

## استفاده از ماشین حساب، چرا؟

معمولاً وقتی استفاده از ماشین حساب توسط دانش آموزان در برنامه‌ی درسی ریاضی توصیه می‌شود با مقاومت معلمان و اولیای دانش آموزان روبه‌رو می‌شویم. عمده‌ی دلایل آن‌ها در عباراتی مثل کند شدن فرض دانش آموز یا یادنگرفتن ریاضی و تنبل شدن بیان می‌شود و این سؤال را مطرح می‌کنند که اگر قرار است با ماشین حساب کار کنند پس چه چیزی از ریاضی را باید یاد بگیرند. آموزش جمع، تفریق، ضرب، تقسیم چه می‌شود؟ آن‌چه مسلم است هیچ‌کس در استفاده از تکنولوژی‌ها و وسایلی که هر روز به بازار مصرف عرضه می‌شوند شک ندارد اما عمده‌ی تشکیک‌ها درخصوص چگونگی استفاده و یا زمان در اختیار قرار دادن آن است.

استفاده از ماشین حساب درواقع به معنای بهای دادن به تفکر دانش آموزان است؛ یعنی در برنامه‌ی درسی به بخش‌هایی مثل حل مسئله یا استدلال بهای داده شود که مستقیماً به توانایی تفکر دانش آموز برمی‌گردد. انجام عملیات و دستورالعمل‌ها و قاعده‌های تکرارپذیر توانایی تفکر دانش آموز را افزایش نمی‌دهد. در هنگام حل مسئله مهم تشخیص راه حل و نوع عملیات است نه انجام آن.

عملیات را ماشین حساب می‌تواند انجام دهد، ولی تشخیص راه حل از عهده‌ی ماشین حساب خارج است. وقتی در هنگام حل مسئله، ماشین حساب را در اختیار دانش آموز قرار می‌دهیم. به تفکر او بهای داده‌ایم نه به عملیاتی که می‌نویسد. پس اگر از ماشین حساب به موقع استفاده شود، نه تنها اشکالی ندارد بلکه توصیه نیز می‌شود.

## تأثیر استفاده از ماشین حساب در برنامه درسی

اگر حضور ماشین حساب در برنامه درسی را بپذیریم در

نوع انتخاب محتوا و روش‌ها تغییراتی صورت می‌گیرد؛ برای مثال، از حجم آموزش عملیات کاسته می‌شود البته استفاده از ماشین حساب به معنای عدم آموزش عملیات نیست بلکه برای آن محدوده قابل می‌شویم؛ برای مثال، آموزش مفهوم ضرب لازم است. تکنیک ضرب دو عدد نیز آموزش داده می‌شود اما لزومی به تمرین و آموزش بیش از حد ضرب دو عدد (۳ رقمی به بالا) نیست؛ زیرا تکنیک ضرب دو عدد ۳ رقمی همان تکنیک ضرب دو عدد دو رقمی و ایده و مفهوم جدیدی ندارد. در خصوص عملیات، ذکر نکته‌ای دیگر ضروری است. ماشین حساب زمانی در اختیار دانش آموز داده می‌شود که مهارت محاسبات عددی و عملیات ذهنی و مهارت تخمین و تقریب عددی به اندازه‌ی کافی کار شده باشد؛ یعنی وقتی اطمینان حاصل کردیم که دانش آموز قادر است محاسبات را روی کاغذ انجام دهد و سپس آن‌ها را ذهنی و با استراتژی‌های مختلف پاسخ دهد و مقدار تقریبی عبارت را پیدا کند، ماشین حساب را در اختیار او قرار می‌دهیم. به این ترتیب نگرانی‌های استفاده از ماشین حساب از بین می‌رود؛ چون مهارت‌های عملیات ذهنی و محاسبات تقریبی به اندازه‌ی کافی ذهن را فعال می‌کنند و آموزش مفاهیم و تکنیک‌ها نیز داده شده است.

تأثیر دیگری که حضور ماشین حساب در برنامه درسی می‌گذرد استفاده از آن و همچنین رایانه برای عمق بخشیدن به آموزش‌ها و سرعت دادن به آن است؛ یعنی از این تکنولوژی‌ها برای آموزشی بهتر استفاده شود؛ برای مثال، در آموزش مضارب یک عدد می‌توان از کلیدهای ماشین حساب به راحتی استفاده کرد. در الگویی‌های عددی نیز ماشین حساب به کار می‌آید. به فعالیت زیر توجه کنید.

با استفاده از ماشین حساب حاصل ضرب‌های زیر را پیدا کنید.

$$11 \times 11 =$$

چه الگویی در پاسخ آن‌ها مشاهده می‌کنید؟

$$111 \times 111 =$$

$$1111 \times 1111 =$$

با استفاده از الگویی که پیدا کرده‌اید حاصل ضرب مقابل را به دست آورید.  $11111 \times 11111 = ?$

پاسخ ضرب آخر یک عدد ۹ رقمی است بنابراین با استفاده از ماشین حسابی که فقط ۸ رقم را نشان می‌دهد قابل محاسبه نیست دانش‌آموز باید با کشف الگو پاسخ ضرب را بیابد.

بسیاری از مفاهیم را با استفاده از رایانه بهتر می‌توان آموزش داد و به مفهوم موردنظر عمق بیشتری داد؛ برای مثال، گسترده‌ی چند وجهی‌ها و ساختن احجام هندسی را با نرم‌افزارهای مختلف به شکلی می‌توان برای دانش‌آموز راهنمایی آموزش داد که در کلاس و با تخته به هیچ وجه امکان‌پذیر نیست.

به‌طور خلاصه، حضور ماشین حساب در برنامه‌ی درسی ۳ تأثیر اصلی را خواهد داشت (۱) تغییر دیدگاه در انتخاب و چیش محتوا (۲) استفاده از ماشین حساب به‌عنوان ابزار در حل مسئله‌ها (۳) استفاده از ماشین حساب (و رایانه) در آموزش.

### ماشین حساب به‌عنوان یک ابزار

همان‌طور که ذکر شد ماشین حساب یک ابزار است بنابراین تمام نکاتی که در مورد مهارت استفاده از ابزار بیان شد در مورد ماشین حساب نیز صادق است در زیر این نکات به صورت خلاصه مرور می‌شوند:

۱- تشخیص زمان استفاده از ماشین حساب به دانش‌آموزان داده می‌شود. در هنگام حل مسایل استفاده از ماشین حساب مجاز است اما زمانی که محاسبه‌ی عملیات هدف باشد نمی‌توان از ماشین حساب استفاده کرد. توانایی تشخیص و تصمیم‌گیری این موضوع بخشی از مهارت است.

۲- با توجه به نوع عملیات موردنظر نوع ماشین حساب یا نوع نرم‌افزار رایانه تعیین می‌شود؛ برای مثال، وقتی عملیات کسری موردنظر است، ماشین حساب کلیدهای مربوط به محاسبه‌ی کسرها را باید داشته باشد یا تعداد رقم‌های پاسخ عملیات در انتخاب ماشین حساب مؤثر است. برای امور حسابداری از ماشین حسابی استفاده می‌شود که تعداد ارقام صفحه‌ی نمایش آن ۱۲ یا ۱۴ رقم است و قابلیت بررسی عملیات را به شکل‌های مختلف دارد.

۳- ماشین حساب و رایانه‌ها مانند سایر ابزار محدودیت‌هایی دارند؛ برای مثال، فکر نمی‌کنند نمی‌توانند مسئله حل کنند. احتیاج به یک کاربر برای برنامه‌ریزی و استفاده‌ی صحیح دارند.

۴- نحوه‌ی کار با این ابزار (ماشین حساب - رایانه) باید

آموزش داده شود.

۵- مهم‌ترین کاربرد ماشین حساب در حل مسئله است و زمانی ماشین حساب را برای انجام عملیات به دانش‌آموز می‌دهیم که از انجام محاسبات عددی، عملیات ذهنی و محاسبات تقریبی مطمئن شده و به اندازه کافی تمرین کرده باشیم.

۶- از ماشین حساب و رایانه برای آموزش مفاهیم یا عمق بخشیدن به آن‌ها استفاده می‌کنیم.

۷- حضور ماشین حساب در برنامه‌ی درسی، تغییر در انتخاب محتوا و چیش آن‌ها را به دنبال خواهد داشت. برای مثال، وقتی با استفاده از رایانه می‌توانیم انواع نمودارها را رسم کنیم، تمرکز آموزش بر تحلیل، تفسیر و توصیف آن‌ها خواهد شد و وقت کم‌تری برای رسم نمودارها صرف خواهد شد.

۸- استفاده از ماشین حساب در هنگام ارزش‌یابی باید مورد توجه قرار بگیرد. یکی از راه‌های مناسب برگزاری دو نوع امتحان است. در قسمت اول استفاده از ماشین حساب مجاز نیست و نوع سؤال‌ها بیش‌تر بر عملیات و محاسبات عددی تأکید دارد. در قسمت دوم که عمده سؤال‌ها با حذف غیر عملیاتی و محاسباتی است (مانند حل مسئله) استفاده از ماشین حساب مجاز خواهد شد.

۹- از آن‌جا که برنامه درسی فعلی ریاضیات راهنمایی براساس استفاده از ماشین حساب طراحی شده است، معلمان محترم با احتیاط بیش‌تر و پس از آموزش مقدمات ماشین حساب را می‌توانند در اختیار دانش‌آموزان قرار دهند.

۱۰- یکی از کاربردهای ماشین حساب در هنگام عملیات محاسباتی، کنترل و برای صحت پاسخ‌ها با استفاده از ماشین حساب است.

در حال حاضر استفاده از ماشین حساب در برنامه‌ی درسی ریاضی آموزش عمومی پیش‌بینی نشده است اما همان‌طور که ذکر شد با مطالعه‌ی مطالب فوق و به‌کار بردن تجربه‌ی معلمی می‌توان در قسمت‌های مختلف کتاب‌های موجود و در کلاس درس تا حدی از این وسیله استفاده کرد به همین جهت در بخش روش‌های تدریس پیشنهادهایی برای استفاده از ماشین حساب یا رایانه در کلاس ارائه شده است. حل مسئله: مهارت حل مسئله به دلیل اهمیت و گستردگی در فصل بعد به تفصیل بحث خواهد شد.

