

مشاهده کنید:



در مدتی که گروه‌ها به مطالعه‌ی مسئله می‌پردازند، با طرح پرسش‌هایی آن‌ها را در فهم بهتر مسئله یاری دهید؛ مثلاً از آن‌ها بپرسید: آیا سه مجموعه باهم اشتراکی دارند؟ آیا مجموعه‌ی C می‌تواند فقط عضوهای منفی داشته باشد؟ پس از آن که گروه‌ها مسئله را با دقت مطالعه کردند، آن‌ها را در انتخاب راهبرد یاری دهید و با دقت به مشاهده‌ی این فرآیند بپردازید. آیا دانش‌آموزان برای انتخاب راهبرد حل مسئله تلاش می‌کنند؟ آیا گفت‌وگویی در گروه صورت می‌گیرد؟ آیا دو راهبرد مطرح شده در کتاب را بررسی می‌کنند و سپس تصمیم می‌گیرند؟ آیا به رسم شکل‌های متفاوتی برای حل مسئله می‌اندیشند؟

ادامه دهید:



درباره‌ی راهبرد رسم شکل در کلاس گفت‌وگو کنید. سپس، از گروه‌ها بخواهید با استفاده از مطالب کتاب، مسئله را حل کنند. در ادامه، از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ مسئله را روی تخته بنویسد؛ یعنی، مجموعه را رسم کند و اعضای هریک را بنویسد. از دیگر گروه‌ها بخواهید صحت پاسخ نوشته شده روی تخته را بررسی کنند. از آن‌ها بپرسید: چگونه می‌توانیم مطمئن شویم مسئله را درست حل کرده‌ایم؟ پاسخ‌های متفاوت دانش‌آموزان را بشناسید. ممکن است نظر برخی از آنان این باشد: «با بررسی تک‌تک شروط مسئله»؛ این کار را با کمک آن‌ها در کلاس انجام دهید. ممکن است برخی دانش‌آموزان راه‌حل‌های دیگری برای مسئله پیشنهاد دهند. به آن‌ها فرصت دهید تا راه حل خود را در کلاس بیان کنند. آنگاه توضیح دهید که بررسی شروط مسئله یا حل کردن مسئله به روش‌های مختلف برای کسب اطمینان از صحت پاسخ، یکی از مراحل حل مسئله است که به آن، بازگشت به عقب گفته می‌شود.

پرسید:



از دانش‌آموزان بپرسید: «چه مرحله‌ی حل مسئله طی شد؟» به کمک آنان چهار مرحله‌ی حل مسئله را روی تخته بنویسید و از آن‌ها بخواهید نظر خود را درباره‌ی هریک از این

رسم شکل

۱. توبی از ارتفاع ۲۴ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از ۳ ثانیه به زمین می‌خورد. قبل از آن چه می‌تواند؟ این توبی پس از ۳ ثانیه به زمین می‌خورد، در مجموع چند متر حرکت کرده است؟

فهمیدن مسئله: اطلاعات مهم مسئله کدام‌اند؟ ارتفاع توبی و توبی و چگونگی ادامه مسیر آن.

— خواسته‌ی مسئله دقیقاً چیست؟ مسافت طی شده در طول حرکت.

انتخاب راهبرد: مسیر حرکت توبی را در ذهن خود مجسم کنید. آیا برای حل مسئله بهتر نیست شکلی رسم کنید؟

حل مسئله: شکل زیر مسیر حرکت توبی را نشان می‌دهد. آن را کامل کنید. طول هر قسمت را در گذر آن بنویسید و مجموع طول‌های آن را که توبی پیموده است، بدست آورید.

$24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 120$

توبی در ۲۴ متری زمین به سمت زمین می‌خورد.

بازگشت به عقب: — محاسبات مسئله را بررسی کنید. آیا آن‌ها را درست انجام داده‌اید؟ — آیا پاسخی که به دست آورده‌اید، همان خواسته‌ی مسئله است؟

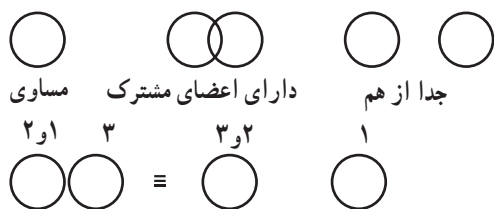
ممکن است تعدادی از مسئله‌ها شکلی نداشته باشند و در ذهن نقش می‌دهند. و نباید گفت که این طرح ذهنی مسئله را حل می‌کند. در این باره کمی فکر کنید. آیا اکنون هنگام حل یک مسئله طرح یا شکلی ذهنی را بر نظر گرفته‌اید؟

مراحل بگویند. به دانش‌آموزان فرصت بحث و تبادل نظر دهید و بدین ترتیب، آن‌ها را یاری کنید تا با چهار مرحله‌ی حل مسئله آشنا شوند و این مراحل را در حل مسایل به کار گیرند.

