

دستگاه‌های شمار

موضوعات در یک نگاه

این قسمت شامل ۳ زیرعنوان است. ابتدا مفاهیم، نمادها و قراردادهای مربوط به شمارش و عددنویسی در دستگاه‌های مختلف معرفی می‌شوند. سپس از نحوه‌ی تبدیل یک عدد از مبنای ۱۰ به سایر مبنایا و برعکس، یعنی تبدیل عددها در سایر مبنایا به مبنای ده، سخن به میان می‌آید و در پایان، به کاربردی از مبنای ۲ در ساختن ماشین حساب و رایانه اشاره می‌شود.

اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- با دسته‌بندی کردن، اشیاء را در دستگاه‌های موردنظر (با مبنای کمتر از ۱۰) شمارش کند.
- ۲- نماد عددنویسی در دستگاه‌های مختلف را به کار برد و بداند که در هر مبنای از چه ارقامی استفاده می‌شود.
- ۳- جدول ارزش مکانی را در دستگاه‌های مختلف شمارش تشکیل دهد.
- ۴- عددهای در مبنای ۱۰ را به سایر مبنایا تبدیل کند.
- ۵- عددهای در سایر مبنایا را به عدد در مبنای ۱۰ تبدیل کند.
- ۶- با کاربردهای توان آشنایی داشته باشد و کاربرد مبنای ۲ را در ساخت ماشین حساب و رایانه درک کند.

نمونه سؤال برای ارزش یابی

۱- با توجه به اعداد نوشته شده، ۵ عدد بعدی را بنویسید.

$(102)_3$, , , ,

$(1100)_2$, , , ,

$(323)_4$, , , ,

۲- عددهای زیر را درست کنید.

$(345)_5 =$ $(323)_3 =$

۳- تبدیل مبنای را انجام دهید.

$(34)_5 = ()_3$

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
دستگاه شمار مینا شمارش	اشیا برای شمارش مثل نی، دگمه و ...	انجام دادن فعالیت برای درک تغییر یک متغیر	اشیا و اشکال را با دسته‌بندی در مینای مورد نظر شمارش کند، جدول ارزش مکان مربوط را کامل کند و آن را با نماد عددنویسی نمایش دهد.	شمارش در دستگاه‌های شمار و نمایش آن	۴۸	شمارش
	بسته‌های ده‌تایی و صدتایی و هزارتایی	انجام دادن فعالیت برای تمرین شمارش و دسته‌بندی، تشکیل جدول ارزش مکانی و نوشتن عدد	ارقام هر مینا را تشخیص دهد. از مینای ۱۰ استفاده‌ی روزمره‌ی آن درک درستی داشته باشد. عدد را در میناهای مختلف بخواند و بنویسد.		۴۹ ۵۰	
تبدیل مینا	اشیا و اشکال فوق	انجام دادن کار در کلاس برای تمرین تبدیل مینای غیر ده به ده	عددهای در مینای غیر ۱۰ را به مینای ۱۰ تبدیل کند.	تبدیل میناها	۵۰	تبدیل میناها
		انجام دادن فعالیت برای درک چگونگی تبدیل مینای ۱۰ به سایر میناها	عددهای در مینای ۱۰ را به مینای غیر ۱۰ تبدیل کند.		۵۱	
		انجام دادن کار در کلاس برای تمرین تبدیل مینای ۱۰ به سایر میناها	عددهای در مینای غیر ۱۰ را به مینای غیر ۱۰ دیگر تبدیل کند.		۵۲	
			روش‌ها و دستورالعمل‌های تبدیل مینا را توضیح دهد و درک کند.		۵۳	
-	-	انجام دادن کار در کلاس برای نمایش عدد در مینای ۲ با لامپ‌های روشن و خاموش	با کاربردهای میناها آشنایی داشته باشد. کاربرد مینای ۲ را در ساخت ماشین حساب و رایانه درک کند.	کاربرد مینا ۲ مینای	۵۶ ۵۷	کاربرد میناها

دانستنی‌هایی برای معلم

دستگاه‌های شمار

در سرزمین میان دو رود در هزاره‌های پیش از میلاد، از عددشماری و عددنویسی در مبنای ۶۰ استفاده می‌کردند؛ به‌ویژه، عددهای مربوط به اخترشناسی، در این مبنا نوشته می‌شد. از سندهایی که در اختیار داریم، معلوم می‌شود که بسیاری از قوم‌های بومی قاره‌ی آمریکا، مبنای ۵ را در عددشماری و عددنویسی خود به کار می‌بردند. در زبان فارسی، عددهای ۳، ۴، ۵ تا ۹ با عددهای سی، چهل، پنجاه تا نود هم ریشه‌اند، ولی میان عدد ۲ و عدد ۲۵ هیچ ارتباطی ندارد. چنین به نظر می‌رسد که عدد ۲۰، زمانی مبنای عددنویسی در زبان فارسی بوده است. این وضع، به‌ویژه درباره‌ی زبان فرانسوی صدق می‌کند. در این زبان نیز عددهای ۲ و ۲۰ هم ریشه نیستند؛ به جز آن، عدد ۸۰ را «چهار بیست تا» و عدد ۹۰ را «چهار بیست تا و ده تا» می‌گویند. نخستین کسی که درباره‌ی مبناها، پژوهش کرد، لایپ‌نیتس

