید برای عددها مثال‌هایی واقعی بزنند یا آن‌ها را با تقریب‌های مناسب بیان کنند. پس از آن باید از مهارت محاسبات عددی با عمل‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اطمینان پیدا کنیم و دریابیم که دانش‌آموزان تکنیک‌ها را به درستی به کار می‌برند یا خیر. در ابتدا زمان انجام دادن محاسبات اهمیتی ندارد؛ ولی به تدریج باید سرعت محاسبه را نیز مد نظر قرار داد. یکی از نکات بسیار مهم راهبردها و روش‌های محاسباتی است که باید تا حد امکان آن‌ها را توسعه داد. به خصوص زمانی که از دانش‌آموزان می‌خواهیم عملیات را ذهنی انجام دهند. منظور از عملیات ذهنی این نیست که همان تکنیک و روشی که روی کاغذ انجام می‌دادند، در ذهن مجسم کنند و محاسبه را بدون

کاغذ و قلم انجام دهند بلکه هدف انجام دادن محاسبه با راهبردهای متفاوت است؛ آنچه اهمیت دارد، بیان کلامی روش‌ها و سپس توضیح و استدلال برای بیان درستی کار خود و نمادین کردن و نوشتن عملیات ذهنی و استدلال نمادین است. پیدا کردن پاسخ یک عملیات از راه حل‌های متفاوت نیز برای دانش‌آموزان جذاب و شنیدنی است. یکی دیگر از ابعاد این مهارت، بیان رابطه‌های بازگشتی در عملیات به صورت ذهنی و امتحان کردن جواب‌هاست.

برای مثال، در تمرین  $\begin{array}{r} 68 \\ 139 \end{array} +$  برای پیدا کردن رقم یکان می‌توانیم  $1-8=9$  و برای پیدا کردن رقم دهگان  $7=6-13$  را انجام دهیم. برای امتحان درستی جواب، ۶۸ را با عدد به دست آمده جمع می‌کنیم یا وقتی می‌خواهیم  $8 \div 72$  را پاسخ دهیم، می‌توانیم از ضرب  $8 \times 9 = 72$  استفاده کنیم. داشتن درک شهودی از ویژگی‌های جبری (خاصیت‌های اعمال) نیز به راهبردهای عملیات ذهنی کمک می‌کند؛ برای مثال، اگر خاصیت پخش ضرب نسبت به عمل جمع را بدانیم، می‌توانیم به تمرین زیر به راحتی پاسخ دهیم. اگر حاصل  $5 \times 17 = 85$  باشد حاصل  $5 \times 19$  برابر چند است.

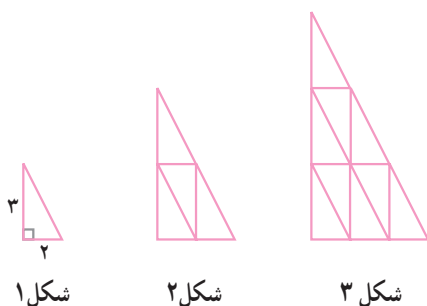
$115 = 105 + 10 = 5 \times 17 + 5 \times 2 = 5 \times (17 + 2) = 5 \times 19$   
محاسبات بالا چگونگی انجام دادن محاسبه‌ی ذهنی را نشان می‌دهد و دلیل اضافه کردن ۱۰ را به ۱۰۵ مشخص می‌کند. تجزیه‌ی عددهای مرکب به عوامل اول نیز در درک بهتر روابط بین اعداد و ساده کردن کسر‌ها و محاسبات کمک زیادی می‌کند. در مثال زیر، با تبدیل عددهای مرکب به عوامل اول، یک کسر ساده شده است.

$$\frac{24 \times 35}{21 \times 20} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 5}{3 \times 7 \times 2 \times 2 \times 5} = 2$$

انجام دادن چنین محاسباتی در ذهن، توانایی دانش‌آموز را در محاسبات ذهنی نشان می‌دهد. استفاده از عملیات الگوبذیر مانند شمارش چند در میان، مضارب یک عدد و دنباله‌های عددی مشابه به صورت ذهنی از اجزای دیگر این مهارت هستند.

