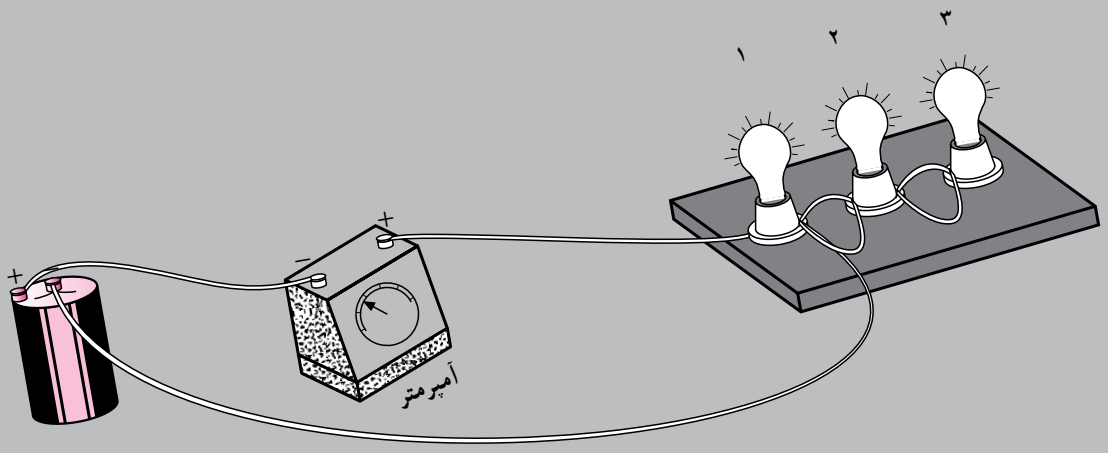

۱
۲
۳
+
−
+
−
آمپرمتر

فصل یازدهم

اتصال مقاومت‌ها به‌طور موازی

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل، از دانش‌آموز انتظار می‌رود :

۱ــ اتّصال موازی را تعریف کند.

۲ــ مقاومت معادل مدار موازی را تعریف کند.

۳ــ مقاومت معادل را محاسبه کند.

۴ــ توزیع جریان را در مدار موازی شرح دهد.

۵ ــ قانون جریان‌های کیرشهف را توضیح دهد.

۶ــ توان را در مدار موازی شرح دهد و آن‌را محاسبه کند.

۷ــ مشخصّات و قوانین مدارهای موازی را نام ببرد.

۸ ــ جریان‌ها را درمدار موازی محاسبه کند.

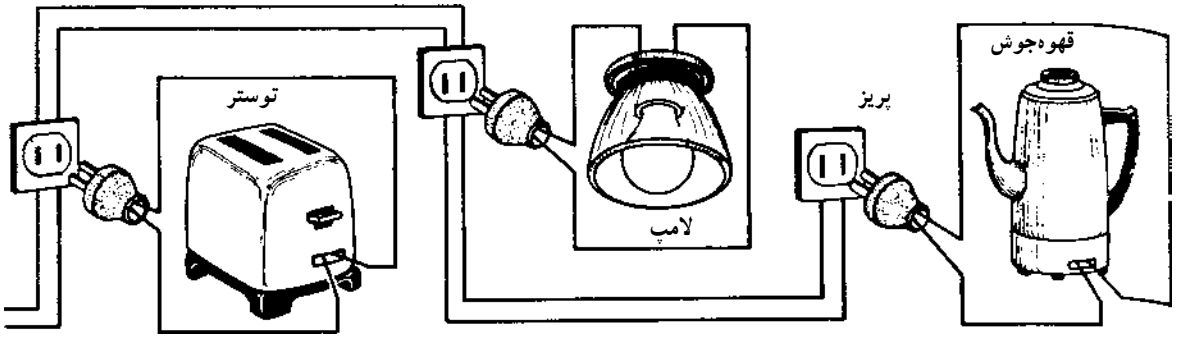
۹ــ مقاومت معادل را در مدار ترکیبی محاسبه کند.

۱۰ــ جریان‌ها و ولتاژها را در مدار ترکیبی محاسبه کند.

۱ــ۱۱ــ اتّصال مقاومت‌ها به‌طور موازی

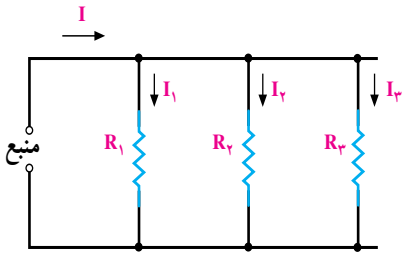
اگر بخواهند چند مصرف‌کننده با ولتاژ مساوی را هم‌زمان به یک منبع ولتاژ اتّصال دهند، آن‌ها را به‌صورت موازی به دو سر منبع ولتاژ اتّصال می‌دهند.

اتّصال موازی بدین صورت است که یک طرف همه‌ی مصرف‌کننده‌ها به یک قطب منبع و طرف دیگر همه‌ی آن‌ها به قطب دیگر منبع وصل می شود. در شکل ۱ــ۱۱ اتّصال چند مصرف‌کننده‌ی خانگی را به شبکه‌ی برق مشاهده می‌کنید.



شکل ۱ــ۱۱ــ اتّصال لوازم برقی به شبکه به‌طور موازی است.

در مدار موازی، بیش از یک مسیر برای عبور جریان وجود دارد. هریک از مسیرهای موازی را **شاخه** می‌گویند. در شکل ۱ــ۱۱ سه مسیر موازی را مشاهده می‌کنید که نمای فنی آن‌ها در شکل ۲ــ۱۱ رسم شده است.

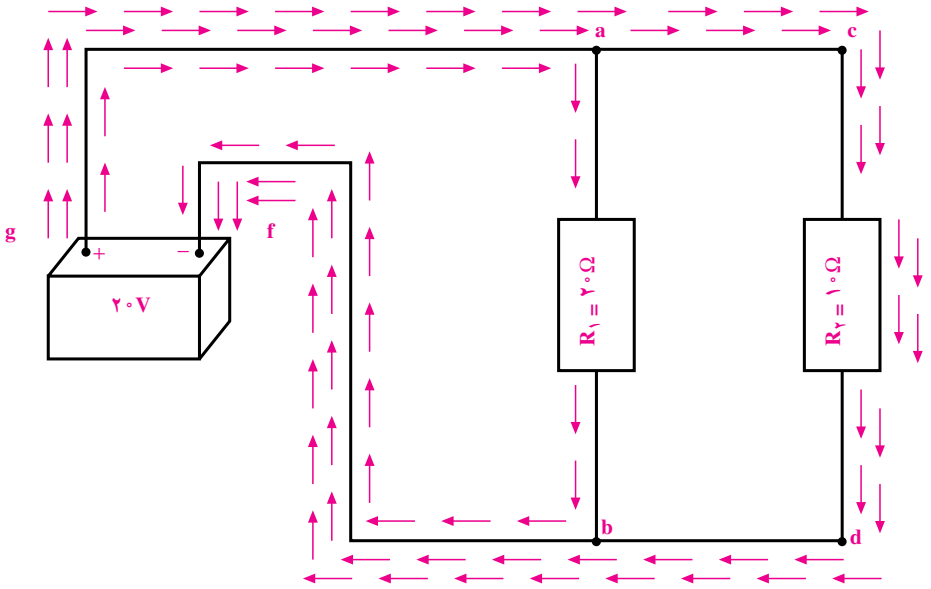


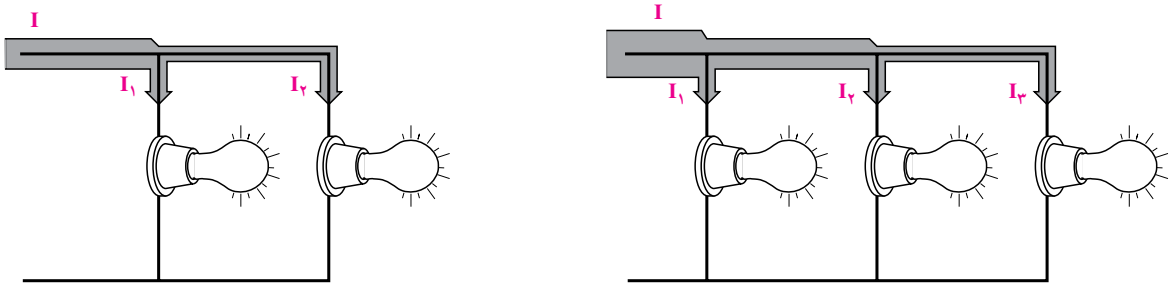
شکل ۲ــ۱۱

ولتاژ دو سر همه‌ی مصرف‌کننده‌ها در اتّصال موازی، یکسان و برابر ولتاژ منبع تغذیه است ولی درصورت متفاوت بودن مقاومت آن‌ها جریان مصرف‌کننده‌ها متفاوت‌اند.