ریاضی‌دان و فیلسوف آلمانی، بود. او درضمن کشیش بود و برای به‌کرسی نشاندن اعتقادهای خود، به فلسفه و ریاضیات روآورده بود. لایپ‌نیتس، برای نخستین بار، عددنویسی را در مبنای ۲ درست کرد. در مبنای ۲، تنها از دو رقم ۰ و ۱ برای نوشتن عددها استفاده می‌شود. او گمان می‌کرد که با کشف این مبنای عددنویسی، استدلالی ریاضی، برای وجود پروردگار پیدا کرده است. پس، این اندیشه‌ی خود را به سراسر جهان اطلاع داد که صفر نماینده‌ی هیچ و واحد، نماینده‌ی پروردگار است؛ با صفر و واحد می‌توان همه‌ی صدها را نوشت؛ بنابراین، روشن می‌شود که پروردگار واحد، چگونه توانسته است (هیچ یعنی صفر) همه‌چیز را بسازد. او این نظریه را با امپراتور چین هم درمیان گذاشت ولی هیچ‌کسی به نظر وی توجهی نکرد و مسیحی نشد. امروز مبنای ۲ مورد استفاده‌های بسیاری پیدا کرده است؛ از جمله در رایانه.

یادداشت معلم

هدف فعالیت:



هدف اصلی این فعالیت، ایجاد چالش در بررسی تغییرات به ظاهر کوچک در زندگی روزمره است. دانش آموز باید به این موضوع بپردازد که کم شدن یک انگشت در بسیاری از کارها اختلال ایجاد می کند و باعث تغییراتی در رفتارهای بعدی فرد می شود؛ از جمله این که هنگام بلند کردن اشیاء یا نوشتن مشکلاتی برای او پیش می آید.

درواقع، با تغییر یک عامل، سایر عوامل مرتبط با آن نیز تغییر می کنند.

توصیه های آموزشی:



۱- در این فعالیت، بحث گروهی جایگاه ویژه ای دارد. بکوشید دانش آموزان نظریات خود را در گروه مطرح کنند و پس از بررسی و توافق همه ی اعضا، آن را در کلاس ارائه دهند.

۲- به نظریات بدیع و خلاق دانش آموزان توجه کنید؛ اگرچه کمی خنده دار و عجیب باشد.

۳- هنگام اجرای فعالیت، زمان صرف شده را در نظر بگیرید؛ چون هدف اصلی این فعالیت فقط ایجاد چالش است و نباید زمان زیادی از کلاس صرف آن شود. پیشنهاد می شود حداکثر ۵ تا ۷ دقیقه از زمان کلاس را به این کار اختصاص دهید.

ادامه دهید:



بعد از جمع بندی نتایج به دست آمده در فعالیت اول، در مورد نحوه ی شمردن مبنای ده - مشابه مطالب گفته شده در کتاب - توضیح دهید. در توضیحات خود، جدول ارزش مکانی و خانه های آن را به صورت علمی مورد توجه قرار دهید و ارتباط عدد ۱۰ را با ستون های مختلف به صورت یکی، ده تایی، ده تاده تایی، ده تا ده تایی و بیان کنید.

در ضمن، از دانش آموزان بخواهید، پرسش هایی را مطرح کنند. متن درس را به کمک آن ها بخوانید. سپس، از آن ها بخواهید فعالیت دوم را نیز به صورت گروهی بررسی کنند. توجه داشته باشید که برای انجام دادن این فعالیت، به مقداری لوبیا یا هر شیء قابل شمارش دیگر، برای همه ی گروه ها نیاز دارید.



شمارش

دستگاه های شمار



فعالیت

اگر هر دست ما به جای ۵ انگشت ۴ انگشت داشت، برای مثال انگشت نیست بودا چه چیزهایی در زندگی روزمره من تغییر می کرد؟ در کلاسی با دوستانت خود در این مورد گفتگو کنید.

ما به طور معمول برای شمردن، دسته های ده تایی درست می کنیم. ابتدا با ۱۰ تا یکی ۱ دسته ی ده تایی، یا ۱۰ دسته ی ده تایی یک دسته ی صد تایی و با ۱۰ دسته ی یک دسته ی هزار تایی درست می کنیم و به همین ترتیب، دسته بندی ده تایی را ادامه می دهیم.

نماد ۲۱۵ نشان می دهد که ۲۱۵ مداد را می توانیم در ۲ دسته ی صد تایی، ۱ دسته ی ده تایی و پنج یکی قرار دهیم.





صد تایی	ده تایی	یکی
۲	۱	۵

۲۱۵



شمارش



ایجاد انگیزه کنید:

می توانید در ابتدای کلاس با ارائه ی تابلویی که حاوی طرح هایی خیالی از مریخی های ۴ انگشتی و ۶ انگشتی است و نوشتن عبارت هایی چون $1+1=10$ ، $10+10=100$ ، ... توجه دانش آموزان را به درس جلب کنید.

اجرای جذاب فعالیت اول این درس نیز برای ایجاد انگیزه مناسب است.

شروع کنید:



از دانش آموزان بخواهید فعالیت اول را بخوانند و در گروه در مورد آن گفت و گو کنند. بکوشید جنبه های مختلف نبودن یک انگشت در گروه بررسی شود و خلاقیت دانش آموزان در زمینه های مختلف شکوفا گردد.

