

## جذر

### موضوعات در یک نگاه

این بخش با معرفی مفهوم جذر و رابطه‌ی آن با مجذور آغاز می‌شود. ابتدا جذرهای دقیق (جذر عددهای مربع کامل) و جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم، مطرح می‌شود؛ سپس، در مورد نحوه‌ی محاسبه‌ی جذر تقریبی عددها و این‌که عددهای منفی جذر ندارند، توضیح داده می‌شود. راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب نیز روشی را برای محاسبه‌ی جذر تقریبی عددها پیشنهاد می‌کند.

### اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- مفهوم جذر و ارتباط آن را با مجذور درک کند.
  - ۲- جذر عددهای مربع کامل را بیان کند.
  - ۳- مفهوم جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم را در محاسبه‌ی جذرهای دقیق به کار برد.
  - ۴- در مورد این‌که عددهای منفی جذر ندارند، توضیح دهد و استدلال کند.
  - ۵- جذر تقریبی عددها را تا یک رقم اعشار پیدا کند.
  - ۶- مراحل و دلایل محاسبه‌ی جذر تقریبی را توضیح دهد.
  - ۷- جذر تقریبی عددهای اعشاری کمتر از یک را با استفاده از جذر تقریبی و جذر حاصل ضرب به دست آورد.

### نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

– ماشین A جذر عددها را می‌گیرد؛ مثال:

$$9 \longrightarrow \boxed{A} \longrightarrow 3$$

ماشین B قسمت اعشاری عددها را حذف می‌کند؛ مثال:

$$3/5 \longrightarrow \boxed{B} \longrightarrow 3$$

قسمت‌های خالی را در شکل‌های زیر کامل کنید.

$$17 \longrightarrow \boxed{A} \longrightarrow \boxed{B} \longrightarrow$$

$$9 \longrightarrow \boxed{A} \longrightarrow \boxed{B} \longrightarrow \boxed{A} \longrightarrow$$

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
جذر مجدور مربع کامل	جدول توان دوم عددهای طبیعی تا ۲۵	انجام دادن فعالیت برای درک ضرورت جذر انجام دادن کار در کلاس برای پیدا کردن جذر عددهای مربع کامل	<ul style="list-style-type: none"> <li>مفهوم جذر و رابطی آن را با مجدور درک کند.</li> <li>جذر عددهای مربع کامل کمتر از ۵۰ را بیان کند.</li> <li>نماد جذر را به درستی به کار برد.</li> </ul>	مفهوم جذر رابطی جذر و مجدور	۵۹ ۶۰	مفهوم جذر
جذر حاصل ضرب جذر حاصل تقسیم	-	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام دادن فعالیت برای نتیجه‌گیری جذر حاصل ضرب</li> <li>انجام دادن فعالیت برای تعمیم آن به جذر حاصل تقسیم</li> <li>انجام دادن کار در کلاس برای به کار بردن مفاهیم یادشده در پیدا کردن جذر عددها</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>مفهوم جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم را درک کند.</li> <li>در محاسبه‌ی جذرها با جدا کردن جذرها در عبارتهای ضرب و تقسیم، مفهوم بالا را به کار برد.</li> <li>در مورد علت درست بودن جدا کردن جذر در مورد ضرب و تقسیم و اشتباه بودن آن در مورد جمع و تفریق توضیح دهد.</li> </ul>	جذر حاصل ضرب جذر حاصل تقسیم	۶۰ ۶۱ ۶۲	جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم
-	-	انجام دادن فعالیت برای بحث کلاسی در مورد جذر عددهای منفی	<ul style="list-style-type: none"> <li>بداند که اعداد منفی جذر ندارند.</li> <li>در مورد این که چرا عددهای منفی جذر ندارند، توضیح دهد و استدلال کند.</li> </ul>	جذر عددهای منفی	۶۲	عددهای منفی جذر ندارند؛
جذر تقریبی	-	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام دادن فعالیت برای درک روش محاسبه‌ی جذر تقریبی</li> <li>انجام دادن کار در کلاس برای تمرین روش محاسبه‌ی جذر تقریبی</li> <li>انجام دادن فعالیت برای پیدا کردن روش جذر تقریبی عددهای کمتر از ۱</li> <li>انجام دادن کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن جذر تقریبی عددهای کمتر از ۱</li> <li>انجام دادن فعالیت برای درک روش محاسبه‌ی جذر تقریبی عددهای که تا مربع کامل یک واحد فاصله کمتر دارند و مطالعه‌ی متن درس.</li> <li>انجام دادن کار در کلاس برای تمرین روش یادشده.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>مراحل و دلایل روش محاسبه‌ی جذر تقریبی را درک کند.</li> <li>روش یاد شده را برای پیدا کردن مقدار جذر تقریبی عددها به کار برد.</li> <li>جذر تقریبی عددهای کمتر از ۱ را به کمک جذر حاصل ضرب محاسبه کند.</li> <li>درک کند که چرا روش محاسبه‌ی جذر تقریبی برای عددهایی که تا مربع کامل، کمتر از یک واحد فاصله دارند، کارایی ندارد.</li> <li>روش محاسبه‌ی جذر تقریبی این عددها را درک کند و به کار برد.</li> </ul>	محاسبه‌ی جذر تقریبی	۶۲ ۶۳ ۶۴ ۶۵ ۶۶ ۶۷ ۷۰	محاسبه‌ی جذر تقریبی

## دانستنی‌هایی برای معلم

### جذر

ریاضی‌دانان میان دو رود، (بین‌النهرین) جدول‌های مفصلی تهیه کرده بودند که در آن‌ها، توان‌های مختلف عددها و جذر آن‌ها مشخص شده بود. یونانی‌ها که پس از ریاضی‌دانان میان دو رود آمدند، در مورد «جذر» مشکلاتی پیدا کردند. آنان، عددهای طبیعی و نسبت آن‌ها را می‌شناختند و گمان می‌کردند که هر پاره‌خط راستی را می‌توان با نسبت دو عدد طبیعی مشخص کرد. قضیه‌ی فیثاغورس، این گمان آن‌ها را به هم زد و معلوم کرد که به جز دو عدد طبیعی، عددهایی هم هستند که با نسبت دو عدد طبیعی قابل بیان نیستند. بنا بر قضیه‌ی فیثاغورس، قطر مربعی که ضلع‌هایی با طول واحد داشته باشد، برابر  $\sqrt{2}$  می‌شود ولی یونانی‌ها  $\sqrt{2}$  را نمی‌شناختند. آن‌ها که در آغاز، این مطلب را پنهان می‌کردند با

فاش شدن آن، چاره‌ای اندیشیدند و اعلام کردند: چیزهایی وجود دارد که با «عدد» قابل بیان نیستند؛ مثل قطر مربعی که ضلعی با طول واحد داشته باشد. این چیزها را «گنگ» نامیدند (که به زبان عربی «اصم» می‌شود) و در مقابل، به آن چیزهایی که با «عدد» قابل بیان‌اند، «گویا» یا «منطق» گفتند. دو اصطلاح «گنگ» و «گویا» تا امروز هم در زبان‌ها باقی مانده است.

