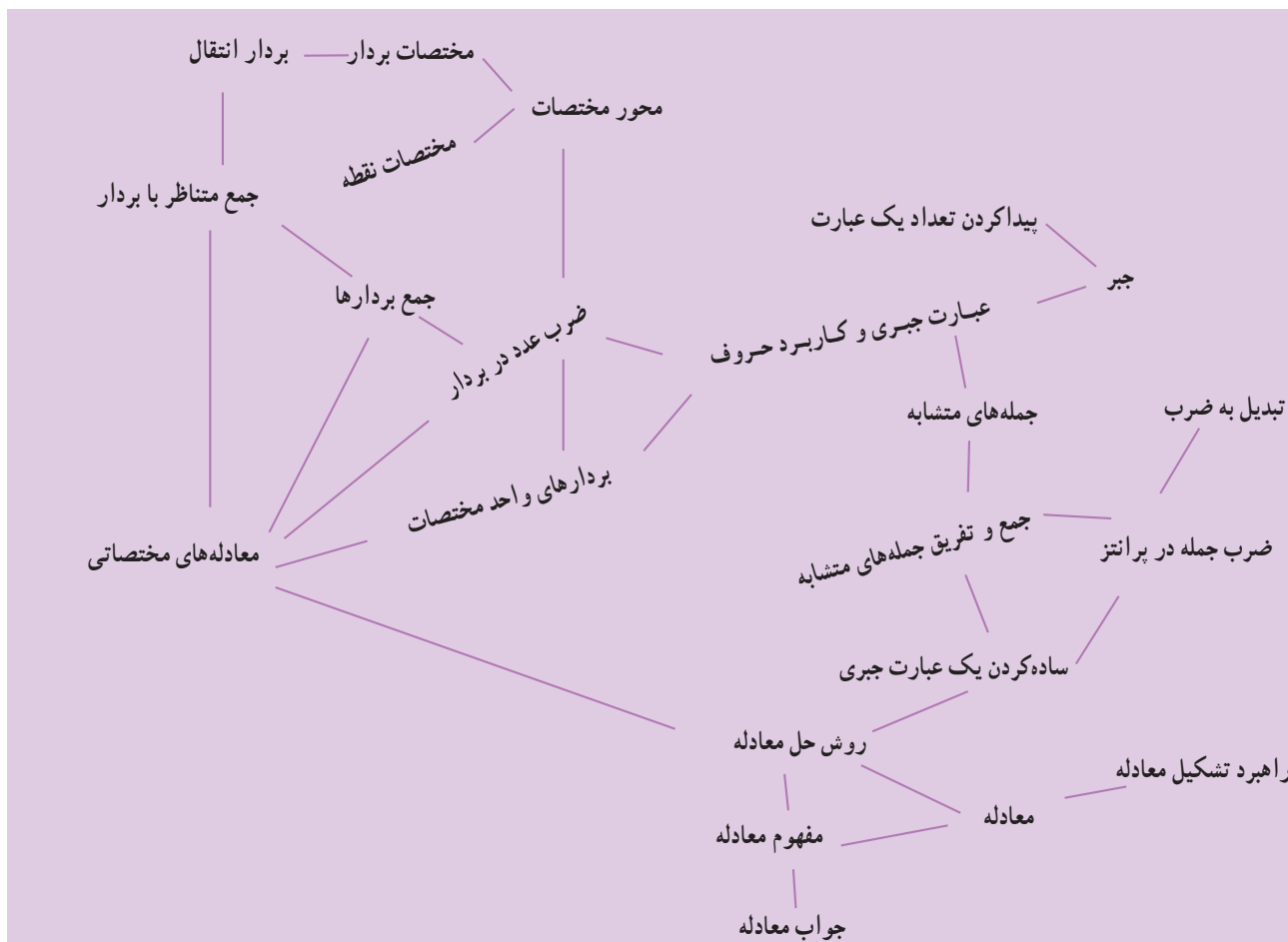


## مختصات و جبر

عبارت‌های جبری استفاده می‌کنیم. هر سه قسمت این فصل تکمیل‌کننده‌ی مباحث کتاب ریاضی دوم راهنمایی است. همچنین، در این فصل رسم‌های ۲ و ۳ قرار دارد که دانش‌آموزان در زمان مناسب آن‌ها را ترسیم خواهند کرد. مفاهیم و محتوای این فصل به‌صورت زیر باهم در ارتباط‌اند.

این فصل یکی از مهم‌ترین قسمت‌های درس ریاضی کلاس سوم راهنمایی است؛ چون در ریاضیات دبیرستانی تأثیر زیادی دارد. این فصل شامل سه موضوع بردار، جبر و معادله است. مفاهیم درس بردار را به دو روش ترسیمی و تحلیلی می‌توان بیان کرد. وقتی مختصات یک بردار را می‌نویسیم، درواقع از روش تحلیلی استفاده کرده‌ایم. برای تبیین روش‌های تحلیلی نیز از



ساده کردن کمک بگیریم. ارتباط بین مختصات و جبر بسیار حائز اهمیت است. مفاهیم و درس‌های مربوط به بردار را می‌توان به

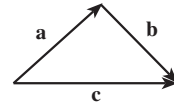
ارتباط بین دو بخش جبر و معادله کاملاً مشخص است.  
برای حل معادلات لازم است از عملیات عبارت‌های جبری مانند

دو صورت کلی آموزش داد :

۱- ترسیمی

۲- تحلیلی

منظور از روش های ترسیمی، استفاده از ابزار و کشیدن شکل برای یافتن پاسخ است؛ برای مثال، جمع دو بردار مشخص شده است.



در این جا C جواب جمع  $a + b$  است و هیچ عدد و رقمی دیده نمی شود. پاسخ C از ترسیم برداری که شروع آن ابتدای a و پایان آن انتهای b است، به دست می آید. اما جمع دو بردار را

به روش تحلیلی نیز می توان پیدا کرد؛ مثل:  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

در این جا شکل ها دیده نمی شوند و فقط با عددها می توان پاسخ جمع را به دست آورد. برای بیان روش های تحلیلی، می توان از جبر کمک گرفت. در این جا موضوع جمع و ضرب یک عدد در بردار به صورت جبری نمایش داده شده است.

