

با توجه به نمونه‌ی ذکر شده می‌بینیم که روش بالا با این‌که بسیار جالب است و مفهوم جذر را برای ما ملموس می‌کند، در بعضی از موارد ما را از جواب واقعی دور می‌سازد.

شروع کنید:



برای دانش‌آموزان توضیح دهید: همان‌طور که دیدیم، بعضی از اعداد جذر دقیق ندارند و برای محاسبه‌ی مقدار تقریبی جذر آن‌ها با توجه به کار در کلاس، از روشی استفاده می‌کنیم که در سال گذشته آموخته‌ایم. اکنون برای محاسبه‌ی جذر تقریبی از روش جدیدی استفاده می‌کنیم.

آموزش دهید:



روش جدید محاسبه‌ی جذر تقریبی را برای دانش‌آموزان توضیح دهید و از آنان بخواهید کار در کلاس صفحه‌ی ۱۵ را به‌طور انفرادی انجام دهند.

مشاهده کنید:



با عبور از کنار دانش‌آموزان، مراحل کار آن‌ها را بررسی کنید و در صورت مشاهده‌ی اشتباه، مورد اشتباه را به‌طور انفرادی برای افراد توضیح دهید.

توصیه‌های آموزشی:



- ۱- مراحل محاسبه‌ی جذر تقریبی را قدم به قدم به کمک گچ‌های رنگی توضیح دهید.
- ۲- بر این نکته که اعداد، دو رقم، دو رقم از سمت راست جدا می‌شوند، تأکید کنید.
- ۳- تأکید کنید که عمل بازگشت به عقب را در محاسبه‌ی جذر انجام دهند و حدود تقریبی جواب را حدس بزنند. پس اگر در محاسبه‌ی جذر ۷۲۹، عدد ۲ به‌دست آید، مسلماً پاسخ نادرست است.
- ۴- بر روش‌های به‌دست آوردن عدد مورد نظر، در مرحله‌ی $a \square \times \square$ را در کلاس تأکید کنید.
- ۵- برای دانش‌آموزان توضیح دهید تقریب نقصانی کم‌تر از ۱ یعنی چه؟

جذر تقریبی

اکنون برای محاسبه‌ی جذر یک عدد، روش دقیق‌تری بیان می‌کنیم. به کمک این روش می‌توانیم جذر یک عدد را با هر تقریبی که بخواهیم، حساب کنیم.

می‌خواهیم جذر ۱۲۳۸ را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ بدست آوریم. از سمت راست عدد، دو رقم دو رقم جدا می‌کنیم. در این‌جا پس از جدا کردن دو رقم اول، دو رقم ۱ و ۲ باقی می‌ماند.

جذر تقریبی ۱۲ یعنی ۳ را می‌نویسیم و معذور آن را از ۱۲ کم می‌کنیم.

دو رقم بعدی را پایین می‌آوریم: عدد ۳۸ دو برابر می‌کنیم. حالا از رقم بکلی عدد ۵۳۸ صرف‌نظر می‌کنیم و عدد ۵۳ را در ۶ تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت یعنی ۸ را دو سمت راست ۶ می‌نویسیم و حاصل ضرب ۶۸ × ۸ = ۵۴۴ را با ۵۳۸ مقایسه می‌کنیم.

در این‌جا، چون حاصل ضرب ۶۸ × ۸ از ۵۳۸ بیشتر است، به جای ۸، عدد ۷ را قرار می‌دهیم و حاصل ضرب ۶۷ × ۷ = ۴۶۹ را از ۵۳۸ کم می‌کنیم: باقی‌مانده ۶۹ است. اکنون ۷ را دو سمت راست ۶ می‌نویسیم و محاسبه تمام می‌شود.

جذر ۱۲۳۸ با تقریب نقصانی کمتر از ۱، ۳۷ است یا ۳۷.

محاسبه و معذور آن را در کلاس

جذر تقریبی



ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید $\sqrt{2}$ را به روش قبل حساب کنند؛ آن‌ها خواهند نوشت:

$$\sqrt{2} \approx 1 + \frac{1}{4} = 1.25$$

از دانش‌آموزان بخواهید $(1/5)^2$ را حساب کنند. آن‌ها خواهند نوشت: $2/25 = (1/5)^2$ ؛ از آن‌ها بپرسید: چگونه چنین چیزی ممکن است؟

با توجه به این‌که ما از مربع $x \times x$ نیز صرف نظر کرده‌ایم، چگونه ممکن است جواب بزرگ‌تر به‌دست بیاید؟ $\sqrt{2} \approx 1 + \frac{1}{4}$

	x	
۱	x	
		x



اشباهات رایج دانش آموزان:

- ۱- وقتی مراحل جذر طولانی شود، دانش آموزان فراموش می کنند که باید عدد به دست آمده را به بالا منتقل کنند.
- ۲- دانش آموزان فراموش می کنند عدد به دست آمده را دوبرابر کنند.
- ۳- ممکن است اعداد را از سمت چپ دو رقم دو رقم جدا کنند.



هدف کار در کلاس:

دانش آموزان با انجام دادن تمرین های بیش تر، مراحل محاسبه ی جذر را فرا گیرند و تبحر لازم را به دست آورند. در کار در کلاس بالای صفحه ی ۱۵ اعداد با ارقام زوج و در کار در کلاس پایین صفحه اعداد با ارقام فرد انتخاب شده اند. این فعالیت، قبل از تدریس جذر تقریبی توصیه می شود.



فعالیت موازی:

در جای خالی، از بین ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ بزرگ ترین عدد ممکن را قرار دهید. روش کار خود را توضیح دهید.

$$\begin{array}{ll} 256 < 7 \bigcirc \times \bigcirc & 8561 < 25 \bigcirc \times \bigcirc \\ 38 < 2 \bigcirc \times \bigcirc & 896 < 3 \bigcirc \times \bigcirc \\ 85 < 9 \bigcirc \times \bigcirc & \end{array}$$



توسعه:

- ۱- جذر اعداد بین صفر و یک، از خود عدد بزرگ تر است.
- ۲- اعداد منفی جذر ندارند.
- ۳- برای یافتن جذر یک عدد مثلاً ۱۷ تا دو رقم اعشار، می توان جذر ۱۷۰ را تا یک رقم اعشار به دست آورد و چون جذر ۱۷ یک دهم جذر ۱۷۰ است، می توان حاصل را در ۱/۱ ضرب کرد و به جذر ۱۷ دست یافت.

کار در کلاس

جذر هر یک از عددهای زیر را با تقریب قصصی کمتر از ۱ حساب کنید.

$$\begin{array}{r} \sqrt{1592} \quad 39 \\ 79 \overline{) 1592} \\ \underline{158} \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2417} \quad 49 \\ 49 \overline{) 2417} \\ \underline{2401} \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{7803} \quad 88 \\ 88 \overline{) 7803} \\ \underline{7744} \\ 59 \end{array}$$

اکنون با کامل کردن معادله های رویه رو، جذر ۷۹۶ را بدست آورید.

دو رقم ۰۰ را جدا کنید: یک رقم ۷ باقی می ماند.

جذر تقریبی ۷ را بنویسید و مجذور آن را از ۷ کم کنید.

دو رقم بعدی را پایین بنویسید: عدد ۲۹۶ به دست می آید. عدد ۲ را دو برابر کنید، از رقم یکان ۲۹۶ صرف نظر کنید و ۲۹ را بر دو برابر ۲ تقسیم کنید. خروج قسمت یعنی ۱۲ را در سمت راست ۲ بنویسید و حاصل ضرب ۲۹ × ۱۲ را با ۲۹۶ مقایسه کنید.

چون حاصل ضرب ۲۹ × ۱۲ بیشتر است، به جای ۱۲، عدد ۸ را در دو رقم ۲۹ بنویسید. حاصل ضرب ۲۹ × ۸ را از ۲۹۶ کم کنید و باقی مانده را پیدا کنید.

حالا ۸ را در سمت راست ۲ بنویسید، و رابطه ی مقابل را کامل کنید: $\sqrt{796} = 28$

کار در کلاس

جذر هر یک از عددهای زیر را با تقریب قصصی کمتر از ۱ بدست آورید.

$$\begin{array}{r} \sqrt{511} \quad 22 \\ 22 \overline{) 511} \\ \underline{484} \\ 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{401} \quad 20 \\ 20 \overline{) 401} \\ \underline{400} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{875} \quad 29 \\ 29 \overline{) 875} \\ \underline{841} \\ 34 \end{array}$$

حساب و معادله های امتداد

فعالیت خارج از کلاس:

- ۱- از دانش آموزان بخواهید درباره ی روش جدید محاسبه ی جذر تحقیق کنند و در حد توانایی خود، آن را توضیح دهند.
- ۲- از آنان بخواهید مطلب گفته شده در بخش توسعه را به کمک ماشین حساب تحقیق کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

- ۱- دانش آموزان می توانند جذرهای کار در کلاس صفحه ی قبل را به کمک ماشین حساب به دست آورند و با پاسخ خود مقایسه کنند.
- ۲- مطالب گفته شده در بخش توسعه را می توان به کمک ماشین حساب تحقیق کرد.

شروع کنید:



از دانش آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به سؤال آن پاسخ دهند. انتظار می رود بعد از انجام دادن فعالیت، دانش آموزان نتیجه گیری می کنند که «وقتی عددی را مجذور می کنیم تعداد ارقام بعد از ممیز آن زوج است؛ چه تعداد ارقام در عدد فرد باشد مثل $۰/۶$ و چه زوج باشد مثل $۰۲/۱۵$ »

آموزش دهید:



یک عدد اعشاری را که تعداد ارقام بعد از ممیز آن فرد است، بنویسید و مانند مثال مطرح شده در صفحه ی ۱۶، مراحل محاسبه ی جذر را برای دانش آموزان توضیح دهید.

پرسید!



آیا جذر $۱۸/۵$ می تواند عدد ۴۳ باشد؟ چرا؟

توصیه های آموزشی:



۱- بر عمل بازگشت به عقب تأکید کنید. دانش آموزان با بازگشت به عقب، به اشتباهات احتمالی خود پی می برند.

اشتباهات رایج دانش آموزان:



۱- دانش آموزان اغلب فراموش می کنند که برای اعدادی که ارقام بعد از ممیز آن ها فرد است، بعد از اعشار، صفر بگذارند.
۲- دانش آموزان فراموش می کنند ممیز لازم در پاسخ و ممیز لازم در باقی مانده را منظور کنند.

هدف کار در کلاس:



در کار در کلاس صفحه ی ۱۶، تمرین هایی مطرح شده است تا دانش آموزان تبحر لازم را در محاسبه ی جذر اعشاری به دست آورند.

این فعالیت قبل از محاسبه ی جذر اعشاری توصیه می شود.

فعالیت موازی:



در جای خالی، علامت $< > =$ بگذارید.

$$۴/۸ \bigcirc ۴/۸۰ \quad ۱۲/۲۱۸ \bigcirc ۱۲/۲۱۸۰$$

جذر اعداد اعشاری

فعالیت

به مجذور هر یک از عددهای اعشاری زیر توجه کنید.

$$(۰/۱۶)^2 = ۰/۲۵۶ \quad (۱/۱۲)^2 = ۱/۱۴۴ \quad (۲/۱۵)^2 = ۴/۲۲۵$$

بین عدد ریشه های اعشاری در دو طرف تساوی، چه رابطه ای می بینید؟ در سمت راست تساوی، عدد ریشه های اعشاری دو برابر عدد ریشه های اعشاری سمت چپ شده است.

مشاهده می کنید که اگر یک عدد اعشاری را مجذور کنید، تعداد ریشه های اعشاری مجذور زوج است. پس، رای باقی جبر یک عدد اعشاری، ابتدا به تعداد ریشه های اعشاری آن توجه می کنید. در صورتی که تعداد ارقام اعشاری آن فرد باشد، یک صفر در سمت راست آن قرار می دهیم تا تعداد ارقام اعشاری زوج شود. اکنون بدون در نظر گرفتن ممیز، جذر را محاسبه می کنیم.

در آخر، ممیز جذر و باقی مانده را درج می کنیم. با توجه

به این که همواره

۱- تعداد ارقام اعشاری جذر، نصف تعداد ارقام اعشاری عدد اصلی است.

۲- تعداد ارقام اعشاری باقی مانده، مساوی تعداد ارقام اعشاری عدد اصلی است. اکنون جذر مقابل را کمال کنید.

کار در کلاس

جذرهای زیر را تا یک رقم اعشار حساب کنید.