ریاضی‌دانان ایرانی، مثل خوارزمی، کرجی و دیگران، از این سد گذشتند و برای نمونه، خیام، عدد را تا مرز عدد حقیقی، تعریف کرد. نخستین کسی که نشانه‌ی رادیکال را برای  $\sqrt{a}$  داد، رودلف آلمانی بود (سال ۱۵۲۷ میلادی). بعدها، در سال ۱۶۲۹ میلادی، آلبرت ژیرار (۱۶۳۲ – ۱۵۹۵ میلادی) نماد  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  را برای هر ریشگی دلخواه به کار برد.

### یادداشت معلم

محاسبه‌ی آن و نمایش یک کاربرد از مفهوم جذر است.

## توصیه‌های آموزشی:

۱- سعی کنید در برخورد دانش‌آموزان با این مسئله، مراحل مختلف حل مسئله بررسی شود. از دانش‌آموزان داوطلب بخواهید مسئله را برای کلاس توضیح دهند؛ مرحله‌ی فهمیدن مسئله را در کلاس به صورت جدی اجرا کنید.

۲- اندازه‌ی سنگ مرمریک اطلاع اضافی در مسئله است. پس از حل مسئله‌ی اصلی، می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید که به کمک رسم شکل یا هر راهبرد دیگر، تعداد سنگ‌های مرمر را پیدا کنند.

## آموزش دهید:

کلمات جذر، مجذور و رادیکال، واژه‌های جدیدی هستند که در این بخش باید در کلاس مطرح شوند؛ بنابراین، ابتدا آن‌ها را به صورت شفاهی توضیح دهید و علامت  $\sqrt{\quad}$  را در کلاس معرفی کنید. در مورد رابطه‌ی جذر و مجذور توضیح دهید و جذر چند مربع کامل را از دانش‌آموزان سؤال کنید. در گفته‌های خود، هر بار به مفهوم جذر اشاره کنید تا در ذهن دانش‌آموزان نقش ببندد.

سپس، با طرح چند پرسش ساده مطمئن شوید که دانش‌آموزان معنای این کلمات را درک کرده‌اند، آن‌گاه، متن درس را بخوانید و از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به دقت حل کنند.

## هدف کار در کلاس:

هدف تمرین ۱، بررسی رابطه‌ی بین جذر و مجذور، تمرین ۲، استفاده از نماد رادیکال و تمرین ۳، حل یک مسئله‌ی کاربردی درباره‌ی مفهوم جذر است.

## اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

در کلاس، تفاوت معنای جذر و مجذور را مورد تأکید قرار دهید. این موضوع یکی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان به شمار می‌آید. از دانش‌آموزان بخواهید جذر و مجذور را با علائم ریاضی برای اعدادی مثل ۴ و ۹ نشان دهند.

**جذر**

**مفهوم جذر**

**فعالیت**

یک شرکت برای محوطه‌سازی سنگ‌های مرمر در اندازه‌ی  $25 \times 25$  سانتی‌متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۹ مترمربع سنگ به شرکت ساختمانی فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که با این سنگ‌ها می‌توان ساخت، چند متر است؟

می‌دانیم  $9 = 3^2$  است. عدد ۹ را مجذور ۳ می‌نامیم. مجذور هر عدد، توان دوم آن عدد است؛ مثلاً مجذور ۲،  $2^2$  یعنی ۴ است. مجذور ۵ چیست؟ مجذور ۲ چیست؟

عدد ۴۹ مجذور عدد ۷ است. عدد ۷ جذر ۴۹ است. جذر ۴ عدد ۲ است. جذر ۲۵ عدد ۵ است. جذر ۲۹ را به صورت  $\sqrt{29}$  هم نمایش می‌دهیم و آن را می‌خوانیم رادیکال ۲۹. پس  $\sqrt{49} = 7$

## مفهوم جذر

## ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک الگویابی، دنباله‌ی عددی زیر را ادامه دهند؛ سپس آن را روی تخته بنویسید. اجازه دهید تا دنباله به یک عدد چهار رقمی برسد. آن‌گاه از بچه‌ها بپرسید که مثلاً عدد ۴۸۴ جمله‌ی چندم است. از آن‌ها بخواهید نظم‌های موجود را پیدا کنند.

۱، ۴، ۹، ۱۶، ...

## شروع کنید:

پس از جمع‌بندی سؤال اول کلاس، از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت این قسمت را به دقت بخوانند و آن را انجام دهند.

## هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، ایجاد احساس نیاز به مفهوم جذر و



## فعالیت موازی:

یک نوار  $1 \times 49 \text{ cm}$  به دانش‌آموزان بدهید و از آن‌ها بخواهید با بریدن نوار و کنار هم قرار دادن تکه‌های آن، یک مربع با ضلع عدد طبیعی درست کنند. توجه داشته باشید که تکه‌ها نباید هم‌پوشانی داشته باشند. طول ضلع مربع را اندازه بگیرید؛ سپس از دانش‌آموزان پرسید: با یک نوار  $1 \times 81 \text{ cm}$  چه مربعی می‌توان ساخت؟



## توسعه:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک درس و آزمایش و الگویابی، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورند.  
 $\sqrt{400}$  ,  $\sqrt{10000}$  ,  $\sqrt{9000000}$  , ...



## استفاده از ابزار و تکنولوژی:

۱- از دانش‌آموزان بخواهید با حدس و آزمایش و به کمک کلیدهای ماشین حساب، جذر اعداد مختلف را پیدا کنند. لازم است ابتدا کلید  $\sqrt{\quad}$  را به آن‌ها معرفی کنید. توجه داشته باشید که در برخی از انواع ماشین حساب، ابتدا باید کلید  $\sqrt{\quad}$  را فشار دهید؛ سپس، عدد را وارد کنید اما در بعضی، این کار برعکس انجام می‌شود.