ادامه دهید:



اکنون دانش‌آموزان می‌توانند برای حل مسئله، چهار مرحله‌ی حل مسئله را به تفکیک طی کنند و راهبرد رسم شکل را برای حل مسایل به کار گیرند. از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی دوم را با دقت بخوانند و اطلاعات و خواسته‌ی آن را بررسی کنند. از یکی از گروه‌ها بخواهید روی تخته جلوی عبارت «فهمیدن مسئله»، اطلاعات و موارد خواسته شده‌ی مسئله را بنویسد. سپس، از دانش‌آموزان بپرسید: «چه راهبردی را برای حل مسئله پیشنهاد می‌کنید؟» به نظریات آنان توجه کنید تا راهبرد مناسب در کلاس کشف شود. روی تخته جلوی عبارت «انتخاب راهبرد»، راهبرد مناسب را بنویسید. از گروه‌ها بخواهید مسئله را



فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید که مسئله‌هایی را بیابند که با رسم شکل بتوان آن‌ها را حل کرد. سپس، سعی کنید از راه حل دیگری هم همان مسئله را حل کنند و مجموعه‌ای از مسئله‌ها را با راه‌حل‌های مختلف بسازند.

مسئله‌ی موازی:



- ۱- بهرام و بهنام و بهناز و بهروز در آشپزی به مادرشان کمک می‌کنند. بهناز از همه واردتر است. مهارت بهرام از بهنام بیشتر است. بهروز در آشپزی به پای بهنام نمی‌رسد. با رسم شکل، رتبه‌ی آن‌ها را در آشپزی تعیین کنید.
- ۲- دو مجموعه به سه حالت می‌توانند با یک‌دیگر مرتبط باشند؛ جدا از هم، دارای اعضای مشترک، مساوی. سه مجموعه چه‌طور؟ دقت کنید که شکل‌های مشترک را از شمارش حذف کنید.

یادداشت معلم

عدد صحیح

موضوعات در یک نگاه

این درس در واقع یادآوری و مرور مفاهیمی است که در کلاس اول راهنمایی آموزش داده شده است. با این تفاوت که با وجود درس مختصرنویسی از مفاهیم به مهارت در انجام عملیات نزدیک می‌شویم. این بخش شامل ۱۰ زیرعنوان است. نمایش عددهای صحیح روی محور، مقایسه، بردار صحیح، قرینه‌ی یک عدد صحیح، جمع عددهای صحیح، قرینه‌ی مجموع، جمع متناظر با بردار، تفریق متناظر با بردار، تبدیل تفریق، جمع و انجام عمل تفریق، مفاهیمی و موضوعاتی هستند که در این قسمت با توجه به مختصرنویسی دوباره مطرح و مرور می‌شوند تا دانش‌آموز را به مهارت در انجام عملیات برسانند. همچنین، ضرب و تقسیم عددهای صحیح نیز برای اولین بار مطرح می‌شوند.

اهداف

- در فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.
۱- با استفاده از قراردادهای و تعیین جهت مثبت و منفی عددهای صحیح را بشناسد، روی محور نمایش دهد و مجموعه‌ی عددهای صحیح را بنویسد.
- ۲- متناظر با بردار صحیح، عدد را بیان کند و ابتدا و انتهای بردار را تشخیص دهد.
- ۳- قرینه‌ی هر عدد صحیح را با محور و بدون محور پیدا کند.
- ۴- متناظر با یک بردار، جمع بنویسد و با استفاده از بردار و محور، حاصل جمع را به‌دست آورد.
- ۵- حاصل جمع دو عدد را با مهارت و با استفاده از مختصرنویسی به‌دست آورد و در صورت لزوم، قرینه‌یابی کند.
- ۶- متناظر با یک بردار، تفریق بنویسد و تفریق را به جمع تبدیل کرده و حاصل آن را پیدا کند.
- ۷- مفهوم ضرب دو عدد صحیح را در حالت‌های گوناگون با استفاده از مدل‌های فیزیکی درک کرده و تعیین علامت را نتیجه‌گیری کند.
- ۸- ضرب و تقسیم دو عدد صحیح را با مهارت انجام دهد.
- ۹- مسایل مربوط به این قسمت را به درستی حل کند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

$$(-1) + (-2) + (-3) + \dots + (-10) +$$

$$(+1) + (+9) + \dots + (+10) =$$

$$(-7) + (-5) + 6 + (+7) + (+5) =$$

۴- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$(-3) + () = (-7) \quad -6 - () = -7$$

$$-4 + () = (-9) \quad -8 - () = 9$$

$$(-4) \times () = 12 \quad -6 \div () = 3$$

۱- اگر مبدأ محور به نقطه‌ی ۲- منتقل شود، نقطه‌ای که

در حال حاضر عدد ۵+ را نشان می‌دهد، پس از انتقال مبدأ چه نقطه‌ای را نمایش خواهد داد؟

۲- مجموعه‌ی قرینه‌ی مجموعه‌ی عددهای صحیح زیر

را بنویسید.