هـ — مهارت الگویابی، پیش‌بینی و مدل‌سازی: یکی از نقاط ضعف دانش‌آموزان ایرانی شرکت‌کننده در مطالعه‌ی تیمز

به دست آمده با جملات مورد نظر ما متفاوت باشند.  
این مثال یکی از سوالات مطالعه‌ی تیمز است که یک الگوی عددی را با الگوی هندسی ترکیب کرده است. متن سؤال (به ترتیب زیر) دقیقاً از سؤال آزمون تیمز نوشته شده است. شما یک سری سه‌تایی از مثلث‌های متشابه را می‌بینید. مثلث‌های کوچک همه با هم برابرند.



۱- پیدا کنید در هر یک از شکل‌ها چند مثلث کوچک جا می‌گیرد و جدول زیر را تکمیل کنید.

شکل	تعداد مثلث‌های کوچک
۱	۱
۲	
۳	

۲- مثلث‌های متشابه را تا هشتمین شکل ادامه می‌دهیم. چند مثلث کوچک در هشتمین شکل جا می‌گیرد؟ در این سؤال برای بیان رابطه‌ی بین شکل‌ها، از الگوی عددی استفاده می‌کنیم. در واقع اگر شماره‌ی شکل را در همان عدد ضرب کنیم (یا به توان ۲ برسانیم)، تعداد مثلث‌های کوچک به دست می‌آید. بنابراین در شکل هشتم ۶۴ مثلث کوچک جا می‌گیرد.

یکی از بخش‌های مهم این مهارت، زمینه‌سازی برای طرح الگو توسط دانش‌آموزان است. به عبارت دیگر، باید فضایی ایجاد کرد که در آن دانش‌آموز الگوی مورد نظر خود را طرح کند و دانش‌آموزان دیگر الگوی او را کشف کنند و ادامه دهند. مقدماتی‌ترین روش الگویابی، طبقه‌بندی براساس رنگ، اندازه، شکل و یا نوع است که دانش‌آموزان، پیش از دبستان با آن آشنا می‌شوند. اگر این مهارت به درستی دنبال شود، در سال‌های بعد دانش‌آموز یاد می‌گیرد که داده‌های عددی را براساس

عدم توانایی در پاسخ‌گویی به سؤالاتی بود که در آن کشف رابطه‌ی بین عددها یا شکل‌ها مطرح می‌شد. به همین دلیل، دانش‌آموزان ما نمی‌توانستند حالت‌های بعدی را با استفاده از الگوی موجود پیش‌بینی کنند. این مهارت در حال حاضر در کتاب‌های درسی ریاضی کم‌رنگ است. در کلاس اول ابتدایی، الگوهای هندسی (البته از یک نوع خاص) وجود دارند. بعد از آن، نمونه‌هایی از این مهارت را در مطالب جنبی کتاب‌ها می‌توان دید که اغلب آموزگاران به آن توجه نمی‌کنند.

مهارت الگویابی به دو دسته‌ی کلی تقسیم می‌شود: کشف الگوی عدد و کشف الگوی هندسی. در بعضی از فعالیت‌ها می‌توان این دو الگو را ترکیب کرد و الگوی هندسی - عددی به وجود آورد.

منظور از الگویابی، کشف رابطه‌ای است که بین عددها و یا شکل‌های هندسی وجود دارد؛ به طوری که با کشف آن رابطه، بتوان جمله‌های بعدی الگو را کشف و بیان کرد به مثال زیر توجه کنید:

در الگوی عددی مقابل عددهای بعدی را تعیین کنید.

۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۰۰۰

در این الگویابی، دو نکته قابل توجه است. اول آن که دانش‌آموز بعد از کشف الگوی مورد نظر، باید توانایی بیان توضیح آن را داشته باشد. توضیحی قابل قبول است که به کمک آن بتواند الگو را ادامه دهد. همچنین دانش‌آموز باید یاد بگیرد، پس از بیان شفاهی و توضیح کلامی، رابطه را به شکل نمادین بنویسد و توضیح نوشتاری دهد.

در سال‌های بالاتر و در دوره‌ی راهنمایی و دبیرستان از دانش‌آموزان خواسته می‌شود با استفاده از نمادهای جبری رابطه را مشخص کنند.

نکته‌ی دوم این است که الگوها را می‌توان به راه‌های متفاوت بیان کرد. به عبارت دیگر، الگوها ممکن است جواب منحصر به فرد نداشته باشند. آن چه اهمیت دارد، این است که الگوی کشف شده توسط دانش‌آموز، در جملات داده شده صدق کند و به کمک آن بتوان جملات بعدی را تعیین کرد. بنابراین امکان دارد، پاسخ دانش‌آموزان با آن چه که ما فکر کرده‌ایم متفاوت باشد و حتی ممکن است در الگوی پیشنهادی او، جملات بعدی

عنایت قرار گیرد. شهود ریاضی، باورها و نتیجه‌ها را بدون فرمول‌بندی صوری مورد قضاوت قرار می‌دهد، می‌پذیرد و یا رد می‌کند. این استعداد فکری و توانایی ذهنی در این گونه داورها را «شهود ریاضی» می‌نامند.

طبقه‌بندی و دسته‌بندی شکل‌های هندسی و ترکیب آن‌ها برای ساختن شکل‌های جدید هندسی از اولین قدم‌ها و اجزای این مهارت است. برای مثال، دانش‌آموز باید با ترکیب ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع، یک شش‌ضلعی منتظم بسازد و یا با ۴ مثلث قائم‌الزاویه‌ی مساوی، یک لوزی درست کند. در این قسمت، کم‌کم ذهن دانش‌آموز را نسبت به ارتباط بین شکل‌های هندسی حساس می‌کنیم. برقراری ارتباط بین شکل‌های هندسی از اجزای این مهارت است؛ برای مثال، وقتی می‌خواهیم دستور محاسبه‌ی مساحت مثلث را با توجه به دستور محاسبه‌ی مساحت متوازی‌الاضلاع پیدا کنیم، دانش‌آموز باید به درک رابطه‌ی بین این دو شکل دست یافته باشد.



یعنی از کنار هم گذاشتن دو مثلث هم‌اندازه، یک متوازی‌الاضلاع به‌دست می‌آید. همچنین از کنار هم قراردادن دو دوزنقه‌ی مساوی می‌توان یک متوازی‌الاضلاع ساخت.

تشخیص و ترسیم حجم‌های سه‌بعدی در یک شکل دوبعدی نیز، از اجزای این مهارت است. این که دانش‌آموز بتواند از یک تصویر دوبعدی یک جسم سه‌بعدی را تصور کند، ساده‌تر از آن است که تصویر یک حجم را رسم کند. این کار مهارتی است که در سال‌های پایان دبستان شروع شده است و نیاز به تمرین و ممارست در دوره‌ی راهنمایی دارد.

از بعد شهود هندسی، آخرین مرحله و مهم‌ترین آن‌ها، استدلال شهودی است، استدلالی که به دقت استدلال استنتاجی نیست، اما می‌تواند برای عمیق‌شدن فهم و یا یافتن مسیر استدلال استنتاجی، به دانش‌آموز کمک زیادی کند.