۲- از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب، بزرگ‌ترین مربع کامل ۵ رقمی و ۴ رقمی را پیدا کنند. در مورد نحوه‌ی محاسبه و مسیر فکری دانش‌آموزان در کلاس بحث کنید. این مسئله می‌تواند راه‌حل‌های متفاوتی داشته باشد.



## فعالیت خارج از کلاس:

۱- از دانش‌آموزان بخواهید در مورد ریشه‌ی کلمه‌ی رادیکال و این که این کلمه از چه زمانی و ابتدا توسط چه کسی به کار رفته است، تحقیق کنند.

۲- از دانش‌آموزان بخواهید جدولی تهیه کنند؛ اعداد مربع کامل را در آن جدول بنویسند و آن را حداقل تا  $20^2$  ادامه دهند. یک نمونه‌ی زیبا را از میان آن‌ها انتخاب کرده و در کلاس نصب کنید.

کار در کلاس

۱- نوارهای زیر را تقسیم کنید.

۲- نوارهای زیر را تقسیم کنید.

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$\sqrt{400} = 20$	$\sqrt{10000} = 100$
$\sqrt{9000000} = 3000$	$\sqrt{1600} = 40$
$\sqrt{2500} = 50$	$\sqrt{6400} = 80$
$\sqrt{8100} = 90$	$\sqrt{14400} = 120$
$\sqrt{4900} = 70$	$\sqrt{3600} = 60$

از مقایسه‌ی نوارهای بالا چه نتیجه می‌گیرید؟  
 نتیجه‌ی خود را به صورت گلی نشان دهید.

جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم

فعالیت

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = 10$	$\sqrt{36 \times 9} = \sqrt{324} = 18$
$\sqrt{4 \times 49} = \sqrt{196} = 14$	$\sqrt{36 \times 16} = \sqrt{576} = 24$
$\sqrt{4 \times 81} = \sqrt{324} = 18$	$\sqrt{36 \times 36} = \sqrt{1296} = 36$
$\sqrt{4 \times 100} = \sqrt{400} = 20$	$\sqrt{36 \times 100} = \sqrt{3600} = 60$
$\sqrt{4 \times 144} = \sqrt{576} = 24$	$\sqrt{36 \times 144} = \sqrt{5184} = 72$

از مقایسه‌ی نوارهای بالا چه نتیجه می‌گیرید؟  
 نتیجه‌ی خود را به صورت گلی نشان دهید.

جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم

## جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم



## ایجاد انگیزه کنید:

روی تخته، عبارت  $\sqrt{3025}$  را بنویسید و از دانش‌آموزان بخواهید که پاسخ را حدس بزنند.



## شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت صفحه‌ی ۶۰ کتاب را انجام دهند و یک قانون عمومی پیدا کنند.



## هدف فعالیت:

هدف اصلی این فعالیت، ایجاد فضایی مناسب برای کشف قانون برابری حاصل ضرب جذر با جذر حاصل ضرب است، به عبارت دیگر:  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ .

استفاده از اعداد مربع کامل هدایت کنید.

۲- مدت زمان انجام دادن این فعالیت - با توجه به تجربه‌ی فعالیت گذشته - نباید چندان زیاد باشد.

**ادامه دهید:**



از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به دقت انجام دهند. قبل از شروع کار، دو قانون کشف شده در فعالیت‌های گذشته را از زبان دانش‌آموزان در کلاس بررسی کنید و از آن‌ها بخواهید در حل تمرین‌های این کار در کلاس، به قانون‌های یاد شده توجه داشته باشند و از آن‌ها استفاده کنند.

**هدف کار در کلاس:**



سؤال ۱ با هدف به کار بردن دو قانون به دست آمده، طراحی شده است و هدف پرسش‌های ۲، ۳ و ۴ شروع محاسبه‌ی جذر کامل اعداد اعشاری است. در سؤال ۲، ضمن یادآوری رابطه‌ی جذر و توان حاصل  $\sqrt{0.1} = \sqrt{1/10}$  که بیشترین کاربرد را در محاسبه‌ی جذر اعشاری دارد، مشخص می‌کند.

در سؤال ۳، دو راه برای محاسبه‌ی جذرهای کامل اعشاری پیشنهاد می‌شود؛ به عبارت دیگر، دانش‌آموز می‌تواند عدد  $16/100$  را با قانون ضرب به  $16 \times 100/100$  تبدیل کند یا جذر  $16/100$  را با قانون تقسیم محاسبه نماید.

**توصیه‌های آموزشی:**



۱- حل کردن سؤال‌های ۳ و ۴ کار در کلاس و گفت‌وگو درباره‌ی آن‌ها بسیار مهم است؛ زیرا در زیر عنوان محاسبه‌ی تقریبی جذر، دانستن این تمرین‌ها نقش تعیین کننده‌ای دارد. لذا پیشنهاد می‌شود پس از جواب دادن به این پرسش‌ها مطمئن شوید که دانش‌آموزان آن‌ها را درک کرده‌اند.

۲- از دانش‌آموزان بخواهید بین تعداد اعشار عدد و توان اعشار جذر آن، رابطه‌ای پیدا کنند. دانستن این رابطه، در بازگشت به عقب و کنترل جواب مؤثر خواهد بود.

۳- از دانش‌آموزان بخواهید حتماً جذر اعداد مربع کامل  $100$  و کمتر از آن را بدون محاسبه و به صورت ذهنی بیان کنند.

برای یافتن جذر حاصل ضرب دو عدد، می‌توانید از جذر آن دو عدد استفاده کنید.

به حاصل ضرب  $2 \times 9 = 18$  توجه کنید. می‌دانیم که:

$$4 \times 9 = (2 \times 3)^2$$

پس، می‌توانیم بنویسیم:

$$\sqrt{4 \times 9} = 2 \times 3$$

چون ۴ جذر ۲ است و ۹ جذر ۳، بنابراین:

$$\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{4} \times \sqrt{9}$$

به همین ترتیب، برای یافتن جذر  $25 \times 36$  می‌توانید به صورت زیر عمل کنید.

$$\sqrt{25 \times 36} = \sqrt{25} \times \sqrt{36} = 5 \times 6 = 30$$

**فعالیت**

آیا نتایجی را که در جذر حاصل ضرب به دست آمد، برای حاصل تقسیم نیز می‌توان به کار برد؟ چرا؟ در این مورد در کلاس گفت‌وگو کنید.