۳- حاصل جمع‌های زیر را به‌دست آورید.

$$(-1) + (+2) + (-3) + (+4) + \dots + (-99) + (+100) =$$

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
عدد صحیح عدد علامت‌دار	دماسنج ساعت	- انجام دادن کار در کلاس برای به کار بردن قرار داده‌ها و نوشتن عددهای صحیح	- با تعیین جهت‌های مثبت و منفی و مبدأ عددهای صحیح را بسازد. - عددهای صحیح را روی محور عددهای صحیح نمایش دهد. - مجموعه‌های عددهای صحیح را با توجه به محدودیت‌های داده شده بنویسد. - عددهای صحیح را بنویسد و بخواند. - عددهای صحیح را با و بدون محور مقایسه کند.	عدد صحیح عدد علامت‌دار محور عددهای صحیح خواندن و نوشتن عدد صحیح	۱۲	یادآوری
بردار صحیح عدد متناظر ابتدا و انتها	-	- انجام دادن کار در کلاس برای نوشتن عدد متناظر با بردار و رسم بردار با توجه به اطلاع داده شده	- عدد متناظر با بردار و انتهای آن را بنویسد. - با داشتن دو اطلاع از ابتدا یا انتها و یا عدد متناظر با بردار آن را رسم کند. - بردارهای مساوی و قرینه را تشخیص دهد.	بردار صحیح	۱۳ ۱۴	بردار صحیح
نماد قرینه	-	- مطالعه‌ی متن درس	- مفهوم قرینه‌ی یک عدد را با استفاده از تقارن مرکزی درک کند. - قرینه‌ی یک عدد را به کمک عدد پیدا کند. - قرینه‌ی یک عدد صحیح را بنویسد. - بداند که قرینه‌ی قرینه‌ی یک عدد صحیح، برابر با خود آن عدد است.	قرینه‌ی یک عدد صحیح	۱۴ ۱۵	قرینه‌ی یک عدد صحیح
جمع متناظر	-	- مطالعه‌ی متن و پاسخ دادن به سوالات	- متناظر با یک بردار جمع بنویسد. - با استفاده از بردار و محور حاصل جمع دو عدد را به دست آورد.	جمع متناظر با بردار	۱۵ ۱۶	جمع عددهای صحیح
مختصر نویسی	-	- انجام دادن فعالیت برای درک مختصر نویسی - انجام دادن کار در کلاس برای تمرین مختصر کردن عبارتها	- قرار داد حذف علامت مثبت را در عدد صحیح مثبت درک کند. - خاصیت‌های عمل جمع را با مختصر نویسی بیان کند. - عبارت‌های عددی را با حذف علامت‌های مثبت مختصر کند.	مختصر نویسی	۱۶ ۱۷	مختصر نویسی
جمع دو عدد صحیح	-	- مطالعه‌ی متن درس	- جمع دو عدد با حاصل مثبت را با مهارت و با مختصر نویسی به دست آورد. - در مورد نحوه‌ی پیدا کردن حاصل جمع، در صورتی که پاسخ مثبت باشد، توضیح دهد و خاصیت‌ها را بیان کند.	جمع دو عدد صحیح	۱۷ ۱۸	جمع دو عدد