$\sqrt{۷۲/۰۰} = ۸/۵$	$\sqrt{۸/۴۰} = ۲/۸$	$\sqrt{۹۹/۷۰} = ۹/۵$
$۸ \times ۸ = ۶۴$	$۲ \times ۲ = ۴$	$۹ \times ۹ = ۸۱$
$۷۲ - ۶۴ = ۸$	$۸۰ - ۴۰ = ۴۰$	$۷۰ - ۸۱ = ۱۱$
۸۵	۲۸	۹۲
$۸۵ \times ۵ = ۴۲۵$	$۲۸ \times ۸ = ۲۲۴$	$۹۲ \times ۲ = ۱۸۴$
۸۵	۲۸	۹۲
۸۵	۲۸	۹۲

۱۶

جذر اعداد اعشاری

ایجاد انگیزه کنید:



از دانش آموزان بخواهید حاصل جذرهای کار در کلاس صفحه ی قبل را با ماشین حساب نیز به دست آورند. آن ها ملاحظه خواهند کرد که پاسخ هایشان فقط تا ارقام قبل از ممیز با عدد به دست آمده توسط ماشین حساب یکسان است. از آن ها پرسید: چگونه بدون استفاده از ماشین حساب، ارقام بعد از اعشار را به دست آوریم؟

هدف فعالیت:



هدف از انجام دادن فعالیت آن است که دانش آموزان به این نتیجه برسند که وقتی عددی را مجذور می کنیم، همیشه مقدار ارقام بعد از ممیز آن زوج است.

۴۰۴۰

۱۵/۱۶۰ ۱۵/۱۶۰

از فعالیت بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

توسعه:



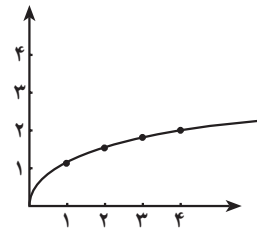
دانش‌آموزان می‌توانند به کمک فرمول زیر میزان خطا را در دو روش بیان شده (سال گذشته و امسال) به دست آورند.

$$100 \times \frac{|\text{جواب به دست آمده} - \text{جواب اصلی}|}{\text{جواب اصلی}} = \text{درصد خطا}$$

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



۱- از دانش‌آموزان بخواهید نمودار زیر را با استفاده از رایانه یا به صورت دستی، روی کاغذ متغیری رسم کنند و درباره‌ی نمودار به دست آمده در کلاس بحث کنید.



۲- با ماشین حساب، میزان دقت روش اول و دوم را در چند مثال، بررسی و درصد خطا را محاسبه کنند.

$$100 \times \frac{|\text{جواب به دست آمده} - \text{جواب اصلی}|}{\text{جواب اصلی}} = \text{درصد خطا}$$

۳- ریشه‌ی n ام یک عدد را به کمک ماشین حساب به دست آورند.

امتحان جذر

اگر یک جذر را درست انجام داده باشید،
الف- دو برابر جذر به اضافه‌ی ۶ از باقی‌مانده‌ی جذر بزرگتر است.
ب- معنوی جذر به اضافه‌ی باقی‌مانده، معنوی عدد داده شده است.

$$\begin{array}{r} \sqrt{1338} \\ 37 \\ \underline{1338} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 37 \times 2 = 74 \\ 37 \times 7 = 259 \\ 37 \times 6 = 222 \end{array}$$

اگر در محاسبه‌ی جذر پشروی داشته باشید یا بخواهیم جذر یک عدد اعشاری را بگیریم، در مورد قسمت الف قبل از درج سرخط، امتحان جذر را انجام می‌دهیم.

کتاب در کلاس

در کدام یک از موارد زیر، جذر درست محاسبه شده است؟ الف- ب- ج-

$$\begin{array}{r} \sqrt{1338} \\ 37 \\ \underline{1338} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 37 \times 2 = 74 \\ 37 \times 7 = 259 \\ 37 \times 6 = 222 \end{array}$$

الف- ب- ج-

$$\begin{array}{r} \sqrt{1338} \\ 37 \\ \underline{1338} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 37 \times 2 = 74 \\ 37 \times 7 = 259 \\ 37 \times 6 = 222 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1338} \\ 37 \\ \underline{1338} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 37 \times 2 = 74 \\ 37 \times 7 = 259 \\ 37 \times 6 = 222 \end{array}$$

امتحان جذر

ایجاد انگیزه کنید:



از دانش‌آموزان بپرسید: چگونه مطمئن شویم که

۱- حاصل جذر را درست به دست آورده‌ایم؟

۲- در هر مرحله درست عمل کرده‌ایم؟

مثلاً دانش‌آموزی ادعا می‌کند در محاسبه‌ی جذر ۱۴۳۸

حاصل جذر را ۳۷ و باقی‌مانده را ۶۹ به دست آورده

است؛ چگونه بدون محاسبه‌ی مجدد جذر مطمئن شویم که پاسخ

او درست است؟

شروع کنید:



بعد از ایجاد انگیزه‌ی لازم، کلاس را برای رسیدن به پاسخ

درست هدایت کنید.

اجازه دهید دانش‌آموزان به پاسخ صحیح دست یابند.

۲- در مورد اطمینان از محاسبه‌ی جذر مرحله به مرحله توضیح دهید که اگر جذر به پیشروی نیاز داشت، بدون درج ممیز امتحان جذر را انجام می‌دهیم.

۳- محاسبه‌ی جذرهای عجیب و غریبی مانند $\sqrt{0.000001}$ را از دانش‌آموزان بخواهید. در این موارد می‌توان از ماشین حساب استفاده کرد.

۴- دانش‌آموزان قبل از انجام دادن محاسبه‌ی جذر، تعداد اعشار در خارج قسمت و تعداد اعشار در باقی‌مانده را حدس بزنند یا حدود جواب را تخمین بزنند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

۱- در محاسبه‌ی امتحان جذر، دانش‌آموزان به جای مجذور، جواب حاصل را دو برابر می‌کنند.

۲- در پیشروی جذر، اعشار باقی‌مانده را فراموش می‌کنند و امتحان جذر نادرست به‌دست می‌آید.

هدف کار در کلاس:

در کار در کلاس صفحه‌ی ۱۷، دانش‌آموزان امتحان جذر را فراگیرند و در آن تبحر لازم را به‌دست آورند.
در کار در کلاس صفحه‌ی ۱۸، خود، مقدار جذر را محاسبه و جواب به‌دست‌آمده را امتحان کنند.

توصیه‌های آموزشی:

دانش‌آموزان با حل کردن تمرین‌های صفحه‌ی ۱۸ توانایی و مهارت بیش‌تری در محاسبه‌ی جذر و امتحان کردن پاسخ خود به‌دست می‌آورند. با حل کردن مسائل صفحه‌ی ۱۸، آنان طی مثال‌هایی کاربردی، موارد استفاده‌ی جذر را مشاهده می‌کنند.

این فعالیت، قبل از تدریس دقیق روش امتحان جذر توصیه می‌شود. در واقع، این فعالیت نیز نوعی امتحان است که فقط درباره‌ی تعداد ممیزها انجام می‌شود.

فعالیت موازی:

در هر مورد، تعداد اعشار جواب و تعداد اعشار باقی‌مانده

را بدون پیشروی حدس بزنید. علت را توضیح دهید.

روش سال گذشته، جذر تقریبی آن‌ها را محاسبه کرده و جواب را امتحان کنید.

۲- تحقیق کنید که چرا (دو برابر خارج قسمت + یک)، باید از باقی مانده در هر مرحله بزرگ‌تر باشد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



۱- دانش‌آموزان به کمک ماشین حساب، کار در کلاس صفحه‌ی ۱۷ و ۱۸ را حل کنند.

عدد	تعداد اعشار پاسخ	تعداد اعشار باقی مانده
$\sqrt{0/89}$		
$\sqrt{2/3541}$		
$\sqrt{0/0006}$		
$\sqrt{0/012}$		
$\sqrt{0/8}$		

فعالیت خارج از کلاس:



۱- از دانش‌آموزان بخواهید سه عدد را انتخاب کنند و به

یادداشت معلم

مجموعه‌ی عددهای صحیح

موضوعات در یک نگاه

این درس مروری بر دروس اعداد صحیح کلاس‌های اول و دوم راهنمایی است. فقط قسمت شروع درس که در آن، به کاربردن زبان ریاضی برای نمایش مجموعه تبیین شده است، تازگی دارد. هدف از طرح قسمت‌های جمع و تفریق عددهای صحیح که در ادامه آمده است، صرفاً ایجاد مهارت در انجام دادن محاسبه‌ها و استفاده از آن در درس‌های بعدی از جمله اعداد گویا و عبارت‌های جبری آورده شده است.

اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود که هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.
- ۱- مجموعه‌ی عددهای صحیح را بشناسد و آن‌ها را تشخیص دهد.
 - ۲- با استفاده از زبان ریاضی، مجموعه‌های اعداد صحیح را بیان کند و اعضای آن‌ها را بنویسد.
 - ۳- جمع عددهای صحیح را با مهارت انجام دهد.
 - ۴- تفریق عددهای صحیح را با مهارت انجام دهد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

- توضیح دهید.
- ۱- حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.
- $$-3 + 6 - 9 + 12 - 15 + 18 - \dots - 99 + 102 =$$
- $$1 - (-4 - (-4 + 3)) =$$
- ۲- حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید. راه‌حل خود را
- ۳- مجموعه‌های زیر را با اعضا نمایش دهید.
- $$\{x | x \in B, x < \phi\}, B = \{x | x \in \mathbb{Z}, -10 \leq x < 1\}$$
- $$-8 - (-4) - 31 + (-4) + 7 =$$

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث مجموعه‌ی عددهای صحیح

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
نمادهای ریاضی Zahlen	کتاب‌های ریاضی اول و دوم راهنمایی	<ul style="list-style-type: none"> مطالعه‌ی متن یادآوری عددهای صحیح انجام‌دادن کار در کلاس برای تشخیص عددهای صحیح انجام‌دادن فعالیت برای به‌کاربردن نمادهای ریاضی انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین به‌کاربردن نمادها 	<ul style="list-style-type: none"> مجموعه‌ی عددهای صحیح را بشناسند و عددهای صحیح را تشخیص دهد محور اعداد صحیح را رسم کند و نقطه‌ی نمایش اعداد را بیابد. مجموعه‌های اعداد صحیح را با زبان ریاضی نمایش دهد. مفاهیم مربوط به اعداد صحیح سال‌های گذشته را به یاد آورد. 	<ul style="list-style-type: none"> مجموعه عددهای صحیح نمادهای ریاضی برای نمایش مجموعه 	۱۹ ۲۰ ۲۱ ۲۲	نمایش مجموعه‌ی عددهای صحیح
—	کتاب ریاضی دوم	<ul style="list-style-type: none"> مطالعه‌ی متن در مورد مختصرنویسی انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین مختصرنویسی مطالعه‌ی متن برای یادآوری جمع انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین جمع عددهای صحیح 	<ul style="list-style-type: none"> مفاهیم مربوط به جمع عددهای صحیح سال‌های گذشته از جمله بردار، جمع متناظر با بردار، مختصرنویسی و خواص عمل جمع را به یاد آورد. جمع عددهای صحیح را با مهارت انجام دهد. 	<ul style="list-style-type: none"> جمع عددهای صحیح 	۲۲ ۲۳	جمع عددهای صحیح
—	کتاب ریاضی دوم	<ul style="list-style-type: none"> مطالعه‌ی متن یادآوری تفریق انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین تبدیل تفریق به جمع انجام‌دادن فعالیت برای درک محاسبه‌ی تفریق انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین محاسبه‌ی تفریق 	<ul style="list-style-type: none"> مفاهیم مربوط به تفریق عددهای صحیح سال‌های گذشته از جمله تفریق متناظر با بردار، تبدیل تفریق به جمع و محاسبه مختصرنویسی تفریق را به یاد آورد. تفریق عددهای صحیح را با مهارت انجام دهد. 	<ul style="list-style-type: none"> تفریق عددهای صحیح 	۲۴ ۲۵ ۲۶	تفریق عددهای صحیح

ارزیابی می‌شود. تعلق یا عدم تعلق یک عدد به این مجموعه، تشخیص دادن این که بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو این مجموعه چه اعدادی هستند، تقسیم کردن افراد این مجموعه به سه مجموعه‌ی اعداد صحیح مثبت، اعداد صحیح منفی و صفر و همچنین یافتن ۱ و ۱ به عنوان کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت و بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، هریک جنبه‌ای از شناخت این مجموعه را آشکار می‌کند.