**کار در کلاس**

۱- جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{9 \times 25} = 3 \times 5 = 15 \quad \sqrt{9 \times 81} = 3 \times 9 = 27$$

$$\sqrt{16 \times 4} = 4 \times 2 = 8 \quad \sqrt{100 \times 16} = 10 \times 4 = 40$$

$$\sqrt{25} = 5 \quad \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

۲- تساوی‌های زیر را کشف کنید.

$$(\sqrt{10})^2 = 10 \quad \sqrt{100} = 10$$

۳- با توجه به تساوی  $10 \times 16 = 160$  و  $10 \times 16 = 160$  جذر  $160$  را حساب کنید.

$$\sqrt{160} = \sqrt{10 \times 16} = \sqrt{10} \times \sqrt{16} = \sqrt{10} \times 4 = 4\sqrt{10}$$

$$\sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

**نکته**

**ادامه دهید:**



پس از این که همه‌ی گروه‌ها فعالیت را انجام دادند، از یکی از آن‌ها بخواهید قانون کشف شده را برای کلاس توضیح دهند، این کار را با چند گروه دیگر انجام دهید و سپس، متن درس را به کمک دانش‌آموزان بخوانید و توضیح دهید. آن‌گاه، از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت بعدی را انجام دهند.

**هدف فعالیت:**



هدف این فعالیت، تجربه‌ی تساوی  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  است.

انتخاب  $a$  و  $b$  توسط گروه‌ها نیز خود بخشی از فعالیت

محسوب می‌شود.

**توصیه‌های آموزشی:**



۱- هنگام انجام دادن این فعالیت، دانش‌آموزان را به



## فعالیت موازی:

در فعالیت دوم این بخش، انتخاب اعداد برای بررسی قانون تقسیم به عهده‌ی دانش‌آموزان گذاشته شده است. شما می‌توانید این فعالیت را بدین صورت در کلاس طرح کنید:

$$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\quad}{\quad} =$$

اگر دانش‌آموزان آمادگی استفاده از ماشین حساب را دارند، می‌توانند مثال‌های دیگر را نیز به کمک ماشین حساب حل کنند.



## توسعه:

۱- پیشنهاد می‌شود قانون‌های به‌دست آمده برای حاصل ضرب و حاصل تقسیم را با طرح فعالیت توسط دانش‌آموزان برای حاصل جمع و حاصل تفریق امتحان کنید تا شبیه‌ی ایجادشده در ذهن دانش‌آموزان برطرف شود.

۲- با طرح پرسش‌هایی مانند نمونه‌ی زیر، درباره‌ی این که «جذر عدد در صورتی که بزرگتر از واحد باشد، از آن کوچک‌تر و در صورتی که عدد کوچک‌تر از واحد باشد، از آن بزرگ‌تر است» در کلاس بحث کنید.

$$\sqrt{0.04} \bigcirc 0.04 \qquad \sqrt{400} \bigcirc 400$$

$$\sqrt{0.0025} \bigcirc 0.0025 \qquad \sqrt{2500} \bigcirc 2500$$

۳- با طرح فعالیت، می‌توانید رابطه‌ی بین تعداد اعشار عدد و جذر آن را از دانش‌آموزان بپرسید.



## تلفیق با سایر دروس:

نتایج فعالیت‌ها را در قالب دو جمله‌ی:

جذر حاصل ضرب دو عدد = حاصل ضرب جذر دو عدد  
جذر حاصل تقسیم دو عدد = حاصل تقسیم جذر دو عدد  
خلاصه کنید؛ سپس، از دانش‌آموزان بپرسید: آیا همیشه در همه‌ی جمله‌ها می‌توان با جابه‌جایی دو کلمه، به ترکیبی جدید اما هم‌معنی با جمله‌ی قبل رسید؟ نظرهای مخالف و موافق را با ذکر مثال بررسی کنید.

۳- جذرهای زیر را حساب کنید:

$$\sqrt{16} = \quad \sqrt{25} = \quad \sqrt{36} = \quad \sqrt{49} =$$

۴- جذرهای منفی جذر ندارند.

فعالیت

با توجه به جدول ضرب علامت‌ها، مجذور هر عدد مثبت، عددی مثبت و مجذور هر عدد منفی هم عددی مثبت است؛ مثلاً:

$$5^2 = 25 \qquad (-5)^2 = 25$$

عدد ۲۵ دو جذر دارد، یکی ۵ و دیگری -۵.  
دیدیم که مجذور هر عدد مثبت یا منفی، عددی مثبت است. پس، عددی که مجذور آن منفی باشد وجود ندارد؛ یعنی: **اعداد منفی جذر ندارند.**

محاسبه‌ی جذر تقریبی

فعالیت

می‌توانیم جذر تقریبی ۳۶ را بدست آوریم.  
می‌توانیم فرض کنیم ۳۶ مساحت یک مربع است و طول ضلع این مربع را



## استفاده از ابزار و تکنولوژی:

هنگام انجام دادن فعالیت‌های این زیر عنوان، می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید قوانین به‌دست آمده را به کمک ماشین حساب برای اعداد بزرگ‌تر بررسی کنند.

## عددهای منفی جذر ندارند؛



## ایجاد انگیزه کنید:

یک ماشین حساب (ترجیحاً با صفحه‌ی نمایش بزرگ) را با خود به کلاس ببرید و از دانش‌آموزان بخواهید پیش از ماشین حساب به سؤال‌ها جواب دهند. شما یک سؤال را با صدای بلند مطرح کنید و خود به کمک ماشین حساب به آن پاسخ دهید. از دانش‌آموزان نیز بخواهید که به‌طور ذهنی به آن جواب دهند. پرسش‌ها درباره‌ی پیدا کردن جذرهای  $\sqrt{100}$ ،  $\sqrt{25}$ ،  $\sqrt{64}$ ،





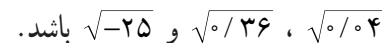
## اشتباهات رایج دانش آموزان:

## استفاده از ابزار و تکنولوژی:

## محاسبه ی جذر تقریبی

## ایجاد انگیزه کنید:

۱۲۱



## هدف فعالیت:

## نوصیه‌هایی برای انجام دادن فعالیت:

نظریات مخالف و موافق دانش‌آموزان را بشنوید و خود به عنوان مجری، کلاس را به سمت نظر به‌ی‌درست هدایت کنید.