## زمان بندی

ماه آبان

هفته ی سوم: یادآوری مختصات، تساوی بردارها و جمع

بردارها

هفته ی چهارم: ضرب یک عدد در یک بردار و بردارهای

واحد مختصات، رسم ۲

ماه آذر

هفته ی اول: عبارت های جبری، پیدا کردن مقدار یک

عبارت جبری و ساده کردن یک عبارت جبری، توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع و تفریق

هفته ی دوم: یادآوری معادله، روش حل معادله، راهبرد

تشکیل معادله، رسم ۳

همان طور که قبلاً ذکر شد، زمان بندی فوق تقریبی و

پیشنهادی است. این زمان بندی برای مدرسی است که تمام ساعت های هفته ی خود را به درس ریاضی ۱ به ترتیب کتاب اختصاص می دهند. در بعضی از مدرسی که درس های هندسه و حساب جدا شده اند و به طور موازی آموزش داده می شوند (درواقع ترتیب مفاهیم کتاب تغییر می کند)، این زمان بندی کارایی ندارد.

## نمونه ی سؤال برای مشخص کردن ارتباط ها

۱- بردار X را پیدا کنید.

۲- حاصل عبارت زیر را به ازای  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$  و  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  پیدا کنید.

$$3a - 2b + 2(a + 3b) - a =$$

۳- معادلات مختصاتی زیر را حل کنید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} - 2x = 4 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 3x = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۴- پس از ساده کردن عبارت ها معادله را حل کنید.

$$3(2x - 1) - 2(1 - 2x) = 4x - 7$$

## یادداشت معلم

## بردار

### موضوعات در یک نگاه

در آغاز این درس، مطالب کتاب دوم راهنمایی که شامل مختصات، بردار انتقال، مختصات بردار انتقال و جمع متناظر با آن است یادآوری می‌شود. سپس، موضوع جمع بردارها به روش مثلث و متوازی‌الاضلاع و همچنین جمع مختصاتی مطرح می‌شود. پس از آن، با موضوع ضرب یک عدد در یک بردار، بردارهای واحد مختصات تعریف می‌شوند و به کمک بردارهای واحد، مختصات مفاهیم بردار مجدداً بررسی می‌شود.

### اهداف

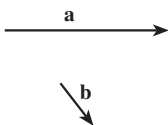
- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود که هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.
- ۱- هر نقطه را در صفحه‌ی مختصات با دو عدد بیان کند و آن را بیابد.
  - ۲- بردار انتقال را بشناسد و مختصات آن را بنویسد.
  - ۳- تناظر با بردار انتقال یک جمع را بنویسد.
  - ۴- مفهوم تساوی بردارها را درک کند و آن را با مختصات نشان دهد.
  - ۵- بردارها به روش ترسیمی و مختصاتی با یک‌دیگر جمع کند.
  - ۶- مفهوم ضرب یک عدد در یک بردار را به کمک روش ترسیمی و با نوشتن مختصات درک کند.
  - ۷- بردارهای واحد مختصات را بشناسد و هر بردار را با کمک آن‌ها بیان کند.
  - ۸- معادله‌های برداری را حل کند.

### نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۳- با توجه به بردارهای  $a$  و  $b$ ، بردار  $C$  را از طریق

$$C = 2a - 3b$$

رسم کردن پیدا کنید.



۴- در معادله‌های زیر، بردار  $X$  را پیدا کنید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} - 2x = 3 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$3i - 2j - 3x = 4(2i - j)$$

۱- بردار  $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$  با انتهای  $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$  را رسم کنید و یک

جمع متناظر با آن را بنویسید.

۲- مثلث با رأس‌های  $A \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ،  $B \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $C \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  را با

بردار انتقال  $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  منتقل کرده‌ایم؛ مختصات رئوس مثلث جدید

را بنویسید.

## شناخت مبحث بردار

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
دستگاه مختصات انتقال	<ul style="list-style-type: none"> <li>صفحه‌های شطرنجی</li> <li>شطرنجی کردن تخته‌ی کلاس</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>مطالعه‌ی متن و تکمیل آن در خصوص بردار انتقال</li> <li>انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین نوشتن مختصات نقطه و بردار و انجام انتقال</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>مختصات هر نقطه روی صفحه را با دو عدد نشان دهد.</li> <li>متناظر با هر بردار، در صفحه یک مختصات بنویسد.</li> <li>مفهوم بردار انتقال را درک کند و شکل‌ها را با بردار انتقال منتقل کند.</li> <li>متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسد</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>مختصات نقطه</li> <li>مختصات بردار</li> <li>بردار انتقال</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>۳۷</li> <li>۳۸</li> </ul>	مختصات
تساوی بردارها	<ul style="list-style-type: none"> <li>صفحه‌های شطرنجی</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام‌دادن فعالیت برای درک تساوی بردارها</li> <li>انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین رسم بردارهای مساوی</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>بردارهای ساده را در شکل تشخیص دهد.</li> <li>بردارهای مساوی را با استفاده از تساوی مختصات پیدا کند.</li> <li>یک بردار مساوی با بردار داده شده و رسم کند.</li> </ul>	تساوی بردارها	<ul style="list-style-type: none"> <li>۳۹</li> <li>۴۰</li> </ul>	تساوی بردارها
جمع بردار به روش مثلث روش متوازی‌الاضلاع	<ul style="list-style-type: none"> <li>-</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام‌دادن فعالیت برای درک روش جمع مثلث</li> <li>انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین جمع بردارها</li> <li>مطالعه‌ی متن برای درک روش متوازی‌الاضلاع</li> <li>انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین جمع بردارها و تجزیه‌ی آن</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>درستی روش جمع مثلث را درک کند.</li> <li>با استفاده از روش مثلث، بردار را جمع کند.</li> <li>جمع بردار را به کمک مختصات آن انجام دهد.</li> <li>روش متوازی‌الاضلاع را در جمع بردارها ابتدا به کاربرد.</li> <li>بردار داده شده را روی دو امتداد تجزیه کند.</li> </ul>	جمع بردارها	<ul style="list-style-type: none"> <li>۴۱</li> <li>۴۲</li> </ul>	جمع بردارها
تجزیه‌ی بردار معادلات مختصاتی معادله‌ی برداری	<ul style="list-style-type: none"> <li>صفحه‌های شطرنجی</li> <li>شطرنجی کردن تخته</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام‌دادن فعالیت برای درک ضرب یک عدد در یک بردار</li> <li>انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین ضرب اعداد در بردار و بردارهای ترکیبی و معادلات مختصاتی</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>مفهوم ضرب یک عدد در یک بردار را به کمک مختصات درک کند و شکل مناسب آن را بکشد.</li> <li>با استفاده از مختصات، ضرب یک عدد در بردار را انجام دهد.</li> <li>با توجه به بردارهای داده شده، ترکیب آن‌ها را رسم کند و مختصات را به دست آورد.</li> <li>معادله‌های مختصاتی را حل کند.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ضرب عدد در بردار</li> <li>بردار ترکیبی</li> <li>معادله‌ی برداری</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>۴۳</li> <li>۴۴</li> <li>۴۵</li> </ul>	ضرب یک عدد در یک بردار