هدف فعالیت:

هدف اصلی این فعالیت، روبه رو کردن دانش آموزان با تغییر قرارداد شمارش است. دانش آموزان در این فعالیت باید راه حلی پیدا کنند تا قرارداد خود را درحین شمارش رعایت کنند و نیز هر تعداد از اجسام را که لازم است، بشمارند.

توصیه های آموزشی:

۱- گروه ها را تشویق کنید که قراردادهای متفاوتی را برای خود مشخص کنند تا بحث های جالبی در کلاس به وجود آید.

۲- توجه داشته باشید که اگر گروهی دسته های شمارش خود را ۵ تایی در نظر بگیرد، هیچ گاه نباید دسته ی ۶ تایی تولید کند بلکه باید برای رفع این مشکل راه حلی بیابد. بکوشید تا حد امکان خود دانش آموزان این راه حل را ارائه دهند. می توانید دانش آموزان را به کمک الگویابی از شمارش ۱۰ تایی به سمت کشف راه حل سوق دهید.

۳- پیش بینی می شود در کلاس اتفاق جالبی بیفتد؛ چون همه ی گروه ها ۳۰ عدد شمارنده را شمرده اند ولی اعداد متفاوتی را به عنوان تعداد معرفی می کنند. این نتایج می تواند برای معرفی مبناها و نحوه ی خواندن و نوشتن آن ها شروع خوبی باشد. در کلاس از این موقعیت استفاده کنید. می توانید نتایج را روی تخته ثبت کنید.

۴- از دانش آموزان بخواهید برای ثبت نتایج خود، از مهارت تنظیم جدول استفاده کنند تا ارائه و بررسی نتایج نیز ساده تر شود؛ به عبارت دیگر، برای هر قرارداد یک جدول ارزش مکانی طرح ریزی کنند.

بپرسید!

از دانش آموزان بخواهید قرارداد گروه خود و نتایج به دست آمده را برای دیگر گروه ها مطرح کنند. سپس، درمورد این نتایج و تفاوت ظاهر اعداد از دانش آموزان سؤال کنید. طرح سؤال هایی از این قبیل پیشنهاد می شود: کدام عدد از همه بزرگ تر است یا تعداد شمارنده های کدام گروه با توجه به نتایج به دست آمده بیشتر بوده است؟ چرا اعداد با هم متفاوت اند؟ کدام قرارداد برای شمارش

فعالیت

عدد ۳۰ را هر چه مثل می بینید، تویید دگمه و ... را از روی این رای دسته بندی کردن آن ها را در یک جدول جدید را در نظر بگیرید. رای های ۱۰ تایی را ۲ تایی یا ۵ تایی دسته بندی کنید. آن گاه دسته های را که ساخته شده اند، مشخص کنید.

در فعالیت بالا رای دسته بندی ۷ تایی، ۴ دسته ی ۷ تایی و ۲ تا یکی خواهیم داشت.

پس، می نویسم:

یک	پنج
۲	۴

به طور خلاصه می توانم بنویسم: (۲۲)

و می خوانیم: چهار، دو در میانی ۷ (یا پانزده ۷).

فعالیت

۱- در هر قسمت شکل ها را ابتدا به دسته های مورد نظر تقسیم کنید. سپس جدول را کامل کنید و عدد را در میانی مورد نظر بنویسید.

یک	پنج	ده
۱	۵	۳

(۳۲۵)

یک	پنج	ده
۱	۵	۳

(۳۲۵)

بتر است؟ و ...

آموزش دهید:

بعد از کمی گفت و گو درباره ی مسائل ذکر شده، قراردادهای مربوط به نحوه ی خواندن و نوشتن اعداد در مبناهای مختلف، در کلاس مطرح شود. سپس، با ذکر چند مثال و خواندن متن درس، از دانش آموزان بخواهید عدد هایی را که در فعالیت قبل ساخته اند، با نمادهای جدید بیان کنند.

فرضیه ی نوشتن عددها در مبناهای مختلف و قراردادهای مربوط به آن برای اولین بار به دانش آموزان گفته می شود؛ بنابراین، لازم است بر آن تأکید کنید.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، شمارش در مبناهای مختلف، تشکیل جدول ارزش مکانی مربوط به آن مبنا و نوشتن عدد در مبناهای

فعالیت خارج از کلاس:



از دانش‌آموزان بخواهید یک قرارداد را در زندگی روزمره‌ی خود تغییر دهند و سپس همه‌ی اتفاقات آینده را پیش‌بینی کنند. آن‌ها را به خیال‌پردازی‌های مبتکرانه تشویق کنید و بخواهید که تفکرات و ایده‌های خود را از طرق مختلف از جمله روزنامه‌ی دیواری، کاریکاتور، طرح و نقاشی و سایر موارد ارائه کنند.