مقاومت کل (معادل) در مدار موازی، مقاومتی است که اگر به جای مقاومت‌های موازی قرار گیرد، شدّت جریان کل مدار را تغییر ندهد. در مدار موازی، با افزایش شاخه‌های مدار تعداد مسیرهای جریان زیادتر می شود و شدّت جریان کل افزایش می‌یابد. افزایش شدّت جریان بدین معناست که مقاومت معادل، کاهش یافته است. در شکل ۳ــ۱۱ جریان کل و جریان شاخه‌ها مشخص شده است.

در مدارهای شکل ۳ــ۱۱، شدّت جریان کل، با مجموع





شکل ۳ــ۱۱ــ مسیرهای جریان و اندازه‌ی آن‌ها

شدّت جریان‌های شاخه‌های موازی برابر است ؛ در صورتی که ولتاژ دو سر هر شاخه با شاخه‌های دیگر و دو سر منبع برابر می‌باشد. از این‌رو با استفاده از روابط قانون اهم، شدّت جریان هر شاخه و شدت جریان کل را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد.

شدّت جریان شاخه‌ی nام $I_n = \frac{E}{R_n}$

شدّت جریان کل مدار $I_t = I_1 + I_2 + \cdots I_n$

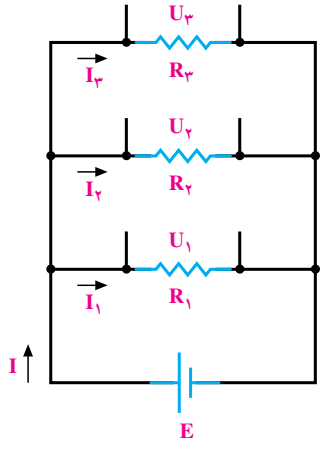
درصورت مساوی بودن مقاومت‌های شاخه‌های مدار، از هر شاخه شدّت جریان مساوی با دیگر شاخه‌ها می‌گذرد امّا اگر مقدار مقاومت‌های هرشاخه متفاوت باشد، هر شاخه‌ای که مقاومت کم‌تری دارد، شدّت جریان بیش‌تری را عبور می‌دهد. بنابراین، می‌توان گفت که مقدار جریان عبوری از هر شاخه در مدار موازی نسبت عکس با مقدار مقاومت‌های آن شاخه دارد. این حالت در رابطه‌ی زیر نشان داده شده است.

$$I^{\uparrow} = \frac{E}{R_{\downarrow}}$$

۲ــ۱۱ــ محاسبه‌ی مقاومت معادل در مدار موازی

مدار شکل ۴ــ۱۱ را با سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 درنظر می‌گیریم.

در مدار موازی ولتاژ منبع با ولتاژ دو سر شاخه‌ها برابر



شکل ۴ــ۱۱

است و جریان کل از مجموع جریان‌های شاخه‌ها به‌دست می‌آید. روابط ۱ و ۲ این معنی را نشان می‌دهد.

$$E = U_1 = U_2 = U_3 \qquad (1)$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (2)$$

طبق قانون اهم می‌توان نوشت :

$$I = \frac{E}{R_t^{*}} \ , \ I_1 = \frac{E}{R_1} \ , \ I_2 = \frac{E}{R_2} \ , \ I_3 = \frac{E}{R_3}$$

مقادیر مساوی را در رابطه‌ی ۲ قرار می‌دهیم.

$$\frac{E}{R_t} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

با فاکتورگیری و حذف مقادیر مساوی E از طرفین تساوی، به رابطه‌ی ۳ می‌رسیم.

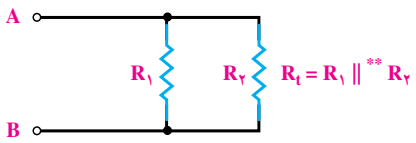
$$\frac{E}{R_t} = E(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (3)$$

رابطه‌ی مقاومتِ معادل بین دو مقاومت موازی شکل ۵ــ۱۱ چنین محاسبه می‌شود.

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



شکل ۵ــ۱۱

---

*ــ معمولاً مقاومت معادل در مدار موازی را با R_{eq} نشان می‌دهند. eq مخفف کلمه‌ی equivalent به معنای **معادل** است ولی در این کتاب جهت سادگی، مقاومت معادل در مدار موازی نیز با R_t نمایش داده شده است.

**ــ علامت دو خط موازی (‖) را برای اختصار در به‌کار بردن کلمه‌ی موازی به‌کار می‌برند ؛ مثلاً $R_1 \| R_2$ یعنی R_1 موازی R_2 است.

۳ــ۱۱ــ حالت خاص

در صورتی که مقاومت‌های موازی شده با هم مساوی باشند، مقاومت معادل چنین به‌دست می‌آید :

$$\frac{۱}{R_t}=\frac{۱}{R}+\frac{۱}{R}+\cdots+\frac{۱}{R_n}$$

$$\frac{۱}{R_t}=\frac{۱}{R}(\overbrace{۱+۱+\cdots+۱}^{\text{تا n}})$$

$$\frac{۱}{R_t}=\frac{۱}{R}\times n=\frac{n}{R}$$

$$\boxed{R_t=\frac{R}{n}} \qquad (۴)$$

n تعداد مقاومت‌های موازی شده و R یکی از آن‌هاست.

مثال ۱: مقاومت معادل مدارهای شکل ۶ــ۱۱ را به‌دست آورید.

(ب) (الف)

شکل ۶ــ۱۱

مقاومت معادل مدار الف برابر است با

$$R_t=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=\frac{۷۲}{۱۸}=۴\Omega$$

هم‌چنین، در مدار ب مقاومت معادل برابر است با

$$\frac{۱}{R_t}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}=\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}$$

$$\frac{۱}{R_t}=\frac{۱+۲+۴}{۲۴}=\frac{۷}{۲۴}\ ,\ R_t=\frac{۲۴}{۷}=۳/۴۳\Omega$$

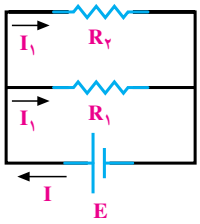
۴ــ۱۱ــ تقسیم جریان در مدار موازی

با توجه به مدار شکل ۷ــ۱۱ و به‌کارگیری قانون اهم برای هر شاخه، به این نتیجه می‌رسیم :

$$E=I_۱R_۱ \qquad (۱)$$

$$E=I_۲R_۲ \qquad (۲)$$

$$E=IR_t \qquad (۳)$$



شکل ۷ــ۱۱

مقاومت معادل مدار فوق برابر است با

$$R_t=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} \qquad (۴)$$

از رابطه‌ی ۱ جریان $I_۱$ را به‌دست می‌آوریم.

$$I_۱=\frac{E}{R_۱} \qquad (۵)$$

رابطه‌ی ۴ را در رابطه‌ی ۳ قرار می‌دهیم :

$$E=I\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

حال اگر مقدار E را در رابطه‌ی ۵ جایگزین کنیم، خواهیم داشت :

$$I_۱=\frac{I\dfrac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}}{R_۱}$$

$$I_۱=I\frac{R_۱R_۲}{R_۱(R_۱+R_۲)}\Rightarrow I_۱=I\frac{R_۲}{R_۱+R_۲} \qquad (۶)$$

رابطه‌ی ۶ نشان می‌دهد که جریان کل در شاخه‌های موازی، به‌نسبت عکسِ مقاومت‌های شاخه‌ها تقسیم می شود.

$I_۲$ نیز به‌ترتیب زیر به‌دست می‌آید.

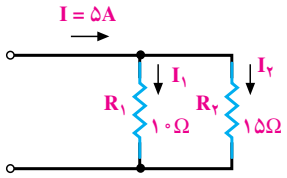
$$I_۲=\frac{E}{R_۲}$$

$$I_۲=\frac{I\dfrac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}}{R_۲}=I\frac{R_۱R_۲}{R_۲(R_۱+R_۲)}$$

با حذف $R_۲$ از صورت و مخرج داریم :

$$I_۲=I\frac{R_۱}{R_۱+R_۲} \qquad (۷)$$

مثال ۲: شدّت جریان هر شاخه از مدار شکل ۸ــ۱۱ را به‌دست آورید.