هدف فعالیت:

در این فعالیت، زیر مجموعه‌های مجموعه اعداد صحیح به دو صورت – با نشان دادن اعضا و با نمادهای ریاضی – نشان داده شده‌اند. دانش‌آموزان پس از انجام دادن فعالیت، باید بتوانند این دو صورت نمایش را به یک‌دیگر تبدیل کنند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را به طور دقیق بخوانند و مراحل آن را اجرا کنند. در این فعالیت، ممکن است نوشتن یک مجموعه با نمادهای ریاضی برای دانش‌آموزان مشکل باشد. پس از این که هر گروه به اندازه‌ی کافی درباره‌ی فعالیت هم‌فکری کرد شما می‌توانید نکاتی را در کلاس مطرح کنید و در واقع یک جمع‌بندی از فعالیت ارائه دهید. در این جمع‌بندی بر نکات زیر تأکید کنید:

۱- مجموعه‌ای که با نمادهای ریاضی در این فعالیت نشان داده شده، مجموعه‌ای از اعداد است.

۲- علامت (ا) که خوانده می‌شود، به‌طوری که، قبل از همه‌ی توضیحات قرار می‌گیرد.

۳- برای نشان دادن عضوهای مجموعه باید یک متغیر را انتخاب کرد و درباره‌ی آن توضیح داد؛ مثلاً x به‌طوری که نامساوی $-3 < x < 4$ یعنی x بین -3 و 4 است و برابر -3 و 4 ، اما $-3 < x < 4$ ، یعنی x بین -3 و 4 است و عددهای -3 و 4 در این مجموعه هستند. در توضیحات، باید بگوییم x عضو چه مجموعه‌ای است؛ مثلاً اگر در مجموعه‌ی $A = \{x | x \in \mathbb{Z} - 3 < x < 4\}$ عبارت $x \in \mathbb{Z}$ را بنویسیم، $-1/2$ ، $+1/5$ و بسیاری عددهای دیگر نیز عضو مجموعه خواهند بود اما وقتی $x \in \mathbb{Z}$ را می‌نویسیم، یعنی مجموعه‌ی A زیرمجموعه‌ای از مجموعه‌ی اعداد صحیح است

نمایش مجموعه عددهای صحیح

ایجاد انگیزه کنید:

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که به مرور زمان و با پیشرفت علم، لزوم استفاده از اعداد منفی که مفاهیمی مانند سرما به عنوان نبود گرما و پایین‌تر از سطح دریا در مقابل ارتفاع از سطح دریا را به انسان القاء می‌کند، مطرح شد.

شروع کنید:

متن کتاب را در کلاس بخوانید؛ از دانش‌آموزان پرسید: علامت ... که در داخل مجموعه هست، به چه معناست؟ در این باره در کلاس گفت‌وگو کنید. سپس، از دانش‌آموزان بخواهید، تمرین کار در کلاس را حل کرده و پاسخ‌هایشان را در گروه بررسی کنند.

هدف کار در کلاس:

شناخت مجموعه اعداد صحیح با حل کردن این کار در کلاس،

مدرک تحصیلی: ریاضی

عدهای طبیعی جدول زیر را به ترتیب در جدولی نمودار قرار دهید. عدهای صحیح چیست آن‌ها را در زیر آن‌ها بنویسید.

عده طبیعی	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عده صحیح	1	2	3	4	5	6	7	8	9

فرمول: $m = \frac{a-b}{2}$

فرمول: $m = \frac{a+b}{2}$

تجربین

1. در هر یک از عبارت‌های زیر، یکی از نمادهای \in یا \notin را که درست است، بچسبانی.

فرار دهید و یک عبارت درست بنویسید.

$\frac{7}{5} \in \mathbb{N}$	$0 \in \mathbb{N}$	$-1 \in \mathbb{N}$	$1 \in \mathbb{N}$
$-\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$	$-(-1) \in \mathbb{N}$	$\frac{11}{-2} \in \mathbb{Z}$	$5^2 \in \mathbb{N}$
$5^2 \in \mathbb{Z}$	$-12 \in \mathbb{Z}$	$11 \in \mathbb{N}$	$12 \in \mathbb{N}$

2. جدولی در یک از مجموعه‌های زیر را با مشخص کردن اعضای آن‌ها بنویسید.

— مجموعه‌ای A شامل عدهای طبیعی بین 1 و 10: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

— مجموعه‌ای B شامل عدهای زوج بین 3 و 15: $\{3, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

— مجموعه‌ای C شامل فریبدهای اعشاری مجموعه‌ای A: $\{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$

$D = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$E = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$F = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$G = \{x | x \in \mathbb{N}, 5 \leq x\} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

$H = \{x | x \in \mathbb{Z}, x < 5\} = \{\dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$I = \{x | x \in \mathbb{Z}, -5 < x < 5\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$J = \{x | x \in \mathbb{N}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$

این مجموعه را با نمادهای ریاضی نیز می‌توان بیان کرد.

$\{x | x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 4\}$

$x \in \mathbb{Z}$ را می‌خوانیم که x عضو مجموعه‌ای Z است.

مجموعه‌ای اعداد صحیح که جکتری از 2- را با اعضا نمایش دهیم و روی محور مشخص کنید.

$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

این مجموعه را با نمادهای ریاضی نشان دهید.

$\{x | x \in \mathbb{Z}, x = -3\}$

کار در کلاس

1. هر یک از مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی مشخص کنید.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq 5\}$

$B = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\} = \{x | x \in \mathbb{Z}, x < -1\}$

$C = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \geq -7\}$

2. مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

$D = \{x | x \in \mathbb{Z}, 0 < x < 5\} = \{1, 2, 3, 4\}$

$E = \{x | x \in \mathbb{Z}, x < 6\} = \{\dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$F = \{x | x \in \mathbb{Z}, x > -2\} = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

3. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. هر جا لازم است از مجموعه‌ای بالا استفاده کنید.

$5 \in \mathbb{Z}$ $-6 \in \mathbb{N}$ $-3 \in \mathbb{Z}$

$-5 \in \mathbb{N}$ $-10 \in \mathbb{B}$ $11 \in \mathbb{C}$

$7 \in \mathbb{D}$ $6 \in \mathbb{E}$ $0 \in \mathbb{F}$

4. فریبدهای عدهای زیر را بنویسید.

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

هدف کار در کلاس:

تمرین کار در کلاس 1 با هدف ایجاد مهارت در یافتن مجموعه به زبان ریاضی با استفاده از مجموعه‌ای است که با اعضایش مشخص شده و کار در کلاس 2 با هدفی عکس تمرین اول طرح شده است. در تمرین دوم، دقت در پیدا کردن صحیح کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو مجموعه بسیار مهم است. هدف کار در کلاس 3، تشخیص دادن تعلق یا عدم تعلق یک عدد به یک مجموعه است؛ مجموعه‌ای که ممکن است با اعضا یا با استفاده از نمادهای ریاضی نمایش داده شده باشد. کار در کلاس 4، رابطه‌ی میان اعداد صحیح را نشان می‌دهد.

توصیه‌های آموزشی:

سرگرمی ریاضی این قسمت بسیار جالب است. نمودار ارائه‌شده میان اعداد طبیعی و اعداد صحیح تناظر یک به یک برقرار کرده است. جالب است بدانید در ریاضی تعداد اعضای

و اعضای آن به Z تعلق دارند.

پس از تأکید بر نکات فعالیت، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به صورت فردی حل کنند و سپس، در گروه به بررسی پاسخ‌ها بپردازند. سرگرمی ریاضی و تمرین را به عنوان تکلیف منزل مطرح کنید.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

بسیاری دانش‌آموزان از علامت‌های $<$ یا $>$ درست استفاده نمی‌کنند و مثلاً برای مجموعه‌ی $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ می‌نویسند: $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x > 4\}$ که درست نیست و باید بنویسند $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq 4\}$ یا $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \geq 0\}$. برخی از دانش‌آموزان نیز مجموعه‌ها را زیرمجموعه‌ی اعداد طبیعی در نظر می‌گیرند و مثلاً برای $E = \{x | x \in \mathbb{Z}, x < 5\}$ می‌نویسند: $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ که درست نیست و باید بنویسند: $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

فعالیت خارج از کلاس:



از دانش‌آموزان بخواهید چند نقطه‌ی سردسیر و چند نقطه‌ی گرمسیر جهان را روی نقشه‌ی جغرافیا نشان دهند و طول و عرض جغرافیایی آن‌ها را با اعداد مثبت و منفی بیان کنند. همچنین، با استفاده از رسانه‌های عمومی، دمای هوای آن‌ها را در یک روز یا به‌طور متوسط در یک فصل به‌دست آورند.

جمع عددهای صحیح

ایجاد انگیزه کنید:



با توجه به این که دانش‌آموزان با جمع اعداد صحیح در سال‌های قبل آشنا شده‌اند، می‌توانید کلاس را به چند گروه تقسیم کنید و مسابقه‌ای ترتیب دهید. مسابقه را می‌توان با پرسش از یک گروه آغاز کرد، آن گروه پس از پاسخ‌گویی باید پاسخ یک جمع را از گروه بعدی و هر گروه، آن‌را از گروه بعد از خود بخواهد و این دور ادامه یابد. هر گروهی که در مدت مقرر شده نتوانست پاسخ جمع مطرح شده را به‌دست آورد، از مسابقه خارج می‌شود؛ تا جایی که تنها یک گروه برنده باقی می‌ماند.

شروع کنید:



با استفاده از مثال‌های کتاب، مختصرنویسی جمع‌های علامت‌دار را در کلاس یادآوری کنید. سپس، از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا کار در کلاس را به‌طور فردی حل کنند و سپس، به بررسی درستی پاسخ‌هایشان در گروه بپردازند.

هدف کار در کلاس:



کار در کلاس ۱ برای کسب مهارت در مختصرکردن یک جمع علامت‌دار و کار در کلاس ۲ برای نشان‌دادن این که عبارت مختصر را نیز می‌توان به‌صورت جمع برگرداند، مطرح شده است. کار در کلاس ۲ می‌تواند زمینه‌ای برای مبحث تفریق آماده کند.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بپرسید: در جمع دو عدد صحیح چند حالت

آیا در هر کدام از مجموعه‌های زیر، در صورتی که کوچک‌ترین عضو وجود دارد، آن‌را مشخص کنید.

۱- مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی بنویسید.

$\{x \in \mathbb{Z} : x = -9\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = -4\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = -1\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = 0\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = 1\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = 4\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = 9\}$

۲- مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی بنویسید.

$\{x \in \mathbb{Z} : x = -9\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = -4\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = -1\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = 0\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = 1\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = 4\}$ $\{x \in \mathbb{Z} : x = 9\}$

جمع عددهای صحیح

جمع عددهای صحیح و گویا را با استفاده از محور اعداد، برای نوشتن جمع عددهای علامت‌دار، مختصرنویسی می‌کنیم و فقط عددها را با علامتشان به دنبال یک‌دیگر می‌نویسیم. مانند نمونه‌ها، عبارت‌ها را مختصر کنید.

$(+12) + (-8) = 12 - 8 = 4$ $(+\frac{3}{5}) + (-\frac{1}{5}) = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

$(-8) + (+5) = -8 + 5 = -3$ $(-\frac{4}{7}) + (+\frac{3}{7}) = -\frac{4}{7} + \frac{3}{7} = -\frac{1}{7}$

$(-7) + (-11) = -7 - 11 = -18$ $(-5) + (-\frac{1}{5}) = -5 - \frac{1}{5} = -5\frac{1}{5}$

کار در کلاس

۱- عبارت‌های زیر را با برداشتن برتن، مختصر کنید.

$(-8) + (+12) = -8 + 12 = 4$ $(+12) + (-8) = 12 - 8 = 4$

$(+\frac{3}{5}) + (-\frac{1}{5}) = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ $(-8) + (+5) = -8 + 5 = -3$

$(-\frac{4}{7}) + (+\frac{3}{7}) = -\frac{4}{7} + \frac{3}{7} = -\frac{1}{7}$ $(-12) + (-9) = -12 - 9 = -21$

$(-\frac{5}{6}) + (+\frac{2}{6}) = -\frac{5}{6} + \frac{2}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$ $(+\frac{8}{10}) + (-\frac{3}{10}) = \frac{8}{10} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

مجموعه‌ی اعداد طبیعی و تعداد اعضای مجموعه‌ی اعداد صحیح مساوی است؛ چون بین آن‌ها تناظر یک به یک برقرار است.