برای مثال، وقتی می‌خواهیم نشان دهیم که مجموع سه زاویه‌ی یک مثلث  $180^\circ$  است، می‌توانیم به روش زیر سه زاویه‌ی مثلث را ببریم، کنار هم قرار دهیم، از کنار هم قرار دادن این سه

یک ویژگی مشخص دسته‌بندی و سازمان‌دهی کند تا به کمک آن‌ها بتواند پیش‌بینی کند و تحلیل بهتری از داده‌ها ارائه دهد. بنابراین طبقه‌بندی، سازمان‌دهی داده‌ها و پیش‌بینی و تحلیل آن‌ها از اجزای مهم این مهارت به‌شمار می‌آیند.

رسم نمودارها در واقع تبدیل الگوی عددی داده‌ها به الگوی هندسی است. به کمک نمودار می‌توان تحلیل و تغییر بهتری ارائه داد و یا رفتار متغیرها را پیش‌بینی کرد.

برای کشف الگوهای موجود در زندگی روزمره و یا برای حل مسئله‌هایی که در زندگی روزمره با آن‌ها مواجه می‌شویم، از مدل‌سازی استفاده می‌کنیم. مدل‌سازی یعنی ترجمه‌ی یک مسئله از دنیای واقعی به دنیای ریاضی برای حل آن مسئله. مهارت‌های الگویابی و پیش‌بینی، مقدمه‌ای برای مدل‌سازی هستند که در ریاضیات از اهمیت زیادی برخوردارند.

در کتاب اول راهنمایی نیز مسئله مربوط به پیدا کردن یک نقطه که از سه دهکده به یک اندازه باشد تا در آن مکان، مجتمع آموزشی و فرهنگی ساخته شود نیاز به مدل‌سازی دارد. در واقع تبدیل این مسئله‌ی واقعی به یک مسئله‌ی هندسی نوعی مدل‌سازی است.

## و — استفاده از نمودارها و شهود هندسی ۱: درس

آمار، در حال حاضر در کتاب‌های درسی ریاضی آموزش عمومی بسیار کم‌تر از آن مقداری است که باید باشد. همان مقدار ناچیز نیز بیش‌تر به موضوع رسم نمودارها پرداخته است درحالی که آمار در زندگی روزمره کاربرد زیادی دارد و در رشته‌های متفاوت تحصیلی نیز می‌توان از آن استفاده کرد.

توصیف، تحلیل و شرایط استفاده از نمودار، مهم‌تر از رسم آن است. امروزه با وجود ماشین‌حساب‌های رسام و انواع نرم‌افزارها برای رسم نمودار، عاقلانه نیست زمان زیادی را صرف آموزش رسم نمودار کنیم. بلکه باید توجه خود را به بخشی از کار معطوف کنیم که از توانایی ابزارها و فناوری خارج است. با این دیدگاه، اهمیت مهارت استفاده از نمودارها مشخص می‌شود. از طرف دیگر، توانایی در توصیف و تحلیل نمودارها و ارتباط شکل‌های هندسی، کمک می‌کند که به درکی شهودی از روابط و قضایای هندسی دست یابیم. به همین دلیل، مهارت استفاده از نمودارها و شهود هندسی باید بیش از پیش مورد



زاویه، یک زاویه ی نیم صفحه ( $180^\circ$ ) به وجود می آید.



در زمینه ی علم آمار نیز توصیف، تحلیل و تغییر نمودارها، از اجزای همین مهارت به شمار می روند. گفته شد که توانایی استخراج نتیجه از نمودار، مهم تر از رسم آن است؛ مهارتی که از ابتدای آموزش عمومی باید مورد توجه قرار گیرد.

تبدیل اطلاعات عددی و کلامی به تصویری و برعکس آن، به روش های متفاوت نیز به همین مهارت مربوط می شود. اما آنچه اهمیت دارد، این است که هر نمودار، به چه منظوری به کار می رود. انتخاب نمودار مناسب با توجه به شرایط مسئله، از اجزای مهم این مهارت است. برای مثال، وقتی چند داده را با هم مقایسه می کنیم، نمودار میله ای (یا ستونی) مناسب است، اما اگر بخواهیم تغییرات یک کمیت (مثلاً دمای هوا در ساعاتی متفاوت یک روز) را بررسی کنیم، نمودار خط شکسته مناسب تر است.