شکل ۸ــ۱۱

رابطه‌ی جریان شاخه‌ی $R_۱$:

$$I_۱ = I\frac{R_۲}{R_۱ + R_۲}$$

$$I_۱ = \frac{۵\times ۱۵}{۱۵+۱۰}$$

جریان شاخه‌ی $R_۱$:

$$I_۱ = \frac{۷۵}{۲۵} = ۳A$$

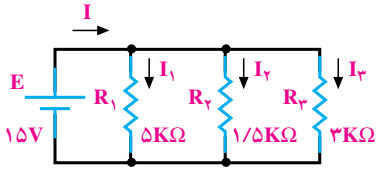
جریان شاخه‌ی $R_۲$:

$$I_۲ = I - I_۱ = ۵ - ۳ = ۲A$$

یا

$$I_۲ = I\frac{R_۱}{R_۱ + R_۲} = ۵\frac{۱۰}{۲۵} = ۲A$$

مثال ۳: در مدار شکل ۹ــ۱۱ شدّت جریان هر شاخه و شدّت جریان کل را به‌دست آورید.



شکل ۹ــ۱۱

$$I_۱ = \frac{E}{R_۱} = \frac{۱۵V}{۵\times ۱۰^{+۳}} = ۳mA$$

$$I_۲ = \frac{E}{R_۲} = \frac{۱۵V}{۱/۵\times ۱۰^{۳}} = ۱۰mA$$

$$I_۳ = \frac{E}{R_۳} = \frac{۱۵V}{۳\times ۱۰^{۳}} = ۵mA$$

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳$$

$$I = ۳ + ۱۰ + ۵$$

$$I = ۱۸mA$$

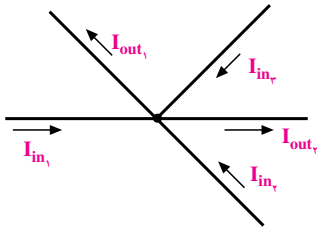
۵ــ۱۱ــ قانون جریان کیرشهف[۱]

در هر شبکه[۲] انشعاب‌های زیادی وجود دارد. محل اتصال بیش ازدو شاخه از مدار را **نقطه‌ی گره** یا **نقطه‌ی انشعاب** و فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی گره را **شاخه** گویند.

براساس قانون جریان کیرشهف، مجموع جریان‌های وارد شده به هر نقطه‌ی گره با مجموع جریان‌های خارج شده از آن نقطه برابر است. در شکل ۱۰ــ۱۱ جریان‌هایی که وارد گره شده‌اند با I_{in} و جریان‌هایی که از گره دور یا خارج شده‌اند با I_{out} نمایش داده شده است.

با توجّه به قانون جریان کیرشهف، برای شکل ۱۰ــ۱۱ رابطه‌ی زیر را می‌توان نوشت :

$$I_{in_۱} + I_{in_۲} + I_{in_۳} = I_{out_۱} + I_{out_۲}$$



شکل ۱۰ــ۱۱

قانون گفته شده را این‌گونه نیز می‌توان تعریف کرد : جمع جبری جریان‌ها در یک گره برابر صفر است ؛ یعنی :

$$I_{in_۱} + I_{in_۲} + I_{in_۳} - I_{out_۱} - I_{out_۲} = ۰$$

در این رابطه، جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند مثبت و جریان‌های خارج شده از گره منفی درنظر گرفته شده‌اند. عکس این حالت نیز صادق است.

رابطه‌ی کلی جریان کیرشهف را به‌صورت زیر نیز می‌توان نوشت :

$$\sum I = ۰$$

یا

۱ــ Kirchhoff's Current law

۲ــ شبکه شامل مجموعه‌ای از مقاومت‌های سری، موازی یا ترکیبی، همراه با منابع تغذیه است.

$$I_{in_1} + I_{in_2} + \cdots + I_{in_n} - I_{out_1} - I_{out_2} - \cdots - I_{out_n} = 0$$

مثال ۴: درمدار شکل ۱۱ــ۱۱ :

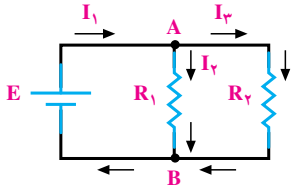
۱ــ تعیین تعداد نقطه‌ی گره،

۲ــ تعیین تعداد شاخه،

۳ــ رابطه‌ی جریان در گره‌های A و B را تعیین کنید.

راه حل:

۱ــ دو گره A و B



شکل ۱۱ــ۱۱

۲ــ سه شاخه یعنی فاصله‌ی بین دو گره A و B از سه مسیر یعنی مسیر منبع، مسیر R_1 و مسیر R_2 تشکیل شده است.

۳ــ $\sum I = 0 \Rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0$ (در گره A)

$\sum I = 0 \Rightarrow I_2 + I_3 - I_1 = 0$ (در گره B)

۶ــ۱۱ــ توان در مدار موازی

پیش از این با توان مجاز و توان مصرفی یک مقاومت آشنا شده‌اید. اگر چند مقاومت، موازی با منبع بسته شوند توان تولید شده توسط منبع باجمع توان‌های مصرف شده در مقاومت‌ها برابر است. چرا؟

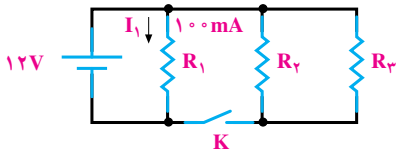
با استفاده از روابط محاسبه‌ی توان ــ که قبلاً ذکر شده است ــ می‌توان مقدار توان را در مدارهای موازی به‌دست آورد. این روابط عبارت‌اند از :

$$P = U.I \ , \ P = RI^2 \ , \ P = \frac{U^2}{R}$$

مثال ۵: توان مصرفی کل شبکه در شکل ۱۲ــ۱۱در دو حالت الف و ب چه‌قدر است؟ در صورتی که $R_1 = R_2 = R_3$ باشد،

الف : کلید K باز است.

ب : کلید K بسته است.



شکل ۱۲ــ۱۱

راه حل ــ الف:

توان مصرفی R_1 $P_{R1} = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2(W)$

توان کل $P_t = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2(W)$

در حالت کلید باز، توانی که منبع تولید می‌کند برابر با توانی است که مقاومت R_1 مصرف می‌کند. اکنون کلید را ببندید (مقاومت‌ها با هم مساوی‌اند). توان تولید شده توسط منبع و توان مصرفی مقاومت‌ها را به‌دست آورید.

راه حل ــ ب: با بستن کلید، جریان کل افزایش می‌یابد (سه‌برابر می‌شود. چرا؟) و از مقاومت معادل کاسته می‌شود ($\frac{1}{3}$ می‌شود. چرا؟). بنابراین، جریان منبع برابر است با

$$I_t = 100 + 100 + 100 = 3 \times 100 = 300mA$$

$$P_t = I.U = 300 \times 10^{-3} \times 12 = 3/6W$$

توان مصرفی هر مقاومت برابر است با

$$P_1 = U.I_1 = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2W$$

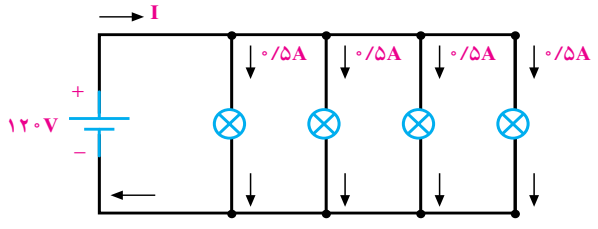
$$P_2 = U.I_2 = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2W$$

$$P_3 = U.I_3 = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2W$$

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = 1/2 + 1/2 + 1/2 = 3/6W$$

از مثال فوق متوجّه شدیم که توان تولید شده توسط منبع، با توان‌های مصرفی شاخه‌های موازی برابر است.

مثال ۶: برای تغذیه‌ی لامپ‌های مشابه شکل ۱۳ــ۱۱ که به‌طورموازی بسته شده‌اند، چه توانی از منبع به لامپ‌ها منتقل می‌شود؟



شکل ۱۳ــ۱۱

راه حل:

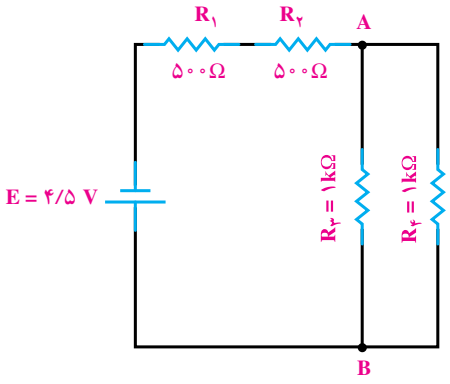
$$P_1 = U.I_1 = ۱۲۰ \times ۰/۵ = ۶۰(W)$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = ۶۰(W)$$

$$P_t = ۴ \times ۶۰W = ۲۴۰(W)$$

۷ــ۱۱ــ مدارهای ترکیبی (سری ــ موازی)

مدار سری ــ موازی به مداری گفته می‌شود که در آن ترکیبی از مقاومت‌های سری و موازی وجود داشته باشد. در شکل ۱۴ــ۱۱یک نوع مدار سری ــ موازی اهمی و شمای فنی آن را مشاهده می کنید.