## آموزش حل مسئله

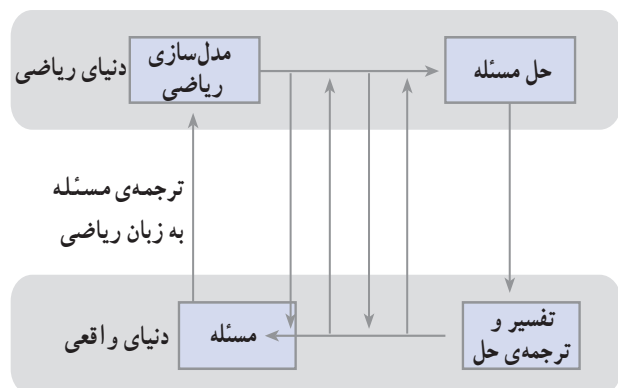
### مقدمه

مطرح می‌شوند تا دانش‌آموزان با توجه به دانش ریاضی خود به آن پاسخ دهند.

در رویکرد دوم حل مسئله در آغاز فرآیند آموزش است. درواقع با طرح یک مسئله و به چالش انداختن ذهن دانش‌آموزان شرایط برای آموزش مهیا شده، و دانش‌آموز با درگیر شدن در فرآیند حل مسئله به تدریج مفهوم و یا دانش موردنظر را مرحله به مرحله تولید می‌کند و ضمن حل مسئله یک موضوع تازه از ریاضیات را نیز فرا می‌گیرد.

### آموزش ریاضی از طریق حل مسئله

در تدریس ریاضی از طریق حل مسئله، دنیای واقعی نقطه‌ی شروع است؛ یعنی مسئله از دنیای واقعی انتخاب می‌شود و سپس به زبان ریاضی ترجمه می‌شود. این ترجمه درواقع، نوعی مدل‌سازی ریاضی است. گاهی برای فهم و درک بهتر یا ترجمه‌ی دقیق‌تر، ممکن است چندین رفت و برگشت بین دنیای واقعی و دنیای ریاضی انجام شود تا بالاخره در دنیای ریاضی مسئله حل ریاضی شود اما این، نقطه‌ی پایان کار نیست؛ بلکه باید حل مسئله در دنیای واقعی تفسیر و ترجمه شود. مدل زیر این موضوع را بهتر نمایش می‌دهد.



حل مسئله از دو جنبه اهمیت دارد. اول آن که از اهداف مهارتی مهم در آموزش ریاضیات است و از طرف دیگر می‌توان گفت انجام هر فعالیت یا پاسخ دادن به سؤال‌ها و یا تمرین‌های ریاضی (که ممکن است به منظور تقویت مهارتی طرح شده باشد) به نوعی حل مسئله است. با این تعریف حل مسئله چتری است که بر روی تمام اهداف مهارتی و به تعبیری دیگر بر تمام آموزش ریاضی قرار می‌گیرد.

در استانداردهای آموزش ریاضی این گونه بیان شده است، حل مسئله قلب تپنده یا نقطه‌ی تمرکز آموزش ریاضی است.

مسئله را می‌توان به زبان ساده تعریف کرد. هرگاه فردی بخواهد کار دیگری انجام دهد یا جای دیگری باشد، ولی نتواند به هدف خود برسد، مسئله ایجاد می‌شود. حل مسئله، نوعی از یادگیری بسیار پیچیده است. مسئله و تلاش برای حل آن جزیی از زندگی هر فرد است. تعلیم و تربیت باید دانش‌آموزان را برای برخورد با زندگی آینده آماده کند. فرآیند برخورد با شرایط زندگی را حل مسئله می‌نامند.

در آموزش ریاضی دو دیدگاه و یا رویکرد کلی درمورد حل مسئله وجود دارد.

۱- ریاضی را آموزش می‌دهیم تا به کمک آن دانش‌آموزان مسئله حل کنند.

۲- آموزش ریاضی را از طریق حل مسئله انجام دهیم. در نگاه اول حل مسئله در پایان فرآیند آموزش قرار می‌گیرد.

کتاب‌های ریاضی دوره‌ی ابتدایی و راهنمایی فعلی نیز با همین دیدگاه برنامه‌ریزی شده است. لذا ابتدا مفاهیم آموزش داده می‌شوند سپس تکنیک‌ها و قواعد بیان شده پس از کسب مهارت در انجام تکنیک‌ها، تعدادی مسئله

مسئله‌ی بالا در کتاب اول راهنمایی به عنوان یک تمرین، مطرح شده و در آغاز آموزش حل مسئله نیست؛ ولی مدل مذکور را تا حد زیادی روشن و آشکار می‌کند.

یکی از پیام‌های بسیار مهم در این مدل، مرحله‌ی آخر یا تفسیر جواب ریاضی در دنیای واقعی است که اغلب در کلاس‌های ریاضی به آن توجه نمی‌شود و مسئله با پیدا کردن جواب ریاضی خاتمه می‌یابد.

### آموزش مهارت حل مسئله

تا چندی پیش اغلب آموزشگران ریاضی و ریاضیدانان بر این باور بودند که حل کردن مسئله یک توان، استعداد و نیرویی فردی است و آموزش دادن آن معنا ندارد. به عبارت دیگر، توانایی حل مسئله به صورت یک استعداد در درون افراد قرار دارد و نمی‌توان آن را از طریق آموزش تقویت و یا ایجاد کرد.

جرج پولیا با این تفکر که چه تفاوتی بین افراد مسئله حل کن و افراد دیگر وجود دارد که آن‌ها را قادر به حل مسئله می‌کند و دیگران را عاجز، به بررسی فرآیند تفکر حل مسئله در دانشجویان خود پرداخت و با نوشتن کتاب «چگونه مسئله را حل کنیم؟» ذهنیت آموزش حل مسئله را مطرح کرد.

امروزه با توجه به نظریات او و آموزشگرانی که پس از وی تحقیقات در مورد حل مسئله را ادامه دادند بر این باور هستیم که می‌توانیم از طرّقی مهارت حل مسئله را بر دانش‌آموزان آموزش دهیم.

اغلب دانش‌آموزان ما در مواجهه شدن با مسئله توان اقدام کردن به حل آن را ندارند. درواقع نمی‌دانند چطور باید حل را آغاز کنند یا وارد حل مسئله شوند. این مشکل برای معلمان ریاضی کاملاً قابل درک است. اغلب آن‌ها از این که دانش‌آموزان درباره‌ی مسئله نمی‌توانند فکر کنند، ناراحت به نظر می‌رسند.

بعضی از معلمان نیز سعی کرده‌اند به روش‌های تجربی خود، به نوعی حل کردن مسئله را به دانش‌آموز آموزش دهند. اغلب آن‌ها در این شیوه، راه را اشتباه رفته‌اند و به دانش‌آموزان آموزش‌های نادرست داده‌اند. برای مثال، نصف‌ها و واژه‌های به کار رفته در متن مسئله را مهم جلوه داده‌اند. «اگر کلمه‌ی روی هم را دیدید باید جمع کنید.» و یا «کلمه‌ی تفاوت به تفریق مربوط

تعامل بین دو دنیا با پویایی ادامه پیدا می‌کند و هربار مسئله‌ی جدید باعث اعتلای ریاضی و اضافه شدن بخش‌های جدیدی به آن می‌شود. از طرفی دیگر، گسترش و توسعه‌ی ریاضی نیز ره‌گشای حل مسئله‌های پیچیده‌تر از دنیای واقعی می‌شود.

در مثال زیر، کوشش شده است یک مسئله در قالب این مدل توضیح داده شود تا مفهوم موردنظر بهتر شکل بگیرد.

قرار است یک مجتمع خدماتی، شامل مدرسه، درمانگاه و شرکت تعاونی روستایی برای استفاده سه دهکده‌ی مشخص شده در نقشه، ساخته شود؛ به طوری که فاصله‌ی بین این مجتمع از سه دهکده به یک اندازه باشد، محل ساختمان مجتمع را مشخص کنید.



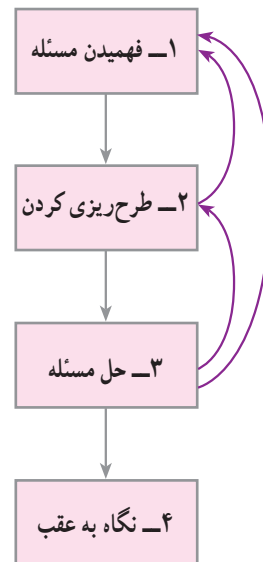
این مسئله از دنیای واقعی انتخاب شده است. در مورد موضوع آن یعنی خدمات رسانی متمرکز به روستاهای مجاور هم و سیاست دولت در این خصوص می‌توان برای دانش‌آموزان توضیح داد وقتی به جای سه دهکده سه نقطه فرض می‌کنید و با وصل کردن آن‌ها به هم یک مثلث می‌سازیم درواقع مدل‌سازی ریاضی انجام داده‌ایم. به این ترتیب مسئله را به دنیای ریاضی برده‌ایم.

در دنیای ریاضی با رسم سه عمود منصف و پیدا کردن محل برخورد آن‌ها در واقع مسئله را حل ریاضی کرده‌ایم. مرحله‌ی آخر این است پاسخ به دست آمده را در دنیای واقعی تفسیر کنیم. با بررسی سؤال‌هایی مثل: آیا در چنین نقطه‌ای امکان ایجاد مجتمع وجود دارد؟ آیا در این نقطه مانعی طبیعی قرار دارد؟ آیا در روی زمین یک نقطه پیدا کرده‌ایم یا محدوده‌ای که بتوان در آن حوالی مجتمع را ساخت؟

می‌شود.» بیان این قبیل جملات نه تنها آموزش نیست؛ بلکه به نوعی ضد آموزش است و قدرت تفکر را در ذهن دانش‌آموز از بین می‌برد. در این جا سعی شده است با تبیین مدل پولیا راهی را برای آموزش مهارت حل مسئله پیدا کنیم.

## الگوی پولیا برای حل مسئله

هرکس در ذهن خود فرآیندی برای حل مسئله طی می‌کند. مسیر حل مسئله برای مسایل گوناگون و برای افراد مختلف متفاوت است اما جرج پولیا تلاش کرده است تا این مسیر را به نوعی مدل‌سازی کند. الگوی چهار مرحله‌ای او به شکل زیر است.