توسعه:



۱- طرح مسئله‌هایی چون مسائل زیر برای توسعه‌ی درس مناسب است:

- بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی در مبنای ۵ چیست؟
- کوچک‌ترین عدد دورقمی در مبنای ۴ چیست؟
- کدام یک از این عددها بزرگ‌تر است؟ چرا؟ (۱۰۰) یا (۱۰۰)۵.
- کدام مبنای برای محاسبه بهتر است؟ ۲ یا ۸؟ چرا؟
- ۲- عدد نویسی در مبناهای مختلف مسیر بسیار خوبی است. برای این کار، استفاده از چرتکه‌های عمودی توصیه می‌شود. در زیر، عددهایی در مبنای ۲ نوشته شده است.
- ... (۱۱۰۱)۲ و (۱۱۰۰)۲ و (۱۰۱۱)۲ و (۱۰۱۰)۲ و (۱۰۰۱)۲
- ۳- مقایسه‌ی عددها در یک مبنای نیز می‌تواند در این قسمت مطرح شود.

تلفیق با سایر دروس:



دانش‌آموزان با توجه به ایده‌ی مبناها، یک نقاشی از زاویه‌ای غیرمعمول و غیرمتعارف رسم کنند. علاوه بر این، می‌توانند جنگل را از دید یک مورچه توصیف کنند یا یک داستان یا انشا بنویسند و در آن با استفاده از لغات و تعاریف خاص یک مورچه، تصورات او را از یک جنگل بیان کنند.

گوناگون است. از طرفی، زمینه را برای تبدیل اعداد در مبنای ۱۰ به سایر مبناها آماده می‌کند. همچنین، در سؤال دوم فعالیت نتیجه می‌گیرند که در هر مبنا از چه رقم‌هایی می‌توان استفاده کرد.

توصیه‌های آموزشی:



۱- به دانش‌آموزان توصیه کنید که هنگام کشیدن خطوط دسته‌بندی نظم لازم را رعایت کنند و با توجه به شکل به دست آمده، جدول را تکمیل کرده و عدد موردنظر را بنویسند.

۲- از دانش‌آموزان بخواهید الگوهای مشابهی بین جدول ردیف‌های مختلف بیابند و همگی را با جدول مبنای ۱۰ مقایسه کنند.

۳- این فعالیت در ابتدا به صورت فردی انجام شود تا همه‌ی دانش‌آموزان به فکر کردن واداشته شوند. سپس اگر فرصتی بود، ابتدا چند دقیقه به صورت گروهی درباره‌ی آن بحث کنند و بعد، در کلاس بررسی گردد.

۴- در سؤال دوم فعالیت، دانش‌آموزان باید بدون وجود شکل یا اشیاء، عدد موردنظر را درک کنند و با بررسی تمرین‌های مختلف قسمت اول فعالیت، کشف کنند که در عددهای مختلف یک مبنا، از چه ارقامی می‌توان استفاده کرد. بحث کلیدی در این مورد توصیه می‌شود.

۵- اگر این فعالیت خوب و با صبر و حوصله انجام پذیرد، مباحث بعدی - یعنی تبدیل مبناها - به سادگی و توسط خود دانش‌آموزان کشف خواهد شد.

۶- در این فعالیت‌ها، محاسبه‌ی ذهنی بسیار کارآمد است ولی اگر دانش‌آموزی بخواهد از ماشین حساب استفاده کند، مانعی ندارد. البته بکشید او را بدین جهت سوق دهید که در این فعالیت‌ها محاسبه‌ی ذهنی کارآمدتر از ماشین حساب است.

تبدیل مبنایا

ایجاد انگیزه کنید:



آماده سازی تابلوهایی شبیه $۲۲=۴۲$ ، $۷=۱۱۱$ ، $۵۰ < ۴۰$ و رابطه های مشابه در شروع درس می تواند توجه دانش آموزان را به کلاس معطوف کند.

شروع کنید:



دانش آموزان در ابتدای این مبحث، مبنای مختلف را می شناسند و با دسته بندی می توانند تعدادی شمارنده را در مبنای مختلف بشمارند؛ بنابراین آمادگی لازم را برای درک مفهوم ریاضی ارقام مختلف عدد در مبنای مختلف دارند. براین اساس، می توانید با کشیدن شکل عدد $۳(۱۰۲)$ و نوشتن رابطه ی تبدیل آن به مبنای ۱۰ ، این موضوع را توضیح دهید یا از دانش آموزان بخواهید که معنای رابطه های نوشته شده در شکل را بیان کنند. برای اطمینان بیشتر می توانید یک یا چند مثال دیگر را نیز بیان کنید.

سپس، از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس را با دقت و حوصله انجام دهند.

هدف کار در کلاس:



تمرین اول کار در کلاس همگی در همان مبنای ۳ طرح شده است و هدف آن، نوشتن رابطه ی تبدیل به مبنای ۱۰ است. از دانش آموزان بخواهید حتماً رابطه ی تبدیل را بنویسند تا نحوه ی نوشتن آن برای همه روشن شود.

تمرین دوم با هدف کشف مجدد معنای ارقام در یک مبنای است و پیش بینی می شود دانش آموزان با ایجاد الگوی معین تمرین ۱ و جواب به دست آمده در تمرین ۲، برای تبدیل هر مبنایی به مبنای ده - در تمرین ۳ - آماده باشند.

ادامه دهید:



پس از بررسی جواب کار در کلاس و کسب اطمینان از رفع اشکال دانش آموزان، از آن ها بخواهید فعالیت بعدی را بخوانند و به پرسش های مطرح شده در آن به دقت فکر کنند. سپس بکوشند

با بحث در گروه، پاسخ مناسبی برای آن ها بیابند.