دروس ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف ها	فعالیت ها	پیش بینی امکانات	واژگان
بردارهای واحد مختصات	۴۶ ۴۷	بردارهای واحد مختصات	<ul style="list-style-type: none"> <li>– بردارهای واحد مختصات را بشناسند.</li> <li>– به کمک بردارهای واحد، بردار مورد نظر را رسم کند.</li> <li>– بردارهای واحد مختصات را به مختصات بردار تبدیل کند و برعکس.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– مطالعه ی متن برای درک بردارهای واحد</li> <li>– انجام دادن کار در کلاس برای نوشتن مختصات بردار رسم کردن آن به کمک بردارهای واحد</li> </ul>	شطرنجی کردن تخته، کلاس	بردارهای واحد i j

را پر کنند. سپس، کار در کلاس را حل کرده و درستی پاسخ‌هایشان را در گروه بررسی کنند.

### اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

بسیاری از دانش‌آموزان ممکن است طول و عرض مختصات را به جای هم به کار برند. تمرین بیشتر و تذکر به موقع از امکان بروز این اشتباه می‌کاهد. همچنین، گاه برخی از دانش‌آموزان، ابتدا و انتهای بردار را به جای هم به کار می‌برند؛ مثلاً بردار  $\vec{AB}$  را طوری رسم می‌کنند که ابتدای آن نقطه‌ی B و انتهای آن A است. این مورد هم به تذکر نیاز دارد. با ذکر چند مثال، نکات اشاره شده را در کلاس تکرار کنید.

### بپرسید!

پس از مطالعه‌ی متن کتاب و پیش از آن‌که دانش‌آموزان به حل کردن کار در کلاس بپردازند، می‌توانید با طرح چند پرسش مانند پرسش‌های زیر و گفت‌وگو درباره‌ی آن‌ها، مهارت دانش‌آموزان را در شناخت بردارها افزایش دهید.

از دانش‌آموزان بخواهید پیش‌بینی کنند وقتی هر دو مؤلفه‌ی یک بردار مثبت است، بردار چه شکلی می‌شود.

حالت‌های دیگر را نیز در کلاس مطرح کنید:

$$\begin{array}{l} \left[ \begin{array}{c} + \\ + \end{array} \right] : \nearrow \\ \left[ \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \right] : \searrow \\ \left[ \begin{array}{c} - \\ + \end{array} \right] : \swarrow \\ \left[ \begin{array}{c} - \\ - \end{array} \right] : \nwarrow \end{array}$$

### هدف کار در کلاس:

هدف تمرین، ایجاد مهارت دریافتن مختصات نقاط از روی شکل، یافتن نقاط روی شکل با استفاده از مختصات آن‌ها و یافتن مختصات بردار از روی شکل و رسم یک بردار با تشخیص نقاط ابتدا و انتهای آن است. دانش‌آموزان باید بدانند که بردار  $\vec{AB}$

مختصات و جبر

بردار

مختصات

در سال گذشته، دیدیم که برای مشخص کردن نقاط صفحه می‌توانیم دو محور عمود را هم با مبدأ مشترک در صفحه رسم کنیم. این دو محور را دستگاه مختصات می‌نامیم. با وجود دستگاه مختصات، هر نقطه با مختصات مشخص می‌شود. در شکل زیر، مختصات نقطه‌ی A به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

مختصات نقطه‌های B، C و D را بیابید.

$$B = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

نقطه‌های E و F را در دستگاه مختصات بالا مشخص کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

در شکل رویی، مثلث ABC را بردار  $\vec{AA'}$  انتقال داده‌اند. مثلث A'B'C' برای رسیدن از A به A' باید 2 واحد در جهت مثبت محور افقی و 1 واحد در جهت منفی محور عمود حرکت کرده‌اند. یعنی طول نقطه‌ی A را با 2 واحد در جهت مثبت محور افقی و 1 واحد در جهت منفی محور عمود جمع کنیم:

$$\vec{AA'} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

پس مختصات بردار  $\vec{AA'}$  را می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

جمع مختصات با آن بردار حرکت است از:

### مختصات

### ایجاد انگیزه کنید:

در کلاس روی زمین یک دستگاه مختصات رسم کنید. یک نقطه را به عنوان مبدأ انتخاب کنید و جهت‌های مثبت و منفی و طول و عرض دستگاه را مشخص کنید. موزائیک‌های کلاس (در صورت وجود) را به عنوان واحد به کار ببرید. از دانش‌آموزان بخواهید در این دستگاه، مختصات محل خودشان را به دست آورند.

### شروع کنید:

مفاهیم ارائه شده در این قسمت، یادآوری نکاتی است که دانش‌آموزان در سال گذشته با آن آشنا شده‌اند؛ بنابراین، می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید متن کتاب را بخوانند و درباره‌ی نکات موجود در آن، در گروه به گفت‌وگو بپردازند و جاهای خالی متن

**کار در کلاس**

۱- با استفاده از شکل زیر، بردارهای  $\vec{AB}$ ،  $\vec{BC}$  و  $\vec{CA}$  را پیدا کنید.

الف - مختصات نقطه  $A$ ،  $B$  و  $C$  را پیدا کنید.

ب - نقطه  $A$  با مختصات  $(-1, 1)$ ،  $B$  با مختصات  $(1, 1)$  و  $C$  با مختصات  $(1, -1)$  را در شکل مشخص کنید.

ج - بردارهای  $\vec{AB}$ ،  $\vec{BC}$  و  $\vec{AC}$  را رسم کرده و مختصات آنها را پیدا کنید.

د - بردارهای  $\vec{AB}$ ،  $\vec{BC}$  و  $\vec{AC}$  را با استفاده از فرمول  $\vec{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$  محاسبه کنید.

ه - بردارهای  $\vec{AB}$ ،  $\vec{BC}$  و  $\vec{AC}$  را با استفاده از فرمول  $\vec{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$  محاسبه کنید.

۲- مختصات هر یک از بردارهای مقابل را بیابید.

۳- مختصات ابتدا و انتهای هر یک از بردارهای تمرین ۲ را پیدا کنید و متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسید.

۴- در هر یک از قسمت‌های زیر، مختصات نوشته نشده را بنویسید.