شکل ۱۴ــ۱۱ــ مدار مختلط (سری ــ موازی)

مدارهای سری ــ موازی از قوانین مربوط به مدار سری و موازی تبعیّت می کنند. مثلاً در شکل ۱۴ــ۱۱ مقاومت‌های R_1 و R_2 به‌طور سری و مقاومت‌های R_3 و R_4 به طور موازی بسته شده‌اند.

مقاومت معادل قسمت سری (R_x) برابر است با :

$$R_x = R_1 + R_2$$

$$R_x = ۵۰۰ + ۵۰۰ = ۱۰۰۰ = ۱k\Omega$$

مقاومت معادل قسمت موازی (R_y) برابر است با

$$R_y = R_3 \| R_4$$

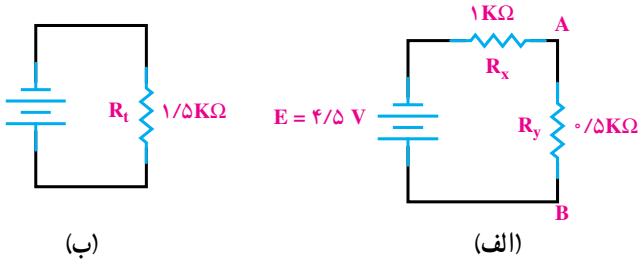
$$R_y = \frac{۱۰۰۰}{۲} = ۵۰۰\Omega = ۰/۵\,k\Omega$$

مقاومت R_x ، R_y و $(R_1 + R_2)$ ، $(R_3 \| R_4)$ با هم سری هستند و معادل آن دو ــ یعنی R_t ــ برابر است با

$$R_t = R_x + R_y$$

$$R_t = ۱ + ۰/۵ = ۱/۵\,k\Omega$$

مدارهایی که برای مراحل گفته شده می‌توان رسم کرد، در شکل‌های ۱۵ــ۱۱ الف و ۱۵ــ۱۱ ب آمده است.



شکل ۱۵ــ۱۱

جریان کل از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{۴/۵V}{۱/۵k\Omega} = ۳mA$$

در شکل ۱۵ــ۱۱ الف شدّت جریان کل از R_1 و R_2 ، (R_x) عبور می‌کند. با داشتن جریان عبوری از R_x می‌توان افت ولتاژ دو سر آن را حساب کرد.

$$U_{Rx} = I.R_x$$

$$U_{Rx} = ۳mA \times ۱k\Omega = ۳V$$

طبق قانون ولتاژ کیرشهف، ولتاژ دو سر بخش موازی (R_y) یعنی U_{AB} برابر است با

$$U_{AB} = E - U_{Rx}$$

$$U_{AB} = U_{Ry} = ۴/۵V - ۳V = ۱/۵V$$

جریان کل، بعد از عبور از مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ در نقطه‌ی A تقسیم می‌شود. جریان هر شاخه را از دو راه می‌توان محاسبه کرد.

راه اول:

$$I_{R_۳} = \frac{U_{AB}}{R_۳} = \frac{۱/۵V}{۱kΩ} = ۱/۵mA$$

$$I_{R_۴} = \frac{U_{AB}}{R_۴} = \frac{۱/۵V}{۱kΩ} = ۱/۵mA$$

راه دوم:

$$I_{R_۳} = I\frac{R_۴}{R_۳ + R_۴} = ۳A\frac{۱kΩ}{۱kΩ + ۱kΩ} = ۱/۵mA$$

$$I_{R_۴} = I\frac{R_۳}{R_۳ + R_۴} = ۳A\frac{۱kΩ}{۱kΩ + ۱kΩ} = ۱/۵mA$$

درهر مدار، توان کل از مجموع توان‌های جزء مصرف شده در آن مدار به‌دست می‌آید.

$$P_T = P_{R_۱} + P_{R_۲} + P_{R_۳} + P_{R_۴}$$

$$P_{R_۱} = R_۱I^۲ = ۰/۵kΩ \times (۳mA)^۲ = ۴/۵(W)$$

توان مصرفی $R_۱$

$P_{R_۲} = P_{R_۱} = ۴/۵(W)$ توان مصرفی $R_۲$

$$P_{R_۳} = R_۳I_۳^۲ = ۱kΩ \times (۱/۵mA)^۲ = ۲/۲۵(W)$$

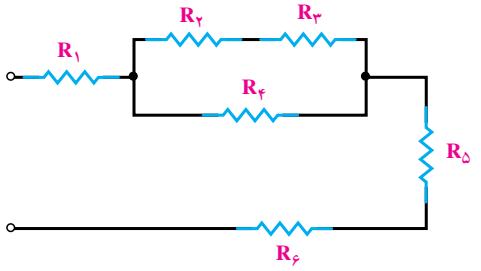
توان مصرفی $R_۳$

$P_{R_۴} = PR_۳ = ۲/۲۵(W)$ توان مصرفی $R_۴$

$$P_T = ۴/۵W + ۴/۵W + ۲/۲۵W + ۲/۲۵W = ۱۳/۵(W)$$

توان کل

مثال ۷: درمدار شکل ۱۶ــ۱۱ مشخص کنید کدام مقاومت‌ها با هم سری و کدام مقاومت‌ها با هم موازی‌اند؟

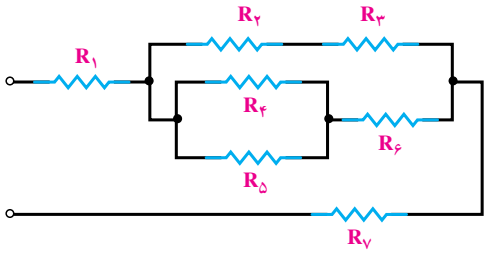


شکل ۱۶ــ۱۱

راه حل: $R_۲$ و $R_۳$ با هم سری، $R_{۲,۳}$ با $R_۴$ موازی و $R_۱$ و $(R_{۲,۳,۴})$ و $R_۵$ و $R_۶$ با هم سری‌اند. خلاصه‌ی این توضیح را به‌صورت زیر می‌توان نوشت :

$$R_۱ + \left[(R_۲ + R_۳) \| R_۴\right] + R_۵ + R_۶$$

مثال ۸: درمدار شکل ۱۷ــ۱۱ مقاومت‌های سری و موازی را به‌صورت نمادین (سمبلیک) بنویسید.

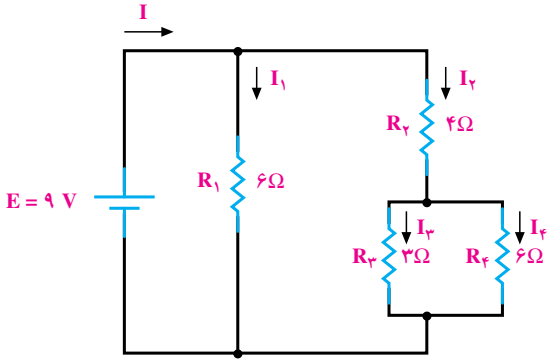


شکل ۱۷ــ۱۱

راه حل:

$$R_۱ + \left\{(R_۲ + R_۳) \| \left[(R_۴ \| R_۵) + R_۶\right]\right\} + R_۷$$

مثال ۹: مقاومت معادل، جریان کل و جریان هر شاخه از مدار شکل ۱۸ــ۱۱ را به‌دست آورید.