دانش آموزان	پیش بینی امکانات	فعالیت ها	هدف ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس ها
قرینه ی مجموع	-	- انجام دادن فعالیت برای درک خاصیت قرینه ی مجموع - انجام دادن کار در کلاس برای تمرین خاصیت قرینه ی مجموع و کامل کردن تساوی ها	- خاصیت قرینه ی مجموع را با استفاده از بردار و محور بیان کند. - خاصیت قرینه ی مجموع را به کاربرد و تساوی ها را کامل کند.	قرینه ی مجموع	۱۹ ۲۰	قرینه ی مجموع
قرینه یابی	-	- انجام کار در کلاس برای یادآوری حالت های جمع با حاصل مثبت و جمع دو عدد منفی - انجام دادن فعالیت برای درک رابطه ی بین حالت های با حاصل مثبت و حالت های با حاصل منفی - انجام کار در کلاس برای تمرین عمل جمع دو عدد	- جمع دو عدد صحیح با حاصل منفی را با مهارت و به کمک مختصرنویسی انجام دهد. - نحوه ی پیدا کردن پاسخ را با استفاده از خاصیت های عمل جمع توضیح دهد و نقش خاصیت قرینه ی مجموع را برای تبدیل جمع به حالت های قیل، درک کند. - مسایل مربوط به جمع را پاسخ دهد.	جمع دو عدد صحیح	۲۰ ۲۱ ۲۲ ۲۳	جمع دو عدد (ادامه)
تفریق مناظر	-	- مطالعه ی متن و پاسخ دادن به سؤال ها - انجام کار در کلاس برای نوشتن تفریق مناظر با یک بردار - انجام کار در کلاس برای تبدیل تفریق به جمع - انجام کار در کلاس برای پیدا کردن حاصل تفریق دو عدد صحیح - انجام کار در کلاس برای محاسبه ی تفریق دو عدد صحیح - انجام کار در کلاس برای محاسبه ی عبارت های مختصر شده	- مناظر با یک بردار تفریق بنویسد. - تفریق دو عدد صحیح را به جمع دو عدد تبدیل کند. - حاصل تفریق دو عدد صحیح را پیدا کند. - حاصل عبارت های مختصر شده را به دست آورد. - مسایل مربوط به این قسمت را پاسخ دهد.	تفریق عدددهای صحیح	۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸	تفریق عدددهای صحیح
ضرب دو عدد صحیح	- مدل فیزیکی مخزن آب یا مدل های مشابه	- انجام کار در کلاس برای درک حالت های ضرب دو عدد صحیح - انجام کار در کلاس برای نوشتن ضرب مناظر بردارها - انجام فعالیت برای درک دو حالت ضرب عدددهای صحیح - انجام کار در کلاس برای تمرین دو حالت بالا - انجام فعالیت برای درک دو حالت دیگر ضرب عدددهای صحیح - انجام کار در کلاس برای تمرین دو حالت بالا - انجام فعالیت برای درک تعیین علامت ضرب دو عدد صحیح - انجام کار در کلاس برای محاسبه ی ضرب عبارت ها - انجام فعالیت برای درک تعیین علامت تقسیم دو عدد - انجام کار در کلاس برای تمرین محاسبه ی تقسیم دو عدد	- حالت های مختلف ضرب دو عدد صحیح را با مدل محور بردار یا مدل فیزیکی مخزن آب توضیح دهد. - در یک عبارت شامل ضرب عدددهای صحیح، علامت جواب را تعیین کند. - جدول تعیین علامت ضرب دو عدد را درک کند و آن را تعمیم دهد. - عبارت های عددی شامل ضرب عدددها را محاسبه کند. - رابطه ی بین ضرب و تقسیم دو عدد صحیح را درک کند. - علامت پاسخ تقسیم دو عدد را تعیین کند. - عبارت های عددی شامل تقسیم دو عدد صحیح را محاسبه کند.	ضرب عدددهای صحیح	۲۹ ۳۰ ۳۱ ۳۲ ۳۳ ۳۴ ۳۵	ضرب عدددهای صحیح
					۳۸ ۳۹	تقسیم عدددهای صحیح

دانستنی‌هایی برای معلم

عددهای درست (صحیح)

در یکی از نوشته‌های مانده از یونان باستان به نام «پرومته در زنجیر» از زبان «پرومته» افسانه‌ای می‌خوانیم :

از تاریخ انسان‌ها بشنوید، که در آغاز گروهی درمانده بودند ؛ به آنان آموختیم بیندیشند و خرد خود را به کار گیرند، سپس راه به کار بردن عددها را، که سرآمد دانستنی‌هاست ... به آن‌ها شناسانیدیم.

تا همین زمان‌های نزدیک، بسیاری پنداشتند «عدد» ساخته‌ی فیلسوفی، نابغه‌ای یا دانشمندی است. او به آدمیان یاد داد چگونه بشمارند، چگونه حساب اسب‌ها یا فرزندان خود را نگه‌دارند. بیشتر نویسندگان، «اختراع» عدد را به فیثاغورث، فیلسوف و ریاضی‌دان دوران باستان نسبت می‌دادند. حتی در سال‌های پایانی سده‌ی نوزدهم، «لئوپولد کدرنه‌کر» kraneck، ریاضی‌دان آلمانی، (۱۸۹۱-۱۸۲۳ میلادی) می‌گفت : «صدهای درست را پروردگار آفرید، ولی عددهای دیگر، ساخته‌ی دست بشراند.»

حقیقت چیست؟ عددهای طبیعی

... ، ۱۰۱ ، ۱۰۰ ، ... ، ۱۱ ، ۱۰ ، ... ، ۳ ، ۲ ، ۱ از کجا و چگونه پدید آمده‌اند؟

بخشی از یادداشت‌های یک جهان‌گرد پژوهشگر «پیکوخو-ماکلای» درباره‌ی بومیان گینه‌ی نو تا حدی می‌تواند موضوع را روشن کند. بومیان از او می‌پرسند : کشتی چه موقع به این جزیره می‌آید؟ و «ماکلای» می‌نویسد :

«... فکر کردم، وقت آن است ببینم بومی‌ها چگونه می‌شمارند. چند تکه کاغذ برداشتم، آن‌ها را از سمت پهنایم و به تکه‌های کوچک‌تر بخش کردم ... مشتی از آن‌ها را به یکی از بومی‌ها دادم و گفتم : «هر تکه کاغذ، نشانه‌ی ۲ روز است». همه دور بومی جمع شدند. او به یاری انگشتان خود، آغاز به شمردن کرد ولی اندکی پریشان بود دیگران تکه کاغذها را از او گرفتند به دیگری دادند ؛ او کاغذهای بریده را گرفت و با غرور