۳- از دانش‌آموزان بخواهید به کمک حدس و آزمایش، نزدیک‌ترین جواب را برای جذر عدد ۳۱، پیدا کنند.

**شروع کنید:**



کلاس را گروه‌بندی کنید و از هر گروه بخواهید فعالیت را به دقت بخوانند و به پرسش‌های آن پاسخ دهند.

**هدف فعالیت:**



هدف این فعالیت، درک مراحل و دلایل روش محاسبه‌ی جذر تقریبی است. دانش‌آموزان ضمن مطالعه‌ی متن و پاسخ‌دادن به پرسش‌ها، دلایل کاربرد روش محاسبه را درک می‌کنند و آن را آگاهانه به کار می‌گیرند.

**توصیه‌های آموزشی:**



۱- این فعالیت دشوار است و نباید انتظار داشته باشیم که همه‌ی دانش‌آموزان بتوانند به تمام قسمت‌های آن پاسخ دهند. امیدواریم در جریان کار گروهی و تعاملی، تعداد جواب‌های درست افزایش یابد.

۲- انجام‌دادن این فعالیت به همراهی معلم با گروه‌های دانش‌آموزان نیاز دارد.

**ادامه دهید:**



از گروه‌ها بخواهید توضیحات متن کتاب را بخوانند و روش نوشتن محاسبه‌ی جذر تقریبی را با توجه به نمونه‌ی حل شده و شکل‌ها پیدا کنند و توضیح دهند که چه رابطه‌ای بین عملیات و شکل‌ها وجود دارد.

**آموزش دهید:**



پس از بحث اولیه در مورد شکل و نحوه‌ی محاسبه، مراحل روش جذرگیری را به طور کامل روی تخته توضیح دهید و رابطه‌ی آن را با شکل نیز روشن کنید.

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که دو برابر شدن عدد صحیح جواب به علت طول مستطیل سفید و تقریبی بودن آن به خاطر صرف‌نظر کردن از مربع کوچک سفید رنگ است.

کار دو کلاس

مقدار تقریبی هر یک از جذرهای زیر را حساب کنید.

الف)  $\sqrt{58} \approx 7.6$

ب)  $\sqrt{58} \approx 7.61$

سپس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به دقت حل کنند.

**هدف کار در کلاس:**



تمرین «الف» و «ب» با هدف تثبیت نحوه‌ی نوشتن مراحل جذرگیری طراحی شده است و هدف از طرح بقیه‌ی تمرین‌ها این است که دانش‌آموزان بتوانند این مراحل را اجرا کنند. در بررسی این تمرین‌ها، از دانش‌آموزان بخواهید به نکات زیر توجه کنند.

۱- با امتحان جذر خود، مقدار تقریبی بودن جواب را بیابند؛ یا به عبارت دیگر، جواب به دست آمده را در خودش ضرب و با عدد اولیه مقایسه کنند.

۲- با مقایسه‌ی اختلاف بین عدد اولیه و جذر آن - به ویژه در چهار تمرین آخر - رابطه‌ی این اختلاف را کشف کنند.

آمادگی کلاس، می‌توانید از خود دانش‌آموزان هم کمک بگیرید. در ادامه، از آنها بخواهید کار در کلاس را انجام دهند. توجه داشته باشید که  $\sqrt{0/31}$  یکی از تمرین‌های این کار در کلاس است؛ بنابراین، در شروع این آموزش لازم نیست به سؤال‌های فعالیت قبلی پاسخ دهید تا این که دانش‌آموزان خود به اشتباهات احتمالی خویش پی ببرند.

### توصیه‌های آموزشی:

در حل تمرین‌های این قسمت به موارد زیر توجه کنید.

۱- تمرین ۱ با هدف بررسی مفهوم جذر و تمرین ۲ با هدف بررسی قوانین جذر حاصل ضرب و جذر حاصل تقسیم طرح شده است. هدف از تمرین ۳ نیز اجرای مراحل محاسبه‌ی تقریبی و ترکیب آن با قوانین جذر حاصل ضرب است.

۲- از این تمرین‌ها می‌توان به عنوان روشی برای ارزش‌یابی کلاس استفاده کرد. هنگام بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان، با بررسی تعداد پاسخ‌های درست یا نادرست، میزان یادگیری کلاس را نتیجه‌گیری کنید.

### ادامه دهید:

بدون توضیح، از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت بعدی را انجام دهند.

### هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، اجرای روش آموزش داده شده بر روی عددهایی است که، کمتر از یک واحد از مربع کامل فاصله دارند و نیز ایجاد مشکل برای دانش‌آموزان در جهت احساس نیاز به روشی دیگر در محاسبه‌ی جذر این اعداد است.

### توصیه‌های آموزشی:

۱- به دانش‌آموزان اجازه دهید که در مورد جواب‌های خود با دیگران در کلاس گفت‌وگو کنند.

۲- هدف این فعالیت، نه درست حل کردن بلکه برخورد کردن با مشکل است.

۳- اگر کسی به جواب رسید، از او بخواهید دیگران را نیز توجیه کند تا اشتباهات موجود در محاسبه‌ی آن‌ها کشف شود.

### ادامه دهید:

پس از حصول اطمینان از یادگیری دانش‌آموزان، با ذکر چند مثال جذرگیری حاصل جذر، به ویژه برای اعداد اعشاری مثل  $0/36$ ،  $0/49$  و ...، را یادآوری کنید؛ سپس، از آن‌ها بخواهید با توجه به مطالب جدید گفته شده، مقدار تقریبی جذر  $0/31$  را محاسبه کنند. توجه داشته باشید که این سؤال، همان فعالیت بعدی است اما از آن‌جا که به دلیل محدودیت‌های صفحه‌آرایی پاسخ مشابه آن در همان صفحه موجود است، بهتر است بدون مراجعه به کتاب در کلاس طرح شود.

### آموزش دهید:

پس از اعلام نظرهای اولیه و بدون ارائه‌ی پاسخ کامل برای  $\sqrt{0/31}$ ، نحوه‌ی محاسبه‌ی تقریبی  $\sqrt{0/39}$  را از روی کتاب یا روی تخته برای دانش‌آموزان توضیح دهید. در صورت

۴- از دانش‌آموزان بخواهید اعداد دیگری مشابه ۴۸ و ۳۵ پیدا کنند.

۵- از دانش‌آموزان بخواهید این فعالیت را در دفتر خود انجام دهند؛ چون توضیحات این صفحه‌ی کتاب، ذهن آن‌ها را جهت می‌دهد و همین امر باعث دور شدن از هدف فعالیت می‌شود.