شکل ۱۸ــ۱۱

راه حل:

$$R_{۳,۴} = R_۴ \| R_۳ = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲Ω$$

$$R_{۳,۴} + R_۲ = ۲Ω + ۴Ω = ۶Ω$$

مقاومت کل $\quad R_t = R_۱ \| R_{۲,۳,۴} = \frac{۶Ω}{۲} = ۳Ω$

شدّت جریان کل $\quad I = \frac{E}{Rt} = \frac{۹V}{۳Ω} = ۳A$

شدّت جریان $I_۱$ از تقسیم کردن ولتاژ منبع بر $R_۱$ به‌دست می‌آید.

$$I_۱ = \frac{E}{R_۱} = \frac{۹V}{۶\Omega} = ۱/۵A$$

شدّت جریان $I_۲$ پس از عبور از $R_۲$ به $I_۳$ و $I_۴$ تقسیم می‌شود ؛ بنابراین، جریان $I_۲$ برابر است با

$$I_{۲,۳,۴} = \frac{E}{R_{۲,۳,۴}} = \frac{۹V}{۶\Omega} = ۱/۵A$$

$$I_{۲,۳,۴} = I_۲ = ۱/۵A$$

شدّت جریان $I_۳$ را از تقسیم کردن جریان $I_۲$ بین $R_۳$ و $R_۴$ محاسبه می‌کنیم.

$$I_۳ = I_۲ \frac{R_۴}{R_۴ + R_۳}$$

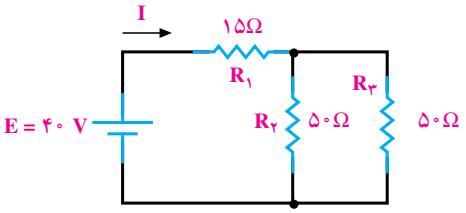
$$I_۳ = \frac{۱/۵A \times ۶\Omega}{(۶+۳)\Omega} = ۱A$$

با داشتن شدّت جریان $I_۲$ و $I_۳$ می‌توان با عمل تفریق، شدّت جریان $I_۴$ را به‌دست آورد.

$$I_۴ = I_۲ - I_۳$$

$$I_۴ = ۱/۵A - ۱A = ۰/۵A$$

مثال ۱۰: افت ولتاژ دو سر $R_۲$ و $R_۱$ را درمدار شکل ۱۹ــ۱۱ حساب کنید.



شکل ۱۹ــ۱۱

راه حل: با محاسبه‌ی مقاومت معادل، شدّت جریان کل را به‌دست می‌آوریم.

$$R_۲ \| R_۳ = \frac{۵۰\Omega}{۲} = ۲۵\Omega$$

$$R_t = R_۱ + R_{۲,۳}$$

$$R_t = ۱۵\Omega + ۲۵\Omega = ۴۰\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{۴۰V}{۴۰\Omega}$$

$$I = ۱A$$

افت ولتاژ دو سر $R_۱$ از حاصل ضرب شدّت جریان عبوری از آن در مقدار $R_۱$ به‌دست می‌آید.

$$U_{R_۱} = R_۱ I_۱$$

$$I = I_۱ = ۱A$$

$$U_{R_۱} = ۱۵\Omega \times ۱A = ۱۵V$$

یــــا $U_{R_{۲,۳}} = U_{R_۲} = U_{R_۳} = E - U_{R_۱} = ۴۰ - ۱۵ = ۲۵V$.

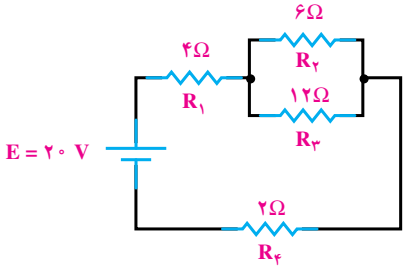
چون $R_۲$ و $R_۳$ با هم مساوی‌اند، شدّت جریان کل به‌نسبت مساوی بین آن‌دو تقسیم می‌شود ؛ یعنی :

$$I_۲ = \frac{I}{۲} = \frac{۱A}{۲} = ۰/۵A$$

$$U_{R_۲} = I_۲ R_۲$$

$$U_{R_۲} = ۰/۵A \times ۵۰\Omega = ۲۵V$$

مثال ۱۱: توان کل و توان $R_۲$ را در مدار شکل ۲۰ــ۱۱ حساب کنید.



شکل ۲۰ــ۱۱

راه حل: ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

$$R_t = R_۱ + (R_۲ \| R_۳) + R_۴$$

$$R_۲ \| R_۳ = \frac{۱۲\Omega}{۳} = ۴\Omega$$

$$R_t = ۴\Omega + ۴\Omega + ۲\Omega$$

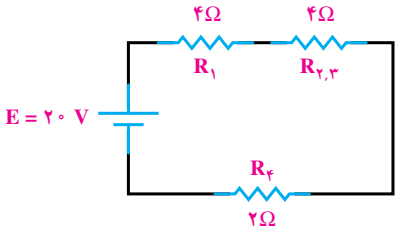
$$R_t = ۱۰\Omega$$

با به‌دست آوردن R_t و داشتن ولتاژ کل، توان کل از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$P_t = \frac{(E)^۲}{R_t}$$

$$P_t = \frac{(۲۰)^۲}{۱۰} = ۴۰(W)$$

برای محاسبه‌ی توان مصرفی $R_۲$ ابتدا مدار شکل ۲۰ــ۱۱ را ساده کرده و به‌کمک مدار سری تبدیل می‌کنیم (مطابق شکل ۲۱ــ۱۱).



شکل ۲۱ــ۱۱

اکنون با استفاده از تقسیم ولتاژها در مدار سری، افت ولتاژ دو سر $R_۲$ و $R_۳$ را به‌دست می‌آوریم.

$$U_{R_{۲,۳}} = E\frac{R_{۲,۳}}{R_t} = E\frac{R_{۲,۳}}{R_۱ + R_{۲,۳} + R_۴}$$

$$U_{R_{۲,۳}} = \frac{۲۰V \times ۴\Omega}{۴+۴+۲} = ۸V$$

چون $R_۲$ با $R_۳$ موازی است، پس $U_{R_۳} = U_{R_۲}$ خواهد بود.

مقدار توان $R_۲$ با استفاده از رابطه‌ی توان چنین می‌شود :

$$P_{R_۲} = \frac{(U_{R_۲})^۲}{R_۲}$$

$$P_{r_۲} = \frac{(۸V)^۲}{۶\Omega} = \frac{۶۴V^۲}{۶\Omega}$$

$$P_{R_۲} = \frac{۳۲}{۳}(W)$$

۸ــ۱۱ــ مشخّصات مدارموازی

۱ــ ولتاژ دو سر هر شاخه از مدار موازی برابر ولتاژ منبع است.

۲ــ جریان عبوری از هر شاخه با مقدار مقاومت آن شاخه نسبتِ عکس دارد.

۳ــ جریان کل از مجموع جریان‌های شاخه‌ها به‌دست می‌آید.

۴ــ مقدار مقاومت کل (معادل) از کم اهم‌ترین مقاومت‌های مدار نیز کم‌تر است.

۵ــ توان کل برابر مجموع توان مقاومت‌های مدار است.

خلاصه‌ی مطالب

* در مدار موازی، مسیرهای عبور جریان بیش از یک مسیر است.
* شدت جریان کل، با کم‌شدن مسیرهای عبور جریان، کم و با افزایش آن‌ها زیاد می‌شود.
* هر مصرف‌کننده متناسب با توان مصرفی خود از منبع، جریان دریافت می‌کند.
* مقدار مقاومت معادل از کوچک‌ترین مقاومت‌های موجود در مدار کم‌تر است.
* توانی که مصرف‌کننده‌ها از منبع دریافت می‌کنند با توانی که مصرف می‌کنند برابر است.

پرسش

۱ــ چرا مقاومت‌ها را موازی می‌بندند؟

۲ــ مقاومت معادل مدار موازی را تعریف کنید.

۳ــ حالت‌های خاص را در محاسبه‌ی مقاومت معادل توضیح دهید.