خاصی جایی نشست و یک نفر را هم به یاری خواست و سپس، آغاز به شمردن کرد. اولی تکه‌های کاغذ را روی زانوش می‌چید و برای هر کدام با صدای بلند و به زبان خود می‌گفت «یک»، «دومی واژه‌ی «یک» را تکرار می‌کرد و همراه با آن، یکی از انگشتان دست خود را می‌بست. اول انگشتان یک دست و بعد انگشتان دست دیگر خود را ولی به ۱۰ که رسید و همه‌ی انگشتان دست او بسته شد، هردو دست خود را تا زانو پایین آورد و با صدای بلند و به زبان بومی‌ها گفت : «دو دست». در همین زمان نفر سوم، یکی از انگشتان خود را خم کرد. سپس برای ۱۰ تکه کاغذ دوم، یک انگشت دیگر و برای ۱۰ تکه کاغذ بعدی، انگشت سوم خود را بست. چون تعداد بقیه‌ی کاغذها، به ۱۰ نمی‌رسید، آن‌ها را به کناری گذاشتند. به نظر می‌رسید کار شمردن تمام شده است ولی من آرامش آن‌ها را به هم زدم ...».

نیازی به خواندن ادامه‌ی نوشته‌ی این پژوهشگر نیست. تا همین جا می‌توان به دو نتیجه‌ی اساسی رسید :

۱- انسان در طول تاریخ خود، شمردن را به تدریج و به کندی یاد گرفت. هرچه نیازهای زندگی پیچیده‌تر می‌شد، مرز «شمار» بالاتر می‌رفت و او توانایی شمردن تعداد بیشتری از چیزها را پیدا می‌کرد. در ضمن، در مرحله‌های نخست از اندام موجود، بیش از همه، از انگشتان دست خود برای شمردن استفاده می‌کرد. «دست» به معنای ۵ و «دو دست» به معنای ۱۰ بود. هنوز در زبان فارسی، ۵ انگشت دست را «پنجه» می‌نامند.

از آن‌جا که انسان ۱۰ انگشت در دو دست خود دارد، موجب شد تا به تدریج تا همین عدد ۱۰، مبنایی برای شمردن شد در نوشته‌ی فوق خواندیم که وقتی بومیان، در شمارش به ۱۰ می‌رسیدند، نفر دیگری، یک انگشت خود را به نشانه‌ی ۱۰ می‌بست و همین روش شمردن، به تدریج و در طول زمان زیادی، «عدد شماری ده‌دهی» را به وجود آورد. اگر انسان در هر دست خود شش انگشت داشت، عددشماری امروز، به جای دودهدی، «دوازده دوازدهی» بود.

بسیاری از قوم‌ها برای عددشماری، از مبنای ۵ (تعداد انگشتان یک دست) یا از مبنای ۲۰ (تعداد انگشتان دست‌ها و پاها) استفاده می‌کردند. ولی در طول زمان، عددشماری ددهمی همگانی شد.

۲- نتیجه‌ی جالب‌تر این است که برای شمارش، از مقایسه‌ی دو مجموعه استفاده می‌کردند: مجموعه‌ی تکه‌های کاغذ و مجموعه‌ی انگشتان دست.

این مقایسه چگونه انجام می‌شد؟ انگشت با یک تکه کاغذ فرق دارد. با وجود این، با کنار گذاشتن هر تکه کاغذ، یک انگشت خود را می‌بستند. شمردن در مقایسه‌ی عضوهای دو مجموعه به وجود آمد و شکل گرفت. این مقایسه را در ریاضیات، «تناظر یک به یک» گویند. عددهای طبیعی از ۱ آغاز می‌شوند و به ترتیب، هر عدد، یک واحد از عدد قبلی خود بزرگ‌تر است. از این‌رو، عددهای طبیعی، پایانی ندارند و نمی‌توان عددی نام برد که بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد. عددهای طبیعی یک دنباله را تشکیل می‌دهند؛ این دنباله، آغاز دارد، ولی پایانی ندارد.

در میان انسان‌های نخستین، بی‌پایانی عددهای طبیعی، معنایی نداشت. آن‌ها بسته به نیاز خود تا یک عدد مشخص می‌شمردند و از آن به بعد را با واژه‌ی «خیلی» بیان می‌کردند. وقتی می‌گویند: «هفت بار گزکن، یک بار پاره کن»^۱، به این معنا نیست که برای پاره کردن پارچه، باید درست هفت بار اندازه گرفت، نه کم‌تر و نه بیش‌تر؛ منظور این است که «به اندازه‌ی کافی» دقت کن. وقتی در قصه‌های کودکان از شهری صحبت می‌شود که «هفت برج و بارو» دارد، یعنی این شهر، برج و باروهای زیادی دارد. برای برخی عددهای دیگر هم، چنین نشانه‌هایی وجود دارد. «هزارپا» یعنی جانوری که پاهای زیادی دارد؛ «چلچراغ» یعنی وسیله‌ی روشنایی که چراغ‌های بسیار دارد.