**۱- فهمیدن مسئله:** گام اول در حل یک مسئله، فهمیدن آن است. این گام نشان می‌دهد مسئله وقتی مسئله است که چیزی برای فهمیدن داشته باشد. فهمیدن مسئله، یعنی تشخیص داده‌ها و خواسته‌های مسئله و ارتباط بین آن‌ها. فهم مسئله‌های مبارز طلب در واقع بخش اصلی فرآیند حل مسئله است. مسئله‌های پیچیده حل نمی‌شوند؛ چون اغلب در فهم آن مشکل داریم.

برای طی کردن این گام در هنگام حل مسئله می‌توان به سؤال‌هایی مثل مسئله چه چیزی (چه اطلاعاتی) داده است؟ چه چیزی را می‌خواهد؟ خواسته مسئله چیست؟ آیا مسئله باید در شرایط خاصی بررسی شود؟ آیا مسئله دارای محدودیت‌ها و شرایط معینی است؟ و یا می‌توان از دانش‌آموزان خواست که مسئله را به زبان خود بیان کنند و توضیح دهند. یا مسئله را خلاصه کنند و یا

به صورت یک نمایش آن را به عمل درآورند. یا برای فهم بهتر از یک شکل استفاده کنند.

یکی از راه‌های مناسب برای طرح مسئله قرار دادن اطلاعات اضافی در متن سؤال است تا گام فهمیدن و تشخیص داده‌ها و خواسته‌ها اهمیت بیش‌تری پیدا کند.

**۲- طرح ریزی کردن:** گام دوم برنامه‌ریزی، طرح‌ریزی یا قصد کردن برای حل مسئله است. در این مرحله، مسئله را از ابعاد مختلف ریاضی بررسی می‌کنیم. یعنی این مسئله با کدام یک از مقولات هندسی، جبری، برداری و... در ارتباط است. چگونه آن را می‌توان مدل‌سازی کرد؟ کدام روش یا راهبرد (استراتژی) برای حل آن مناسب‌تر است؟ در این مرحله ممکن است مجبور شویم به گام فهمیدن برگردیم و این رفت و برگشت تا رسیدن به یک راه حل مناسب ادامه می‌یابد.

در آموزش عمومی آنچه در این گام مطرح می‌شود، انتخاب راهبرد (استراتژی) یا روش حل مناسب برای حل مسئله است؛ یعنی در این مرحله دانش‌آموز داده‌های مختلف، حل مسئله را بررسی و امتحان می‌کند. راه‌هایی مثل کشیدن شکل، حدس زدن جواب، حذف کردن جواب‌های غیرممکن برای رسیدن به جواب اصلی، فرد یا تکه‌تکه کردن مسئله، ساده‌تر کردن مسئله، تشکیل دادن معادله و... بنابراین نام این مرحله را «انتخاب راهبرد» می‌گذاریم.

مهم‌ترین بخش در آموزش مهارت حل مسئله، آموزش راهبردها است. در واقع آنچه از حل مسئله، آموزش دادنی است، آموزش راهبردهاست. که در این مورد در قسمت بعد توضیحاتی ارائه خواهد شد.

**۳- حل مسئله:** در گام سوم، نقشه‌ی طرح شده را به اجرا می‌گذاریم. اگر راهبرد مناسب را انتخاب کرده باشیم و در فهم مسئله مشکلی نداشته باشیم، نقشه با موفقیت اجرا شده، مسئله حل می‌شود. در غیر این صورت، ممکن است به گام دوم برگردیم و طرح و نقشه یا راهبرد خود را تغییر دهیم. همچنین این امکان وجود دارد که در هنگام حل مسئله، متوجه شویم هنوز بخش‌هایی از مسئله را نفهمیده‌ایم و یا در تشخیص داده‌ها یا خواسته‌ی مسئله اشتباه کرده‌ایم و باید به گام اول برگردیم.

یکی از نکات مهمی که باید به دانش‌آموزان گوشزد کنیم،



این است که این قسمت بخشی از فرآیند حل مسئله است نه تمام آن. درواقع تمام تلاش‌هایی که برای فهمیدن مسئله و انتخاب راهبرد می‌شود نیز جزئی از حل مسئله است.

**۴- نگاه به عقب (برگشت به عقب):** در گام آخر در صورتی که مسئله حل شده باشد، آن را در دنیای واقعی، تفسیر و ترجمه می‌کنیم. همچنین درمورد منطقی بودن پاسخ و این که جواب به دست آمده همان خواسته‌ی مسئله است یا نه، بررسی می‌کنیم. راه حل و روش‌های ریاضی که در حل مسئله استفاده شده است، مجدداً بررسی و امتحان می‌شوند.

همان‌طور که ذکر شد معمولاً این گام در کلاس درس فراموش می‌شود؛ و دانش‌آموزان اغلب درباره‌ی منطقی بودن پاسخ خود، فکر نمی‌کنند. و پاسخ خود را در دنیای واقعی تفسیر و تعبیر نمی‌کنند.

با طی کردن ۴ گام فوق یک مسئله به‌طور کامل حل می‌شود. این مراحل در هنگام حل مسئله به‌صورت طبیعی و پنهان طی می‌شود. تأکید بیش از حد بر ۴ گام و جدا کردن آن‌ها از یک‌دیگر ممکن است به عاملی برای متوقف شدن فرآیند حل مسئله منجر شود لذا توصیه می‌شود معلمان محترم این ۴ مرحله را به‌صورت طبیعی در کلاس با دانش‌آموزان خود طی کنند و با تکرار آن در حل هر مسئله آن را به‌صورت ملکه در ذهن دانش‌آموز درآورند تا او بتواند فرآیند تفکر خود را نظم و سازماندهی کند.

### راهبردهای حل مسئله

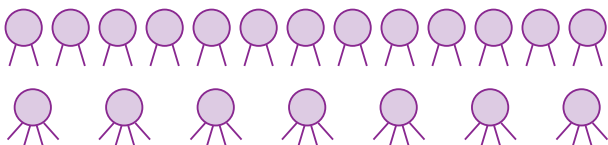
یکی از مشکلات اصلی دانش‌آموزان، عدم اقدام به حل مسئله است؛ یعنی وقتی با یک مسئله مواجه می‌شوند، نمی‌دانند از کجا باید شروع کنند و یا چگونه اقدام به حل آن نمایند. مدل پولیا از یک طرف می‌تواند الگویی برای شروع به دانش‌آموز بدهد اما از طرف دیگر ممکن است خود مانع حل، خلاقیت و آزاداندیشی دانش‌آموز شود اما آموزش راهبردهای حل مسئله می‌تواند گام مفیدی برای حل مسئله باشد. دانش‌آموز در گام دوم حل مسئله می‌تواند از بین راهبردهای مختلف که برای حل مسایل آموزشی دیده است، راه حل مسئله‌ای که با آن مواجه شده است را انتخاب کند.

بررسی راهبردهای مختلف و امکان حل مسئله با آن راهبردها درواقع اقدام مهمی برای حل مسئله است. در آموزش عمومی ۸ راهبرد زیر به دانش‌آموزان داده می‌شود.

**۱- رسم شکل:** این راهبرد به‌طور طبیعی در ذهن دانش‌آموز پیش می‌آید و کشیدن شکل برای یک مسئله، اولین ایده‌ای است که به ذهن می‌آید. بسیاری از مسایل، با کشیدن یک شکل به راحتی حل می‌شوند و حتی نیازی به نوشتن عملیات نخواهند داشت. اغلب معلمان با قبول نکردن این راه حل (کشیدن شکل) از دانش‌آموزان باعث می‌شوند این راهبرد با کاربرد وسیع کم‌کم از ذهن دانش‌آموز پاک شود.

دانش‌آموزان و اغلب معلمان فکر می‌کنند حل یک مسئله، یعنی نوشتن عملیات ریاضی. بنابراین اگر دانش‌آموزی یک مسئله را فقط با کشیدن یک شکل حل کند و به پاسخ و خواسته‌ی مسئله برسد باز هم تردید دارد و سعی می‌کند با نوشتن عملیات ریاضی پاسخ خود را قابل قبول کند.

به مسئله‌ی زیر و نحوه‌ی حل آن با رسم شکل توجه کنید.  
«در یک مزرعه ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد. تعداد پاهای آن‌ها ۵۴ عدد است. با فرض این که همه‌ی آن‌ها سالم هستند چند مرغ و چند گاو در این مزرعه وجود دارد؟»



پاسخ: ۷ گاو و ۱۳ مرغ

این راهبرد مسئله‌ی بالا برای دانش‌آموز دوم دبستان نیز قابل طرح است.

**۲- سازمان‌دهی داده‌ها و جدول نظام‌دار:** مرتب کردن داده‌ها، قرار دادن آن‌ها در یک جدول و سازمان‌دهی داده‌ها، راهبرد مناسبی برای حل مسئله است و دانش‌آموزان در دوره‌ی ابتدایی باید آن را فرا بگیرند. پس از آن باید یاد بگیرند که چگونه داده‌ها را در یک جدول با نظم منطقی مرتب کنند. تشکیل جدول به‌صورت نظام‌دار این اطمینان را ایجاد می‌کند که تمام حالت‌های مختلف در نظر گرفته شده‌اند.

به مسئله‌ی زیر توجه کنید.

«تعدادی سکه‌ی ۵ تومانی، ۱۰ تومانی و ۲۵ تومانی در اختیار داریم. با چه تعداد از هرکدام یا ترکیب آن‌ها می‌توانیم ۵۰ تومان پول جدا کنیم؟»

پاسخ‌های مختلف این مسئله را با حدس زدن و انجام محاسبات (ذهنی) می‌توان پیدا کرد و آن‌ها را در جدولی به شکل زیر سازماندهی کرد.

۲	۰	۰	۱	۱۰	تعداد سکه‌ی ۵ تومانی
۴	۵	۰	۲	۰	تعداد سکه‌ی ۱۰ تومانی
۰	۰	۲	۱	۰	تعداد سکه‌ی ۲۵ تومانی

اما با روش فوق نمی‌توانیم از این که تمام پاسخ‌های درست را پیدا کرده‌ایم یا خیر با روش منطقی اطمینان حاصل کنیم. اما اگر پاسخ‌ها را با یک نظم در جدول می‌نوشتیم با تشکیل جدولی نظام‌دار می‌توانستیم مطمئن شویم که تمام حالت‌های ممکن را در نظر گرفته‌ایم. در جدول نظام‌دار زیر، نظم نوشتن اعداد به این ترتیب است. از سکه‌ی ۲۵ تومانی شروع می‌کنیم و بزرگ‌ترین عدد ممکن را قرار می‌دهیم سپس براساس سکه‌ی ۱۰ تومانی بزرگ‌ترین عدد ممکن را قرار داده به همین ترتیب پیش می‌رویم.