هدف فعالیت:



در این فعالیت، تبدیل مبنای ۱۰ به مبنای ۴ مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا از دانش آموز خواسته می شود در مورد مفهوم تقسیم فکر کرده و معنای خارج قسمت را در این تقسیم بیان کند. توجه داشته باشید که در این تقسیم، هدف، دسته بندی به بسته های ۴ تایی است نه تقسیم بین ۴ نفر؛ بنابراین، کلاس را به سمت مفهوم اول سوق دهید.

در قسمت دوم فعالیت، همان تقسیم ها به صورت عملی و با رسم شکل بیان شده است. هدف اصلی این تمرین، ایجاد ارتباط بین تقسیم های بالا و شکل است.

توصیه های آموزشی:



بکوشید در اجرای این فعالیت، شرایط مناسب بحث گروهی

را روی تخته نمایش دهید؛ تبدیل آن را به مبنای ۳ بنویسید و با تقسیم‌بندی روی شکل، آن را بشمارید.

برای کسب اطمینان از یادگیری دانش‌آموزان، می‌توانید چند مثال دیگر را در کلاس طرح کنید و توضیح دهید یا از دانش‌آموزان بخواهید آن‌ها را پاسخ دهند. متن درس را به کمک دانش‌آموزان بخوانید و سپس، از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را حل کنند.

هدف کار در کلاس:



در تمرین اول، هدف، تجربه‌ی قدم به قدم تبدیل مبنای ۱۰ به سایر مبناهاست و تمرکز اصلی آن معنای خارج قسمت و باقی‌مانده در هر تقسیم است. در تمرین دوم، هدف تمرین روش تبدیل مبناهاست.

فعالیت موازی:



به عنوان یک فعالیت اضافی و برای شاداب کردن کلاس، می‌توانید مسابقات شمارش اعداد در مبناهای دیگر را برگزار کنید.

ابتدا از دانش‌آموزان بخواهید در مبنای ۱۰ به سرعت از یک به بعد بشمارند؛ سپس، همین عمل را در مبنای ۹ انجام دهند. هر چه مبنا را کوچک‌تر کنید، مسابقه سخت‌تر خواهد شد.

توسعه:



۱- طرح سؤال چگونگی نمایش در مبناهای بزرگ‌تر از ۱۰ و بررسی آن در کلاس، مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مبحث است.

۲- بررسی پیش‌بینی باقی‌مانده‌ی یک عدد در مبنای - مثلاً - ۵ بر ۵ نیز بحث جالبی را در کلاس به دنبال خواهد داشت؛ یافتن قانون کلی آن نیز مسیر خوبی برای ادامه‌ی بحث است.

۳- تبدیل مستقیم مبناهای ۴، ۲ و ۸ به هم نیز مناسب است؛ برای مثال، عدد $(۱۱۱۰۱۱۱)_۲$ را با دسته‌بندی ۳ تایی می‌توان مستقیماً به مبنای ۸ تبدیل کرد.

$$(۱۶۷)_۸ = (۱'۱۱۰'۱۱۱)_۲$$

جدول صفحه‌ای قبل نشان می‌دهد که با دسته‌بندی مبنایی می‌توانیم ۱۱۰۱۱۰۱۱ را به ۲ یکی، ۰ مبنایی و ۶ تایی دسته‌بندی کنیم. ۰ و ۱ را از رقم عدد ۱۱۱ در مبنای ۳ می‌نامیم و این عدد را در مبنای ۳ به صورت (۱۰۰۶) نمایش می‌دهیم؛ بنابراین:

$$(۱۰۰۶)_۳ = 1 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 6 \times 3^0 = 27 + 0 + 0 + 6 = 33$$

کار در کلاس

۱- تسطیحات زیر را کامل کنید.

$$(۱۱۱۱)_۲ = 2 \times 3^3 + 1 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 1 \times 3^0 = 27 + 9 + 3 + 1 = 40$$

$$(۱۰۰۶)_۳ = 1 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 6 \times 3^0 = 27 + 0 + 0 + 6 = 33$$

۲- با قرار دادن مربع‌ها در دسته‌های صحیح، جدول و تسطیحات زیر را کامل کنید.

جدول تسطیحات زیر را کامل کنید.

$(۱۱)_۲ = ۱۱$	$(۱۰۱)_۲ = ۱۵$	$(۱۰۰۱)_۲ = ۵$
$(۱۱۱۱)_۲ = ۱۵$	$(۱۰۰۱۱)_۲ = ۱۵$	$(۱۰۱۱)_۲ = ۶$
$(۱۰۰۱۱)_۲ = ۱۵$	$(۱۰۱۱)_۲ = ۶$	$(۱۰۱۱۱)_۲ = ۷$
$(۱۰۱۱۱)_۲ = ۷$	$(۱۰۱۱۱۱)_۲ = ۱۵$	$(۱۰۱۱۱۱۱)_۲ = ۲۱$

سابق ۵۶

را در کلاس ایجاد کنید.

به بحث‌های داخل گروه‌ها گوش کنید و در صورت دورشدن از بحث اصلی، مسیر بحث را به سمت مناسب هدایت کنید.

در پایان بحث، از گروه‌های مختلف بخواهید نتایج به دست آمده را برای گروه بیان کنند.