درک بی‌پایان بودن دنباله‌ی عددهای طبیعی، خیلی آسان به دست نیامد. ارشمیدس، اقلیدس و اراتوستن که به تقریب هم‌زمان بوده و در یونان پیش از میلاد می‌زیسته‌اند، به احتمال زیاد، نخستین کسانی بوده‌اند که درباره‌ی بی‌پایانی عددهای طبیعی بحث کرده‌اند. البته ریاضی‌دانان هندی، از دوره‌های باستانی، با عددهای بزرگ کار می‌کردند و درباره‌ی عددهای بزرگ چیستان می‌ساختند ولی مفهوم

بی‌پایانی دنباله‌ی عددهای طبیعی را در کارهای خود وارد نکردند. ارشمیدس برای این که نشان دهد «بزرگ‌ترین عدد طبیعی» وجود ندارد، کتاب «دانه‌های شن» را نوشت؛ اقلیدس، بی‌پایانی دنباله‌ی عددهای اول را ثابت کرد و اراتوستن، راهی برای به دست آوردن عددهای اول ارائه داد.

در یونان باستان از حرف‌های الفبا، برای بیان عددها استفاده می‌کردند:

α	β	δ
آلفا	بتا	گاما
۱	۲	۳

در روم باستان از تلفیق حرف‌های الفبا برای عمل‌های جمع و تفریق استفاده می‌کردند:

I	V	X	L	C	D	M
ای	ایکس	و	ال	سی	د	ام
۱	۵	۱۰	۵۰	۱۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰

عددهای ۲ و ۳ را با تکرار عدد ۱، عدد ۴ را به صورت IV و عدد ۶ را به صورت VI نشان می‌دادند. وقتی عدد I در سمت چپ عدد V باشد، به معنای «۱-۵» و وقتی سمت راست آن باشد، به معنای «۵+۱» است. همین قانون، برای بقیه‌ی عددها هم رعایت می‌شود؛ برای نمونه، عدد ۹۰ به صورت XC و عدد ۱۱۰ به صورت CX نوشته می‌شود. این شیوه‌ی عددنویسی، امروز هم در مواردی چون صفحه‌گذاری برای پیش‌گفتار کتاب، بیان سده‌ها و ... به کار می‌رود.

عددنویسی امروز، «عددنویسی موضعی» و در مبنای ۱۰ است. وقتی می‌نویسیم ۴۴۴۴، از یک نماد استفاده کرده‌ایم، ولی هر نماد، معنای خودش را دارد. اگر از سمت راست در نظر بگیریم، ۴ اول به معنای خود ۴، دومی به معنای ۴۰، سومی به معنای ۴۰۰ و چهارمی به معنای ۴۰۰۰ است.

$$4444 = 4 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 4$$

در مصر قدیم، از دستگاه ددهمی (غیرموضعی) استفاده می‌کردند. ولی در بابل کهن، به‌ویژه در محاسبه‌های اخترشناسی، از دستگاه عددنویسی با مبنای ۶۰ استفاده می‌شد. در هزاره‌ی اول پیش از میلاد، بابلی‌ها به عددنویسی موضعی دست یافتند.

۱- «گز یا ذرع»، پیش از رسمی شدن دستگاه متری، واحد طول در ایران و برابر با ۱۰۴ سانتی‌متر بوده است.

این عددنویسی بامبنای ۶۰ بود ولی برای صفر نمادی نداشتند و بعدها برای صفر هم نمادی در نظر گرفتند. عددنویسی بابلی در اثر جنگ‌ها و قتل و غارت‌ها، فراموش شد و چنان که دیدیم، یونانی‌ها به عددنویسی با حرف‌های الفبا روی آوردند.

هندی‌ها برای بار دوم عددنویسی موضعی را کشف کردند که این بار در مبنای ۱۰ بود و نمادی هم برای صفر داشتند. این کشف در هزاره‌ی اول میلادی به دست آمد و هندی‌ها در نوشته‌های علمی، آن را به کار می‌بردند.

کشف هندی‌ها به وسیله‌ی ریاضی‌دانان ایرانی، البته به کندی در اروپا رواج یافت. کتاب محمد خوارزمی به نام «حساب هندی» ابتدا به لاتین ترجمه شد (امروز تنها همین ترجمه‌ی لاتینی باقی مانده است) و در دسترس ریاضی‌دانان اروپایی قرار گرفت. هندی‌ها، صفر را «سوینا» می‌گفتند و خوارزمی آن را به زبان عربی، «صفر» نامید. «لئوناردو فیبوناچی» در کتاب خود به نام «کتابی

درباره‌ی چرتکه» که در سال ۱۲۷۲ نوشته شده، از همین واژه برای «صفر» استفاده کرده است.