### ز- مهارت فرضیه سازی - نظریه پردازی:

فرضیه سازی یعنی استخراج نتایج از داده ها، فرض ها و اطلاعات درست. نظریه پردازی بسیار کلان تر از فرضیه سازی است. مجموعه ای از فرضیه ها و تئوری های به هم مرتبط در یک حوزه ی مفهومی مشخص، نظریه است. و نظریه پرداز این ارتباط ها را کشف و تبیین می کند. درستی یا نادرستی فرضیه ها و نظریه ها باید بررسی شوند. بنابراین ممکن است از داده ها و فرض های درست، نتیجه ای نادرست استخراج شود.

مبنای فرضیه سازی تجربه است؛ یعنی پس از کسب اطلاعات و داده های درست حاصل از تجربه می توان فرضیه سازی کرد؛ برای مثال، اگر بخواهیم در مورد زاویه های مثلث فرضیه ای بسازیم باید چندین مثلث رسم کرده زاویه ها را اندازه بگیریم و براساس آن فرضیه ای را بیان کنیم. «مجموع زاویه های هر مثلث  $180^\circ$  است» این جمله یک فرضیه است. فرضیه ای که براساس تجربه به دست آمده است.

فرضیه سازی مهارت بسیار مهمی است که نیاز به آموزش

دارد. در اوایل کار نمی توان انتظار داشت که تمام دانش آموزان بتوانند فرضیه سازی کنند. اما باید آن ها را تشویق کرد تا فرضیه های خود را بیان کنند و توضیح دهند. پس اولین بخش در این مهارت، آموزش بیان کردن و توضیح فرضیه هاست. در مرحله ی دوم دانش آموز باید یاد بگیرد فرضیه خود را آزمون کند. یعنی درستی یا نادرستی آن را بررسی کند؛ برای مثال، اگر در مورد زاویه های یک مثلث فرضیه این بود که مجموع زاویه های یک مثلث  $180^\circ$  است می توانیم یک یا چند مثلث دلخواه دیگر رسم کرده درستی این فرضیه را بررسی و آزمون کنیم.

همان طور که در مهارت های محاسبات عددی و عملیات ذهنی و تخمین و تقریب عددی بیان شد، روش ها و راهبردهای محاسباتی و تخمین زدن باید توسط دانش آموز توضیح داده شود. بنابراین روش های محاسباتی می توانند فرضیاتی باشند که دانش آموز می سازد و با مثال های دیگر می توان درستی فرضیه های او را بررسی کرد.

یکی از اجزای مهم فرضیه سازی تعمیم و توسعه فرضیات تأیید شده است.

برای مثال، با تجربه ی چهارضلعی های مختلف می توان این فرضیه را تأیید کرد که مجموع زاویه های خارجی هر چهارضلعی  $360^\circ$  است. این فرضیه را می توان به هر  $n$  ضلعی تعمیم داد. برای این کار می توان پنج ضلعی، شش ضلعی و ... را تجربه کرد و یک فرضیه کلی تر ساخت: «مجموع زاویه های خارجی هر  $n$  ضلعی  $360^\circ$  است». بحث در مورد تعمیم پذیری یک موضوع از گفت وگوهای جالب کلاس درس است که بینش دانش آموز را در مباحث مختلف ریاضی توسعه می دهد.

گاهی فرضیه های مختلف با هم در ارتباط هستند. کشف ارتباط های درونی بین فرضیه ها از گام های مهم این مهارت است. توانایی برقراری ارتباط در سطح بالای مهارت فرضیه سازی است. بنابراین نمی توان از همه ی دانش آموزان انتظار داشت که رابطه ها را کشف کنند و یا تشخیص دهند.