- ممکن است دانش‌آموزان راه‌های کوتاه‌تری در تبدیل مبنایا بیابند. آن‌ها را تشویق کنید که پاسخ‌های خود را با راه حل معمول، امتحان کنند؛

مثلاً یکی از دانش‌آموزان ممکن است برای تبدیل عدد ۳۲ به مبنای ۳، بگوید یک ۲۷ تا و ۵ تا یکی و سپس بگوید، ۵ تا یکی می‌شود ۱ بسته‌ی ۳ تایی و ۲ تا یکی. پس، عدد ۳۲ در مبنای ۳ برابر است با $(۱۰۱۲)_۳$.

ادامه دهید:



پس از جمع‌بندی نتایج به دست آمده از گروه‌ها، عدد ۱۷



فعالیت

۱- نمایش عدد ۲۳ را در مبنای ۴ بدست آورید.

چرا باید ۲۳ را بر ۴ تقسیم کنیم؟

در این تقسیم، خارج قسمت چه معنایی دارد؟ **اعداد بسته‌های ۴ تایی** یکی
باقی‌مانده چه معنایی دارد؟ **اعداد یکی**

تقسیم عددی را بنویسید.

در این تقسیم، خارج قسمت چه معنایی دارد؟ **اعداد بسته‌های ۱۶ تایی** یکی
باقی‌مانده چه معنایی دارد؟ **اعداد بسته‌های ۴ تایی** یکی

نمودی را کامل کنید.

۲- در تگال زیر، ۲۳ دایره را مشاهده می‌کنید. با بستن دایره‌های چهل‌تایی، عدد

در مبنای ۴ آن را بدست آورید و با جواب بالا مقایسه کنید.



مراحل بستن دایره‌ها را با تقسیم‌هایی که در بالا انجام دادیم مقایسه کنید.

می‌خواهیم نمایش ۱۷ را در مبنای ۴ بدست آوریم. ابتدا باید ببینیم در ۱۷ تا چند

دسته‌های ۴ تایی و چند یکی هست.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 17} \\ 8 \\ \hline 9 \\ 8 \\ \hline 1 \end{array}$$



حالا باید ببینیم در ۵ دسته‌های ۴ تایی چند دسته‌های ۱ تایی وجود دارد.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 5} \\ 4 \\ \hline 1 \end{array}$$



بنابراین، نمایش ۱۷ در مبنای ۴ بصورت $(1123)_4$ است.

کار در کلاس

۱- با توجه به تقسیم‌های زیر، نمایش هر عدد را در مبنای خواسته شده، بنویسید و کامل کنید.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 23} \\ 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 29} \\ 5 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 29} \\ 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 29} \\ 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 29} \\ 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

۲- نمایش هر یک از اعداد ۵، ۲۵، ۸، ۳۸ را در مبنای ۵ بدست آورید.

حالا نمایش هر یک از اعداد بالا را در مبنای ۴ بدست آورید.

مبنای ۴	مبنای ۵	عدد مورد نظر
۱۱۱۱	۱۱۱۱	۲۵
۱۱۱	۱۱۱	۸
۱۱	۱۱	۵
۱	۱	۳۸



استفاده از ابزار و تکنولوژی:



۱- از دانش‌آموزان بخواهید در صورت امکان برنامه‌ای بنویسند که با گرفتن مبنا و عدد مورد نظر، تبدیل مبنا را انجام دهد.

۲- دانش‌آموزان برای حل کردن تمرین‌ها می‌توانند از ماشین حساب استفاده کنند.

برای تبدیل مستقیم مبنای ۲ به ۴ رقم‌های عدد را ۲ تا ۲ تقسیم می‌کنیم.

۴- تبدیل عددی در یک مبنای غیرده به مبنای غیرده دیگر نمی‌تواند مطرح شود.

فعالیت خارج از کلاس:



از دانش‌آموزان بخواهید دسته‌بندی‌های گوناگونی را که دسته‌های آن‌ها اعدادی به جز ۱۰، ۱۰۰ و ... هستند، پیدا کنند و به کلاس معرفی نمایند؛ مثل یک دست قاشق که ۶ عدد است.

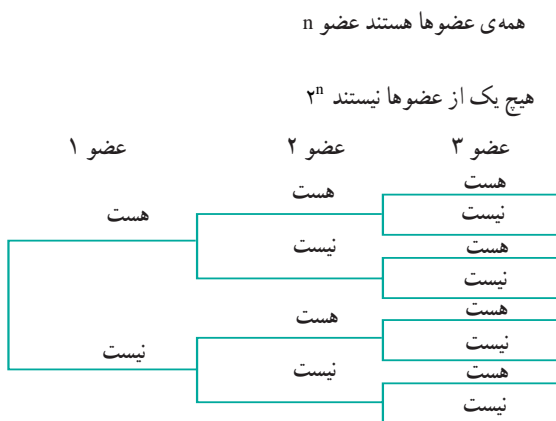


توجه کنید. اگر الگوهای آن‌ها اشتباه بود، طوری هدایتشان کنید که خود نقص‌ها و اشکالات الگو را بیابند.

تلفیق با رسم شکل:



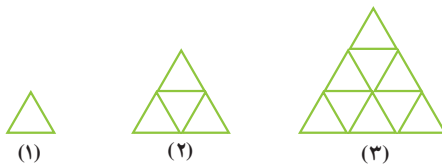
تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی n عضوی را با استفاده از رسم شکل و الگویابی به طور توانم می‌توان به صورت زیر به دست آورد. توضیح این روش در کلاس مفید است.