مجموعه‌ی اعداد طبیعی و تعداد اعضای مجموعه‌ی اعداد صحیح مساوی است؛ چون بین آن‌ها تناظر یک به یک برقرار است.

توسعه:



۱- آیا همه‌ی زیرمجموعه‌های \mathbb{N} دارای کوچک‌ترین عضو و بزرگ‌ترین عضو؟ زیرمجموعه‌های \mathbb{Z} چه‌طور؟ درباره‌ی این سؤال در کلاس بحث کنید.

۲- اعداد صحیح مثبت (\mathbb{Z}^+) و اعداد صحیح منفی (\mathbb{Z}^-) را می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد.

$$\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N} \quad \mathbb{Z}^- = \{-x | x \in \mathbb{N}\}$$

۳- در نوشتن مجموعه به زبان ریاضی، می‌توان برحسب نیاز تغییراتی ایجاد کرد؛ مثلاً

$$\{x | x \in 2k, k \in \mathbb{N}\} = \{2k | k \in \mathbb{N}\}$$

مثال‌های دیگری هم می‌توان زد.

۱۲- با گذشتن رانتر، هر کدام از عبارت‌های زیر را به صورت مجموع دو عدد علامت‌دار بنویسید.

$$-8 + 17 = (-8) + (+17) \quad 3 - 12 = (+3) + (-12)$$

$$+9 - 5 = (+9) + (-5) \quad -17 - 15 = (-17) + (-15)$$

$$-\frac{8}{9} + \frac{4}{9} = (-\frac{8}{9}) + (+\frac{4}{9}) \quad +\frac{1}{9} - \frac{5}{9} = (+\frac{1}{9}) + (-\frac{5}{9})$$

$$+\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = (+\frac{7}{9}) + (-\frac{4}{9}) \quad -\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = (-\frac{7}{9}) + (-\frac{4}{9})$$

اینک روشی محلی برای حاصل جمع را یادآوری می‌کنیم. گاهی با برداشتن رانتر و جایابی مجموع دو عدد صحیح به جمع یا تفریق عددهای طبیعی تبدیل می‌شود. در این موارد، محاسبه حاصل جمع به سادگی انجام می‌شود.

$$(+12) + (+4) = 12 + 4 = 16$$

$$(+13) + (-2) = 13 - 2 = 11$$

$$(-5) + (+8) = -5 + 8 = 8 - 5 = 3$$

هرگاه با برداشتن رانتر، جمع یا تفریق عددهای به دست بیاید، از قرینه‌ی استفاده می‌کنیم. قرینه‌ی عبارت‌ها را به همان حالت‌های بالا تبدیل می‌کند.

$$(-12) + (-4) = -(12 + 4) = -16$$

$$(-13) + (+2) = -(13 - 2) = -11$$

$$(+5) + (-8) = 5 - 8 = -(8 - 5) = -3$$

کار در کلاس

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$13 - 9 = 4 \quad -7 + 10 = 3 \quad -5 - 7 = -12$$

$$-8 + 7 = -1 \quad -9 + 9 = 0 \quad -9 + 9 = 0$$

$$95 - 85 = 10 \quad -87 - 85 = -172 \quad 97 - 113 = -16$$

۲- حاصل جمع‌های زیر را حساب کنید. ابتدا با برداشتن رانتر، آن‌ها را مختصر کنید و سپس، مقدار بالا حاصل جمع را به دست آورید.

$$(-12) + (+17) = 5 \quad (-12) + (+4) = -8$$

$$(-9) + (-7) = -16 \quad (+9) + (-15) = -6$$

$$(-95) + (+85) = -10 \quad (-87) + (-88) = -175$$

حساب و مجموع عددهای علامت‌دار

وجود دارد مثلاً یک حالت این است که هر دو عدد مثبت باشند. اجازه دهید دانش‌آموزان حالت‌هایی را که دو عدد منفی هستند یا یکی مثبت و یکی منفی است، مطرح کنند. حالتی که یک عدد مثبت و عدد دیگر منفی است، به دو قسمت تقسیم می‌شود. یکی حالتی که قدرمطلق عدد مثبت بزرگ‌تر است و دیگری، حالتی که قدرمطلق عدد منفی بزرگ‌تر است.

با چند مثال، چگونگی یافتن حاصل جمع دو عدد را در هر چهار حالت ذکر شده، نشان دهید و از دانش‌آموزان بخواهید جمع‌بندی خود را در چند جمله در کلاس ارائه کنند. جمع‌بندی آن‌ها می‌تواند این باشد که در حالت اول که هر دو عدد مثبت‌اند، جمع مانند جمع طبیعی است و حاصل آن به دست می‌آید. در حالتی که یکی مثبت و دیگری منفی است و قدرمطلق عدد مثبت بیشتر است، جمع مانند تفریق اعداد طبیعی از یکدیگر است و حاصل آن را به راحتی می‌توان به دست آورد. دو حالت دیگر نیز با قرینه‌یابی به حالت‌های بالا تبدیل می‌شوند، وقتی هر دو عدد منفی باشند، با قرینه‌یابی به جمع دو عدد طبیعی و وقتی یکی از عددها منفی و دیگری مثبت و قدرمطلق عدد منفی بیشتر است، با قرینه‌یابی به تفریق دو عدد طبیعی تبدیل می‌شوند.

مثال:

$$(+2) + (+3) = 2 + 3$$

$$(-2) + (+3) = 3 - 2$$

$$(-2) + (-3) = -(2 + 3)$$

$$(+2) + (-3) = -(3 - 2)$$

پس از این جمع‌بندی، از دانش‌آموزان بخواهید به طور فردی به حل کردن تمرین کار در کلاس بپردازند و سپس، پاسخ‌هایشان را در گروه مقایسه و در صورت نیاز، اصلاح کنند.

هدف کار در کلاس:



هدف کار در کلاس اول، تمرین یافتن حاصل جمع‌هایی است که به طور مختصر نوشته شده‌اند. هدف کار در کلاس دوم، تمرین

مختصر کردن جمع و سپس یافتن حاصل است.

توسعه:



۱- پس از آن که دانش‌آموزان در جمع اعداد صحیح مهارت یافتند، می‌توانید جمع اعداد گویا را در کلاس مطرح کنید. درواقع، شیوه‌ی یافتن پاسخ یکی است:

$$-34 \times \frac{3}{5} + 256 \times \frac{7}{10} = ?$$

۲- می‌توانید از دانش‌آموزان بپرسید: $a - b$ $a, b \in \mathbb{N}$

و $b - a$ چه ارتباطی با هم دارند؟ از آن‌ها بخواهید دلیل پاسخشان را نیز بیان کنند.

را به جمع تبدیل می‌کنند و در کار در کلاس دوم، با همین شیوه حاصل تفریق را به دست می‌آورند.

هدف فعالیت:

در مختصر کردن تفریق دو عدد صحیح، عدد اول به صورت مختصر نوشته می‌شود و عددی که پس از علامت تفریق قرار گرفته است، قرینه می‌شود. این مطلب در این فعالیت با چند مثال نشان داده شده است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را به دقت بخوانند و چگونگی مختصر کردن عبارت‌های تفریق را با استفاده از آن فرا بگیرند و در چند جمله در گروه بیان کنند. سپس، به صورت گروهی به حل کردن کار در کلاس بپردازند. تمرین و سرگرمی ریاضی این قسمت را نیز به عنوان تکلیف منزل به آن‌ها توصیه کنید.

پرسید؟

از دانش‌آموزان پرسید: حاصل ۵-۶ برابر چه عددی است؟

هدف کار در کلاس:

هدف کار در کلاس اول، کسب مهارت در مختصر کردن عبارت‌های تفریق و هدف کار در کلاس دوم، ایجاد مهارت در یافتن حاصل تفریق با استفاده از همین شیوه است.

توصیه‌های آموزشی:

تمرین ۵، تمرین جالبی است؛ دقت کنید که دانش‌آموزان پاسخ درست و مستدل برای آن ارائه کنند.
سرگرمی ریاضی این قسمت - مانند سرگرمی ریاضی قبلی - ارتباط یک به یک اعداد را در قالب یک فلوجارت نشان داده است. شاید کشیدن فلوجارت‌های مشابه برای برخی دانش‌آموزان جالب و مفید باشد.

تلفیق با سایر دروس:

در علوم تجربی و در قسمت هواشناسی یا جغرافیا برای

تفریق عددهای صحیح

در مدل‌های قبل دیدیم که برای تفریق کردن عدد ۳ از عدد ۵، می‌توانیم قرینه ۳ را با ۵ جمع کنیم!

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

بنابراین، برای معکوس‌ی حاصل تفریق، ابتدا تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم و سپس، حاصل جمع را به دست می‌آوریم.

کار در کلاس

۱- با تبدیل تفریق به جمع، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

$$(-4) - (2) = (-4) + (-2) = -6$$

$$(-1) - (5) = (-1) + (-5) = -6$$

$$(-3) - (4) = (-3) + (-4) = -7$$

۲- تفریق‌های زیر را ابتدا به جمع تبدیل کنید و سپس با رد کردن پرانتز، حاصل آن‌ها را به دست آورید.

$$(-4) - (2) = -6$$

$$(-1) - (5) = -6$$

$$(-3) - (4) = -7$$

$$(-2) - (3) = -5$$

۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (2) = (-4) + (-2) = -6$$

$$(-1) - (5) = (-1) + (-5) = -6$$

۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (4) = (-3) + (-4) = -7$$

۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۱۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۱۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۱۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۱۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۱۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۱۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۱۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۱۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۱۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۱۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۲۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۲۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۲۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۲۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۲۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۲۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۲۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۲۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۲۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۲۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۳۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۳۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۳۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۳۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۳۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۳۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۳۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۳۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۳۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۳۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۴۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۴۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۴۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۴۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۴۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۴۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۴۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۴۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۴۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۴۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۵۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۵۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۵۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۵۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۵۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۵۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۵۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۵۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۵۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۵۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۶۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۶۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۶۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۶۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۶۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۶۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۶۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۶۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۶۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۶۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۷۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۷۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۷۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۷۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۷۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۷۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۷۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۷۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۷۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۷۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۸۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۸۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۸۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۸۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۸۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۸۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۸۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۸۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۸۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۸۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۹۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۹۱- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۹۲- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۹۳- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۹۴- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۹۵- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۹۶- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

۹۷- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-2) - (3) = (-2) + (-3) = -5$$

۹۸- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-1) - (4) = (-1) + (-4) = -5$$

۹۹- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-3) - (2) = (-3) + (-2) = -5$$

۱۰۰- تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(-4) - (1) = (-4) + (-1) = -5$$

تفریق عددهای صحیح

ایجاد انگیزه کنید:

باز هم مانند قسمت جمع عددهای صحیح، می‌توانید یک مسابقه ترتیب دهید که در آن سرعت و دقت انجام عملیات مهم باشد.

شروع کنید:

با استفاده از متن کتاب، چگونگی محاسبه‌ی حاصل تفریق اعداد صحیح را در کلاس یادآوری کنید. سپس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند و پاسخ‌ها را در گروه بررسی کنند.

هدف کار در کلاس:

در کار در کلاس اول دانش‌آموزان تفریق دو عدد صحیح

با توجه به این دو تساوی، چگونگی مختصر کردن عبارت‌های تفریق را نتیجه بگیرد. با استفاده از نتیجه‌ای که گرفته‌اید، تساوی‌ها را کُتل کنید.

$$\begin{aligned} 5+7 &= -7+7 & (-7) - (-7) &= 0 \\ 5+2 &= 3+2 & (-2) - (-2) &= 0 \\ (-7) - (-3) &= -9+3 & (-3) - (-3) &= 0 \end{aligned}$$

کاردرگشتی

۱- عبارت‌های زیر را با روش‌های برآورد مختصر کنید.

$$\begin{aligned} 5+7 &= -7+7 & (-7) - (-7) &= 0 \\ 5+2 &= 3+2 & (-2) - (-2) &= 0 \\ (-7) - (-3) &= -9+3 & (-3) - (-3) &= 0 \end{aligned}$$

۲- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را حساب کنید. ابتدا با روش‌های برآورد عبارت را مختصر کنید.

$$\begin{aligned} 5+7 &= -7+7 & (-7) - (-7) &= 0 \\ 5+2 &= 3+2 & (-2) - (-2) &= 0 \\ (-7) - (-3) &= -9+3 & (-3) - (-3) &= 0 \end{aligned}$$

تغییر

۱- هر یک از عبارت‌های زیر را ابتدا با روش‌های برآورد مختصر کنید و سپس، حاصل آن را حساب کنید.

$$\begin{aligned} 5+7 &= -7+7 & (-7) - (-7) &= 0 \\ 5+2 &= 3+2 & (-2) - (-2) &= 0 \\ (-7) - (-3) &= -9+3 & (-3) - (-3) &= 0 \end{aligned}$$

۲- هر یک از عبارت‌های زیر را تا می‌توانید، ساده کنید.

$$\begin{aligned} 5+7 &= -7+7 & (-7) - (-7) &= 0 \\ 5+2 &= 3+2 & (-2) - (-2) &= 0 \\ (-7) - (-3) &= -9+3 & (-3) - (-3) &= 0 \end{aligned}$$

۳- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$\begin{aligned} 5+7 &= -7+7 & (-7) - (-7) &= 0 \\ 5+2 &= 3+2 & (-2) - (-2) &= 0 \\ (-7) - (-3) &= -9+3 & (-3) - (-3) &= 0 \end{aligned}$$

۱- هر یک از مجموعه‌های زیر را به صورت‌هایی که قبلاً دیدیم، بنویسید. مشخص کنید که هر مجموعه کوچک‌ترین عضو یا بزرگ‌ترین عضو دارد یا نه.