پس از بحث اولیه در مورد فعالیت طرح شده روی تخته، جذر عدد ۴۸ را با استفاده از روش قبلی محاسبه کنید (در این قسمت می‌توانید از دانش‌آموزان کمک بگیرید). پس از کسب اطمینان از نیاز دانش‌آموزان به روشی دیگر، آن روش را کاملاً توضیح دهید.

سؤال طرح شده در پایان این توضیحات را می‌توانید به عنوان یک فعالیت خارج از کلاس برای دانش‌آموزان طرح کنید. از دانش‌آموزان بخواهید برای روش بررسی شده شکلی مشابه شکل صفحه‌ی ۶۴ رسم کنند و رابطه‌ی بین آن‌ها را توضیح دهند. (این فعالیت در صورت آمادگی کلاس انجام شود.)

همچنین، از دانش‌آموزان بخواهید شکل مربوط به روش قبل را برای این اعداد رسم کنند و به کمک آن توضیح دهند که چرا این روش برای این اعداد قابل اجرا نیست. دانش‌آموزان می‌توانند پاسخ را به این صورت بیان کنند:

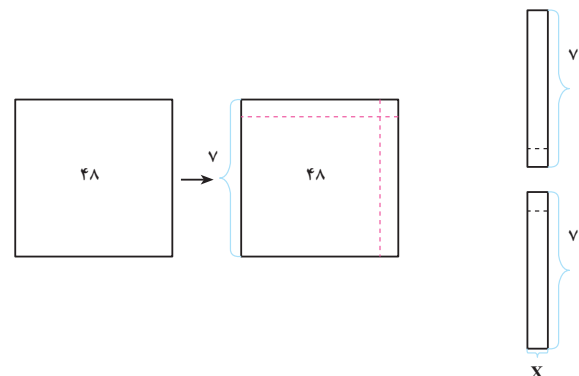
را یاد گرفته‌اند، از آنان بخواهید کار در کلاس این قسمت را در دفتر خود پاسخ دهند.

### هدف کار در کلاس:

هدف این کار در کلاس، تمرین روش محاسبه‌ی جذر تقریبی برای عددهایی است که با مربع کامل، کمتر از یک واحد فاصله دارند.

### استفاده از ابزار و تکنولوژی:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب بین بزرگی و کوچکی جواب جذر یک عدد و خود آن عدد، رابطه‌ای پیدا کنند؛ به عبارت دیگر، مشخص کنند که در چه حالتی حاصل جذر کوچک‌تر از خود عدد و در چه مواقعی بزرگ‌تر از آن می‌شود.



– در این جا، مربع کوچک دو بار محاسبه می‌شود و علت تقریبی بودن آن نیز همین است.

پس از کسب اطمینان از این که دانش‌آموزان روش جدید

اگر عددی یک واحد از یک مجذور کامل کوچکتر باشد، جذر آن را به صورت زیر حساب می‌کنیم.

جواب جذر به عدد ۷ خیلی نزدیکتر است؟ پس مقدار محاسبه شده را از آن کم می‌کنیم.

$$\sqrt{49} = 7 - 0.07 = 6.93$$

$$49 = 49 - 1 \quad 6.93 = \frac{49}{7.07}$$

آیا می‌توانید با استفاده از مربع و رسم شکل، درستی روش بالا را توضیح دهید؟

**کلاس در کلاس**

مقدار تقریبی هر یک از جنرهای زیر را حساب کنید.

$\sqrt{5}$	$2.23$	$\sqrt{11}$	$3.31$
$\sqrt{8}$	$2.82$	$\sqrt{35}$	$5.91$

**تمرین**

۱- مقدار تقریبی هر یک از جنرهای زیر را حساب کنید.

$\sqrt{5}$	$2.23$	$\sqrt{11}$	$3.31$	$\sqrt{14}$	$3.74$	$\sqrt{24}$	$4.89$
$\sqrt{6}$	$2.44$	$\sqrt{12}$	$3.46$	$\sqrt{15}$	$3.87$	$\sqrt{25}$	$5.00$

۲- از عددی دو یا جزو گرفته ایم و حاصلش عدد ۴ شده است. عدد مورد نظر را پیدا کنید.

۳- کدام عدد است که جذر آن با خود عدد برابر است؟

**حل مسئله**

اگر بتوانیم برای پاسخ یک مسئله حالت‌های مختلف و زیاد را در نظر بگیریم، باید به کمک دلائل منطقی و اطلاعات دیگر مسئله پاسخ‌های احتمالی را محدود کنیم تا به خاسته‌ای مسئله برسیم. پس، حذف حالت‌های نامطلوب ما را به خاسته‌ای مسئله لفظی باز می‌گرداند.

۱- دوست شما عدد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰ را در نظر گرفته است و شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر او را پیدا کنید. او به سؤالات فقط پاسخ بله یا خیر می‌گوید. چگونه می‌توانید عدد مورد نظر او را پیدا کنید؟

**نویسنده مسئله:** به مسئله را با بیان خود توضیح دهید.

۲- این مسئله را در فصل یا یکی از دوستانتان اجرا کنید.

**انتخاب را افراد:** عددی که دوست شما انتخاب می‌کند، یکی از ۹۹ عدد بین ۱ تا ۹۹۹ است. چقدر شما با سؤالاتی که مطرح می‌کنید باید ۹۸ حالت را حذف کنید تا به جواب دست یابید.

**حل مسئله:** به نظر شما کدام یک از این سؤالات ارزشمندتر است؟

ملاک ارزشمندی بودن سؤال چیست؟ **ن ک تعداد بیشتری از پاسخ‌های نامرست را حذف کند.**

- آیا عدد مورد نظر شما از ۹۹ بزرگتر است؟ **ارزشمند است.**
- آیا عدد مورد نظر شما ۵۵ است؟ **خیلی با ارزش نیست.**
- آیا عدد مورد نظر شما فرد است؟ **ارزشمند است.**

این بازی را با دوست خود انجام دهید. شما می‌توانید با طرح سؤالاتی مناسب بیشترین حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

**بازگشت به عقب:** آیا با طرح تعداد سؤال کمتر می‌توانستید عدد مورد نظر را پیدا کنید؟

۳- کدام سؤال شما مناسب نبود؟

## فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید مراحل مختلف محاسبه‌ی جذر یک عدد را مشابه فلوجارت صفحه‌ی ۷۱ طراحی کنند و به صورت پوستر به کلاس ارائه دهند. برای آنان توضیح دهید که مراحل مختلف تصمیم‌گیری برای انتخاب روش محاسبه باید در این نمودار دیده شود.