مختصات  $\vec{AB}$  و  $\vec{BC}$

برداری است که ابتدای آن نقطه‌ی  $A$  و انتهای آن نقطه‌ی  $B$  است. هدف تمرین ۲، ایجاد مهارت در یافتن مختصات بردارهای رسم شده در صفحه‌ی مختصات و هدف تمرین ۳ استفاده از این بردارها و نوشتن جمع متناظر با آنهاست. دانش‌آموزان برای پاسخ‌گویی درست به این کار در کلاس، باید بدانند که مختصات ابتدای بردار به علاوه‌ی مختصات بردار، برابر است با مختصات انتهای بردار.

هدف تمرین ۴، یافتن جز مجهول جمع است که در واقع با استفاده از آن می‌توان تفریق را نیز یادآوری کرد.

### تلفیق با سایر دروس:

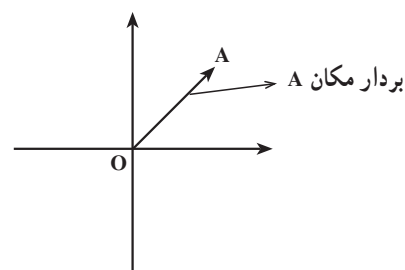
- ۱- کلمه‌ی بردار یعنی چه و در ادبیات فارسی، آن را با چه واژگانی می‌توان توضیح داد؟
- ۲- بردارها در علوم به ویژه فیزیک، کاربردهای فراوانی دارند؛ مثلاً بردارهای نیرو اندازه و جهت دارند (چنان که جهت نیروی جاذبه به سمت پایین است).

### فعالیت خارج از کلاس:

دانش‌آموزان علاقه‌مند می‌توانند نمونه‌هایی از کاربرد بردار در علوم را به صورت پوستر یا در هر قالب دیگری در کلاس ارائه کنند.

### توسعه:

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که اگر بردار از مبدأ رسم شود، مختصات آن با مختصات نقطه‌ی انتهای بردار برابر می‌شود و به این بردار، بردار مکان آن نقطه گفته می‌شود.



### توصیه‌های آموزشی:

- ۱- در شروع درس، قبل از معرفی و یادآوری مختصات بردار، ابتدا مختصات نقطه را برای دانش‌آموزان یادآوری کنید. پس از تمرین نوشتن مختصات ابتدا و انتهای بردار، مختصات بردار را از آنها بیابید.
- ۲- پیدا کردن مختصات بردار را در دستگاه مختصات و بدون دستگاه مختصات تمرین کنید. در مثال زیر، محور مختصات وجود ندارد اما می‌توان مختصات بردار را نوشت.



## هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، کشف بردارهای مساوی است. به دانش‌آموزان فرصت دهید تا فعالیت را بخوانند و به پرسش مطرح شده در انتهای آن فکر کنند.

## مشاهده کنید:



هنگامی که دانش‌آموزان مشغول انجام دادن فعالیت‌اند، به عملکرد آن‌ها در گروه توجه کنید. آیا فعالیت را به صورت پله پله انجام می‌دهند؟ آیا مختصات بردارها را به درستی به دست آورده‌اند؟ آیا هم جهت و هم اندازه بودن بردارها را مشاهده کرده‌اند؟ آیا تساوی مختصات آن‌ها را دریافته‌اند؟ آیا با توجه به معلوماتشان می‌توانند نتیجه‌گیری کنند؟ آیا به نتایجی که دیگر اعضای گروه به دست آورده‌اند، توجه می‌کنند؟ آیا همه‌ی اعضای گروه فعال‌اند؟ راهنمایی شما در همه‌ی موارد ممکن است مؤثر باشد.

## پرسید:



پس از انجام پذیرفتن فعالیت و جمع‌بندی نتایج آن، از دانش‌آموزان بپرسید: بردارهای مساوی چه تفاوتی با هم دارند؟ آیا جمع متناظر همه‌ی بردارهای مساوی یکی است؟ آیا مختصات ابتدا و انتهای بردارهای مساوی، با هم مساوی‌اند؟

چند بردار مساوی با یک بردار در صفحه‌ی مختصات می‌توان یافت؟

## هدف کار در کلاس:



هدف کار در کلاس ۱، کشف این نکته است که جمع متناظر با بردارهای مساوی، یکی نیست. هدف کار در کلاس ۲، ۳ و ۴ رسم بردارهایی مساوی است، در کار در کلاس ۳ دانش‌آموزان یک بردار مکان مساوی با دو بردار دیگر رسم می‌کنند و در کار در کلاس ۴، جمع متناظر با یکی از این بردارها را می‌نویسند.

## تساوی بردارها



به شکل روی‌رو توجه کنید. شکل A با بردار a انتقال داده شده و شکل B به دست آمده است. شکل A را با بردارهای b، c و d نیز انتقال دهید. به شکل شکل B خواهیم رسید.

مختصات بردارهای a، b، c و d را بنویسید:

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ بردارها با هم مساوی‌اند! ابتدا ای بردارها با هم تفاوت دارند.

در شکل بالا، بردارهای رسم شده موازی، هم‌اندازه و هم جهت هستند. این بردارها همه یک انتقال را نشان می‌دهند؛ پس، با هم مساوی‌اند.

**کار در کلاس**

۱. جمع متناظر با هر یک از بردارهای بالا را بنویسید.

۲. مختصات بردار انتقال  $\overrightarrow{AB}$  را به دست آورید.

$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

۳. از نقطه‌ی O، بردار  $\overrightarrow{OC}$  را مساوی  $\overrightarrow{AB}$  رسم کرده و تساوی‌های زیر را کمال کنید.

$\overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

۴. از نقطه‌ی M، بردار  $\overrightarrow{MN}$  را مساوی  $\overrightarrow{AB}$  رسم کنید و با توجه به این بردار:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

یک تساوی جمع بنویسید.

## تساوی بردارها



## ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید که روی صفحه‌ی مختصات دو بردار مساوی پیدا کنند.

## شروع کنید:



از آنان بخواهید که فعالیت را در گروه با دقت بخوانند و به پرسش‌های مطرح شده در آن پاسخ گویند. سپس، نتایج حاصل از فعالیت را در قالب گفت‌وگوی کلاسی مطرح کنند. در ادامه، پس از جمع‌بندی، کار در کلاس را ابتدا به صورت فردی حل کنند و سپس به بررسی پاسخ‌هایشان در گروه بپردازند. تمرین این قسمت را نیز به عنوان تکلیف منزل به آن‌ها پیشنهاد کنید.