برخی از ریاضی‌دانان سده‌های میانه در ایران (و همچنین در هند)، با مسئله‌هایی روبه‌رو می‌شدند که جواب آن‌ها عددی کمتر از «هیچ» بود. آن‌ها عددهای بزرگ‌تر از صفر را «موجودی» و عددهای کوچک‌تر از صفر را «وام» می‌نامیدند. ریشه‌ی عددهای منفی از همین جاست. مجموعه‌ی عددهای طبیعی را با «N» و مجموعه‌ی عددهای درست، یعنی مجموعه‌ی عددهای مثبت و منفی به اضافه‌ی عدد صفر، را با «Z» نشان می‌دهند.

اگر دو عدد از لحاظ عددی برابر بوده ولی علامت‌هایشان مختلف باشد، قرینه‌ی هم‌اند؛ مثلاً، -۴ قرینه‌ی ۴ و -۷ قرینه‌ی ۷ است. مقدار عددی « -۵ » و « $+۵$ » را، که همان ۵ است، قدرمطلق ± ۵ گویند و این طور نشان می‌دهند: $|\pm ۵| = ۵$.

یادداشت معلم

نمایش آن‌ها می‌پردازند. در تمرین دوم، می‌توان مقایسه‌ی اعداد صحیح را به‌طور غیرمستقیم یادآوری کرد.

تلفیق با سایر دروس:



درباره‌ی مبدأهای اندازه‌گیری زمان مانند میلاد حضرت مسیح (ع)، هجرت پیامبر (ص) و ... همچنین تحویل سال هجری شمسی یا میلادی در کلاس گفت‌وگو کنید. در ضمن، درباره‌ی جهت جریان الکتریکی و جهت نیروها و دیگر کمیت‌های برداری در فیزیک نیز می‌توانید صحبت کنید.

فعالیت خارج از کلاس:



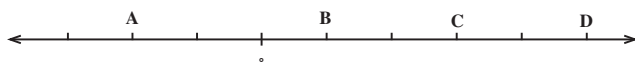
۱- دانش‌آموزان علاقه‌مند می‌توانند با پرسش و تحقیق، مثال‌های دیگری را از کمیت‌هایی که در اندازه‌گیری آن‌ها مبدأ و جهت اهمیت دارد، بیابند و در کلاس ارایه کنند.

۲- تحقیق درباره‌ی پایین‌ترین دمایی که در طبیعت وجود دارد، نیز می‌تواند برای دانش‌آموزان جالب و آموزنده باشد.

توسعه:



با طرح پرسش‌هایی نظیر پرسش‌های زیر، دانش‌آموزان را در درک بهتر محور اعداد و مفاهیم مبدأ، جهت و واحد در آن یاری دهید.



- ۱- اگر B مبدأ مختصات باشد، هر نقطه، نمایشگر چه عددی است؟
- ۲- اگر A مبدأ باشد، چطور؟
- ۳- مبدأ کجا باشد تا نقطه‌ی B عدد ۲- را نمایش دهد؟
- ۴- چه‌طور ممکن است که O مبدأ باشد و نقطه‌ی B عدد ۲+ را نمایش دهد؟ در این حالت، بقیه‌ی نقاط چه اعدادی را نمایش می‌دهند؟
- ۵- چه‌طور ممکن است که O مبدأ باشد و نقطه‌ی C عدد ۳- را نمایش دهد؟ در این حالت بقیه‌ی نقاط چه اعدادی را نمایش می‌دهند؟



یادآوری



ایجاد انگیزه کنید:

یک ساعت دیواری، دماسنج، آمپرسنج یا هر وسیله‌ی اندازه‌گیری دیگر را که مبدأ و جهت برای اندازه‌گیری دارد، به کلاس بیاورید و روی میزتان قرار دهید.

شروع کنید:



از آن‌جا که این قسمت فقط برای یادآوری است، می‌توانید بدون هیچ مقدمه‌ای از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های خود به حل «کار در کلاس» بپردازند. در صورت لزوم توضیحاتی درباره‌ی عددهای علامت‌دار و اعداد صحیح ارایه کنید. برای این کار می‌توانید از دانش‌آموزان کلاس نیز کمک بگیرید.

هدف کار در کلاس:



هر دو تمرین به یادآوری مفهوم اعداد صحیح و چگونگی

بردار صحیح



ایجاد انگیزه کنید:

با طرح قصه‌ای مانند قصه‌ی زیر، جلسه را آغاز کنید؛ خرگوشی به دنبال دوستش خرگوشک می‌گشت. روی محور اعداد، نامه‌ای از خرگوشک پیدا کرد. عدد $+2$ خرگوشک نوشته بود من روی محور، 3 واحد حرکت می‌کنم. خرگوش با خوشحالی، 3 واحد روی محور حرکت کرد تا به خرگوشک برسد ولی توانست خرگوشک را پیدا کند. آیا می‌دانید چرا؟

به دانش‌آموزان فرصت دهید تا نظرشان را درباره‌ی قصه بیان کنند.



هدف کار در کلاس:

یادآوری نمایش برداری اعداد صحیح، همچنین مفهوم عبارت‌های «ابتدای بردار»، «انتهای بردار»، «اندازه یا طول بردار» و «جهت بردار» از اهداف این تمرین است.