## توسعه:

- ۱- آیا می‌توان یک عدد اعشاری یافت که حاصل ضرب آن در خودش، یک عدد صحیح شود؟ بحث برای یافتن پاسخ این سؤال، مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مبحث است.
- ۲- تمرین حدس زدن جذر عددها به صورت ذهنی و پیدا کردن پاسخ تقریبی با راهبرد حذف حالت نامطلوب، مهم‌ترین مسیر توسعه‌ی این درس است.

## حل مسئله - حذف حالت‌های نامطلوب

### شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های دو نفره قرار گیرند؛ آن‌گاه در گروه، مسئله‌ی اول را با دقت بخوانند و با استفاده از توضیحات کتاب، مرحله به مرحله به حل آن بپردازند. از آن‌ها بخواهید پرسش‌هایی را که برای یافتن جواب به ذهنشان می‌رسد، یادداشت کنند (به صورت مختصر) تا بتوانند روند دست‌یابی به جواب را بررسی نمایند. در مرحله‌ی بازگشت به عقب، پرسش‌های نامناسب را با سؤال‌های مناسب‌تر جایگزین کنید.

### مشاهده کنید:

در مدتی که دانش‌آموزان به حل مسئله می‌پردازند، شما به فرایندی که طی می‌کنند، توجه کنید. آیا مسئله را با دقت خوانده‌اند و می‌توانند آن را توضیح دهند؟ آیا می‌توانند بازی را به راحتی

آغاز کنند؟ آیا پیش از طرح سؤال، فکر می کنند تا پرسش های بهتری به ذهنشان برسد؟ آیا رفته رفته سؤال های بهتری پیدا می کنند؟ آیا در هر دور بازی، از دور قبل ماهرتر می شوند؟

**ادامه دهید:**

پس از این که همه ی گروه ها چند بار مسئله را با عدد های مختلف مرور کردند، درباره ی پرسش های مناسب و نامناسب در کلاس گفت و گو کنید. دانش آموزان را یاری دهید تا دریابند که سؤال هایی مناسب ترند که با پاسخ دادن به آن ها حالت های بیشتری حذف می شود؛ مثلاً اگر پاسخ سؤال «آیا عدد مورد نظر شما ۵۴ است» منفی باشد، تنها یک حالت حذف شده است اما اگر پاسخ سؤال «آیا عدد مورد نظر شما فرد است» منفی یا مثبت باشد، ۵۰ حالت حذف می شود و رسیدن به جواب را تسهیل می کند.

**آموزش دهید:**

برای دانش آموزان توضیح دهید که با استفاده از این راهبرد جدید – یعنی راهبرد حذف حالت های نامطلوب – در مسائلی که حالت های مختلف و زیادی را شامل می شوند، می توان پاسخ های احتمالی را محدود کرد و آرام آرام به جواب مسئله نزدیک شد. برای آن ها شرح دهید که حذف حالت ها باید با دلایل منطقی و بنابر اطلاعات موجود در مسئله صورت گیرد تا جواب به دست آمده، درست باشد.

**ادامه دهید:**

از دانش آموزان بخواهید در گروه های خود قرار بگیرند و با استفاده از اطلاعات و توضیحات کتاب، به مطالعه و حل مسئله ی دوم بپردازند. در مرحله ی سوم – یعنی حل مسئله – دانش آموزان برای یافتن مجذور عددهای مورد بررسی، مجاز به استفاده از ماشین حساب اند. آن ها باید مجذور عدد مورد بررسی را با تقریب کوچک تر از ۱ گرد کرده و با ۵۱ مقایسه کنند. ممکن است هر گروه عددهای مختلفی را بررسی کند و به پاسخ درست دست یابد. برای بررسی درستی یا نادرستی پاسخ نیز دانش آموزان می توانند با استفاده از ماشین حساب، جذر ۱/۵۱ را بیابند. می توانید روش جذر گرفتن با استفاده از ماشین حساب را در کلاس توضیح دهید.

**حذف حالت های نامطلوب**

۳۱ حاصل جنر عدد ۵۱ را ناپاک رقم افشان چیست آورد این مرحله ی توان دوم دهگان

مقصد حذف استفاده کنید

**پیشین مسئله:** این مسئله در واقع از روی یک جدول برای پیدا کردن جواب جنر است. از روی خبری که در کلاس دوم راهمندی یاد گرفته اید، استفاده کنید.

**انتخاب راهبرد:** وقتی عدد ۴۰ بین ۴۹ و ۳۶ قرار دارد، جنر آن بین دو عدد ۶ و ۴ است. جواب جنر ۴۰ با بین ۶/۵ و ۴/۵ است با بین ۶/۵ و ۴/۵. به این ترتیب می توانیم با حذف کردن یکی از این دو گزینه به جواب جنر نزدیک شویم. پس راهبرد مناسب می تواند حذف حالت های نامطلوب باشد.

**حل مسئله:** برای منطقی کردن جواب مسئله از یک جدول استفاده می کنیم.

جنر عدد ۵۱ بزرگتر از ۷ است: چون  $7^2 = 49$  است.

جنر عدد ۵۱ کوچکتر از ۸ است: چون  $8^2 = 64$  است.

از جنس سوم متوجه می شویم که جواب جنر بین ۷ و ۷/۵ است. حالا باید فاصله ی ۷/۵ و ۷ را نصف کنیم. عدد ۷/۲ را در نظر می گیریم و بهین ترتیب کثر را ادامه می دهیم تا جواب جنر بدست آید.

جنر	توان دوم	بررسی
۷	۴۹	بزرگتر از ۷
۸	۶۴	کوچکتر از ۸
۷/۵	۵۶/۲۵	کوچکتر از ۷/۵
۷/۲	۵۱/۴	کوچکتر از ۷/۲
۷/۱	۵۰/۴۱	بزرگتر از ۷/۱

حدوداً ۷/۱

**برگشت به عقب:** با استفاده از روشی که در کلاس دوم راهمندی یاد گرفته اید با یک کمک مقصد حذف درستی جواب بدست آمده را بررسی کنید.

برای حذف حالت های نامطلوب باید دلائل منطقی داشته باشید. دلائل و روند فکر خود را برای حذف جواب های نادرست در مسئله امتحان کنید و توضیح دهید. این کار بخشی از راه حل مسئله است.