### توصیه‌های آموزشی:

در قسمت تمرین ۴ می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از + و - بدون مؤلفه‌ها بگویند وضعیت بردارهای هر یک از اجزای جمع چگونه است؟ برای مثال به وضعیت بردارهای زیر توجه کنید:

$$\begin{matrix} \searrow & \swarrow & \swarrow \\ \begin{bmatrix} 9 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$



### تلفیق با سایر دروس:

از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی از تساوی بردارهای حرکت و نیرو در درس فیزیک تهیه کنند. مثال‌های آن‌ها را در کلاس از نظر برداری بررسی کنید.



### فعالیت خارج از کلاس:

دانش‌آموزان می‌توانند درباره‌ی تفاوت بردارهای مساوی و هم‌سنگ تحقیق کنند. همچنین، معنای نقطه اثر را در بردارهای نیرو در درس فیزیک پیدا کنند.



### استفاده از ابزار و تکنولوژی:

با استفاده از نرم‌افزارهای رایانه‌ای می‌توانید محور مختصات رسم کنید و به کمک آن، نقطه و بردارهای مساوی را نمایش دهید.

**تمرین**

۱- با استفاده از شکل زیر، بردارهای مختصات نقطه داده شده را بنویسید.

۲- مختصات بردارهای رسم شده را بنویسید.

۳- متناظر با هر بردار و با استفاده از مختصات ابتدا و انتهای آن، یک جمع بنویسید.

۴- محورها را رسم کرده و نقاط زیر را روی آن مشخص کنید.

۵- بردارهای  $\vec{AB}$  و  $\vec{CD}$  را رسم کنید و مختصات آن‌ها را بدست آورید.

۶- این دو بردار مسطری اند یا نه؟ چهارضلعی  $ACDB$  چه نوع چهارضلعی است؟ **مسئله برای امتحان**

۷- یک دستگاه مختصات رسم کرده و نقاط  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}$  را مشخص کنید. سپس بردارهای  $\vec{AB}$  و  $\vec{BC}$  را رسم کنید و مختصاتشان را بدست آورید.

۸- متناظر با هر یک از بردارهای  $\vec{AB}$  و  $\vec{BC}$ ، یک جمع بنویسید.

۹- حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را بدست آورید.

۱۰- مختصات و جهت

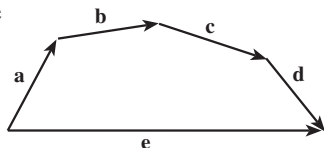
### یادداشت معلم

## هدف فعالیت:



دانش آموزان پس از انجام دادن این فعالیت می توانند از روی شکل، حاصل جمع دو برداری را که ابتدای یکی به انتهای دیگری متصل است، رسم کنند. این قاعده قابل تعمیم است؛ یعنی، برای مثال می توان حاصل جمع چند بردار زیر را به سادگی رسم کرد.

$$a + b + c + d = e$$

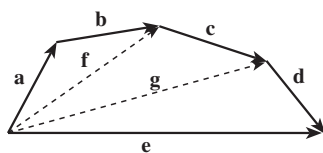


می توانید درباره ی چگونگی این تعمیم در کلاس بحث کنید؛ مثلاً در مثال بالا خواهیم داشت:

$$a + b + c + d =$$

$$f + c + d =$$

$$g + d = e$$



## شروع کنید:



از دانش آموزان بخواهید در گروه خود به مطالعه ی متن فعالیت بپردازند و به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ گویند و نتیجه ی آن را در چند جمله بیان کنند. پس از بیان نتایج در کلاس و جمع بندی آن، از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را حل کنند. برای بررسی پاسخ ها می توانید از یکی از دانش آموزان بخواهید پاسخ هایش را روی تخته بنویسد و دیگران درباره ی درستی یا نادرستی پاسخ های او نظر بدهند.

## هدف کار در کلاس:



هدف تمرین ۱، یافتن جمع برداری و جمع متناظر مختصات بردارها از روی شکل و هدف تمرین ۲، یافتن حاصل جمع بدون استفاده از شکل است. در تمرین ۱ تنها تقسیمات شطرنجی رسم شده اند و از کشیدن محورهای مختصات که خطوط اضافی برای این قسمت به حساب می آیند، پرهیز شده است. این نکته را به دانش آموزان تذکر دهید.

## جمع بردارها



۱- در شکل مقابل، مثلث آبی رنگ را ابتدا با بردار  $a$  و سپس، با بردار  $b$  منتقل کنید.  
۲- مثلث آبی رنگ را در یک مرحله با بردار  $c$  منتقل کنید.  
۳- پیکه های دو قسمت بالا را با هم مقایسه کنید. به یک جا رسیدند.  
۴- مختصات بردارهای  $a$ ،  $b$  و  $c$  را بنویسید.  $a = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ،  $b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ ،  $c = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$   
۵- بین  $a$  و  $c$  چه رابطه ای وجود دارد؟  $a + c = b$   
۶- از این فعالیت، چه نتیجه ای برای جمع بردارها می گیرید؟ نحوه جمع دو بردار به روش مثلث

در شکل بالا، نتیجه ی دو انتقال  $a$  و  $b$  با انتقال بردار  $c$  یکی است؛ بنابراین  $a + b = c$

## کار در کلاس

۱- با توجه به هر یک از شکل های زیر، ابتدا یک تساوی جمع برداری بنویسید. سپس با به دست آوردن مختصات بردارها، تساوی متناظر را برای مختصاتشان بنویسید.

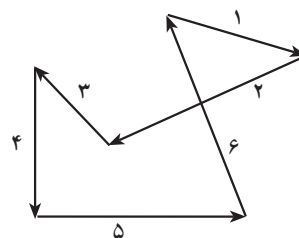
$AB + BC = AC$	$AC + CB = AB$	$AB + BC + CD = AD$
$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

## جمع بردارها

## ایجاد انگیزه کنید:



شکلی مانند شکل روبه رو گوشه ی تخته ی کلاس رسم کنید. در ابتدای بحث جمع بردارها از دانش آموزان بپرسید: این ۶ بردار روی هم چه چیزی را نشان می دهند. این سؤال را در انتهای بحث نیز تکرار کنید.

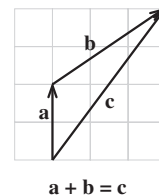
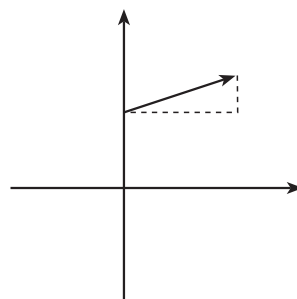


کار در کلاس شماره ی ۳ صفحه ی ۴۲ را نیز می توانید برای ایجاد انگیزه در ابتدای بحث مطرح کنید.