مسئله‌ی موازی:



۱- چند مثلث کوچک در شکل n ام هست؟



۲- مضرب‌های ۵ را در مبنای ۵ بنویسید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

با استفاده از نتیجه‌ای که مشاهده کرده‌اید، حدس بزنید اعدادی که، هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیرند، در مبنای ۶ چگونه هستند؟

آیا می‌توان گفت یکان اعداد فرد در مبنای ۲ حتماً برابر ۱ است؟

با طرح پرسش‌ها و راهنمایی به موقع دانش‌آموزان، گروه‌ها را در کشف پاسخ مسئله یاری دهید. هنگامی که همه به پاسخ دست یافتند، از یکی از گروه‌ها بخواهید حل مسئله را به تفکیک مراحل چهارگانه‌ی آن روی تخته بنویسند. سپس، دیگر گروه‌ها نظریاتشان را درباره‌ی راه حل ارائه شده روی تخته بیان کنند و در صورت لزوم، آن را اصلاح نمایند.

هدف این مسئله، کشف الگوی عددی جدول است. ردیف مربوط به تعداد اعضا، یکی یکی اضافه شده و عددی ردیف پایین آن هر بار دو برابر شده‌اند. با کشف این الگو می‌توان عددی ۸ و ۱۶ را پیدا کرد. برای مشخص کردن الگو می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت:

$$\text{تعداد اعضا} = 2^n \text{ تعداد زیر مجموعه‌ها}$$

دانش‌آموزان در راهبرد جدول نظام‌دار با نحوه‌ی نوشتن همه‌ی زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی n عضوی آشنا شده‌اند؛ لذا می‌توانند قسمت بازگشت به عقب را انجام دهند.

سپس، از دانش‌آموزان بخواهید با هم‌فکری در گروه به حل مسئله‌ی دوم بپردازند. با توجه به این که مسئله کمی مشکل به نظر می‌رسد، از آن‌ها بخواهید در قسمت فهمیدن مسئله اندکی تأمل کنند. شما نیز می‌توانید با طرح چند پرسش، آن‌ها را یاری دهید؛ مثلاً از آن‌ها بپرسید: دنباله‌ی $2, 4, 8, 16, \dots$ چه دنباله‌ای است؟ عضو بعدی آن چه عددی است؟ دنباله‌ی $5, 25, 125, \dots$ چه طور؟

در قسمت بازگشت به عقب نیز آن‌ها را کمک کنید تا دنباله‌ای را که باید در مبنای ۳ بررسی کنند، بیابند. البته بچه‌ها می‌توانند در این قسمت به صورت معکوس عمل کنند؛ یعنی، دنباله‌ی $3, 10, 30, 100, 300, 1000, \dots$ را به مبنای ۱۰ ببرند و مشاهده کنند که دنباله‌ی توان‌های عدد ۳ به دست می‌آید.

هدف اصلی این مسئله کشف الگوست. این امکان وجود دارد که دانش‌آموزان الگوها و روابطی را کشف کنند که معلمان پیش‌بینی نکرده‌اند؛ لذا با حوصله به صحبت‌های دانش‌آموزان

حالتی است که از ارقام بزرگ از مبنا یا مساوی با آن نباشد.

تلفیق با سایر دروس:



با طرح پرسش‌هایی مانند: کدام یک از اعداد $3(10^3)$, $3(10^4)$, $3(10^5)$ مربع کامل‌اند یا مثلاً عدد 2^5 در مبنای ۲ چگونه نوشته می‌شود یا 3^4 در مبنای ۳، و ایجاد بحث در کلاس می‌توان بین مبحث توان و مبنا رابطه‌هایی را به وجود آورد.

توسعه:



- ۱- امکان جمع و تفریق بدون تبدیل مبنا به 10 ، مسیر مناسبی برای توسعه‌ی این درس است.
- ۲- تشکیل جدول ضرب در مبناهای گوناگون نیز سؤال جالبی برای دانش‌آموزان علاقه‌مند است.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



دانش‌آموزان در طول درس برای پاسخ‌گویی به پرسش‌های مفهومی می‌توانند از ماشین حساب استفاده کنند.

فعالیت خارج از کلاس:



- ۱- از دانش‌آموزان بخواهید در مورد حافظه‌ی رایانه و نحوه‌ی ذخیره‌سازی اطلاعات تحقیق کنند و گزارش آن را در جلسات بعد به کلاس ارائه دهند.
- ۲- از دانش‌آموزان بخواهید دستگاه نمایش اعداد را به کمک لامپ، سیم و باتری بسازند و به کلاس بیاورند.

فعالیت موازی:



بازی کشف روز تولد را در کلاس انجام دهید: از دانش‌آموزان بخواهید ستون‌هایی را که روز تولد آن‌ها در آن نوشته شده است، اعلام کنند و شما با جمع کردن عددهای اول هر ستون، عدد روز تولد آن‌ها را پیدا کنید. همان‌طور که می‌دانید، این جدول نمایش اعداد ۱ تا ۳۱ در مبنای ۲ است؛ برای نمونه، عدد $2(1110) = 14$. پس در ستون‌های B، C و D، عدد ۱۴ حضور دارد و در بقیه نیست.