۱۰	۸	۶	۴	۲	۰	۵	۳	۱	۰	۵ تومانی
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۰	۱	۲	۰	۱۰ تومانی
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۲	۲۵ تومانی

به این ترتیب، تمام ۱۰ حالت ممکن به دست می‌آید.

**۳- حدس و آزمایش:** این راهبرد نیز معمولاً توسط معلمان مورد قبول واقع نمی‌شود درحالی که راهبردی مناسب برای حل مسایل است. در این راهبرد، دانش‌آموز پاسخ مسئله را حدس می‌زند. پس از بررسی حدس خود و آزمایش کردن آن، حدس بعدی را با استدلالی منطقی مشخص می‌کند. با ادامه دادن این فرآیند، کم‌کم فرد به پاسخ درست مسئله می‌رسد.

در آموزش این راهبرد ۲ نکته اهمیت دارد. اول آن که دانش‌آموز حدس دوم به بعد را براساس نتایج بررسی حدس قبلی خود و با استدلالی منطقی تعیین می‌کند. دوم او باید یاد بگیرد مراحل حدس و آزمایش خود را به صورت مکتوب ارائه و استدلال خود را بیان کند، به طوری که دیگران قادر به درک مراحل حدس و آزمایش او شوند.

همان مسئله مرغ و گاو را با راهبرد حدس و آزمایش به ترتیب زیر نیز می‌توان پاسخ داد.

نتیجه	بررسی	تعداد گاو	تعداد مرغ
چون تعداد پاها بیش‌تر از ۵۴ شد، تعداد گاوها باید کم شود	$۱۰ \times ۲ + ۱۰ \times ۴ = ۶۰$	۱۰	۱۰
چون تعداد پاها بیش‌تر از ۵۴ شد، تعداد گاوها باید کم شود	$۱۲ \times ۲ + ۸ \times ۴ = ۵۶$	۸	۱۲
پاسخ درست ✓	$۱۳ \times ۲ + ۷ \times ۴ = ۵۴$	۷	۱۳

۴	۳	۲	۱	۰	تعداد عناصر یک مجموعه
۱۶	۸	۴	۲	۱	تعداد زیر مجموعه‌ها

با کشف الگویی که در جدول فوق وجود دارد می‌توان رابطه‌ی  $2^n$  را به دست آورد.

درواقع راهبرد مناسب برای حل این مسئله الگویابی است.

**۵- حل مسئله ساده‌تر:** گاهی مسئله پیچیدگی‌هایی دارد که نمی‌توان آن را به راحتی حل کرد اما وقتی مسئله را ساده

**۴- الگویابی:** کشف الگو و رابطه‌های بین داده‌های

مسئله به حل آن کمک می‌کند. راهبرد الگویابی برای مسایلی که با استفاده از رابطه‌ها و قواعد تکرارپذیر طرح می‌شوند، مفید است. گاهی کشف الگو همان حل مسئله است و در مواقعی پیدا کردن الگو راه را برای حل مسئله باز می‌کند.

به مسئله‌ی زیر توجه کنید.

با توجه به جدول مقابل اگر یک مجموعه  $n$  عضو داشته باشد، تعداد زیر مجموعه‌های آن چند تا است؟

می‌کنیم یا مسئله حل می‌شود یا روش حل آن ظاهر می‌شود. وقتی مسئله در حالت ساده‌تر بررسی شد، با یک الگویابی می‌توان آن را به حالت کلی تعمیم داد. ساده کردن عددها و داده‌های یک مسئله نیز بخشی از این راهبرد است.

در مسئله‌ی زیر به جای عدد  $5\frac{3}{4}$ ، ۵ و به جای عدد ۲۴۴، ۲۰۰ قرار دهید، یک بار دیگر مسئله را بخوانید. در کدام حالت، فهم مسئله ساده‌تر به نظر می‌رسد؟

«در یک کارخانه لوله‌هایی به طول  $5\frac{3}{4}$  متر تولید می‌شود. تولید این کارخانه در هر روز ۲۴۴ لوله است. در هر روز چند متر لوله تولید می‌شود؟»

در حل مسئله‌ی زیر نیز ابتدا حالت‌های ساده در نظر گرفته می‌شود.

«رقم یکان عدد  $3^{257}$  چند است؟»

$$3^1 = 3 \quad 3^2 = 9 \quad 3^3 = 27$$

$$3^4 = 81 \quad 3^5 = 243 \quad \dots$$

با مشاهده‌ی رقم‌های یکان الگوی تکرار شدن رقم‌ها، یعنی (۳، ۹، ۷، ۱) مشخص می‌شود. با تعمیم آن به  $3^{257}$  می‌توان رقم یکان را تعیین کرد.

**۶- زیر مسئله:** مسئله‌های پیچیده و چند هدفی معمولاً از چند مسئله ساده تشکیل شده‌اند. گاهی حل یک زیر مسئله و یا زنجیره‌ای از زیر مسئله‌ها منجر به حل مسئله اصلی می‌شوند. تشخیص زیر مسئله‌ها و حل آن‌ها راهبرد مهمی برای مسئله‌های ترکیبی هستند.

در آموزش این راهبرد به دو نکته باید توجه کرد. اول تشخیص زیر مسئله‌ها، سپس نوشتن (تشکیل) مسئله‌های کوچک

و حل آن‌ها برای رسیدن به پاسخ نهایی مسئله.

## ۷- حذف حالت‌های نامطلوب: وقتی از تمام حالت‌های

ممکن پاسخ یک مسئله و با استفاده از داده‌های آن حالت‌های نامطلوب یکی یکی یا دسته‌دسته حذف می‌شوند، خود را به پاسخ مسئله نزدیک می‌کنیم. این راهبرد، حذف حالت‌های نامطلوب نام دارد.

به مسئله‌ی زیر توجه کنید.

«جذر تقریبی عدد  $75^\circ$  را به دست آورید.»

برای این کار می‌توانیم از دو مربع کامل  $400$  و  $900$  استفاده کنیم.

$$20 < \sqrt{500} < 30$$

فاصله‌ی بین  $20^\circ$  و  $30^\circ$  را نصف می‌کنیم تا به عدد  $25^\circ$  برسیم از آن‌جا که  $625 = 25^2$  است می‌توان نتیجه گرفت.

$$25 < \sqrt{750} < 30$$

به همین ترتیب با نصف کردن فاصله‌ی بین  $25^\circ$  و  $30^\circ$  و تکرار این عمل می‌توان پاسخ جذر را با دقت موردنظر تعیین کرد.

## ۸- روش‌های جبری و تشکیل معادله: مدل‌سازی

بسیاری از مسئله‌ها با روش‌های جبری است. تشکیل معادله یا معادلات مسئله را به دنیای ریاضی برده و آن را به یک مسئله جبری (ریاضی) تبدیل می‌کند. این راهبرد بیش‌تر در سال‌های پایانی آموزش عمومی کاربرد وسیع دارد.

اغلب معلمان ریاضی دوره‌ی راهنمایی با آموزش این راهبرد آشنا هستند.

در فصل ششم همین بخش، نحوه‌ی آموزش راهبردهای

حل مسئله در کتاب‌های ریاضی بازسازی شده دوره‌ی راهنمایی توضیح داده می‌شود.



### روش تدریس در آموزش ریاضی

#### مقدمه

«در ریاضیات، دانش به هر میزان هرگز به معنای در اختیار داشتن اطلاعات نیست؛ بلکه دانستن مرموز و چگونگی به کارگیری اطلاعات، دانش است. دانستن ریاضیات؛ یعنی توانایی انجام دادن آن، به عبارت دیگر به کارگیری روان ریاضی برای حل مسایل، نقد و موشکافی استدلال‌ها، پیدا کردن اثبات‌ها و از همه مهم‌تر شناخت مفاهیم ریاضی از بطن یک وضعیت محسوس و حقیقی یا استخراج آن مفاهیم از وضعیت موردنظر است.» عباراتی مثل جملات فوق، بیانگر نگاهی دیگر به یادگیری است. در این نگاه وقتی می‌گوییم یک دانش‌آموز یاد گرفته است که توانایی به کارگیری را کسب کرده باشد.

در نظریه‌ی ساختارگرایی (ساخت و سازگرایی) نگاه بالا عمیق‌تر شده است. در این نظریه وقتی می‌گوییم یک دانش‌آموز یاد گرفته است که خود دانش و مفهوم موردنظر را کشف یا تولید کند و یا آن را بسازد. در این جا یادگیری، یعنی تولید دانش.

#### روش فعال

با استفاده از تعریف فوق، می‌توان به نقش دانش‌آموز در جریان آموزش پی برد. در این منظر، دانش‌آموز همه‌کاره‌ی فرآیند آموزش است. او سعی دارد که یاد بگیرد و وظیفه‌ی معلم تسهیل‌کننده و هدایت‌گر این جریان است. مهم‌ترین تفاوت بین روش‌های سنتی و روش فعال، همین موضوع است. در روش سنتی یادگیری از طریق انتقال یک سویه اتفاق می‌افتد ولی در روش فعال، دانش‌آموز محور آموزش است و نقش معلم یاددهنده نیست. دانش‌آموز خود یاد می‌گیرد و معلم چگونگی یادگرفتن را به دانش‌آموز آموزش می‌دهد.

تدریس هنگامی مؤثر و کارآمدتر خواهد بود که دانش‌آموزان خود از طریق تجربیات دست‌اول، آزمون و خطا و درگیر شدن مستقیم در تحقیق، بررسی و حل مسئله به تولید و

بعد از تبیین هدف‌ها باید به روش و چگونگی دست‌یابی به این هدف‌ها و به عبارت دیگر روش تدریس بپردازیم. در حال حاضر، روش‌های تدریس مبتنی به یادگیری فعال هستند. در این جا ضمن توضیح یادگیری فعال به چگونگی طراحی فعالیت‌ها به عنوان ابزار و روشی برای دست‌یابی به یادگیری فعال می‌پردازیم.