از دانش‌آموزان بخواهید برای تساوی زیر دو شکل رسم کنند؛ به این ترتیب که شکل ۱ بردار متناظر با این جمع باشد و شکل ۲، سه بردار که نشان‌دهنده‌ی این جمع باشد.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$



آموزش دهید:



برای دانش‌آموزان توضیح دهید که حاصل جمع بردارهایی که در فعالیت گذشته به دست آورده‌اند، حالت خاصی بود که در آن ابتدای یک بردار در انتهای دیگری بوده است. از آن‌ها پرسید اگر این‌طور نبود، چه باید کرد؟ پاسخ دانش‌آموزان را بشنوید و اجازه دهید نظریات مختلف در کلاس مطرح شود. دانش‌آموزان را هدایت کنید تا به بردارهای مساوی فکر کنند و کشف کنند که رسم برداری مساوی یکی در انتهای دیگری می‌تواند کارساز باشد. سپس، شکل کتاب را روی تخته رسم کنید و با توجه به متن کتاب، چگونگی رسم بردار حاصل جمع دو برداری را که ابتدای آن‌ها روی هم است، برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

ادامه دهید:



برای دانش‌آموزان توضیح دهید که به روشی که در فعالیت با آن آشنا شدند، روش مثلث و به روش اخیر، روش متوازی‌الاضلاع گفته می‌شود. سپس، از آن‌ها بخواهید ابتدا به صورت فردی به حل کردن کار در کلاس بپردازند و سپس، پاسخ‌هایشان را در گروه بررسی کنند.

رای به‌دست آوردن حاصل‌جمع دو بردار  $\vec{OA}$  و  $\vec{OB}$ ، ابتدا از نقطه‌ی  $A$  برداری مساوی  $\vec{OB}$  رسم می‌کنیم و آن را  $\vec{AC}$  می‌نامیم. اینک حاصل‌جمع دو بردار  $\vec{OA}$  و  $\vec{OB}$  با حاصل‌جمع دو بردار  $\vec{OC}$  و  $\vec{OA}$  یکی است.

$$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OC}$$

چهارضلع  $OACB$  یک متوازی‌الاضلاع است (اجرا ۱؛ بنظرآیند). برای به‌دست آوردن حاصل‌جمع دو بردار با ابتدای مشترک، می‌توانیم قطر متوازی‌الاضلاعی را که دو بردار روی آن رسم می‌شود، به‌دست آوریم؛ این قطعه، **روش متوازی‌الاضلاع** نامیده می‌شود.

**کار در کلاس**

۱- در هر یک از حالت‌های زیر، بردار حاصل‌جمع دو بردار  $a$  و  $b$  را رسم کنید و یک تساوی جمع برداری بنویسید. بردار حاصل‌جمع را  $c$  بنامید.

۲- در هر شکل، روی نیم‌خط‌های  $OX$  و  $OY$  دو بردار  $\vec{OA}$  و  $\vec{OB}$  را طوری مشخص کنید که حاصل‌جمع آن‌ها تساوی بردار  $\vec{OC}$  شود.

۳- دو نفر برای کتیدن فلیک در رودخانه از دو قطب استفاده کردند (به شکل زیر) و نگاه کنید. نیرویی که آن‌ها به فلیک وارد می‌کنند، با دو بردار نشان داده شده است. با توجه به شکل، مسیر حرکت فلیک را مشخص کنید. **جمع دو بردار**

هدف کار در کلاس:



تمرین ۱ برای ایجاد مهارت در رسم حاصل جمع دو بردار به روش متوازی‌الاضلاع طرح شده است. تمرین ۲ تمرینی است برای یافتن مؤلفه‌های یک بردار؛ در واقع، راستای بردارهایی که بردار حاصل را تولید کرده‌اند، داده شده است و باید بردار را پیدا کرد. کار در کلاس ۳، تمرینی کاربردی و جالب برای جمع بردارهاست. می‌توانید این تمرین را در کلاس با استفاده از یک جعبه و دو تکه طناب اجرا کنید.

توسعه:



۱- می‌توانید چگونگی تبدیل یک تفریق برداری به جمع را در کلاس بررسی کنید. برای این کار از شیوه‌ای که در اعداد صحیح به کار بردید، استفاده کنید.

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

۲- حالت‌های خاص جمع مانند جمع یک بردار با

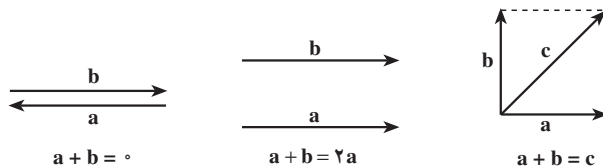
بیندند و سعی کنند با کشیدن طناب‌ها در جهت‌های مختلف و کم و زیاد کردن نیروی وارد بر آن‌ها، جعبه را به سمت‌های مختلف بکشند. استفاده از یک عروسک خیمه‌شب‌بازی نیز بسیار جالب است.

### تلفیق با سایر دروس:



برایند بردارهای نیرو در فیزیک، نمونه‌ای از کاربرد جمع بردار است. همچنین، حرکت دادن عروسک‌های خیمه‌شب‌بازی در هنر به این مفهوم مربوط می‌شود.

قرینه‌اش، جمع یک بردار با بردار مساوی خودش، جمع یک بردار با بردار موازی خودش و جمع یک بردار با برداری عمود بر آن را در کلاس مطرح کنید.



### فعالیت خارج از کلاس:



از دانش‌آموزان بخواهید که، دو تکه طناب به یک جعبه

### یادداشت معلم

## ضرب یک عدد در یک بردار

ایجاد انگیزه کنید:

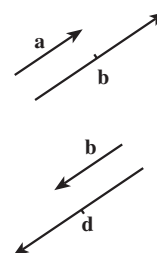


از دانش آموزان بخواهید حاصل جمع ۵ بردار مساوی را در صفحه‌ی مختصات تصور کنند.

شروع کنید:



با رسم کردن چند شکل مانند شکل‌های زیر و طرح این پرسش که بردارهای رسم شده چه ارتباطی با هم دارند، ذهن دانش آموزان را برای شروع فعالیت آماده کنید. سپس، از آنها بخواهید در گروه به مطالعه‌ی دقیق فعالیت بپردازند و جاهای خالی آنرا پر کنند و پس از آن به حل کردن کاردرکلاس بپردازند. تمرین این قسمت را نیز به عنوان تکلیف منزل پیشنهاد کنید.