۴ــ در مدار موازی، جریان کل چگونه بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود؟

۵ ــ در مدار موازی از کدام قانون کیرشهف کمک می‌گیرید؟

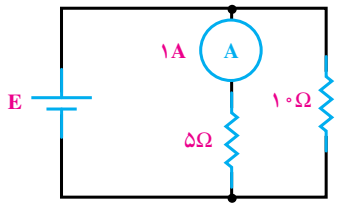
۶ــ مدار ترکیبی از چه قوانینی پیروی می‌کند؟

۷ــ مصرف کننده‌های برقی به چه صورت به شبکه بسته می‌شوند؟

مسائل

۱ــ در شکل ۲۲ــ۱۱ ولتاژ باتری (E) و جریان کل چه‌قدر است؟

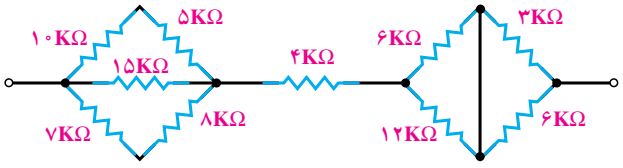
(جواب : ۵V ، ۱/۵A)



شکل ۲۲ــ۱۱

۲ــ مقاومت معادل مدار شکل ۲۳ــ۱۱ چه‌قدر است؟

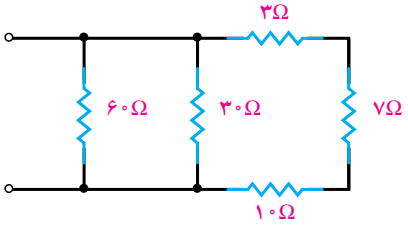
(جواب : ۱۵kΩ)



شکل ۲۳ــ۱۱

۳ــ مقاومت کل مدار شکل ۲۳ــ۱۱ چه‌قدر است؟

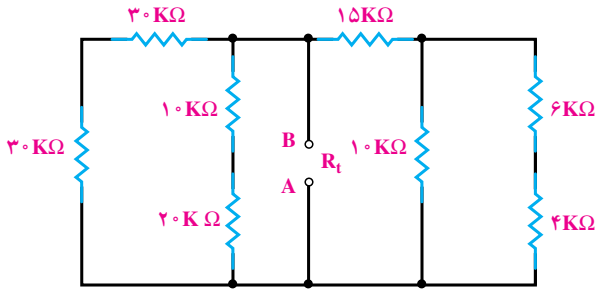
(جواب : ۱۰Ω)



شکل ۲۴ــ۱۱

۴ــ مقاومت معادل مدار R_t بین دو نقطه‌ی A و B در مدار شکل ۲۵ــ۱۱ چه‌قدراست؟ اگر بین دو نقطه‌ی A و B منبع ولتاژ ۱۰۰ ولتی وصل شود، جریان کل چه‌قدر است؟

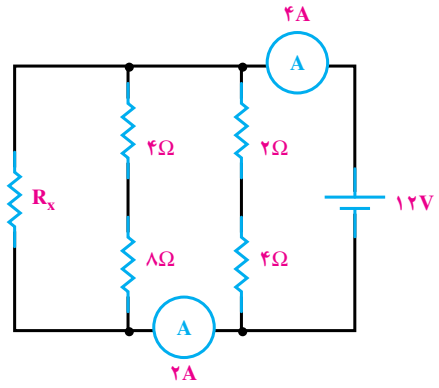
(جواب : ۱۰mA – ۱۰kΩ)



شکل ۲۵ــ۱۱

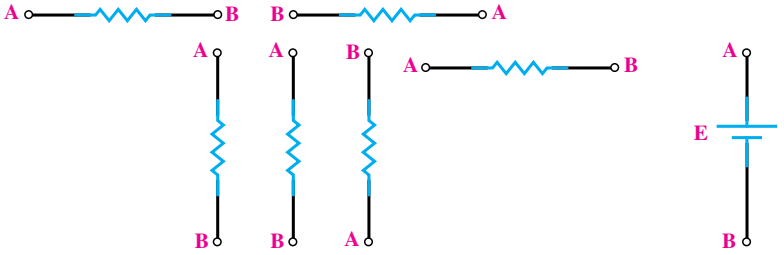
۵ ــ مدار مقاومت R_x درمدار شکل ۲۶ــ۱۱ چه‌قدر است؟

(جواب : ۱۲Ω)



شکل ۲۶ــ۱۱

۶ ــ در شکل ۲۷ــ۱۱ مقاومت‌های ترسیم شده را بین نقاط A و B موازی اتصال دهید.



شکل ۲۷ــ۱۱

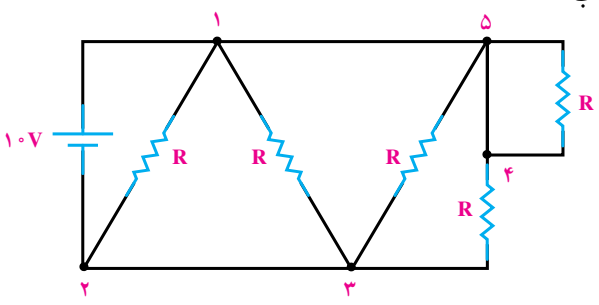
۷ــ در شکل ۲۸ــ۱۱ اختلاف پتانسیل‌های $U_{۱۲}$ ، $U_{۱۳}$ ، $U_{۵۳}$ ، $U_{۵۴}$ ، $U_{۴۳}$ ، $U_{۲۳}$ و $U_{۱۵}$ را به‌دست آورید.

جواب :

$U_{۱۲} = U_{۱۳} = U_{۵۳} = ۱۰V$

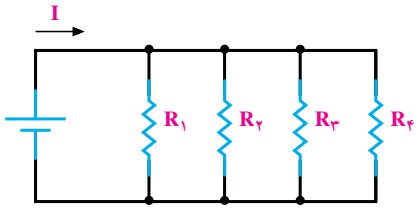
$U_{۵۴} = ۰, U_{۴,۳} = ۱۰V$

$U_{۱۵} = U_{۲۳} = ۰$



شکل ۲۸ــ۱۱

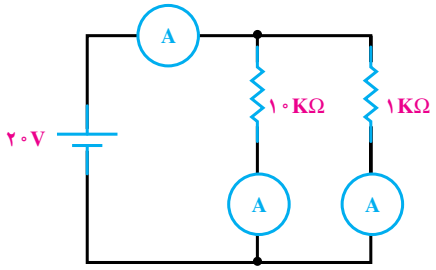
۸ ــ در مدار شکل ۲۹ــ۱۱ اگر مقاومت $R_۴$ را برداریم، جریان کل چگونه تغییر می‌کند؟



شکل ۲۹ــ۱۱

۹ــ در شکل ۳۰ــ۱۱ آمپرمترها چه مقادیری را نشان می‌دهند؟

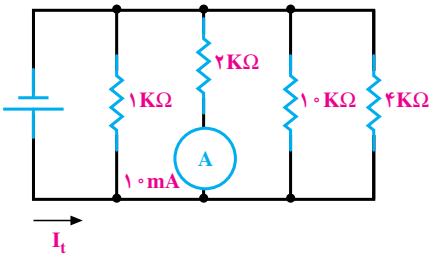
(جواب : ۲۰mA ، ۲mA ، ۲۲mA)



شکل ۳۰ــ۱۱

۱۰ــ درمدار شکل ۳۱ــ۱۱، I_t چه‌قدر است؟

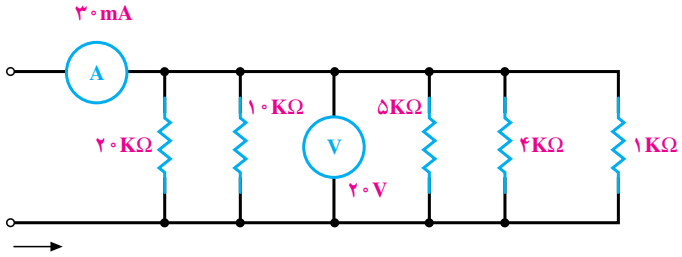
(جواب : ۳۷mA)



شکل ۳۱ــ۱۱

۱۱ــ درمدار شکل ۳۲ــ۱۱ کدام مقاومت باز شود تا دستگاه‌های اندازه‌گیری مقدار داده شده در شکل را نشان دهند؟

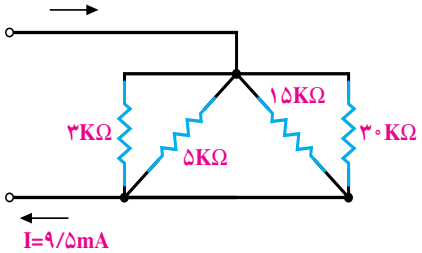
(جواب : ۱۰kΩ)



شکل ۳۲ــ۱۱

۱۲ــ در مدار شکل ۳۳ــ۱۱ جریان کل را بین شاخه‌ها تقسیم کنید.