قبل از این که به توضیح روش فعال بپردازیم، لازم است مروری بر تعریف یادگیری داشته باشیم. بحث در مورد مکاتب مختلف روان‌شناسی و علوم تربیتی در این چند صفحه مقدور نیست اما به طور خلاصه نکات مهم و قابل توجه آن ذکر می‌شود.

#### تعریف یادگیری

در مکتب رفتاری، تغییرات نسبتاً پایدار در رفتار دانش‌آموز را یادگیری می‌گویند. هرگونه تغییر رفتار، یادگیری است؛ برای مثال، وقتی دانش‌آموز تعریف زاویه‌ی محاطی را نمی‌داند و در جریان تدریس آن را متوجه می‌شود، می‌گوییم او یاد گرفته است. این نوع نگاه به آموزش و تعریف یادگیری، منجر به روش‌های تدریس معلم محور شد که در آن معلم نقش اصلی را در فرآیند آموزش داشته و تمام همت و دقت خود را صرف یاد دادن به دانش‌آموز می‌کند. در این حالت، دانش‌آموز منفصل و منتظر شنیدن حرف‌های معلم است.

پس از رفتارگراها و با ظهور مکتب شناختی، انتقادهای زیادی به این نوع آموزش و تعریف یادگیری شد. شناخت‌گراها معتقد بودند که این گونه آموزش، دانش‌آموزانی به بار می‌آورد که انبوهی از دانش‌ها و اطلاعات را به خاطر سپرده‌اند اما توانایی استفاده و به کار بردن آن‌ها را ندارند. ضمن آن که آموزشی که در آن دانش‌آموز نقش نداشته باشد پایدار نخواهد ماند و انگیزه‌های یادگیری را کم‌کم از بین خواهد برد.

کشف دانش بپردازند.

فعالیت‌ها بستر لازم را برای اجرای روش فعال فراهم می‌کنند. از این جهت تدریس را فعالیت محور می‌نامیم. فعالیت‌های اصلی در کتاب درسی آورده می‌شود. فعالیت‌های مناسب دیگر به طور موازی در کتاب معلم بیان می‌شوند تا معلمان برای انتخاب فعالیتی متناسب با شرایط کلاس و دانش‌آموزان خود تصمیم‌گیری کنند.

فعالیت‌ها باید به توسعه‌ی مهارت‌ها (هدف‌های مهارتی) بپردازند. یک فعالیت غنی، مهارت‌های زیادی را دربر می‌گیرد تا با به‌کارگیری آن‌ها، فهم جدید ایجاد کند یا مفاهیم را گسترش دهد. انتخاب و چینش فعالیت‌ها با توجه به شرایط، محدودیت‌ها، توانایی‌های دانش‌آموزان، پیش‌دانسته‌های آن‌ها و... توسط معلم انجام می‌شود.

### طراحی فعالیت توسط معلمان

برای طراحی فعالیت‌های آموزشی و چینش آن‌ها، موارد زیر باید موردنظر قرار بگیرند:

۱- **تهیه‌ی فهرست مفاهیم:** در قدم اول باید مفاهیم موردنظر که قرار است دانش‌آموزان آن‌ها را تولید یا کشف کنند، به طور دقیق، مشخص و روشن شود. در این فهرست، نباید بدون دلیل مفاهیم دیگری اضافه کرد. در صورتی که در کلاس دانش‌آموزانی وجود دارند که پیش‌نیازهای لازم را هنوز درک نکرده‌اند. ممکن است این مفاهیم پیش‌نیاز به فهرست مفاهیم موردنظر اضافه شوند.

۲- **تهیه‌ی فهرست اهداف:** فهرستی از هدف‌های مهارتی و دانشی با توجه به راهنمای معلم تهیه می‌شود. در نوشتن هدف‌ها تا حد امکان باید هدف، جزئی، مشخص، شفاف و روشن باشد. به طوری که قابل مشاهده و یا قابل اندازه‌گیری باشد. اهداف نگرشی همیشه باید مدنظر قرار گیرند تا در طراحی و انجام فعالیت‌ها، زمینه‌ی لازم برای رسیدن به این هدف فراهم شود.

۳- **تهیه‌ی فعالیت‌ها و چینش آن‌ها:** بعد از مشخص شدن هدف‌ها، نوبت به طراحی فعالیت‌ها می‌رسد. این فعالیت‌ها باید به گونه‌ای طراحی شوند که دانش‌آموزان را به سمت هدف‌های تعیین شده سوق دهد. سطح توانایی‌های ذهنی و عملی دانش‌آموز

و شناخت نسبت به پیش‌دانسته‌ها و پیش‌نیازهای موردنیاز آن‌ها در طراحی فعالیت‌ها موردنظر است. همچنین اگر فعالیت به گونه‌ای طرح شود که انجام آن مستلزم مشارکت و کار در گروه باشد، اهداف بیش‌تری را پوشش خواهد داد.

۴- **تأکید بر روش حل مسئله:** در طراحی فعالیت بر روش‌های حل مسئله تأکید داریم. مشخص کردن مسئله، فرضیه‌سازی، آزمون فرضیه و نتیجه‌گیری مراحل مواجهه شدن و حل یک مسئله است. لذا فعالیت باید این زمینه‌ها را برای دانش‌آموزان کلاس فراهم کند. فعالیت موردنظر بهتر است از مسایل واقعی، ملموس و زندگی روزمره متناسب با سن دانش‌آموزان انتخاب شده و به‌اندازه‌ی کافی درگیرکننده باشد.

### ویژگی‌های یک فعالیت

یک فعالیت غنی ریاضی باید ویژگی‌های زیر را دارا باشد:

- ۱- در شروع برای همه قابل دسترس باشد.
- ۲- قابلیت تعمیم داشته و ترغیب‌کننده طرح سؤال‌هایی از نوع «چه می‌شد اگر» باشد.
- ۳- دانش‌آموزان را درگیر مشاهده، حدسیه‌سازی، توضیح دادن، کشف الگوها، اثبات و ابطال و تفسیر کردن کند.
- ۴- با بحث‌ها تبادل نظر و ارتباط برقرار کردن، نیروی ابتکار، اختراع و خلاقیت را ارتقا بخشد.
- ۵- ضمن آن که دانش‌آموزان روش‌های خود را به کار می‌برند، به همکاری تشویقشان کند.
- ۶- مبارزه طلب بوده و به نتیجه‌ی ریاضی منجر شود.
- ۷- به طور مناسب از تکنولوژی استفاده شود.
- ۸- به زندگی واقعی دانش‌آموزان مربوط باشد.
- ۹- از مدل‌سازی ریاضی استفاده شود.
- ۱۰- یک مؤلفه‌ی فرهنگی، اجتماعی، تاریخی را دربرگیرد.

- ۱۱- دانش‌آموزان را به تصمیم‌گیری دعوت کند.
  - ۱۲- دارای یک عنصر شگفت‌انگیز بوده و انجام آن لذت‌بخش و درگیرکننده باشد.
- البته طرح یک فعالیت که تمام ویژگی‌های فوق را داشته

باشد، کاری سخت و دشوار است اما در طراحی فعالیت همیشه نکات فوق را مدنظر قرار می‌دهیم.

## نکات خاص در اجرای روش فعال

۱- مهم‌ترین نکته در روش فعال، پرهیز از انتقال یکسویه‌ی مفاهیم و ارتباط آن‌ها از طرف معلم به دانش‌آموز است. لذا در این روش، نقش معلم به‌جای انتقال‌دهنده‌ی مطالب، تسهیل‌کننده‌ی فرآیند آموزش است. او در کلاس کم‌تر حرف می‌زند و کم‌تر به پای تخته می‌رود. در عوض بیش‌تر به دانش‌آموزان راهنمایی می‌دهد و کارهای آن‌ها را تصحیح، تکمیل و هدایت می‌کند. عمده‌ی زحمت معلم در خارج از کلاس و به‌هنگام طراحی فعالیت‌هاست.

۲- انجام فعالیت‌ها، کار گروهی دانش‌آموزان، نتیجه‌گیری، فرضیه‌سازی او، میزان پیشروی در انجام فعالیت، خلاقیت‌ها و ابتکارهای او همگی در ارزش‌یابی او مؤثر خواهند بود لذا یکی از وظایف معلمان در هنگام اجرا، ارزش‌یابی دانش‌آموزان است. در فصل بعد در این خصوص، توضیحاتی ارائه خواهد شد.

۳- از آن‌جا که رسیدن به اهداف معیار تدریس خوب است، در تعیین فعالیت‌ها لزومی به پیروی چشم‌بسته از فعالیت‌های پیشنهادی کتاب و کتاب معلم نیست؛ بلکه معلم با در نظر گرفتن شرایط کلاس، وضعیت اقلیمی و فرهنگی، خصوصیات دانش‌آموزان کلاس و... می‌تواند با حفظ هدف، فعالیت‌های جدیدی را جایگزین کند.

۴- یکی از مشکلات دانش‌آموزان با روش‌های تربیت و آموزش معلمان این است که دانش‌آموز عقاید و نظرات خود را در کلاس مطرح نمی‌کند در حالی که بحث، گفت‌وگو، ابراز عقیده، بیان راهبردها، از اهداف آموزشی مورد تأکید است لذا آموزگاران باید فضای لازم برای این کار را فراهم کنند.

۵- یکی از راه‌های ورود به مطلب جدید یا طراحی فعالیت‌ها و حتی ارائه‌ی تمرین و پروژه استفاده از وقایعی است که روزانه در اطراف ما، در شهر و روستای ما، در کشور ما، در مدرسه یا کلاس ما اتفاق می‌افتد. یک معلم آگاه، زیرک و هنرمند از این موقعیت‌ها برای طرح مسئله و سؤال در کلاس درس بیش‌ترین بهره را خواهد برد.

۶- استفاده از وسایل آموزشی پیش‌ساخته (مثلاً تولیدات

صنایع آموزشی) خوب و مفید است اما در اکثر موارد می‌توان از دست‌ساخته‌های دانش‌آموزان برای فعال کردن کلاس و استفاده از وسایل آموزشی استفاده کرد. در این راه مسایل بهداشتی و ایمنی باید مدنظر معلم قرار گیرد.