همان طور که ذکر شد پس از بیان هر فرضیه آن را آزمون می کنیم. اصلاح فرضیه ها و نظریه ها براساس آزمون کردن آن ها نیز از اجزای این مهارت است. همچنین می توان با آزمون یا

تجربه کردن نقاط ضعف و قوت و یا دامنه‌ی درستی یک فرضیه یا نظریه را بررسی کرد.

این مهارت در دروس مربوط به هندسه و روابط بین ضلع‌ها، زاویه‌ها و سایر اجزای شکل‌های هندسی مثل مثلث، چهارضلعی‌ها و ... بسیار کاربرد دارد.

**ح - کشف، استدلال:** استدلال ریاضی یکی از مهم‌ترین بخش‌های تفکر ریاضی است. تفکر ریاضی به کارگیری مهارت‌های غنی ریاضی برای درک ایده‌ها، کشف روابط بین آن‌ها، به دست آوردن نتایج و حل مسئله‌هایی است که با ایده‌های ریاضی سر و کار دارند. استدلال ریاضی قسمتی از تفکر ریاضی است که با تشکیل تعمیم‌ها و به دست آوردن نتایج معتبر درباره‌ی ایده‌ها و چگونگی ارتباط با آن‌ها درگیر است. به عبارت ساده‌تر مهارت استدلالی توانایی دلیل آوردن برای درستی یا نادرستی گزاره‌ها یا نتایج است.

دو نوع مهم استدلال ریاضی، استدلال استقرایی و استدلال استنتاجی است.

استدلال استقرایی، یک فرآیند استدلال ریاضی است که اطلاعات درست در مورد بعضی از اعضای مجموعه را به کار می‌گیرد تا یک تعمیم در مورد سایر اعضا یا تمام اعضای مجموعه ارائه کند. استدلال استنتاجی یک فرآیند استدلال ریاضی است که الگوی استنتاج به کاررفته برای به دست آوردن نتایج از مقدمات را معتبر می‌سازد. استدلال شرطی یا به کارگیری یک اگر - آن‌گاه - یا گزاره‌های شرطی نوعی استدلال استنتاجی است.

به عبارت ساده‌تر استدلال استقرایی فرآیند نتیجه‌گیری یا کشف رابطه از تعدادی نتایج درست در بعضی از حالت‌ها برای تعمیم آن‌ها به بقیه یا تمام حالت‌هاست و استدلال استنتاجی، یعنی برقراری رابطه‌های شرطی یا قیاسی برای کشف یا به دست آوردن نتایج درست از مقدمات است.

در آموزش عمومی، استدلال استقرایی مقدمه‌ی رسیدن به استدلال استنتاجی است. در واقع قبل از این که دانش‌آموزان با استقرا تجربه‌ای از یک مفهوم را به دست نیاورده‌اند نمی‌توانیم استدلال استنتاجی را برای آن‌ها بیان کنیم. دانش‌آموزان به طور طبیعی اغلب از مثال‌های محدود، نتایج کلی می‌گیرند و یا به عبارت دیگر از استدلال استقرایی استفاده می‌کنند. آن‌ها تمایل دارند بر

استدلال خود تأکید کنند و کم‌تر حاضر می‌شوند به درستی آزمون مدتی یا معتبر بودن آن بپردازند.