## اشتباهات رایج دانش آموزان:



گاهی دانش آموزان برای ضرب یک عدد در یک بردار، تنها عدد را در مؤلفه‌ی بالایی بردار ضرب می‌کند. این نکته را با چند مثال در کلاس تذکر دهید.

## هدف کار در کلاس:

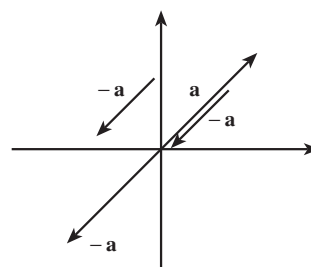


سؤال ۱ تمرین ضرب یک عدد در یک بردار، هم به صورت جبری هم به صورت ضرب یک عدد در مختصات بردار است. تمرین ۲ این کار در کلاس، تلفیقی از جمع بردارها و ضرب یک عدد در یک بردار است. از این تمرین می‌توان به عنوان زمینه‌ای برای مبحث بردارهای واحد مختصات استفاده کرد. در تمرین ۳ نیز بردارهای واحد مختصات در قالب تلفیق جمع بردارها و ضرب یک عدد در یک بردار آمده‌اند.

## هدف فعالیت:



دانش آموزان پس از انجام دادن این فعالیت، با ضرب یک عدد در یک بردار، هم به صورت ترسیم شکل و هم به صورت جبری آشنا می‌شوند. مفهوم قرینه‌ی یک بردار در صفحه‌ی مختصات نیز در این فعالیت آمده است. به دانش آموزان تذکر دهید که بردار قرینه‌ی یک بردار را از هر جای صفحه‌ی مختصات می‌توان رسم کرد.



**تمرین**

۱- حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۲- در هر یک از موارد زیر، مختصات بردار  $a$  و بردار  $b + a$  را حساب کنید.

الف-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow b + a = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 ب-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow b + a = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 ج-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow b + a = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 د-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow b + a = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

۳- در هر یک از قسمت‌های زیر، بردارهای  $a$ ،  $b$  و  $a + b$  را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و مختصات بردار  $a + b$  را حساب کنید.

الف-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow a + b = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 ب-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow a + b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 ج-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow a + b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 د-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow a + b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

**مختصات و جهت**

**کار در کلاس**

۱- با توجه به هر شکل، ابتدا یک تساوی برداری بنویسید سپس، به جای هر بردار، مختصات آن را قرار دهید و تساوی متناظر مختصاتی را بنویسید.

الف-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow a + b = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 ب-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow a + b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 ج-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow a + b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

۲- در هر یک از شکل‌های زیر، بردار  $c$  را بر حسب بردارهای  $a$  و  $b$  بنویسید.

الف-  $c = 2a + b$    
 ب-  $c = -a + b$

۳- با توجه به تمرین ۲، در هر قسمت، بردارهای داده شده را رسم کنید.

الف-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow c = a + b = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$    
 ب-  $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ،  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow c = a + b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

**مختصات و جهت**

در مورد ضرب عدد صفر در یک بردار، توضیح دهید که حاصل بردار صفر است نه عدد صفر.

برای مثال:

$$0 \times \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### استفاده از ابزار و تکنولوژی:

با استفاده از رایانه و در یک محیط ساده‌ی نقاشی، می‌توانید جمع بردارها و ضرب یک عدد در یک بردار را در قالبی زیبا رسم کنید.

### تلفیق با سایر دروس:

با توجه به تمرین ۴ این قسمت، موضوع معادله‌های مختصاتی را توضیح دهید و ارتباط این دروس را با درس معادله که دانش‌آموزان در کلاس دوم یادگرفته‌اند و درس سال جاری آن‌ها بیان کنید.

### توصیه‌های آموزشی:

۱- در میان تمرین‌های این قسمت، تمرین شماره‌ی ۴ به دقت و توجه بیشتری احتیاج دارد. در قسمت الف آن بردار  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  آمده است، این بردار صفر است نه عدد صفر.

۲- تمرین‌های این درس زمینه‌ی مناسبی را خوبی برای درس بعدی فراهم می‌آورند. به این موضوع در حل تمرین‌ها توجه داشته باشید.

### توسعه:

حالت‌های خاص ضرب یک عدد در یک بردار، مثلاً ضرب صفر،  $+1$  و  $-1$  در یک بردار را در کلاس مطرح کنید:

$$1 \times a = a$$

$$-1 \times a = -a$$

$$0 \times a = 0$$

بردار عدد

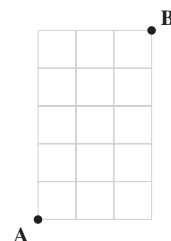


## بردارهای واحد مختصات

### ایجاد انگیزه کنید:



۱- با طرح یک سؤال، مبحث حاضر را آغاز کنید.  
می‌خواهیم از روی خطوط و در کوتاه‌ترین راه از نقطه‌ی A به B برویم؛ چند راه وجود دارد؟ چند حرکت افقی و چند حرکت عمودی باید انجام دهیم؟



۲- یک پازل به کلاس بیاورید و از دانش‌آموزان بخواهید آن را کامل کنند.

### شروع کنید:



بردارهای واحد  $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  را به دانش‌آموزان

معرفی کنید و از آن‌ها بخواهید بدون رسم بردارها، جهت و راستای آن‌ها را تعیین کنند. برای آن‌ها توضیح دهید که همه‌ی بردارهایی را که می‌توان در صفحه‌ی مختصات رسم کرد، با جمع چند تا از این بردارهای واحد به دست می‌آیند؛ مثلاً:

مثال:

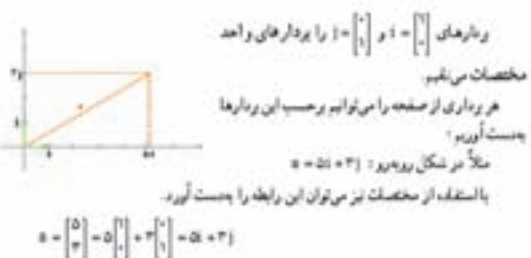
$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

که به اختصار می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = 3i + 2j \quad \text{یا} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

از آن‌ها بخواهید به صورت فردی و با دقت به حل کردن کار در کلاس بپردازند و سپس، پاسخ‌هایشان را با دیگر اعضای گروه مقایسه کنند و در صورت لزوم به اصلاح پاسخ‌ها بپردازند. تمرین این قسمت را نیز به عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان توصیه کنید و در جلسه‌ی بعد به بررسی پاسخ‌های آن‌ها بپردازید.