۷- یک معلم که قصد دارد روش فعال را براساس نظریه ساختارگرایی اجرا کند، از اندیشه‌ها و نظریات دانش‌آموزان برای طراحی تدریس در هنگام تدریس و در مراحل پیشبرد درس استفاده می‌کند.

## کار گروهی در کلاس

پس از تحولات و پیشرفت آموزش ریاضی در دو دهه‌ی اخیر و اهمیت آموزش ریاضی در آموزش عمومی هر شهروند و اعلام دیدگاه‌های پولیا به‌عنوان محور آموزش ریاضی در دهه‌ی هشتاد و پیدایش نظریه فراشناخت براساس آن، همچنین دیدگاه‌های ویگوتسکی در مورد نقش تعامل اجتماعی در آموزش، یکی از محورهای تحقیق که بر همین پایه‌ها استوار است «کار گروهی در کلاس درس» است که باعث ایجاد فضایی مناسب‌تر برای رشد استعدادها و اجتماعی شدن دانش‌آموزان خواهد شد و ایفا کردن نقش در کارهای جمعی و اجتماعی را به‌دنبال خواهد داشت. هم‌چنین نیاز جامعه‌ی تکنولوژیک کنونی به فعالیت‌های گروهی به‌جای فعالیت فردی حتی در کارهای فکری مؤید روش کار گروهی در کلاس شد که اکنون از محورهای تحقیق در آموزش ریاضی است.

آن‌چه در کار گروهی باید بیش از پیش مورد توجه قرار بگیرد، این است که فعالیت گروهی باید به نوعی طراحی شود که نیاز به کار گروهی را در دانش‌آموز ایجاد کند. به عبارت دیگر، عدم همکاری گروهی یعنی انجام نشدن فعالیت.

نوع فعالیت‌هایی که از دانش‌آموزان می‌خواهیم تا به صورت گروهی انجام دهند، در واقع فعالیت‌هایی فردی است که هر دانش‌آموز به تنهایی می‌تواند آن را انجام دهد. در این صورت، اسرار ورزیدن برای انجام این فعالیت به‌صورت گروهی نتیجه‌ای دربر نخواهد داشت.

نکته‌ی دیگر آن که کار گروهی، مقررات آن، مسایل اخلاقی و تربیتی را باید به دانش‌آموزان آموزش داد و سپس از آن‌ها خواست که با هم و به‌صورت گروهی کار کنند.

## ارزش‌یابی

### مقدمه

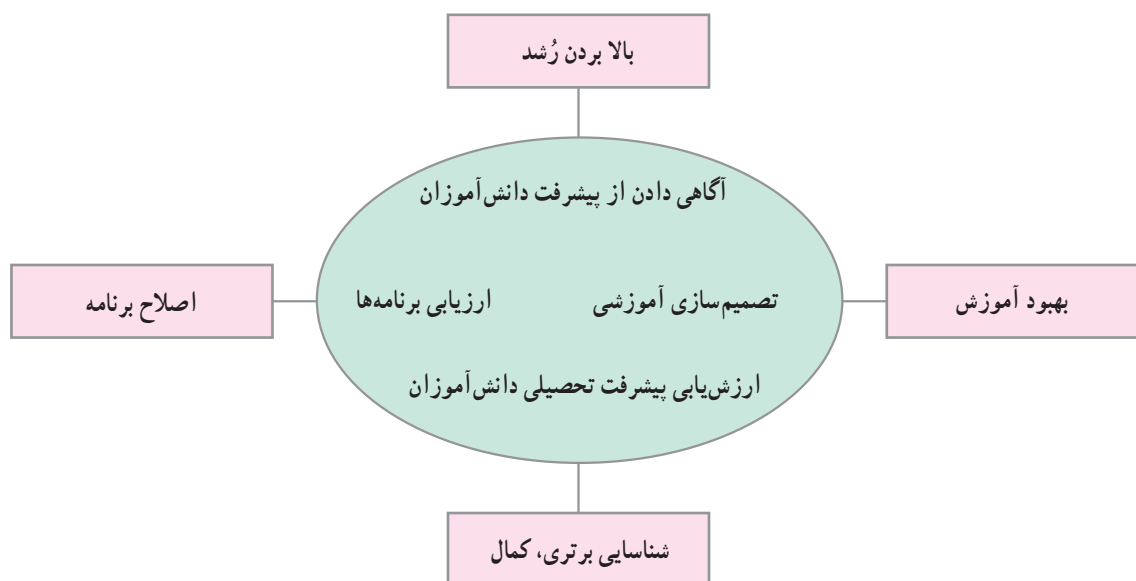
قضاوت درمورد عملکرد شاگردان در کلاس، پیشرفت و ارتقای دانش و شایستگی دانش‌آموزان در طی سال تحصیلی درگیر است. به علاوه لازم است بداند که دانش‌آموزان با چه کیفیتی ریاضیات را انجام می‌دهند.

ارزش‌یابی ریاضیات عبارت است از فرآیند گردآوری شواهد و مدارک درباره‌ی دانش‌آموز از توانایی به‌کارگیری و دیدگاه‌های او درباره‌ی ریاضیات و ساختن استنتاج‌هایی از شواهد و مدارک برای داوری کردن درباره‌ی او و تصمیم‌گیری برای دگرگونی روش‌های آموزشی. «ارزش‌یابی اصطلاحی است که اغلب به‌طور قابل تعویض با اصطلاحات آزمون کردن، اندازه‌گیری و یا برای تمایز بین ارزش‌یابی دانش‌آموز و ارزیابی برنامه به‌کار گرفته می‌شود.» با این حال ما این واژه را با تعریف بالا و با تأکید بر درک و توصیف شواهد کمی و کیفی در تصمیم‌سازی و داوری کردن به‌کار می‌بریم. مسئولیت‌های معلم بخش اعظم کار است که با داوری و

### اهداف ارزش‌یابی

اهدافی که ارزش‌یابی‌های ریاضی به‌منظور آن‌ها انجام می‌شود، در چهار طبقه رده‌بندی می‌شوند. اگرچه راه‌های دیگری برای طبقه‌بندی این گونه اهداف وجود دارد، ولی طبقه‌بندی زیر، نشانگر اولین مواردی است که اصلاح آن‌ها مستلزم ارزش‌یابی است. نمودار زیر، چهار هدف مهم و عمل‌هایی را که از به‌کارگیری داده‌های ارزش‌یابی در اتصال و ارتباط با هر هدف، نتیجه می‌شود را نشان می‌دهد.

### چهار دسته اهداف ارزش‌یابی و نتایج آن‌ها



## تأکیدات ارزش‌یابی جدید

شیوه‌های ارزش‌یابی باید به گونه‌ای طراحی شوند که متناوباً درک و آشنایی دانش‌آموزان را از سیستم‌ها و مدل‌ها و الگوهای تغییر، مقیاس‌ها و معیارها، کنجکاوی و پذیرش عقاید جدید، عادات فکری و... را ارزش‌یابی کنند. این تأکید ارزش‌یابی جدید بر موضوع به جای اطلاعات جزئی، عادات فکری به جای یادآوری، ... به این معناست که:

۱- ارزش‌یابی باید بر تفکر فعال و نه انفعالی تأکید داشته باشد.

۲- برنامه‌های ارزش‌یابی باید قابلیت تغییر داشته باشند و همان‌گونه که ایده‌ها رشد پیدا می‌کنند، قابل بهبود باشند.

۳- معلمان باید از روش‌های ارزش‌یابی مختلفی که مهارت‌های بالاتر تفکر را می‌سازند، استفاده کنند.

۴- معلمان باید با روش‌ها و نتایج آن‌ها آشنا بوده و روش تدریس و ارزش‌یابی خود را انتخاب کنند.

۵- از سؤالات تشریحی پاسخ‌باز، انشایی، پروژه، پوشه‌ی تحصیلی، نمایش، ... که در آن دانش‌آموزان جواب را تولید می‌کنند و یا آن‌ها را توجیه می‌کنند به جای آن که به سادگی پاسخ را به یاد آورند و یا از میان اطلاعات از قبل داده شده، انتخاب کنند، باید استفاده کرد.

۶- ارزش‌یابی باید به گونه‌ای باشد که بین کلاس درس و محیط اطراف ارتباط برقرار کند، به طور مثال، استفاده از پروژه‌ها و کارهای گروهی که با جمع‌آوری اطلاعات از محیط اطراف همراه است، صحنه‌ی آموزش را از کلاس درس به محیط زندگی دانش‌آموزان توسعه خواهد داد.

۷- چون همیشه با پاسخ‌های کاملاً شفاف «بلی» و «خیر» روبه‌رو نیستیم، باید توانایی دانش‌آموزان را در اندازه‌گیری دقیق، جمع‌آوری و تجزیه و تحلیل داده‌ها برای حل مسائل و روش حل مسائل اندازه‌گیری کنیم.

۸- به جای تخصیص زمان به پاسخ دادن به سؤالات چند گزینه‌ای می‌توان از فعالیت‌هایی استفاده نمود که علاوه بر ارزش‌یابی، فرصت‌های یادگیری را نیز فراهم می‌آورند.

۹- ارزش‌یابی باید متنوع و جالب باشد. انگیزه‌هایی درونی هستند که بر دست‌یابی به سطوح بالاتری از عملکرد منجر شوند.

کسب نمره نباید تنها انگیزه‌ی دانش‌آموزان باشد.

۱۰- ارزش‌یابی زمانی معتبر است که بتواند دست‌یافته‌ها و نتیجه‌های یادگیری متناسب با برنامه را بسنجد. به طور مثال، اگر نتیجه‌ی مورد انتظار انجام کاری توسط دانش‌آموز است، پس تنها روش معتبر این است که بخواهیم دانش‌آموزان کار را انجام دهند. اگر نتایج مورد نظر متنوع هستند، روش‌های ارزش‌یابی نیز باید متنوع باشند.

## ارزش‌یابی ریاضی در آموزش عمومی

در این بخش، به طور خلاصه جهت‌گیری و رویکردهای ارزش‌یابی ریاضی در آموزش عمومی تبیین می‌شود. ابتدا به تغییر نگاه‌ها و رویکردها می‌پردازیم؛ سپس الگو و چارچوب ارزش‌یابی ریاضی در این برنامه تبیین می‌شود.