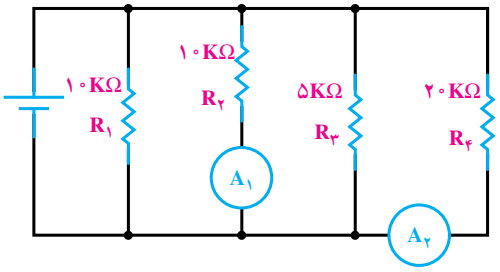
(جواب : ۰/۵mA ، ۱mA ، ۳mA ، ۵mA)



شکل ۳۳ــ۱۱

۱۳ــ در شکل ۳۴ــ۱۱ آمپرمتر (A_1) مقدار ۶mA را نشان می‌دهد. اگر R_3 قطع شود، آمپرمتر (A_2) چه مقداری را نشان می‌دهد؟ قبل از قطع شدن چه مقداری را نشان می‌داد؟

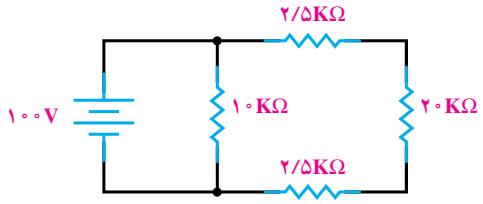
(جواب : ۳mA ، ۳mA)



شکل ۳۴ــ۱۱

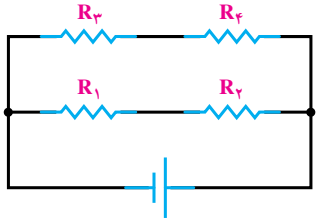
۱۴ــ توان کل مدار شکل ۳۵ــ۱۱ چه‌قدر است؟

(جواب : ۱/۴W)



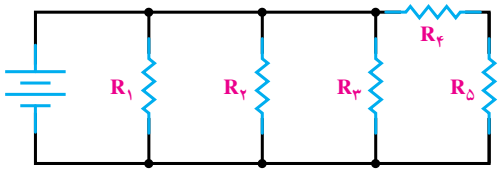
شکل ۳۵ــ۱۱

۱۵ــ در مدار شکل ۳۶ــ۱۱ اگر R_2 راقطع یا دو سر آن را به‌وسیله‌ی سیمی به هم وصل کنیم، در توان R_4 چه تغییری حاصل می‌شود؟



شکل ۳۶ــ۱۱

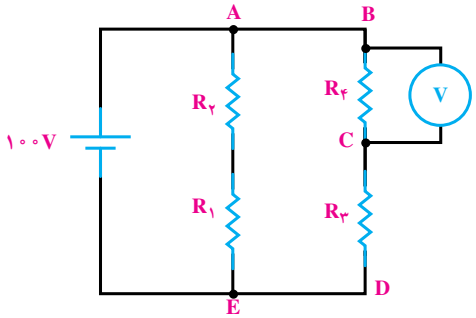
۱۶ــ اگر در شکل ۳۷ــ۱۱، R_4 قطع شود، توان کل چه تغییری می‌کند؟



شکل ۳۷ــ۱۱

۱۷ــ درمدار شکل ۳۸ــ۱۱ در چه صورت ولت‌متر عدد صفر را نشان می‌دهد؟

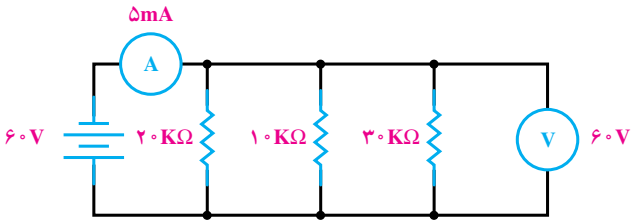
(جواب : $R_4 = 0$ یا در قسمت‌های AB – CD یا DE قطع‌شدگی باشد.)



شکل ۳۸ــ۱۱

۱۸ــ مدار شکل ۳۹ــ۱۱ چه ایرادی دارد؟

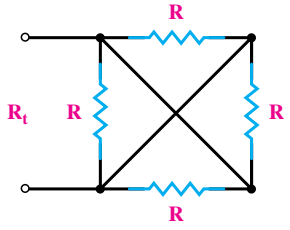
(جواب : ۱۰kΩ قطع شده است.)



شکل ۳۹ــ۱۱

۱۹ــ در شکل ۴۰ــ۱۱ مقدار R_t چه‌قدر است؟

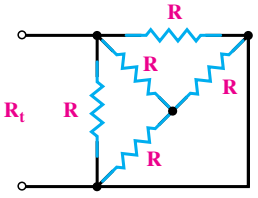
(جواب : $\frac{R}{۴}$)



شکل ۴۰ــ۱۱

۲۰ــ مقاومت معادل شکل ۴۱ــ۱۱ چه‌قدر است؟

(جواب : $\frac{۳}{۸}R$)



شکل ۴۱ــ۱۱

مطالعه‌ی آزاد

آزمایش شماره‌ی ۱

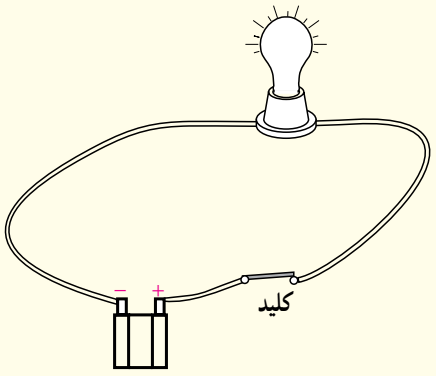
هدف: تحقیق درمورد رابطه‌ی $R_t = R_۱ + R_۲ + \cdots + R_n$ در مدار سری

وسایل مورد نیاز:

لامپ ۶ ولت ۰/۳ آمپری	۳ عدد
سرپیچ لامپ	۳ عدد
باتری بزرگ	۴ عدد
جای باتری	۱ عدد
کلید یک پل	۱ عدد
سیم سوسماری یا رابط	۶ عدد

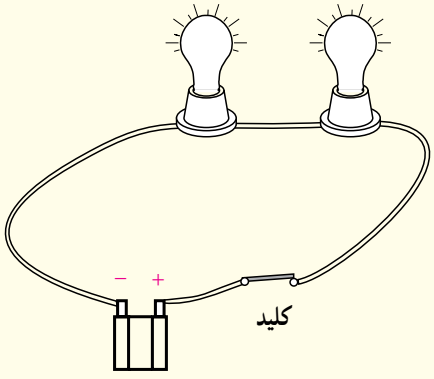
مراحل آزمایش

۱ــ با استفاده از سیم‌های سوسماری، یک لامپ را مطابق شکل ۴۲ــ۱۱ با باتری سری کنید. با اتّصال کلید، لامپ روشن می‌شود. نور لامپ چه‌قدر است؟ (طبیعی ــ متوسط ــ کم)



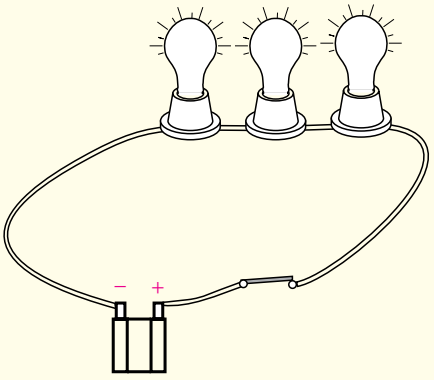
شکل ۴۲ــ۱۱ــ اتصال یک لامپ به باتری

۲ــ یک لامپ دیگر را به‌طور سری مطابق شکل ۴۳ــ۱۱ به مدار اضافه کنید. نور لامپ نسبت به حالت قبل چگونه است؟ (بیش‌تر، کم‌تر، ثابت)



شکل ۴۳ــ۱۱ــ اتّصال دو لامپ به باتری

۳ــ لامپ سوم رانیز مطابق شکل ۴۴ــ۱۱ با دو لامپ قبلی سری کنید. اکنون نور لامپ نسبت به حالت‌های قبل چگونه است؟ (ضعیف‌تر ــ پرنورتر ــ ثابت).



شکل ۴۴ــ۱۱ــ اتصال سه لامپ به باتری

۴ــ از مقایسه‌ی نور لامپ‌ها به چه مطلبی پی می‌برید؟

در حالت اوّل، تمام ولتاژ باتری ($E = ۶V$) به دو سر لامپ می‌افتد و شدّت جریان لازم به لامپ می‌رسد. درنتیجه، نور لامپ طبیعی است. اگرمقاومت هر لامپ را R فرض کنیم، دراین حالت $R_t = R_۱$ است.

در حالت دوم، چون لامپ‌ها مشابه‌اند، ولتاژ دو سر هر لامپ به نصف حالت قبل ــ یعنی $\frac{E}{۲} = ۳V$ ــ کاهش می‌یابد (چرا؟) و جریان نیز نصف می‌شود ؛ (چرا؟) زیرا مقاومت مدار دو برابر شده است. پس مقاومت کل مدار در این حالت برابر است با $R_t = R_۱ + R_۲$

درحالت سوم، ولتاژ دو سر هرلامپ به $\frac{E}{۳}$ یعنی دو ولت کاهش می‌یابد و شدّت جریان عبوری از مدار نیز به $\frac{۱}{۳}$ می‌رسد (چرا؟) در این حالت، مقاومت مدار سه برابر شده است ؛ یعنی :

$$R_t = R_۱ + R_۲ + R_۳$$

روابط بین ولتاژ و جریان و مقاومت آزمایش فوق را در زیر خلاصه می‌کنیم.