E	D	C	B	A
۱۶	۸	۴	۲	۱
۱۷	۹	۵	۳	۳
۱۸	۱۰	۶	۶	۵
۱۹	۱۱	۷	۷	۷
۲۰	۱۲	۱۲	۱۰	۹
۲۱	۱۳	۱۳	۱۱	۱۱
۲۲	۱۴	۱۴	۱۴	۱۳
۲۳	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵
۲۴	۲۴	۲۰	۱۸	۱۷
۲۵	۲۵	۲۱	۱۹	۱۹
۲۶	۲۶	۲۲	۲۲	۲۱
۲۷	۲۷	۲۳	۲۳	۲۳
۲۸	۲۸	۲۸	۲۶	۲۵
۲۹	۲۹	۲۹	۲۷	۲۷
۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۲۹
۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱

روش کشیدن رسم

– روش کشیدن رسم را به شرح زیر برای دانش آموزان

توضیح دهید :

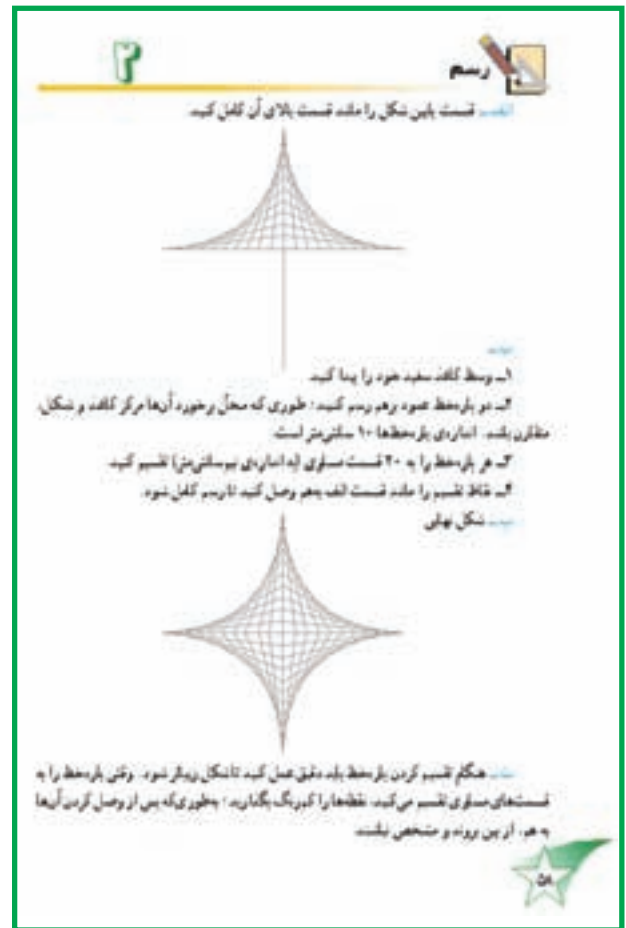
(۱) می خواهیم وسط صفحه را پیدا کنیم ؛ چه راه حلی پیشنهاد می کنید؟ کدام روش بهتر است : کشیدن قطرهای بزرگ یا عمود منصف ضلع های برگه؟ این قبیل سؤال ها علاوه بر یادآوری روش رسم، باعث فعال شدن دانش آموزان در کلاس نیز خواهد شد.

(۲) دو پاره خط عمود بر هم به طول 10 cm رسم کنید ؛ به طوری که محل برخورد آن ها همان مرکز باشد و پاره خط ها موازی اضلاع برگه باشند.

(۳) پاره خط ها را به قسمت های مساوی نیم سانتی متری تقسیم کنید ؛ نشانه های علامت گذاری باید بسیار کوچک باشند ؛ چون در پایان رسم قابل پاک شدن نیستند.

(۴) نقطه ی ابتدایی را به نقطه ی انتهایی پاره خط کناری وصل کنید و به ترتیب، نقطه های بعدی را ادامه دهید.

(۵) شکل نهایی را به دانش آموزان نشان دهید و از آن ها بخواهید مشابه آن را رسم کنند.



نکات مهم رسم

۱– نکته ی اصلی این رسم، یافتن نظم و الگوی آن است ؛ بنابراین، بررسی این قسمت را در کلاس به طور جدی پی گیری کنید.

۲– روش کشیدن این رسم، قابلیت توسعه به طرح ها و شکل های جدید را دارد. از دانش آموزان بخواهید طرح های جدید خود را به کلاس ارائه دهند.

۳– کوچک بودن نقاط نشانه گذاری در زیبایی این رسم، بسیار مؤثر خواهد بود.

۴– یکسان بودن خطوط نیز باعث زیبایی رسم می شود.



رسم

دانش آموزان با داشتن روش کلی ترسیم و خلاقیت فردی می توانند رسم هایی مشابه این رسم را بکشند. این موضوع را می توانید در کلاس به مسابقه بگذارید.

شروع کنید:



از دانش آموزان بخواهید با توجه به الگوی موجود در قسمت بالای شکل، قسمت پایین را کامل کنند. شکل های کامل شده ی دانش آموزان را کنترل کنید. پس از این که مطمئن شدید همه ی دانش آموزان الگو را کشف کرده اند، از آن ها بخواهید نکات مهم برای کشیدن این رسم را بیان کنند.