از نکات قابل توجه در این مهارت بیان استدلال و یا توضیح مستدل است. در روش‌های سنتی تأکید زیادی به نوشتن استدلال‌های استنتاجی می‌شد درحالی که مراحل قبل از آن به خوبی در کلاس‌های درس پیاده نمی‌شد. بیان استدلال را می‌توان در سه مرحله خلاصه کرد. در مرحله‌ی اول از دانش‌آموزان می‌خواهیم که روند استدلال خود را بیان کنند (به طور کلامی و شفاهی)، این بیان وقتی قابل قبول خواهد بود که برای دانش‌آموزان دیگر قابل درک باشد. در این قسمت معلم سعی می‌کند با پرسش‌ها یا بیان مثال‌های نقض و یا حالت‌های خاص دانش‌آموز را به دقیق‌تر بیان کردن سوق دهد. این موضوع در مواقعی که دانش‌آموز مفهوم یا مطلب جدید را کشف کرده یا نتیجه گرفته است نیز طی می‌شود. جدا از بیان روند کشف یا استدلال در مرحله‌ی دوم از آن‌ها می‌خواهیم استدلال کلامی خود را به نوشته و متن تبدیل کنند. به طوری که اگر دانش‌آموز دیگری آن‌را بخواند متوجه شود. در نوشتن استدلال یا روند کشف، انشا یا نگارش خاص و کلیشه‌ای مورد نظر نیست؛ بلکه دانش‌آموزان آزاد هستند تا با عبارات و کلمات خود آن را بیان کنند. در این قسمت نقش معلم هدایت کردن آن‌ها به سمتی است که به استدلال دقت کافی بدهد و مراحل آن را تنظیم کند. در مرحله‌ی سوم ضمن آموزش نمادها از دانش‌آموزان می‌خواهیم استدلال خود به خصوص استدلال استنتاجی را به صورت نمادین بنویسد. کم‌کم به نحوه‌ی نوشتن آن‌ها دقت و ترتیب مراحل و دلایل علت و معلولی و قیاس‌ها را آموزش می‌دهیم تا در پایان دوره‌ی آموزش عمومی بیان نمادین استدلال دانش‌آموزان به طور کامل شکل بگیرد.

یکی از اجزای مهم مهارت استدلال ارزیابی دلایل ارائه شده و یا ارزیابی روند کشف است؛ یعنی دانش‌آموز این توانایی را کسب کند که روند کشف یا استدلال فردی دیگر را ارزیابی کند و نقاط ضعف و قوت آن را بیان کند و تشخیص دهد.

قابل مشاهده کردن نتایج و تطبیق نتیجه‌های نهایی با زندگی روزمره نیز بخشی از این مهارت است. به عبارت دیگر دانش‌آموز باید قادر باشد یک نتیجه‌ی ذهنی و مجرد را قابل مشاهده، درک



و حس کند.

وقتی برای حل یک مسئله راه حل های متعددی وجود دارد، انتخاب یک راه حل و بیان دلایل برای این انتخاب نوعی استدلال محسوب می شود.

مشابه انتخاب راه حل و یا ارزیابی راه حل ها و نتایج در آموزش ریاضی باز هم وجود دارد. مهارت استدلال نیز مانند حل مسئله بسیار وسیع است و در اکثر فعالیت ها با آن مواجه خواهیم شد. یافته های پژوهشی نشان می دهند کودکان از همان سن شش سالگی توانایی شناسایی نتایج معتبر را دارند و با افزایش سن بهبود می یابد.

از مراحل مقدماتی شروع استدلال می توان به بررسی حالت های خاص و یا بیان مثال های نقض برای دانش آموزان نام برد. اثبات کردن و ابطال همیشه و در کنار هم مطرح می شوند. همان طور که معلمین بر اثبات کردن تأکید می کنند می توانند به ابطال نیز اهمیت دهند. آموزش برای حالت های خاص هم به روند استدلال استقرایی کمک می کند و هم ابطال یک حکم کلی را با مثال نقض تبیین می کند.