الف- مجموعه‌ای اعداد صحیح بین ۵- و ۱+ $\{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$

ب- مجموعه‌ای اعداد صحیح مثبت $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$

پ- مجموعه‌ای اعداد صحیح منفی $\{-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, \dots\}$

۲- در جای خالی، علامت + یا - قرار دهید تا حاصل عبارت بزرگ‌ترین عدد ممکن شود.

$$-2 \square (-3) \square (-4) \square (-5) \square (-6) \square (-7) \square (-8) \square (-9) \square (-10)$$

تمرین گروهی و فردی

ارزیابی

عدد صحیح	عدد صحیح	عدد صحیح	عدد صحیح
۱۵	-۱	۲	۱
۱۱	-۱	۳	۲
۹	-۲	۱۲	۳
۲	-۳	۱۵	۴
۱۸	-۵	۱	۵
۱۲	-۶	۵	۶
۱۰	-۷	۶	۷
۱۰	-۸	۷	۸
۹	-۹	۸	۹

فرآیند

۱- عدد صحیح را بنویسید.

۲- عدد صحیح را بنویسید.

۳- عدد صحیح را بنویسید.

۴- عدد صحیح را بنویسید.

۵- عدد صحیح را بنویسید.

۶- عدد صحیح را بنویسید.

۷- عدد صحیح را بنویسید.

۸- عدد صحیح را بنویسید.

۹- عدد صحیح را بنویسید.

۱۰- عدد صحیح را بنویسید.

یافتن فاصله دمایی یا ارتفاعی یا ... از تفریق اعداد صحیح استفاده می‌شود.



استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در صورتی که دانش‌آموزان با برنامه‌نویسی آشنایی دارند، می‌توانید از آن‌ها بخواهید برنامه‌ی مربوط به فلوجارت‌های این بخش را بنویسند.

۱- تخمین زدن حاصل جمع و تفریق چند عدد صحیح را پیش از محاسبه در کلاس تمرین کنید.

$$-75 + 32 + 70 - 32 - 115 - 117 = ?$$

یادداشت معلم

دارند : ۱- تشخیص الگوی ارائه‌ی کار ۲- مهارت در کشیدن خطوط مناسب. از دانش‌آموزان بخواهید در این باره با هم گفت‌وگو کرده و بهترین راه را پیدا کنند.

طریقه‌ی کشیدن رسم

این رسم را می‌توان به ۹ مربع کوچک که الگوی مشابهی دارند، تقسیم کرد. دانش‌آموزان می‌توانند به کمک این شیوه ۹ مربع را مشابه هم رسم کنند و سپس با پاک کردن خطوط اضافه، رسم نهایی را به‌دست آورند. با نگاه کردن زاویه‌ای به صفحه می‌توان درستی امتدادهای رسم را بررسی کرد.

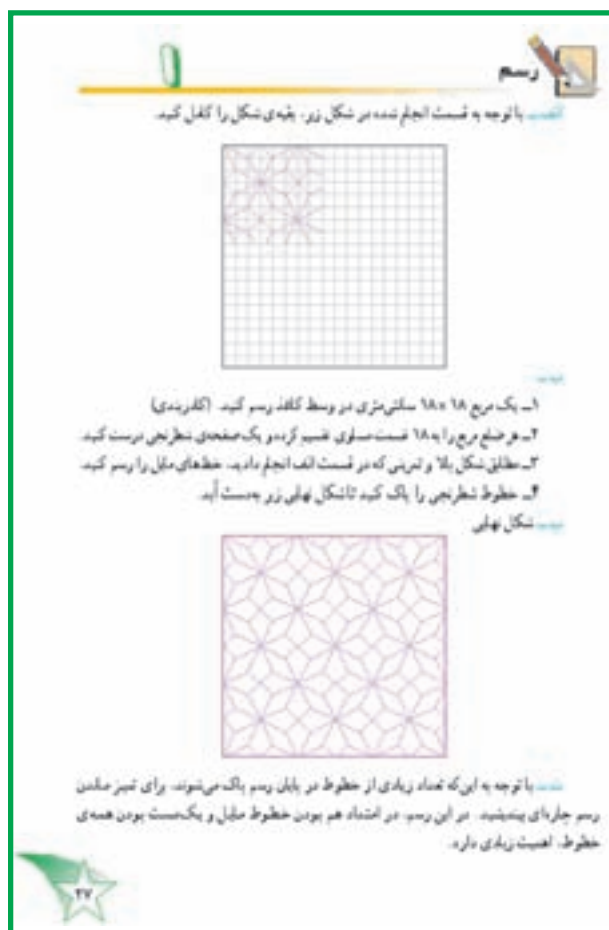
نکات مهم رسم

این رسم یکی از رسم‌های مشکل سال سوم به حساب می‌آید و نحوه‌ی پاک کردن خطوط در آن بسیار سخت است. شاید، استفاده از رایید یا خودکار برای کشیدن خطوط اصلی راه‌حلی قابل اجرا باشد. از دانش‌آموزان بخواهید راه‌حل مناسبی برای این مشکل پیدا کنند.

— خطوط این رسم کاملاً در امتداد یک دیگرند. کافی است به شکل نهایی به‌صورت زاویه‌ای نگاه کنید. با این شیوه امتداد خطوط به‌خوبی مشخص خواهد شد. از دانش‌آموزان بخواهید پس از کشیدن شکل نهایی، حتماً هم امتداد بودن خطوط را از زوایای مختلف بررسی کنند. در صورت دقیق بودن اندازه‌گیری‌ها، خطوط خودبه‌خود هم‌راستا خواهند بود.



این رسم را می‌توان به‌صورت رایانه‌ای نیز انجام داد یا الگوی دیگری را برای آن انتخاب کرد. از دانش‌آموزان بخواهید صفحه‌ی شطرنجی را با نظم دیگری به هم وصل کنند و این الگو را در ۸ مربع دیگر تکرار کنند. خلاقیت و توانایی دانش‌آموزان در طراحی نقوش جدید به آن‌ها کمک می‌کند.



رسم

این رسم، اولین رسم دانش‌آموزان در کلاس سوم راهنمایی است. البته دانش‌آموزان با صفحه‌ی رسم آشنایی دارند ولی چون مدتی است رسم نکشیده‌اند، بهتر است ابتدا قوانین رسم، طریقه‌ی کشیدن کادر و ... توسط خود آنان یادآوری شود. این رسم کمی پردرستر است، توجه داشته باشید که همراه این رسم، تکالیف زیادی از دانش‌آموزان نخواهید.

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید صفحه‌ی ۲۷ کتاب را مشاهده کنند و با توجه به رسم کشیده‌شده، قسمت الف را تکمیل کنند. توجه داشته باشید که در ابتدای کار، دانش‌آموزان به دو چیز نیاز

مجموعه‌ی عددهای گویا

موضوعات در یک نگاه

درس مجموعه‌ی عددهای گویا به‌طور کلی یادآوری مباحث کلاس دوم راهنمایی و هدف آن، ایجاد مهارت برای انجام دادن محاسبات است. در ابتدا مباحثی چون عددهای گویا، محور، بردار و قرینه یادآوری می‌شود و سپس مباحث تساوی کسرها و کسر علامت‌دار، روش‌های محاسباتی جمع و تفریق و ضرب و تقسیم عددهای گویا مطرح می‌شود. هدف نهایی این درس، مسلط کردن دانش‌آموزان بر محاسبات عددهای گویاست.

اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود که هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.
- ۱- مجموعه عددهای گویا را بشناسد و عدد گویا را از سایر عددها تشخیص دهد.
 - ۲- رابطه‌ی بین عددهای طبیعی، صحیح و گویا را بداند.
 - ۳- عددهای گویا و بردار گویا را روی محور اعداد نمایش دهد.
 - ۴- تساوی کسرهای علامت‌دار را با استفاده از محور، درک کند و جزء چهارم یک تساوی کسری را بیابد.
 - ۵- علامت کسر در صورت، مخرج یا پشت کسر را درک و به یک‌دیگر تبدیل کند.
 - ۶- جمع و تفریق عددهای گویا را با تسلط انجام دهد.
 - ۷- ضرب و تقسیم عددهای گویا را با تسلط انجام دهد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$$1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{3} =$$

$$-(-\frac{2}{3} - \frac{1}{5}) - \frac{1}{15} =$$

$$(-1\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{3}) \div (-\frac{1}{4}) =$$

۲- بردار $2\frac{1}{3}$ - ابتدا در $\frac{2}{3}$ را رسم کنید و متناظر با آن،

یک جمع و یک تفریق بنویسید.

۳- کدام عددهای زیر گویا نیستند؟

$$\sqrt{6/25} \quad -9 \quad -\sqrt{4} \quad \sqrt{16+9}$$

$$\frac{-8}{3} \quad -\frac{6}{3} \quad \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} \quad \sqrt{4+9}$$

شناسنامه‌ی مبحث مجموعه‌ی عددهای گویا

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
کسر عدد گویا	—	— مطالعه‌ی متن درباره‌ی تعریف عددهای گویا — انجام‌دادن کار در کلاس برای تشخیص عددهای گویا	— مجموعه‌ی عددهای گویا را بشناسد. — عدد گویا را از غیر گویا تشخیص دهد. — رابطه‌ی بین عدد گویا، عدد صحیح و عدد طبیعی را بداند.	عددهای گویا	۲۸ ۲۹	معرفی اعداد گویا
محور اعداد گویا	—	— مطالعه‌ی متن یادآوری محور اعداد گویا — انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین و پیدا کردن نقطه روی محور و نوشتن عدد متناظر	— نقطه‌ی نمایش هر عدد گویا را روی محور پیدا کند. — عدد متناظر با هر بردار گویا را بیان کند.	محور عددهای گویا	۲۹	محور اعداد گویا
تساوی کسرها کسر علامت‌دار	—	— مطالعه‌ی متن درباره‌ی یادآوری تساوی کسرها و کسر علامت‌دار — انجام‌دادن کار در کلاس برای نوشتن کسرهایی مساوی	— تساوی عددهای گویا را با استفاده از محور درک کند. — جزء چهارم یک تساوی کسری را پیدا کند. — تساوی $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$ را با محور درک کند.	تساوی عددهای گویا کسر علامت‌دار	۳۰ ۳۱	تساوی کسرها و کسر علامت‌دار
—	—	— مطالعه‌ی متن در مورد جمع و تفریق و تکمیل آن — انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین جمع و تفریق	— جمع و تفریق عددهای گویا را با تسلط انجام دهد.	جمع و تفریق عددهای گویا	۳۲ ۳۳	جمع و تفریق عددهای گویا
—	—	— مطالعه‌ی متن درباره‌ی ضرب و تقسیم و تکمیل آن — انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین ضرب و تقسیم کسرها	— ضرب و تقسیم عددهای گویا را با تسلط انجام دهد. — چهار عمل اصلی را به‌صورت ترکیبی در عبارتهای عددی انجام دهد.	ضرب و تقسیم عددهای گویا	۳۴ ۳۵ ۳۶	ضرب و تقسیم عددهای گویا

معرفی اعداد گویا

ایجاد انگیزه کنید:



یک مسابقه ترتیب دهید. کلاس را به گروه‌های چهار یا پنج نفری تقسیم کنید. مسابقه به این ترتیب است که هر گروه باید عددی بین دو عدد قبلی را پیدا کند و یک نفر هم روی تخته‌ی کلاس آن‌ها را به ترتیب بنویسد. بازی را با ۰ و ۲ آغاز کنید؛ گروه اول می‌تواند بگوید: $\frac{1}{3}$. گروه دوم باید عددی بین $\frac{1}{3}$ را بگوید؛ مثلاً $\frac{5}{6}$. گروه سوم عددی بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{6}$ بگوید و ...