## تغییر رویکردها در ارزش‌یابی

تغییر رویکردها در ارزش‌یابی را به صورت زیر می‌توان دسته‌بندی و خلاصه کرد:

۱- ارزش‌یابی فعلی متکی به یک روش (کتابی) است. این روش برای رویکردهای فعال و فرآیند محور پاسخگو نیست. ارزش‌یابی باید به فرآیند نیز توجه داشته باشد. ارزش‌یابی فرآیند روش‌ها و ابزار خاص خود را می‌طلبد؛ برای مثال، در روش فعال چگونگی انجام فعالیت‌های ریاضی در کلاس درس برای ساخت مفهوم پایه ارزش‌یابی شود.

۲- ارزش‌یابی فعلی در انتهای فرآیند آموزش است. درحالی که ارزش‌یابی جزئی از فرآیند است و به همراه آن تکوین می‌یابد. وجود ارزش‌یابی مستمر به همین دلیل است. در این رویکرد، قضاوت درخصوص توانایی ریاضی یک دانش‌آموز به طور مستمر و ارزش‌یابی تمام فعالیت‌های او انجام می‌شود نه با یک امتحان کتابی و پایانی.

۳- ارزش‌یابی‌های مرسوم، تمام توانایی‌های یک دانش‌آموز را مورد ارزیابی قرار نمی‌دهد. به دنبال طراحی نظامی برای ارزش‌یابی هستیم که تمام توانایی‌های دانش‌آموز را مورد ارزیابی قرار دهد؛ برای مثال، دانش‌آموزی که توانایی انجام عملیات و محاسبات ذهنی را دارد و یا دانش‌آموزی که توانایی ساخت وسیله

را دارد، باید زمینه‌ای بیابد تا توانایی‌های خود را ارزیابی کند و باز خورد مناسب دریافت کند.

۴- ارزش‌یابی فعلی بیشتر بر نمایان کردن ضعف‌ها و کاستی‌ها و ناتوانایی‌های دانش‌آموز تأکید دارد. در رویکرد موجود سعی بر برجسته کردن نقاط مثبت، قوت و توانایی‌های دانش‌آموز است. پس ارزش‌یابی با هدف به اصطلاح مچ‌گیری انجام نمی‌شود و بازخوردهای ارزش‌یابی با هدف تکمیل کردن و در مسیر بهتر قرار گرفتن به دانش‌آموز ارائه می‌شود.

۵- ارزش‌یابی در حال حاضر با تأکید بر مقایسه فرد با دیگران انجام می‌شود. در این نگاه تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان در نظر گرفته نمی‌شود. باید سعی کرد تا حد امکان زمینه‌ای برای مقایسه‌ی هر فرد با خودش فراهم شود.

### چارچوب ارزش‌یابی ریاضی در آموزش عمومی

براساس آیین‌نامه‌ی ارزش‌یابی مصوب شورای عالی آموزش و پرورش و با توجه به مطالب ذکر شده چارچوب ارزش‌یابی ریاضی در آموزش عمومی به شرح زیر تبیین می‌گردد.

۱- ارزش‌یابی مستمر: این نوع ارزش‌یابی به منظور در نظر گرفتن تمام توانایی‌ها، فعالیت‌ها، دریافت‌ها و... دانش‌آموزان در طول یک سال تحصیلی است که به صورت رسمی و غیررسمی توسط معلم انجام می‌شود. به این ترتیب، ارزش‌یابی، جزئی از فرآیند آموزش تلقی شده و ملاک قضاوت در خصوص توانایی ریاضی دانش‌آموز، تنها امتحان پایانی نیست. همچنین از ارزش‌یابی مستمر به منظور برطرف کردن ضعف‌های برنامه‌ی آموزشی استفاده خواهد شد. در ارزش‌یابی مستمر بازخوردهای مناسب به دانش‌آموز داده می‌شود تا بتواند در مسیر رشد و پیشرفت قرارگیرد. به همین دلیل تأکید این ارزش‌یابی بیش‌تر بر جنبه‌های مثبت و توانایی‌های دانش‌آموز است، نه بزرگ کردن ضعف و یا ناتوانی‌های او.

ارزش‌یابی مستمر به ۴ بخش تقسیم می‌شود:

**الف - فعالیت‌های کلاسی:** از آن‌جا که روش تدریس ریاضی براساس روش‌های فعال بوده، دانش‌آموز در تولید و ساخت مفاهیم نقش عمده را دارد؛ لذا انجام فعالیت‌های کلاسی و ارزش‌یابی آن نقش و سهم عمده‌ای دارد. فعالیت‌های کلاسی

شامل فعالیت‌های عملی، نوشتنی به منظور فهم بهتر، شرکت در بحث‌های کلاسی، شرکت در کار گروهی یا فردی، انجام تمرین‌های کلاس و... است. روش‌های مناسب برای ارزش‌یابی این موارد تکمیل چک لیست‌های مشاهده، گزارش نویسی (گزارش انجام فعالیت‌ها و کارهای عملی)، انشانویسی (از آموخته‌های تازه و فهم‌های جدید یا نظرات و علایق و احساسات)، خود ارزش‌یابی و ارزش‌یابی هم گروهان. مراحل‌ی مثل تکمیل چک لیست مشاهده‌ی فرد یا گروه توسط معلم یا گزارش و انشانویسی توسط دانش‌آموز از جمله موارد رسمی این بخش است اما آن‌چه اهمیت دارد، مشاهده‌ی معلم، بحث و گفت‌وگو با دانش‌آموزان، سؤال و جواب‌های دانش‌آموزان و... از نظر یک معلم تیزبین و حساس پیام‌هایی برای ارزش‌یابی دانش‌آموز به همراه دارد که به طور غیررسمی توسط معلم انجام می‌شود.

**ب - تکالیف درسی:** تکالیف درسی به منظور تثبیت یادگیری، تکمیل کردن ظرایف و نکات درسی و ایجاد مهارت و توانایی برقراری ارتباط توسط دانش‌آموزان انجام می‌شود. ارزش‌یابی درست و به موقع آن‌ها، انگیزه‌ی دانش‌آموزان را برای کامل‌تر انجام دادن تکالیف بالا می‌برد. تکلیف کامل و درست به تقویت یادگیری کمک شایانی خواهد کرد. پژوهش‌ها و همچنین تجربه‌ی معلمی نشان می‌دهد دانش‌آموزانی که تکالیف درسی خود را به طور کامل و با دقت لازم انجام می‌دهند و برای رسیدن به پاسخ‌های درست تلاش می‌کنند در پیشرفت تحصیلی خود موفق هستند. به عبارت دیگر بین انجام تکالیف و موفقیت تحصیلی، رابطه‌ی مستقیم با همبستگی بالا وجود دارد.

یکی از پیامدهای منفی ارزش‌یابی تکالیف این است که دانش‌آموزان تکلیف خود را از تکالیف دیگران رونویسی کنند. برای کاهش این موارد، معیارهایی که معلم برای ارزش‌یابی تکالیف تعیین می‌کند، اهمیت زیادی دارد؛ برای مثال، اگر معلم تلاش دانش‌آموز را معیار قضاوت قرار دهد و بتواند با اتخاذ روشی این تلاش را قابل مشاهده و ارزش‌یابی کند، به نظر می‌رسد بتواند تا حد زیادی در ارزش‌یابی تکالیف موفق عمل کند.

به هر حال، ارزش‌یابی تکالیف از جهت انجام شدن، کامل بودن و تا حد امکان درست بودن و یا تلاش برای رسیدن به پاسخ‌های درست بخش مهمی از ارزیابی مستمر است.



### ج - فعالیت‌های خارج از کلاس: علاوه بر تکالیف

درسی، می‌توان فعالیت‌هایی برای دانش‌آموزان در نظر گرفت. از آن‌جا که علاقه و انگیزه‌ی دانش‌آموز در انجام این فعالیت نقش اساسی دارد، باید در ارائه‌ی آن‌ها تنوع داد و تعداد را بالا برد تا دانش‌آموزان با انتخاب خود به انجام آن‌ها اقدام کنند.

فعالیت‌هایی مثل کشیدن رسم‌های موردنظر در کتاب درسی، ساخت وسیله یا ابزار، اندازه‌گیری، استفاده از رایانه، ماشین حساب و تکنولوژی، تهیه‌ی روزنامه‌ی دیواری، پیدا کردن مثال‌هایی از زندگی روزمره در ارتباط با ریاضی، کاربردهای ریاضی در سایر علوم، ارتباط بین ریاضی و طبیعت، ساختن وسایل کمک آموزشی و انجام پروژه‌های ریاضی. در ارزش‌یابی این فعالیت‌ها، روش‌های خود ارزیابی، ارزیابی هم‌گروهان و پروژه (فردی و گروهی) می‌توانند استفاده شوند. همچنین تعیین ملاک‌های ارزش‌یابی را می‌توان به عهده‌ی دانش‌آموزان گذاشت. این امکان را نیز می‌توان فراهم کرد که دانش‌آموزان از بین فعالیت‌های انجام شده تعدادی از بهترین‌ها را با معیارهای خودشان انتخاب و برای ارزش‌یابی به معلم تحویل دهند. معیارهای آن‌ها سؤال شود و دیدگاه‌ها و توانایی‌های او در انتخاب معیارها نیز ارزش‌یابی شود.

### د - امتحانات کلاسی: امتحانات کوتاه و با هدف‌های

مختلف نیز بخش دیگری از ارزش‌یابی مستمر است. هدف‌هایی مثل ارزش‌یابی یک مفهوم، یک موضوع که به‌تازگی تدریس شده است. ارزش‌یابی مفاهیم و اهداف گذشته یا ترکیب آن‌ها با اهداف روز، ارزش‌یابی تکالیف انجام شده، ارزش‌یابی تمرین‌ها و سؤالاتی از تکالیف که در کلاس حل شده‌اند یا تکالیف روزهای قبل و... در طرح ارزش‌یابی‌های کلاسی علاوه بر مفاهیم و دانش‌ها، مهارت‌های دانش‌آموزان نیز ارزش‌یابی می‌شوند. از روش‌های مختلف مثل امتحان کتبی، سؤال شفاهی، امتحان‌های عملی و ارزش‌یابی عملکردی می‌توان در این قسمت استفاده کرد. پس از انجام هر کدام از این آزمون‌های کلاسی باید بازخورد مناسب به دانش‌آموز داده شود تا بتواند ضعف‌ها و اشکالات خود را رفع کرده و در مسیر پیشرفت قدم بردارد.