## بردارهای واحد مختصات



### کار در کلاس

۱- در هر قسمت، بردار داده شده را برحسب بردارهای واحد  $i$  و  $j$  بنویسید.



### مشاهده کنید:



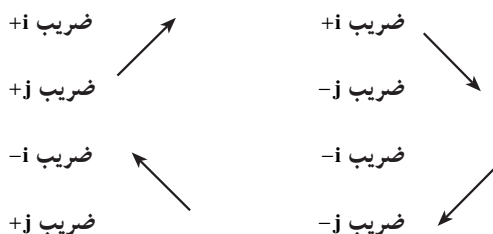
هنگامی که دانش‌آموزان به بررسی پاسخ‌هایشان در گروه مشغول‌اند، چگونگی عملکرد آن‌ها را مشاهده کنید. آیا هر یک از آن‌ها به سؤالات مطرح شده در کاردرکلاس فکر کرده است؟ آیا پاسخ‌های آن‌ها صحیح است؟ آیا درباره‌ی سؤالاتی که به آن‌ها جواب‌های متفاوتی داده‌اند، در گروه بحث می‌کنند؟ آیا به نظریات یک‌دیگر توجه می‌کنند؟ آیا پاسخ‌های نادرست خود را تصحیح می‌کنند؟

### هدف کار در کلاس:



هدف تمرین ۱، استفاده از بردارهای واحد مختصات برای نمایش بردار با توجه به شکل بردارها و هدف تمرین ۲، ایجاد مهارت در استفاده از بردارهای واحد مختصات برای نمایش بردار با توجه به مختصات بردارها است. هدف تمرین‌های ۳ و ۴ استفاده از بردارهای واحد مختصات و یافتن مختصات بردارهاست.

مثال:



### تلفیق با سایر دروس:



با استفاده از بردارهای واحد مختصات، می توان همه ی بردارهای صفحه ی مختصات را ساخت مانند اعداد اول در حساب که با آن ها می توان همه ی عددها را ساخت.

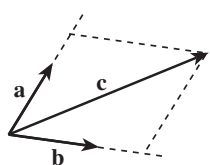
### توسعه:



۱- می توانید با معرفی بردار یکه ی K که بر صفحه ی مختصات عمود است، بردارهای فضای مختصات را هم به دانش آموزان معرفی کنید.

۲- برای دانش آموزان توضیح دهید که بردارهای واقع در صفحه ی مختصات را می توان با هر جفت برداری که هم راستا نیستند، ساخت ؛ چگونه؟

$$\vec{c} = m \vec{a} + n \vec{b}$$



### فعالیت خارج از کلاس:



دانش آموزان علاقه مند می توانند صفحه ی مختصات را به شکلی زیبا طراحی کنند و با استفاده از بردارهای واحد مختصات بردارهای مختلفی بسازند ؛ مثلاً با استفاده از تخته های کوچک وایت برد و بردارهای واحد که مثلاً با آهن ربا به آن می چسبند.

### توصیه های آموزشی:



تمرین ۳ و ۴ این قسمت، تلفیقی از مباحث گذشته است و به دقت بیشتری در پاسخ گویی نیاز دارد.

### اشتباهات رایج دانش آموزان:



گاهی دانش آموزان ضرایب بردارهای i و j را به اشتباه با هم جمع می کنند. با توجه به شکل این دو بردار، این نکته را در کلاس تذکر دهید ؛ یعنی، توضیح دهید که چون راستای این دو بردار متفاوت است، نمی توان ضرایب آن ها را با هم جمع کرد.

### پرسید!



از دانش آموزان بخواهید بدون رسم بردارها و با توجه به علامت ضرایب i و j، جهت و راستای بردارها را به طور تقریبی تعیین کنند.



این رسم شباهت زیادی به فرش کردن کف خانه‌ها و ساختمان‌ها با سرامیک و موزائیک دارد. اگر دانش‌آموزان سنگ فرش کردن خانه‌ی خود یا دیگران را دیده باشند، به راحتی می‌توانند آن را با این رسم کاملاً مقایسه کنند. از دانش‌آموزان بخواهید مساحت این رسم را برحسب تعداد مستطیل‌ها بیان کنند.

### شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید الگوی رسم را بیابند و قسمت الف صفحه‌ی ۴۸ را کامل کنند. در امتداد بودن خطوط رسم در زیبایی آن بسیار مؤثر است؛ این نکته را از ابتدا به دانش‌آموزان یادآوری کنید.

### طریقه‌ی کشیدن رسم

ابتدا باید مستطیلی با ابعاد  $20 \times 16$  در وسط صفحه‌ی کاغذ رسم شود و سپس صفحه به صورت شطرنجی با مربع‌های ۲ سانتی‌متری تقسیم‌بندی شود. نکته‌ی مهم این است که این مربع‌ها در پایان کار باید کاملاً پاک شوند؛ بنابراین، هر چه آن‌ها را کم‌رنگ‌تر و کم‌اثرتر بکشیم، بهتر است. سپس، مانند الگو از یک سمت خطوط اصلی کشیده می‌شوند و رسم تکمیل می‌گردد.

اگر کمی به الگو دقت کنیم، خطوط هم‌راستا را می‌توانیم با هم رسم کنیم و با یک بار تنظیم خط‌کش، کلیه‌ی خطوط آن امتداد را بکشیم.

### نکات مهم رسم

یکسان بودن خطوط در این رسم اهمیت ویژه‌ای دارد. پاک کردن خطوط اضافی و در امتداد بودن خطوط، از ویژگی‌های دیگر این رسم است.

— از دانش‌آموزان بخواهید پس از پایان کار خود، صفحه را از کنار مشاهده کنند؛ یکسان بودن یا نبودن، به وضوح نمایان خواهد شد. این روش در بسیاری از رسم‌ها قابل استفاده است.



### توسعه:



از دانش‌آموزان بخواهید طول و عرض مستطیل را محاسبه کنند و سپس اندازه بگیرند و نتیجه را مقایسه کنند.

— اگر بخواهیم به جای مستطیل، مربع بزرگی را با کاشی‌های مربع شکل کوچک فرش کنیم، رسم چگونه خواهد شد؟ روش کشیدن آن چگونه است؟

— آیا با اشکال دیگری مثل مثلث، شش ضلعی و ... می‌توان یک مربع را فرش کرد؟

در کتاب آموزش هنر حل مسئله، فصل سوم (ص ۱۳۵) مباحث بسیار جالبی درباره‌ی الگویابی هندسه و فرش کردن آمده است که مسیر مناسبی برای توسعه‌ی این رسم به شمار می‌آید.