شروع کنید:



با توجه به متن کتاب، اعداد گویا را معرفی و تعریف کنید و از دانش‌آموزان بخواهید علامت مورد نظر را در داخل \bigcirc قرار دهند.

بپرسید:



آیا اعداد $\frac{4}{5}$ و $-\frac{3}{25}$ گویا هستند؟ چرا؟
آیا π و $\sqrt{5}$ عدد گویا هستند؟ آیا $\sqrt{9}$ عددی گویاست؟ چرا؟

توصیه‌های آموزشی:



۱- یادآوری کنید که خط کسری به معنای تقسیم است؛

$$\frac{3}{4} = 0.75 \text{ یعنی}$$

۲- بهتر است مجموعه‌های N و Z را معرفی کنید.

۳- ارتباط Q, Z, N را مطرح کنید ($N \subset Z \subset Q$).

۴- تأکید کنید: $5 \in N, 5 \in Z, 5 \in Q$

$0 \notin N, 0 \in Z, 0 \in Q$

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:



۱- دانش‌آموزان چنین تصور می‌کنند که چون

$$\pi \approx \frac{3}{14}$$

۲- چون اعداد اعشاری می‌توانند گویا باشند، پس $\sqrt{2}$ که

به صورت یک عدد اعشاری مطرح می‌شود می‌تواند عددی گویا باشد.



مجموعه‌ی عددهای گویا

معرفی اعداد گویا

در سال گذشته، با کسرهایی بصورت $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ و نظائر آن‌ها آشنا شدیم. بطور کلی، هر عدد بصورت $\frac{a}{b}$ را که در آن a و b اعدادی صحیح باشند و $b \neq 0$ ، کسر می‌نامیم. هر عددی را که بتوان به شکل کسر نوشت، یک عدد گویاست.

در درس‌های بعدی، در مورد عددهایی مثل $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ و ... که نمی‌توان آن‌ها را بصورت کسر نشان داد، بیشتر توضیح خواهیم داد.

مجموعه‌ی عددهای گویا را با حرف Q نمایش می‌دهیم. عبارت‌ها را با Q یا \mathbb{Q} کتل کنید.

$\frac{1}{2} \in Q, -\frac{3}{4} \in Q, \frac{5}{6} \in Q, -\frac{7}{8} \in Q, \frac{9}{10} \in Q, -\frac{11}{12} \in Q$

کار در کلاس

۱- هر یک از عددهای زیر را بصورت کسر استاندارد بنویسید و در صورت امکان، آن‌ها را ساده کنید.

$-\frac{2}{3} = -\frac{2 \div 1}{3 \div 1} = -\frac{2}{3}, \frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}, -\frac{15}{25} = -\frac{15 \div 5}{25 \div 5} = -\frac{3}{5}, \frac{8}{10} = \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}, \frac{3}{4} = \frac{3 \div 1}{4 \div 1} = \frac{3}{4}$

۲- می‌دانیم که عددی گویاست، کدام یک از عددهای زیر گویا هستند؟

$-\frac{7}{8} \in Q, \frac{3}{4} \in Q, -\frac{5}{6} \in Q, \frac{9}{10} \in Q, \frac{11}{12} \in Q, -\frac{13}{14} \in Q$

۳- با حرف Q یا \mathbb{Q} کتل کنید.

هدف کار در کلاس:



دانش‌آموزان در این کار در کلاس به مفهوم کسر به عنوان تقسیم توجه می‌کنند و با اعدادی غیر از اعداد گویا آشنا می‌شوند. از طرفی، آنان متوجه می‌شوند که $\sqrt{4}$ چون برابر ۲ است، پس گویاست. مجموعه‌های N و Z یادآوری شده و ارتباط بین آن‌ها مطرح می‌شود.

فعالیت موازی:



مقدار اعداد $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{3}$ را به صورت یک عدد اعشاری

نمایش دهید. دانش‌آموزان پاسخ خواهند داد:

$$\frac{1}{4} \approx 0.25, \frac{2}{3} \approx 0.6666 \dots, \frac{5}{6} \approx 0.8333 \dots$$

از آن‌ها بخواهید به کمک ماشین حساب، حاصل $\sqrt{2}$ و

$\sqrt{5}$ زیر را به صورت عدد اعشاری نشان دهند. آن‌ها پاسخ

خواهند داد :

$$\sqrt{2} \approx 1/414213562 \text{ و } \sqrt{3} \approx 1/732050808$$

بین نمایش اعشاری اعداد سری اول و سری دوم چه تفاوتی

می بینید؟

پاسخ:

در نمایش اعشاری عبارت های کسری، یا به باقی مانده ی صفر می رسمیم - مانند $\frac{1}{4}$ - یا بعد از مدتی، رقم یا ارقامی تکرار می شوند ولی در نمایش اعشاری اعداد رادیکالی چنین نیست.

فعالیت موازی:



۱- در عبارت زیر در جای خالی، علامت $<$ یا $>$ بگذارید.

$$\frac{3}{10} \bigcirc \frac{1}{3}$$

برای بی بردن به جواب، چه راه حل هایی را پیشنهاد می کنید؟

یک روش برای به دست آوردن پاسخ، نمایش اعشاری $\frac{3}{10}$

و $\frac{1}{3}$ است. نمایش اعشاری آن ها را بنویسید و به سؤال پاسخ دهید.

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 =$$

$$(0/8)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^2 =$$

$$(0/125)^2 =$$

در محاسبات بالا، به توان رساندن $\frac{4}{5}$ آسان تر است یا $0/8$ ؟

به توان رساندن $\frac{1}{8}$ آسان تر است یا $0/125$ ؟

می دانیم که $\frac{4}{5} = 0/8$ و $\frac{1}{8} = 0/125$ ؛ از فعالیت بالا چه

نتیجه ای می گیرید؟

فعالیت موازی:



در جای خالی علامت $<$ یا $>$ بگذارید.

$$\frac{3}{10} \bigcirc \frac{1}{3}$$

برای این منظور، نمایش اعشاری $\frac{3}{10} = 0/3$ و نمایش

اعشاری $\frac{1}{3} = 0/33$ را می نویسیم؛ به نظر شما کدام بزرگ تر

است؟

توسعه:



۱- نمایش اعشاری اعداد کسری به صورت های زیر است.

(۱) اعداد اعشاری مختوم یا تحقیقی مثل $\frac{1}{4}$.

(۲) اعداد اعشاری متناوب ساده مثل $\frac{2}{3}$.

(۳) اعداد اعشاری متناوب مرکب مثل $\frac{5}{6}$ که دارای قسمت

تکراری و غیر تکراری بعد از اعشار است.

۲- به اعداد غیر گویا مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ و $1+\sqrt{2}$ و

$\sqrt{2} + \sqrt{5}$ اعداد اصم (گنگ) می گویند.

فعالیت خارج از کلاس:



۱- از دانش آموزان بخواهید درباره ی حرف Q که به عنوان

نام مجموعه اعداد گویا انتخاب شده است، تحقیق کنند و متضاد آن را بگویند.

۲- پیدا کردن فرمول های فیزیکی در کتب علمی که در آن ها

از مفهوم کسر استفاده شده است، می تواند فعالیت خارج از کلاس دانش آموزان علاقه مند باشد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



از دانش آموزان بخواهید نمایش اعشاری چند عدد گویا و

اصم را به کمک ماشین حساب، به دست آورند و با هم مقایسه کنند.

تلفیق با سایر دروس:



۱- استفاده از اعداد گویایی مانند $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{10}$ ، $\frac{1}{3}$ در خمس و

زکات و ثلث مال در معارف دینی مطرح است. در محاسبه ی مالیات نیز از نسبتی از درآمد صحبت می شود که نماینده ی یک کسر است.

۲- از نسبت ها در بیان فرمول های فیزیکی نیز استفاده

می شود؛ مانند $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ ، در مبحث نور در فیزیک.

محور اعداد گویا

ایجاد انگیزه کنید:



از دانش آموزان بپرسید: همان طور که ۲ و ۱- و ... (اعداد صحیح) را روی محور نشان دادید؛ آیا می توانید اعداد گویا مثل $\frac{1}{4}$ و $\frac{5}{6}$ و $2\frac{5}{6}$ و ... را نیز نشان دهید؟ نظر دانش آموزان را بپرسید و وارد بحث کتاب شوید.

شروع کنید:



ابتدا نمایش اعداد صحیح روی محور و محور متناظر با بردار صحیح را یادآوری کنید و آن را به مجموعه ی اعداد گویا تعمیم دهید.

ادامه دهید:



یک محور رسم کنید و اعداد $2\frac{1}{3}$ و $1\frac{2}{3}$ و $1\frac{1}{3}$ و $-1\frac{1}{3}$ و $2\frac{1}{3}$ را روی آن نشان دهید. محور دیگری رسم کنید و اعداد $\frac{3}{4}$ و $2\frac{1}{4}$ و $5\frac{1}{4}$ را روی آن نشان دهید.

بپرسید:



یک محور رسم کنید و از بعضی از دانش آموزان بخواهید که عددهای متناظر با نقاطی را که شما نشان می دهید، بگویند.

توصیه های آموزشی:



- ۱- یادآوری عدد صحیح متناظر روی محور و عدد متناظر با بردار در مبحث اعداد صحیح، ضروری به نظر می رسد.
- ۲- بر این نکته تأکید کنید که برای خواندن اعداد روی محور، مبنای شمارش ما مبدأ محور، یعنی صفر است.
- ۳- برای نمایش دادن عدد $3\frac{1}{4}$ لزومی ندارد از صفر شروع کنیم بلکه می توانیم ۳ را در نظر بگیریم و، $\frac{1}{4}$ را روی واحد بعدی انتخاب کنیم.
- ۴- تأکید بر مسئله ی تفاوت در خواندن عدد متناظر با نقطه و عدد متناظر با محور ضروری است.
- ۵- بهتر است در هنگام انجام دادن کار در کلاس، به میان دانش آموزان بروید و اشتباهات احتمالی آن ها را به طور انفرادی



گوشزد کنید و در رفع آن ها بکوشید.

اشتباهات رایج دانش آموزان:



- ۱- دانش آموزان برای خواندن $3\frac{1}{4}$ ابتدا ۳ و سپس $\frac{1}{4}$ را می شمارند. در اعداد منفی نیز تصور می کنند که عدد صحیح سمت چپ عدد، مهم است و مثلاً $2\frac{1}{4}$ را به اشتباه $3\frac{3}{4}$ را می خوانند.
- ۲- عدد متناظر با نقطه را با عدد متناظر با بردار اشتباه می کنند.

هدف کار در کلاس:



دانش آموزان در نشان دادن اعداد گویا روی محور و عدد گویای متناظر با بردار، مهارت لازم را به دست آورند. انجام دادن این فعالیت قبل از شروع درس توصیه می شود.

فعالیت موازی:



فعالیتی ترتیب دهید که طی آن، عدد متناظر با نقطه و عدد متناظر با بردار در قسمت اعداد صحیح سال گذشته یادآوری شود.

یا مخرج کسر داد.

اشتباهات رایج دانش آموزان:

دانش آموزان چنین تصور می کنند که منفی پشت کسر متعلق به هر دو عدد صورت و مخرج است و در محاسبه ی مقدار مجهول در کسرهایی مانند $\frac{x}{\frac{5}{3}} = \frac{x}{\frac{5}{3}}$ به صورت زیر عمل می کنند.

$$-3x = -100 \text{ و } x = \frac{100}{3}$$

هدف کار در کلاس:

هدف کار در کلاس این قسمت، نوشتن کسرهایی مساوی با کسر داده شده است. سه کسر نوشته شده توسط هر دانش آموز، ممکن است متفاوت باشد.

توصیه های آموزشی:

هدف تمرین های این قسمت، نمایش اعداد گویا روی محور و نوشتن کسره های مساوی و یادآوری ب.م.م در عدد و کاربرد آن در ساده کردن کسرها است.

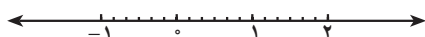
فعالیت های زیر بعد از ایجاد انگیزه توصیه می شود.