**ط — مهارت استفاده از ابزار و تکنولوژی: مهارت استفاده از ابزار، یعنی استفاده درست و صحیح از ابزارها و وسایل مخصوص اندازه گیری که در آموزش عمومی شامل دماسنج، انواع ترازو، خط کش، نقاله، گونیا، پرگار، متر، کولیس، بشر، استوانه ای مدرج و انواع عقربه ها که برای سنجیدن چیزهای مختلف به کار می روند (مثل کیلومتر شمار). استفاده از تکنولوژی یعنی استفاده درست و به موقع از ماشین حساب و رایانه در یادگیری ریاضی. ابتدا موضوعات کلی و اجزای این مهارت را بررسی کرده، سپس زمینه ای استفاده از ماشین حساب در برنامه ای درسی آموزش ریاضی توضیحاتی ارائه خواهد شد.**

اولین نکته در استفاده از ابزار، توانایی تشخیص و تصمیم گیری در مورد لزوم استفاده از ابزار است؛ یعنی وقتی مسئله ای اندازه گیری کمی مطرح می شود ابتدا باید در مورد استفاده از ابزار تصمیم گرفت.

برای مثال، در محاسبه ای یک عبارت استفاده یا عدم استفاده از ماشین حساب، تصمیمی است که دانش آموز باید بگیرد یا وقتی اندازه گیری تقریبی یک طول مطرح است استفاده

یا عدم استفاده از وسایل اندازه گیری مطرح می شود.

پس از این که تصمیم گرفتیم از وسایل اندازه گیری استفاده کنیم، انتخاب وسیله ای مناسب و تصمیم گیری در مورد آن مهارتی است که باید به دانش آموزان آموزش دهیم. اگر اندازه گیری طول اتاق مورد نظر است وسیله ای مناسب آن متر پارچه ای است. در این مورد باید به محدودیت های ابزار اندازه گیری توجه کنیم. برای مثال، با یک خط کش نمی توان فاصله ای دو شهر را اندازه گرفت و یا با یک ماشین حساب حاصل ضرب دو عدد ۶ رقمی را نمی توان حساب کرد (فرض کنید صفحه ای ماشین حساب تا ۸ رقم را نشان می دهد).

برای انتخاب ابزار مناسب موضوع دقت ابزار یا خطای آن ها نیز مطرح می شود؛ اگر بخواهیم قطر یک سکه را با دقت زیاد (مثلاً برای ساختن قالب) اندازه بگیریم، وسیله ای مناسب کولیس است؛ چون تا دقت  $0.1^\circ$  میلی متر اندازه می گیرد.

تصمیم گیری در مورد انتخاب ابزار مورد استفاده با توجه به موضوع و اندازه گیری و محدودیت ابزار یکی از توانایی های مهمی است که دانش آموز باید کسب کند. برای این منظور، او باید یاد بگیرد توانایی های ابزار را با هم مقایسه کند. برای هر ابزار محدودیت، دقت و توانایی ابزار را تشخیص دهد. و با ابزار مشابه مقایسه کند و برای اندازه گیری کمیت مورد نظر خود ابزار مناسب را انتخاب کند. دانش آموز باید درک کند که ماشین حساب و رایانه قادر نیستند هر کاری را انجام دهد.

در آخرین مرحله ای این مهارت، ساختن ابزار مطرح می شود؛ یعنی دانش آموز برای اندازه گیری کمیت مورد نظر خود ابزاری مناسب را طراحی کند و بسازد؛ برای مثال، اگر به پرگاری که دهانه ای آن بیش تر از یک متر باز شود نیاز داشته باشیم باید این وسیله را بسازیم؛ چون چنین وسیله ای ساخته شود وجود ندارد. آخرین نکته در مورد این مهارت توجه و تذکر مجدد این نکته است که مهارت ها آموزش دادنی هستند؛ یعنی اگر هدف مهارت استفاده از ابزار است ابتدا باید نحوه ای صحیح و درست استفاده از آن ابزار را به دانش آموز آموزش داد سپس فعالیت هایی فراهم کرد تا به کمک آن در استفاده از ابزار مهارت یابد؛ برای مثال، در استفاده از ماشین حساب ابتدا باید نحوه ای استفاده از دکمه های ماشین حساب را به او آموزش داد.