در ارزش‌یابی مستمر که به نوعی همان پوشه‌ی تحصیلی دانش‌آموز است، نکات زیر را باید مدنظر قرار داد.

۱- نتیجه این ارزش‌یابی باید گزارشی کیفی درخصوص

توانایی‌ها، علایق، احساسات، استعدادها و مهارت‌های یک دانش‌آموز باشد، به‌طوری که به کمک این گزارش‌ها بتوان درخصوص رشته‌ی تحصیلی و یا مشاغل آینده، او را راهنمایی و هدایت کرد.

۲- ارزش‌یابی مستمر باید همراه با ارائه‌ی بازخوردهای مناسب به دانش‌آموز برای قرارگرفتن در مسیر رشد و پیشرفت باشد و بر توانایی‌ها و نکات مثبت او تأکید کند.

۳- برای تبدیل گزارش کیفی وضعیت دانش‌آموز به نمره باید به پیشرفت دانش‌آموز توجه شود؛ برای مثال، اگر وضعیت او مسیری صعودی دارد، می‌توان موارد اول (نمرات کم) را حذف کرد و در نظر نگرفت. به هر حال نمی‌توان برای به‌دست آوردن نمره‌ی نهایی، بین نمرات موجود به یک رابطه یا فرمول با ضرایب مختلف دست پیدا کرد. وضعیت هر دانش‌آموز باید متناسب با خودش سنجیده شود. ارزش‌یابی مستمر، زمینه را برای مقایسه‌ی فرد با خودش به جای مقایسه‌ی فرد با دیگران فراهم می‌کند.

۴- بدترین حالت آن است که معلم بخواهد نمره‌ی ارزش‌یابی مستمر را براساس نمره‌ی برگه‌ی امتحان پایانی او تعیین کند.

۵- مهم‌ترین نکته در نمره دادن (بخش ارزش‌یابی مستمر) مستند کردن است. به عبارت دیگر، معلم باید بتواند با ارائه‌ی اسناد و مدارکی که جمع‌آوری کرده است (شامل امتحانات کلاسی، چک لیست، گزارش نویسی، نمره و ارزش‌یابی تکالیف و...) از نمره‌ی مستمر دانش‌آموز دفاع کند؛ به‌طوری که اگر پس از مدتی از او بتواند با توجه به مستندات خود دوباره به دانش‌آموزان کلاس نمره دهد، تقریباً همان نمره‌ی اول را ارائه کند.

۲- امتحان پایانی: در حال حاضر، ۵۰ درصد نمره‌ی نهایی دانش‌آموزان از امتحان پایانی به‌دست می‌آید. این آزمون که به صورت کتبی - عملی برگزار می‌شود، باید به گونه‌ای طراحی شود که توانایی ریاضی دانش‌آموز را بسنجد. بخش‌های مختلف این آزمون عبارت‌اند از:

### الف - حل مسئله: از آن‌جا که حل مسئله از تأکیدات

مهم آموزش ریاضیات است، یکی از مهم‌ترین بخش‌های آزمون پایانی مسئله‌ها هستند. این مسئله با توجه به راهبردهای آموزش داده شده در هر پایه‌ی تحصیلی طرح می‌شوند. مسایل از دنیای واقعی، زندگی روزمره و کاربردهای ملموس برای دانش‌آموزان

همان پایه‌ی تحصیلی طرح می‌شوند. استفاده از ماشین حساب در حل مسئله بلامانع است و دانش‌آموز از هر راهبردی که بخواهد، می‌تواند مسئله را حل کند. حتی راهبردهایی که در برنامه‌ی آموزشی آن پایه‌ی تحصیلی نباشد.

**ب - سؤالات مفهومی و مهارتی:** هدف از این نوع سؤالات ارزش‌یابی، میزان دست‌یابی دانش‌آموزان به مفاهیم و مهارت‌های موردنظر می‌باشد. سؤالات دانشی مثل بیان تعاریف موردنظر نیست. مجموع سؤالات آزمون باید به گونه‌ای باشد که پوشش نسبی خوبی به مفاهیم و مهارت‌های موردنظر در آن پایه‌ی تحصیلی بدهد.

**ج - سؤالات عملکردی:** بخشی از سؤالات آزمون باید به سؤالات عملکردی اختصاص یابد. سؤالاتی که با هدف سنجش توانایی به کار بردن آموخته‌های ریاضی در یک موقعیت عملی و واقعی طرح می‌شوند.

برای طراحی سؤالات آزمون پایانی، نکات زیر باید مدنظر قرارگیرد:

۱- سؤالات آزمون باید دارای تنوع در ارائه باشد (سؤالات کوتاه پاسخ، باز پاسخ، باز پاسخ توسعه یافته، عملکردی، حل مسئله)

۲- مجموع سؤالات آزمون باید مفاهیم و مهارت‌های موردنظر در پایه‌ی تحصیلی را پوشش دهد.

۳- تعدادی از سؤالات آزمون پایانی می‌تواند به صورت گروهی توسط دانش‌آموزان حل شود. در این صورت ابتدا، دانش‌آموزان گروه سؤال را با هم حل می‌کنند؛ سپس، به صورت فردی نشسته پاسخ سؤال را با تشریح فرآیند تفکر گروه، و رسیدن به جواب می‌نویسند و ارائه می‌کنند.

۴- آزمون پایانی می‌تواند در دو بخش اجرا شود. در یک بخش استفاده از ماشین حساب مجاز باشد. در این بخش، سؤالاتی مطرح می‌شود که در آن‌ها انجام محاسبات هدف نیست؛ برای مثال، در قسمت حل مسئله که اهمیت اصلی با پیدا کردن راه حل و تفکر حل مسئله است. انجام عملیات مسئله با ماشین حساب بلامانع است.

۵- سؤالات آزمون پایانی براساس اهداف برنامه مصوب باشد و اهداف توسعه‌ای فقط در مسیر هدف‌های مشخص شده در برنامه باشند.

۶- در بارم‌گذاری سؤالات، تناسب بین محتواها و مهارت‌ها در بخش‌های کتاب ریاضی آن پایه‌ی تحصیلی رعایت شود.

۳- بارم‌بندی: با توجه به بخش‌های کلی مطرح شده در بالا، بارم‌بندی جزئی و دقیق کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی راهنمایی تحصیلی به شرح زیر پیشنهاد می‌گردد:

#### **الف - ارزش‌یابی مستمر**

- فعالیت‌های کلاسی ۵ نمره

- تکالیف درسی ۵ نمره

- فعالیت‌های خارج از کلاس ۶ نمره (۳ نمره از این قسمت مربوط به رسم‌های کتاب درسی است)

- امتحانات کلاسی ۴ نمره

#### **ب - ارزش‌یابی پایانی**

بارم‌بندی‌های ارائه شده پیشنهادی است و معلمان محترم می‌توانند با توجه به شرایط و نوع آموزش‌های داده شده در کلاس خود تا حدودی آن را تغییر دهند. در این بارم‌بندی حدود ۷ نمره به مباحث هندسه و ۱۳ نمره به مباحث حساب اختصاص داده شده است. همچنین در نوبت پایانی درصد بیش‌تری به مباحث مطرح شده در نوبت دوم اختصاص داده شده است، ضمن آن‌که درس‌های نوبت اول نیز ارزش‌یابی می‌شوند.

بارم‌بندی پیشنهادی براساس موضوعات و مفاهیم کتاب درسی است اما در مجموع امتحان باید شامل سؤال‌های مفهومی، کاربردی و مهارتی باشد. به خصوص بخشی از نمره‌ی امتحان پایانی به حل مسئله‌ی اختصاص داده شود. (حداقل ۴ نمره از آزمون شامل حل مسئله با توجه به راهبردهای آموزش داده شده در کتاب درسی باشد). همچنین تصمیم‌گیری در خصوص طرح آزمون‌ها به صورت فردی یا گروهی و همچنین امتحان با استفاده از ماشین حساب یا بدون آن (دو قسمت کردن آزمون) در اختیار معلمان محترم ریاضی است.

ریز بارم پیشنهادی ریاضی سال دوم راهنمایی – امتحان کتبی

ردیف	موضوع	نوبت اول	نوبت دوم	شهریور ماه
۱	مجموعه (مفاهیم و نمادها – زیرمجموعه)	۲	۱	۱
۲	یادآوری عددهای صحیح (بردار – قرینه – قرینه مجموع)	۱/۵	۱	۰/۵
۳	جمع و تفریق عددهای صحیح	۲	۱	۱
۴	ضرب و تقسیم عددهای صحیح	۱/۵	۰/۵	۱
۵	توان (ساده کردن عبارت‌های توان‌دار)	۲	۱	۱
۶	دستگاه‌های شمار	۲	۱	۱
۷	جذر (مفهوم – محاسبه جذر تقریبی)	۲	۰/۵	۱
۸	مثلث قائم‌الزاویه (ترسیم و تساوی مثلث قائم‌الزاویه)	۱/۵	۰/۵	۱
۹	توازی (اصول اقلیدسی، قضیه خطوط موازی)	۱/۵	۱	۱
۱۰	زاویه و مثلث (زاویه خارجی و مجموع زاویه‌های یک مثلث)	۱/۵	۰/۵	۰/۵
۱۱	چهارضلعی‌ها (ترسیم، خاصیت‌ها و اثبات)	۲/۵	۱	۱/۵
۱۲	مفاهیم عددهای گویا (محور – قرینه – تساوی دو عدد گویا)	–	۱	۱
۱۳	جمع و تفریق عددهای گویا	–	۱	۱
۱۴	ضرب و تقسیم عددهای گویا	–	۱	۱
۱۵	عبارت‌های جبری (نمادها – ساده کردن و پیدا کردن مقدار یک عبارت)	–	۱/۵	۱/۵
۱۶	معادله (مفهوم و روش حل معادله)	–	۱	۱
۱۷	مختصات (مختصات نقطه، بردار انتقال و حجم متناظر با بردار)	–	۱/۵	۱
۱۸	مساحت (مفهوم مساحت، مساحت شکل‌های هندسی)	–	۱/۵	۱/۵
۱۹	تقارن (محوری و مرکزی – خط و مرکز تقارن)	–	۱	۰/۵
۲۰	حجم (محاسبه‌ی حجم‌های منشوری – مساحت جانبی و کل)	–	۱/۵	۱
	جمع	۲۰	۲۰	۲۰