فعالیت موازی:

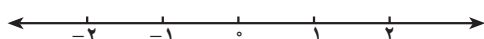
$$1 - \frac{2}{3} \text{ را روی این محور نشان دهید.}$$



$$2 - \frac{4}{6} \text{ را روی این محور نشان دهید.}$$



$$3 - \frac{6}{9} \text{ را روی این محور نشان دهید.}$$



از این فعالیت چه نتیجه ای می گیرید؟

تساوی کسرها و کسر علامت دار

هدف کار در کلاس:

1- هر یک از تساوی های زیر را با نوشتن سه کسر دیگر ادامه دهید.

2- تساوی های زیر را کامل کنید.

تساوی کسرها و کسر علامت دار

ایجاد انگیزه کنید:

در سال های قبل دیدیم که کسره های $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{6}$ و $\frac{6}{9}$ و ... با هم برابرند. درباره ی تساوی کسره های $\frac{2}{3}$ و $-\frac{4}{6}$ و $-\frac{6}{9}$ و ... چه فکر می کنید؟ آیا برابرند؟ چرا؟ درباره ی تساوی کسره های $\frac{+2}{3}$ و $\frac{+2}{3}$ چه نظری دارید؟ درباره ی تساوی $\frac{-2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ چه طور؟

شروع کنید:

بعد از طرح سؤال بالا و شنیدن پاسخ های دانش آموزان، با توجه به متن کتاب تساوی کسره های مطرح شده را بررسی کنید.

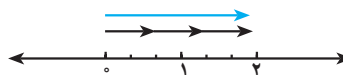
توصیه های آموزشی:

تأکید کنید که علامت منفی پشت کسر را می توان به صورت



فعالیت موازی:

به شکل زیر توجه کنید و به سؤال‌ها پاسخ دهید.

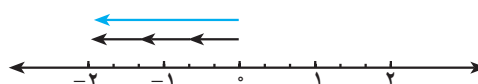


الف) هریک از بردارهای مشکی متناظر با چه عددی است؟

ب) بردار آبی متناظر با چه عددی است؟

پ) بین بردار آبی و بردار مشکی چه ارتباطی وجود دارد؟

به شکل زیر توجه کنید و به سؤال‌ها پاسخ دهید.



۱- هریک از بردارهای مشکی متناظر با چه عددی است؟

۲- بردار آبی متناظر با چه عددی است؟

۳- بین هریک از بردارهای مشکی و بردار آبی چه ارتباطی

وجود دارد؟



توسعه:

۱- یک کسر با مخرج ۱۰ پیدا کنید که با یک کسر با

مخرج ۶ برابر باشد. (جواب: مثلاً $\frac{3}{6} = \frac{5}{10}$)

۲- یک کسر با مخرج ۷ پیدا کنید که با یک کسر با مخرج

۱۱ برابر باشد. (جواب: مثلاً $\frac{22}{11} = \frac{14}{7}$)

۳- یک کسر منفی پیدا کنید که با یک کسر مثبت برابر

باشد (جواب: امکان ندارد)

۴- بین دو کسر زیر، یک کسر با مخرج ۱۰۰ بنویسید.

کسر را چگونه پیدا می‌کنید؟
$$\frac{-42}{56} \otimes \frac{0}{0} \otimes \frac{-8}{23}$$

$$\frac{71}{21} \bigcirc \frac{0}{0} \bigcirc \frac{6}{20}$$



فعالیت خارج از کلاس:

۱- دانش‌آموزان می‌توانند به عنوان فعالیت خارج از کلاس،

تکلیف

۱- یک محور رسم کرده و هر واحد آن را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنید. حالا نقطه‌ای نمایش هریک از عددهای زیر را روی آن مشخص و نام‌گذاری کنید.

۲- عدد متناظر با هر بردار را روی آن بنویسید و تساوی مربوط را کتبی کنید.

۳- تساوی‌های زیر را کتبی کنید.

۴- کسرهایی زیر را با استفاده از بزرگترین مقسوم علیه مشترک صورت و مخرج ساده کنید.

۵- سادگی و بی‌سادگی اعداد

برای هر یک از اعداد مستطیل را با قطعات چوب به شکل‌های بالا ببندید.
روش کار را نشان دهید.

تساوی کسرهایی مثل $-\frac{2}{3}$ و $-\frac{4}{6}$ و $-\frac{6}{9}$ را با مدادهای رنگی و

مقوا نشان دهند و به کلاس بیاورند:

۲- درباره‌ی کلمه‌ی تساوی و مساوی بودن تحقیق کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



دانش‌آموزان می‌توانند از رایانه برای رسم محور و نشان

دادن تساوی کسرها استفاده کنند.

تلفیق با سایر دروس:



استفاده از کلمه‌ی تساوی در زبان برای دو کسر که در

ذات یکسان‌اند ولی ظاهری متفاوت دارند.

توصیه‌های آموزشی:



- ۱- بر این نکته تأکید کنید که بعد از به دست آوردن حاصل جمع و تفریق کسر به دست آمده، آن را ساده کنید.
- ۲- لزومی ندارد کسر به دست آمده به عدد مخلوط تبدیل شود؛ مگر در مسئله خواسته شده باشد.
- ۳- بهتر است در تبدیل تفریق به جمع، از همان قانون تبدیل عمل تفریق به جمع استفاده کنید بیان این که علامت‌ها در هم ضرب می‌شوند، دانش‌آموزان را دچار اشتباه می‌کند و باعث می‌شود که آن‌ها عمل ضرب را با تفریق اشتباه کنند.
- ۴- جمع و تفریق اعداد اعشاری را به طور کامل یادآوری کنید. از نمونه‌های $2/3 - 0/2$ و $27/4 + 0/4$ استفاده کنید.
- ۵- چون هنوز بعضی از دانش‌آموزان بر جمع و تفریق اعداد صحیح مسلط نیستند، از تسلط آن‌ها اطمینان حاصل کنید و سپس، وارد بحث جمع و تفریق اعداد گویا شوید.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:



- ۱- بعد از ساده کردن کسر، اگر علامت کسر منفی باشد فراموش می‌کنند علامت منفی کسر ساده شده را بگذارند.
- ۲- در به دست آوردن حاصل کسرهایی که با عدد منفی شروع می‌شوند مثل $2/3 - 1/2 + 5/6$ ، منفی پشت کسر را به عنوان علامت کسر حاصل قرار می‌دهند؛ یعنی می‌نویسند:

$$\frac{5+21-12}{24}$$

هدف کار در کلاس:



دانش‌آموزان با انجام دادن تمرینات این قسمت، در جمع و تفریق اعداد گویا تسلط نسبی به دست می‌آورند. در تمرین ۲ یادآوری می‌شود که $2/3 - 3/5 = -1/5$ و $2/3 + 3/5 \neq 5/5$. در تمرین ۵، دانش‌آموزان بعد از یافتن الگوی مناسب، عدد مناسب را در جای خالی قرار می‌دهند.

توصیه‌های آموزشی:



در هنگام انجام دادن کار در کلاس، با عبور از کنار

جمع و تفریق عددهای گویا

در جمع و تفریق کسرهایی علامت‌دار از ممانده‌های صحیح، ابتدا با یادداشتن برآیند عبارت را مختصر می‌کنیم. با توجه به سینه، عبارت‌های زیر را مختصر کنید.

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 0$$

سپس، حاصل عبارت مختصر شده را با توجه به آنچه در مورد عددهای صحیح دیدیم، به دست می‌آوریم.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

در صورتی که مخرج‌ها متفاوت باشند، ممانده جمع و تفریق کسرهایی متفاوتی، ابتدا کسرها را به مخرج می‌کنیم و سپس، حاصل عبارت به دست آمده را حساب می‌کنیم.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

جمع و تفریق عددهایی که به صورت اعشاری نوشته شده‌اند، مانند عددهای صحیح است.

$$2.3 + 1.2 = 3.5$$

$$1.3 + 1.2 = 2.5$$

$$2.3 - 1.2 = 1.1$$

$$1.3 - 1.2 = 0.1$$

جمع و تفریق عددهای گویا

ایجاد انگیزه کنید:



با توجه به این که دانش‌آموزان در سال‌های گذشته، جمع و تفریق اعداد گویا را خوانده‌اند، می‌توانید یک مسابقه‌ی گروهی تشکیل دهید و از دانش‌آموزان هر گروه بخواهید که از گروه مقابل مجموع چند کسر علامت‌دار را که مربع‌های یکسان دارند، بپرسند و بعد از شنیدن پاسخ گروه مقابل، پرسش‌های خود را مطرح کنند سپس به یک دیگر امتیاز دهند. سپس تمرین‌هایی بنویسند که مخرج کسرها یکسان نیستند. از دانش‌آموزان بخواهید تمرین‌های معقول طرح کنند.

شروع کنید:



با توجه به متن کتاب، جمع و تفریق اعداد گویایی را که به صورت کسرهایی علامت‌دار و اعداد اعشاری‌اند، یادآوری کنید.

دانش آموزان، اشتباهات احتمالی آن‌ها را گوشزد کنید و در رفع آن‌ها بکوشید.



فعالیت موازی:

با توجه به کسرهای زیر و حاصل آن‌ها، جاهای خالی را مانند نمونه پر کنید.

$$4 + \frac{1}{5} = \frac{20+1}{5} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$$

$$-4 - \frac{1}{5} = \frac{-20-1}{5} = \dots\dots\dots$$

$$-4 + \frac{1}{5} = \dots\dots\dots$$

$$+4 - \frac{1}{5} = \dots\dots\dots$$

از انجام دادن این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

از سال‌های قبل می‌دانیم که $4 + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$ است. با توجه

به این نکته، مفهوم $-4 - \frac{1}{5} = -4\frac{1}{5}$ را چگونه توجیه می‌کنید؟



فعالیت موازی:

می‌توانید صفحه‌ی ۳۲ کتاب را به عنوان یک فعالیت مطرح کنید و از دانش آموزان بخواهید آن را انجام دهند. در حین انجام گرفتن فعالیت، می‌توانید آنان را راهنمایی کنید.



توسعه:

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$۱) -2535\frac{1}{6} + 2500\frac{7}{8}$$

$$۲) -400\frac{400}{400} + 300\frac{300}{300} - 200\frac{200}{200} + 100\frac{100}{100}$$

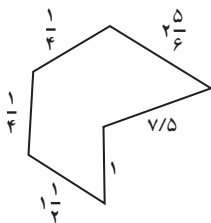
$$۳) -100\frac{200}{100} - 200\frac{300}{100} - 300\frac{400}{100}$$

۲- به بعضی از کسرها مانند $\frac{3}{4}$ و $\frac{10}{11}$ و $\frac{9}{10}$ که قابل ساده شدن نیستند، کسر تحویل ناپذیر گوئیم. در واقع، در این گونه کسرها صورت و مخرج کسر نسبت به هم اول‌اند.

۳- چند عدد حسابی می‌توان پیدا کرد که به جای x و y قرار بگیرند و یک نامساوی درست بسازند؟

$$\frac{x}{9} + \frac{y}{10} < 1$$

چند عدد صحیح می‌توان نوشت؟
۴- محیط شکل زیر را به دست آورید.



استفاده از ابزار و تکنولوژی:

به کمک ماشین حساب معمولی، حاصل جمع زیر را به دست آورید و مراحل کار را بنویسید.

$$\frac{5}{7} + \frac{-3}{10} =$$



تلفیق با سایر دروس:

با دانستن جمع و تفریق اعداد گویا می‌توان محیط اشکالی را که طول آن‌ها به صورت اعداد کسری یا اتحادی است به دست آورد.

ضرب و تقسیم آن‌ها نیز یادآوری شود.

۲- بر آموزش این قسمت تأکید کنید؛ چون در این قسمت برای آخرین بار در دوره‌ی راهنمایی که عملیات روی اعداد کسری و اتحادی یادآوری می‌شود و دانش‌آموزان در دبیرستان باید توانایی لازم برای محاسبات مربوط به دروس فیزیک و شیمی را به دست آورند.

۳- بر ضرب و تقسیم اعداد گویا و اتحادی تأکید کنید و از دانش‌آموزان بخواهید که ابتدا علامت حاصل ضرب یا تقسیم را به دست آورند و سپس حاصل را به صورت یک کسر علامت‌دار ساده شده بنویسند.

۴- طرح مسائلی که در آن‌ها فقط تعیین علامت عبارت مورد سؤال است؛ مثلاً علامت عبارت زیر را تعیین کنید توصیه می‌شود.

$$\frac{(-8) \times (-9) \times (-10)^2}{(-456) \times 18 \times (-18) \times (-1)^6}$$

۵- در نوشتن حاصل $(-4):(-7)$ می‌توان از کسر $\frac{3}{7}$ استفاده کرد. تأکید بر این مطلب ضروری به نظر می‌رسد.