شروع کنید:

با طرح چند سؤال در مورد عدد متناظر با بردار و نمایش آن روی محور، درس را یادآوری کنید. در صورت نیاز توضیحات خود را در مورد بردار کامل کنید تا اطمینان حاصل شود که همه‌ی دانش‌آموزان بردار را به‌خاطر آورده‌اند. سپس، از آن‌ها بخواهید ابتدا به‌صورت فردی به حل «کار در کلاس» بپردازند و سپس پاسخ‌های خود را با هم گروهی‌هایشان مقایسه و بررسی کنند. در زمانی که بچه‌ها به حل کار در کلاس مشغول‌اند توجه کنید که بردارها را به‌صورت منظم رسم کنند. این کار به نظم فکری آن‌ها کمک خواهد کرد. پس از این که کار در کلاس به پایان رسید، می‌توانید چگونگی نمایش بردار صفحه را نیز یادآوری کنید.



اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

برخی دانش‌آموزان در یافتن طول بردار به‌جای شمردن واحدها، علامت‌ها را می‌شمارند و بنابراین، به پاسخ اشتباه می‌رسند.



توصیه‌های آموزشی:

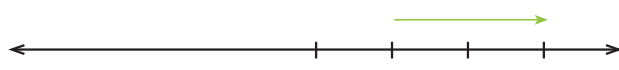


در سؤال دوم کار در کلاس، به بردارهای قرینه و حالت‌های گوناگون رسم آن‌ها اشاره کنید.

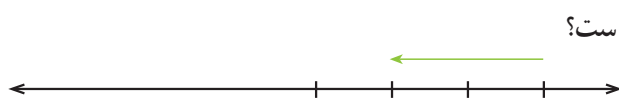
توسعه:



پرسش‌هایی مانند پرسش زیر می‌تواند دانش‌آموزان را در درک بهتر بردار صحیح و مفاهیم جهت و اندازه در آن یاری دهد.
۱- ابتدای بردار زیر در $+3$ قرار دارد. طول آن چه قدر است؟



۲- ابتدای بردار زیر در $+3$ قرار دارد. طول آن چه قدر است؟



و نشان دادن این که هر عدد روی قرینه‌اش قرار می‌گیرد، به دانش‌آموزان یادآوری کنید. از یکی از دانش‌آموزان بخواهید که متن درس را بخواند و توضیح دهد. سپس همه‌ی دانش‌آموزان در فرصتی خارج از کلاس، تمرین‌ها را حل کنند و در جلسه‌ی بعد به رفع اشکالات آن‌ها در این مبحث پردازید.

توصیه‌های آموزشی:

دقت کنید که در تمرین ۱، قرینه‌ی بردار در هر جای محور می‌تواند رسم شود؛ چون طول آن اهمیت دارد نه ابتدا و انتهای آن. در تمرین ۳ این قسمت، توجه کنید که در مجموعه‌ی عددهای صحیح و منفی بزرگ‌تر از ۹-، خود ۹- وجود ندارد.



از دانش‌آموزان بخواهید مجموعه‌ی اعداد طبیعی و مجموعه‌ی قرینه‌های اعداد طبیعی را نمایش دهند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

درباره‌ی کلید در ماشین حساب که عمل قرینه کردن اعداد صحیح را انجام می‌دهد در کلاس صحبت کنید. از بچه‌ها بخواهید با استفاده از ماشین حساب قرینه‌ی قرینه‌ی ۵+ و قرینه‌ی قرینه‌ی قرینه‌ی ۵+ را بیابند. درباره‌ی نتایج به دست آمده در کلاس بحث کنید.



درباره‌ی قرینه‌ی یک بردار در کلاس صحبت کنید و با رسم چند مثال از بردارهای قرینه، روی تخته نشان دهید که $\vec{AB} = -\vec{BA}$ می‌توانید با چند مثال نشان دهید که وقتی طول دو بردار با هم برابر است می‌توان بردارهایی را یافت که با هر دو بردار مذکور قرینه باشند.



فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید این فعالیت را داوطلبانه انجام دهند. دانش‌آموزانی را که توانایی انجام دادن کارهای هنری دارند را بیشتر تشویق کنید. از آن‌ها بخواهید روی یک مقوای بزرگ، چند عدد و بردار صحیح را با رنگ‌ها و شکل‌های متفاوت بکشند. ابتدا، انتها و عدد متناظر بر بردار را مشخص کنید. به آن‌ها یادآوری کنید که همه‌ی حالت‌های ممکن را در نظر بگیرند. پس از تمام شدن کار، مقوا را در محل مناسبی در کلاس نصب کنید.

قرینه‌ی یک عدد صحیح

شروع کنید:

مفهوم قرینه‌ی یک عدد صحیح را می‌توانید با رسم محور اعداد صحیح روی یک نوار کاغذی، تا کردن نوار از روی عدد ۰