حالت اوّل:

۶V/۰/۳A لامپ

$$R_t = \frac{E}{I} = \frac{۶V}{۰/۳A} = ۲۰\Omega$$

$$U_R = E = ۶V$$

$$I = ۰/۳A$$

حالت دوم:

تقسیم ولتاژ روی لامپ‌ها $E = U_{R_۱} + U_{R_۲}$

ولتاژ دو سر هر لامپ نصف شده است. $U_{R_۱} = U_{R_۲} = \frac{E}{۲} = ۳V$

مقاومت کل دو برابر شده است. $R_t = R_۱ + R_۲ = ۲۰ + ۲۰ = ۴۰\Omega$

شدّت جریان نصف شده است. $I = \frac{E}{R_t} = \frac{۶V}{۴۰\Omega} = ۰/۱۵A$

حالت سوم:

$$E = U_{R_۱} + U_{R_۲} + U_{R_۳}$$

ولتاژ دو سر هر لامپ $U_{R_۱} = U_{R_۲} = U_{R_۳} = \frac{E}{۳} = \frac{۶}{۳} = ۲V$

مقاومت کل سه برابر شده است. $R_t = R_۱ + R_۲ + R_۳ = ۲۰ + ۲۰ + ۲۰ = ۶۰\Omega$

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{۶}{۶۰} = ۰/۱A$$

با اتّصال یک آمپرمتر و یک ولت‌متر به مدار، می‌توان کاهش جریان و کاهش ولتاژ دو سر هر لامپ را مشاهده کرد. هم‌چنین با متصل کردن یک اهم‌متر ــ در حالی که کلید قطع است ــ به دو سر مدار، می‌توان افزایش مقاومت کل را مشاهده نمود.

آزمایش شماره‌ی ۲

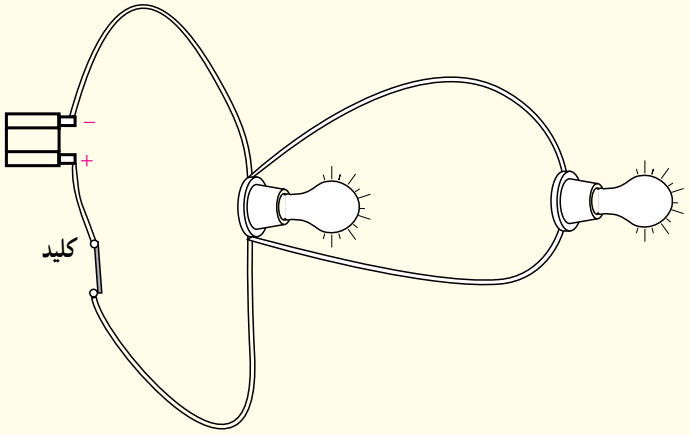
هدف: تحقیق درباره‌ی رابطه‌ی $\frac{۱}{R_t}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\cdots+\frac{۱}{R_n}$ در مدار موازی

وسایل مورد نیاز: وسایل آزمایش شماره‌ی ۱

مراحل آزمایش:

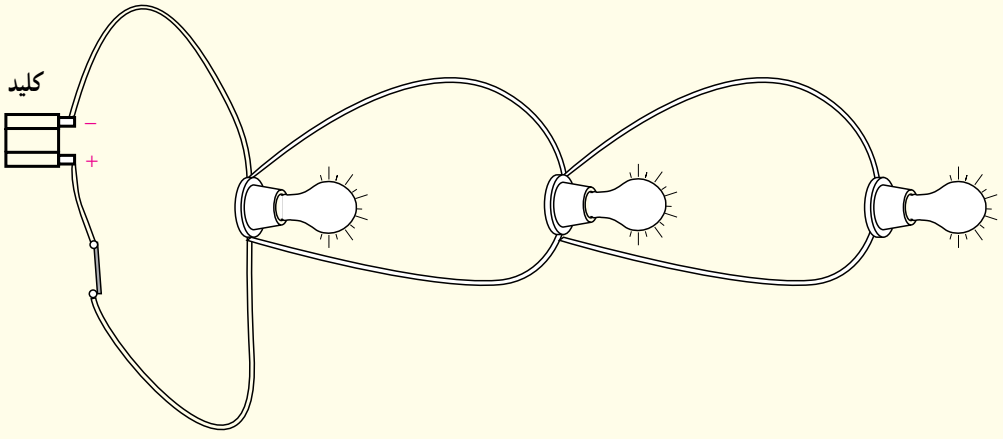
۱ــ دو سر یک لامپ را مطابق شکل ۴۲ــ۱۱ به باتری اتّصال دهید. کلید را ببندید و به نور لامپ توجه کنید.

۲ــ دو لامپ را مطابق شکل ۴۵ــ۱۱ با باتری موازی کنید. نور لامپ نسبت به حالت قبل چگونه است؟ (ثابت، کم تر، بیش‌تر)



شکل ۴۵ــ۱۱ــ اتّصال دو لامپ موازی

۳ــ هر سه لامپ را مطابق شکل ۴۶ــ ۱۱ با باتری موازی ببندید. چه تغییری در نور لامپ‌ها پدید می‌آید؟ (ثابت، کم‌تر، بیش‌تر) چرا؟



شکل ۴۶ــ۱۱ــ اتصال سه لامپ موازی

چرا نورلامپ در هر سه حالت یکسان و در حد طبیعی بود؟

اگر شدّت جریان عبوری از هر لامپ و شدّت جریان کل را بررسی کنیم، متوجه می‌شویم که در حالت اوّل، شدّت جریان لازم برای روشنایی طبیعی ــ یعنی : ۰/۳A ــ به لامپ می‌رسد. مقاومت کل دراین حالت برابر است با

$$R_t = R$$

درحالت دوم، شدّت جریانی که به هر لامپ می‌رسد، همان ۰/۳ آمپر است. چون ولتاژ دو سر آن‌ها تغییر نکرده و همان ۶ ولت است امّا شدّت جریان کل دوبرابر شده است ؛ یعنی هر لامپ ۰/۳ آمپر جریان ازباتری می‌گیرد. دو برابر شدن شدّت جریان کل این مفهوم را دارد که مقاومت کلِ مدار نصف شده است ؛ یعنی :

$$R_t = \frac{R}{۲}$$

در حالت سوّم، شدّت جریان کل سه برابر شده است ؛ یعنی، مقاومت کل به $\frac{۱}{۳}$ کاهش یافته است. درواقع :

$$R_t = \frac{R}{۳}$$

بنابراین، رابطه‌ی کلی برای n لامپ مشابه برابر است با $R_t = \frac{R}{n}$.

روابط بین ولتاژ، جریان و مقاومت آزمایش فوق به‌طور خلاصه چنین است :

حالت اوّل

۶V/۰/۳A لامپ

$$R_t = \frac{۶V}{۰/۳A} = ۲۰\Omega$$

$$U_{R_۱} = E = ۶V$$

$$I_۱ = ۰/۳A$$

حالت دوم

ولتاژ کل با ولتاژ دو سر لامپ‌ها برابر است.

$$E = U_{R_۱} = U_{R_۲} = ۶V$$

یا

$$I = \frac{E}{R_۲} = \frac{۶V}{۱۰\Omega} = ۰/۶A$$

شدّت جریان کل دو برابر شده است : $I = I_۱ + I_۲ = ۰/۳A + ۰/۳A = ۰/۶A$.

$$\frac{E}{R_t} = \frac{U}{R_۱} + \frac{U}{R_۲}$$

$$\frac{۶V}{R_t} = \frac{۶V}{R_۱} + \frac{۶V}{R_۲}$$

$$\frac{۱}{R_t} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}$$

حالت سوم

ولتاژ دو سر لامپ‌ها و باتری برابرند ؛ یعنی :

$$E = U_{R_1} = U_{R_2} = U_{R_3} = ۶V$$

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳$$

شدّت جریان کل سه برابر شده است :

$$I = ۰/۳ + ۰/۳ + ۰/۳ = ۰/۹A$$

$$\frac{E}{R_t} = \frac{U_۱}{R_۱} + \frac{U_۲}{R_۲} + \frac{U_۳}{R_۳}$$

$$\frac{۶}{R_t} = \frac{۶}{R_۱} + \frac{۶}{R_۲} + \frac{۶}{R_۳}$$

$$\frac{۱}{R_t} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}$$

با استفاده از مولتی‌مترمی‌توان مقادیر شدّت جریان هر لامپ و مقاومت کل را در هر سه حالت اندازه گرفت و درستی آن‌ها را مشاهده کرد.