۶- چون مطالب مربوط به اعداد گویا به صورت یادآوری است، توصیه می‌شود کتاب معلم سال گذشته را مطالعه کنید.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:



بعد از آموزش تعیین علامت حاصل ضرب و تقسیم، دانش‌آموزان در مورد علامت حاصل جمع و تفریق دچار اشتباه می‌شوند.

هدف کار در کلاس:



تمرینات کار در کلاس به گونه‌ای طراحی شده‌اند که اشتباهات دانش‌آموزان بعد از انجام دادن عملیات مزبور تا حدودی رفع شود و در این مورد تبحر نسبی به دست آورند.

توصیه‌های آموزشی:



در تمرین ۵، دانش‌آموزان با توجه به پیکان‌ها و عملیاتی که داخل \bigcirc قرار داده شده است، دانش‌آموزان الگوی محاسبه را می‌یابند.

ضرب و تقسیم عددهای گویا

برای بدست آوردن حاصل ضرب دو عدد، ابتدا علامت حاصل ضرب را تعیین می‌کنیم. با توجه به نمونه‌های تسوی‌های زیر را کمال کنید.

$(+7) \times (-3) = -21$	$(-2) \times (-4) = +8$
$(+7) \times (+3) = +21$	$(-2) \times (+4) = -8$
$(+\frac{7}{3}) \times (-\frac{4}{5}) = -\frac{28}{15}$	$(-\frac{2}{3}) \times (-\frac{4}{5}) = +\frac{8}{15}$
$(+\frac{7}{3}) \times (+\frac{4}{5}) = +\frac{28}{15}$	$(-\frac{2}{3}) \times (+\frac{4}{5}) = -\frac{8}{15}$

برای محاسبه‌ی حاصل تقسیم دو عدد، عدد اول را در معکوس عدد دوم ضرب می‌کنیم. البته می‌توانیم ابتدا علامت حاصل را تعیین کنیم.

$(+\frac{7}{3}) : (-\frac{4}{5}) = -\frac{7}{3} \times \frac{5}{4} = -\frac{35}{12}$	$(-\frac{2}{3}) : (-\frac{4}{5}) = -\frac{2}{3} \times -\frac{5}{4} = +\frac{10}{12} = +\frac{5}{6}$
$(+\frac{7}{3}) : (+\frac{4}{5}) = +\frac{7}{3} \times \frac{5}{4} = +\frac{35}{12}$	$(-\frac{2}{3}) : (+\frac{4}{5}) = -\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$

الکون با توجه به تقسیم، کسرهایی را که صورت یا مخرج آن‌ها منفی است، می‌توان به صورت سادتر نوشت:

$-\frac{35}{12} = (-3) \times 5 = -\frac{35}{12}$	$+\frac{5}{6} = 1 \times 5 = +\frac{5}{6}$
$+\frac{35}{12} = 3 \times 5 = +\frac{35}{12}$	$-\frac{5}{6} = -1 \times 5 = -\frac{5}{6}$

ضرب و تقسیم عددهای گویا

ضرب و تقسیم اعداد گویا

ایجاد انگیزه کنید:



مسابقه‌ای مانند مسابقه‌ی جمع و تفریق اعداد گویا ترتیب دهید. این مسابقه می‌تواند فقط شامل تعیین علامت حاصل عبارت یا به طور کلی تعیین جواب نهایی عبارت باشد. اشتباهات احتمالی دانش‌آموزان انگیزه‌ی خوبی برای یادآوری مطلب است.

شروع کنید:



با توجه به متن کتاب درباره‌ی ضرب و تقسیم اعداد صحیح، اعداد گویا، کسری و اعشاری را یادآوری کنید و از دانش‌آموزان بخواهید جاهای خالی را در متن کتاب پر کنند. در این فعالیت دانش‌آموزان می‌آموزند که $-\frac{3}{5} = \frac{-3}{5} = \frac{3}{-5}$

توصیه‌های آموزشی:



۱- در مثال‌های خود از اعداد مخلوط استفاده کنید که

کار در کلاس

۱- حاصل ضربهای زیر را به دست آورید.

$(+5) \times (-8) = -40$	$(+12) \times (+3) = +36$
$(-4) \times (-7) = +28$	$(-8) \times (+3) = -24$
$(-\frac{7}{11}) \times (+12) = -\frac{84}{11}$	$(-\frac{7}{11}) \times (-\frac{11}{7}) = +1$
$(+7) \times (-8) = -56$	$(-7) \times (-2) = +14$

۲- حاصل تقسیمهای زیر را حساب کنید.

$(-\frac{8}{9}) \div (-8) = +\frac{1}{9}$	$(-\frac{7}{11}) \div (-\frac{5}{11}) = +\frac{7}{5}$
$(-\frac{7}{8}) \div (+\frac{7}{8}) = -1$	$1 \div (-\frac{7}{8}) = -\frac{8}{7}$
$(+7) \div (-2) = -3\frac{1}{2}$	$(-7) \div (+2) = -3\frac{1}{2}$

۳- هر یک از عددهای زیر را به صورت یک کسر علامت دار بنویسید.

$-\frac{8}{5} = -\frac{8}{5}$	$\frac{7}{-9} = -\frac{7}{9}$
$-(-\frac{1}{-2}) = -\frac{1}{2}$	$-(-\frac{7}{+11}) = -\frac{7}{11}$

۴- حاصل ضربهای زیر را به دست آورید و در صورت امکان ساده کنید.

$(-2) \times (+12) = -24$	$25 \times (-12) = -300$
$25 \times (-12) = -300$	$(-\frac{17}{22}) \times (+\frac{3}{4}) = -\frac{51}{88}$
$(-\frac{9}{11}) \times (+\frac{17}{8}) = -\frac{153}{88}$	$(+8) \times (-\frac{1}{18}) = -\frac{4}{9}$

۵- جاهای خالی شکل را با توجه به عددهای داده شده پر کنید.

بسیجهای دیگر هم صحیح است. با توجه به اینکه کدام را کدام عدد تقسیم شود یا در عمل تفریق کدام عدد ابتدا نوشته شود.

تساوی و تناسبهای آمادگی

در تمرینات این قسمت، جمع و تفریق و ضرب و تقسیم و عملیات ترکیبی از آنها قرار داده شده است.

انجام دادن این فعالیت برای تدریس تساوی

$$\frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} = \frac{-3}{4}$$

پیشنهاد می شود.

فعالیت موازی:

با توجه به نمونه، قسمت های دیگر را بنویسید.

$$\frac{3}{-7} = 3 : (-7) = -\frac{3}{7}$$

$$\frac{1}{-9} =$$

از فعالیت بالا چه نتیجه ای می گیرید؟

می دانیم که $-\frac{3}{7} = \frac{-3}{7}$ است؛ آیا با توجه به فعالیت بالا

می توان عبارت زیر را نوشت؟

$$-\frac{3}{7} = \frac{-3}{7} = \frac{3}{-7}$$

توسعه:

۱- علامت حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$1) \frac{(-8)^3 \times (-2)^4 \times (-1)^5 \times (-9)}{(-1)^8 \times (+10)^6 \times (+5)^3 \times (-19)^3}$$

$$2) \frac{-8 + 5 - 9}{10 - 6 - 8}$$

۲- حاصل عبارت های زیر را به صورت کسر توان دار

بنویسید.

$$\frac{-1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{-1}{3} \times \dots = \text{و} \quad \frac{-1}{3} \times \frac{1}{9} \times \frac{-1}{27} \times \dots =$$

تا ۸ تا ۸

$$\frac{-1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{-1}{3} \times \dots = \text{و} \quad \frac{-1}{3} \times \frac{1}{9} \times \frac{-1}{27} \times \dots =$$

تا ۱۰ تا ۱۰

$$\frac{-1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{-1}{3} \times \dots = \text{و} \quad \frac{-1}{3} \times \frac{1}{9} \times \frac{-1}{27} \times \dots =$$

تا ۱۰۰ تا ۱۰۰

۳- عضو بعدی هر یک از مجموعه های زیر، را بنویسید.

$$A = \{1, -2, 3, -4, 5, \dots\}$$

$$B = \left\{-\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, -\frac{1}{15}, \dots\right\}$$

$$C = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots\right\}$$

به نظر شما در مجموعه ی A عضو بیست و پنجم چه عددی

است؟ چرا؟

به نظر شما در مجموعه ی B عضو بیست و پنجم چه علامتی

است؟ چرا؟

۴- مقدار x را در تناسب های زیر به دست آورید.

$$-\frac{5}{6} = \frac{x}{8}$$

$$-\frac{-2}{-3} = \frac{-7}{x}$$

۵- مساحت اشکال زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{5} \quad \frac{7}{8}$$

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



مراحل انجام دادن عمل ضرب یا تقسیم کسرها علامت دار

را با ماشین حساب می توان انجام داد ؛ برای مثال

$$\frac{-7}{8} \div \frac{-15}{34}$$

البته واضح است بعضی قسمت ها به طور ذهنی انجام

می شوند .

تلفیق با سایر دروس:



محاسبه ی مساحت اشکال هندسی که اضلاع آن ها

به صورت عدد گویا ثبت شده، امکان پذیر است .

تمرین

۱- حاصل هر یک از عملتهای زیر را بدست آورید. ابتدا با ردیفن برانتر، عملتهای را مشخص کنید.

$$\begin{aligned} (-\frac{8}{11}) \div (-\frac{8}{11}) &= \frac{8}{11} \div \frac{8}{11} = 1 & (+\frac{4}{11}) \div (-\frac{9}{11}) &= -\frac{4}{9} & (-\frac{8}{11}) \div (-\frac{8}{11}) &= 1 \\ (-\frac{17}{25}) \div (-\frac{11}{25}) &= \frac{17}{11} & (-\frac{7}{22}) \div (-\frac{5}{22}) &= \frac{7}{5} & (+\frac{5}{11}) \div (+\frac{5}{11}) &= 1 \\ (-\frac{7}{11}) \div (-\frac{7}{11}) &= 1 & (-\frac{7}{11}) \div (+\frac{7}{11}) &= -1 & (+\frac{7}{22}) \div (-\frac{7}{22}) &= -1 \end{aligned}$$

۲- حاصل هر یک از عملتهای زیر را بدست آورید.

$$\begin{aligned} (-7) \times (-8) &= 56 & (-7) \times (+8) &= -56 \\ (+\frac{7}{11}) \times (-\frac{8}{11}) &= -\frac{56}{121} & (-\frac{7}{11}) \times (+\frac{8}{11}) &= -\frac{56}{121} \\ (-8) \div (+\frac{8}{11}) &= -\frac{8}{8} = -1 & (-12) \div (-28) &= \frac{3}{7} \\ (-\frac{7}{22}) \div (+\frac{7}{22}) &= -\frac{7}{7} = -1 & (-\frac{7}{11}) \div (-\frac{28}{11}) &= \frac{28}{7} = 4 \end{aligned}$$

۳- هر یک از عددهای زیر را به صورت یک کسر علامتدار بنویسید.

$$\begin{aligned} -(\frac{5}{8}) &= -\frac{5}{8} & -(\frac{17}{11}) &= -\frac{17}{11} & -(\frac{5}{11}) &= -\frac{5}{11} & -(\frac{7}{22}) &= -\frac{7}{22} \\ (-\frac{5}{8}) &= -\frac{5}{8} & -(\frac{17}{11}) &= -\frac{17}{11} & -(\frac{5}{11}) &= -\frac{5}{11} & -(\frac{7}{22}) &= -\frac{7}{22} \end{aligned}$$

۴- حاصل عملتهای زیر را حساب کنید.

$$\begin{aligned} [(-\frac{7}{22}) \div (-\frac{7}{22})] \times \frac{5}{11} &= \frac{5}{11} & (-\frac{7}{22}) \div (-\frac{7}{22}) &= 1 & (-\frac{7}{22}) \div (-\frac{7}{22}) &= 1 \\ \frac{7}{22} \div \frac{7}{22} &= 1 & \frac{7}{22} \div \frac{7}{22} &= 1 & \frac{7}{22} \div \frac{7}{22} &= 1 \end{aligned}$$

مدیر گزینی و ریاضی

در شکل زیر، ۳ مستطیل می بینید.

خطی در این شکل رسم کنید که تعداد مستطیل ها ۶ تا شود.

سابق و مجموعه های آماد

یادداشت معلم