**توصیه های آموزشی:**

۱- از آن جا که این راهبرد در کلاس اول راهنمایی مطرح نشده است، توصیه می شود در آموزش آن دقت بیشتری به عمل آید و زمان زیادتری به آن اختصاص یابد.

۲- آموزش این راهبرد، دو هدف را دنبال می کند: ۱- این راهبرد کمک می کند تا از بین پاسخ های ممکن با توجه به اطلاعات و دلایل منطقی بتوان پاسخ های نادرست احتمالی را حذف کرد و به پاسخ صحیح رسید؛ ۲- دانش آموز یاد می گیرد که این راهبرد را در حل مسائل به کار برد. در به کار بردن این راهبرد، نصف کردن، یکی از راه های خوب است؛ برای مثال، در مسئله ی اول می توان فاصله ی ۱۰۰ را نصف کرد. آیا عدد، بین ۱۰ تا ۱۵۰ است؟ سپس، فاصله ی بعدی را نصف کرد؛ برای مثال، اگر پاسخ مثبت بود می گوئیم: «آیا عدد بین ۲۵ تا ۱۰۰ است» و به همین ترتیب، جلو می رویم.



حل مسئله

۱- چتر تقریبی عدد ۳۰۰ را به دست آورید. ۲۹۴

۲- علی دور تا دور یک مکتب را با گلفه رنگی پوشاند. او برای این کار از ۸۰ سانتی متر مربع گلفه رنگی استفاده کرد. اگر کاشته روی هر نیمه باشد، چتر مکتب را به طور تقریبی پیدا کنید. ۲/۸ یا ۲/۱

۳- یک شکر هشتی از ۳ مربع مسوی تشکیل شده است. بر این شکر، دو مربع باین و یک مربع روی دو مربع دیگر است. اگر مساحت کل شکر ۷۵ سانتی متر مربع باشد، محیط شکر را پیدا کنید. **مساحت مربع ۵۰** **محیط شکر ۸۰**  $8 \times 5 = 40$

۴- کشاورزی زمین خود را به نیت‌های زیر تقسیم کرده است.

گندم	۴۵۰ زمین	۶۷۵۰۰ متر مربع
جو	۳۷۰ زمین	۵۱۲۵۰ متر مربع
غرت	۱۷۰ زمین	۹۴۲۵۰ متر مربع

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بنو را حساب کنید.

مساحت‌های زمین برای مسئله ۳ با توجه به شکل و پرسش‌ها می‌تواند باشد.



سرگرمی و ریاضی

عدد

تقریب عدد چهار رقمی را به عبارت

این عدد را با یک عدد دیگر مقایسه کنید

عدد را بر جدول ۹ بنویسید

عدد چهار رقمی ۸ را به عبارت

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰

۲۱

۲۲

۲۳

۲۴

۲۵

۲۶

۲۷

۲۸

۲۹

۳۰

۳۱

۳۲

۳۳

۳۴

۳۵

۳۶

۳۷

۳۸

۳۹

۴۰

۴۱

۴۲

۴۳

۴۴

۴۵

۴۶

۴۷

۴۸

۴۹

۵۰

۵۱

۵۲

۵۳

۵۴

۵۵

۵۶

۵۷

۵۸

۵۹

۶۰

۶۱

۶۲

۶۳

۶۴

۶۵

۶۶

۶۷

۶۸

۶۹

۷۰

۷۱

۷۲

۷۳

۷۴

۷۵

۷۶

۷۷

۷۸

۷۹

۸۰

۸۱

۸۲

۸۳

۸۴

۸۵

۸۶

۸۷

۸۸

۸۹

۹۰

۹۱

۹۲

۹۳

۹۴

۹۵

۹۶

۹۷

۹۸

۹۹

۱۰۰

۱۰۱

۱۰۲

۱۰۳

۱۰۴

۱۰۵

۱۰۶

۱۰۷

۱۰۸

۱۰۹

۱۱۰

۱۱۱

۱۱۲

۱۱۳

۱۱۴

۱۱۵

۱۱۶

۱۱۷

۱۱۸

۱۱۹

۱۲۰

۱۲۱

۱۲۲

۱۲۳

۱۲۴

۱۲۵

۱۲۶

۱۲۷

۱۲۸

۱۲۹

۱۳۰

۱۳۱

۱۳۲

۱۳۳

۱۳۴

۱۳۵

۱۳۶

۱۳۷

۱۳۸

۱۳۹

۱۴۰

۱۴۱

۱۴۲

۱۴۳

۱۴۴

۱۴۵

۱۴۶

۱۴۷

۱۴۸

۱۴۹

۱۵۰

۱۵۱

۱۵۲

۱۵۳

۱۵۴

۱۵۵

۱۵۶

۱۵۷

۱۵۸

۱۵۹

۱۶۰

۱۶۱

۱۶۲

۱۶۳

۱۶۴

۱۶۵

۱۶۶

۱۶۷

۱۶۸

۱۶۹

۱۷۰

۱۷۱

۱۷۲

۱۷۳

۱۷۴

۱۷۵

۱۷۶

۱۷۷

۱۷۸

۱۷۹

۱۸۰

۱۸۱

۱۸۲

۱۸۳

۱۸۴

۱۸۵

۱۸۶

۱۸۷

۱۸۸

۱۸۹

۱۹۰

۱۹۱

۱۹۲

۱۹۳

۱۹۴

۱۹۵

۱۹۶

۱۹۷

۱۹۸

۱۹۹

۲۰۰

۲۰۱

۲۰۲

۲۰۳

۲۰۴

۲۰۵

۲۰۶

۲۰۷

۲۰۸

۲۰۹

۲۱۰

۲۱۱

۲۱۲

۲۱۳

۲۱۴

۲۱۵

۲۱۶

۲۱۷

۲۱۸

۲۱۹

۲۲۰

۲۲۱

۲۲۲

۲۲۳

۲۲۴

۲۲۵

۲۲۶

۲۲۷

۲۲۸

۲۲۹

۲۳۰

۲۳۱

۲۳۲

۲۳۳

۲۳۴

۲۳۵

۲۳۶

۲۳۷

۲۳۸

۲۳۹

۲۴۰

۲۴۱

۲۴۲

۲۴۳

۲۴۴

۲۴۵

۲۴۶

۲۴۷

۲۴۸

۲۴۹

۲۵۰

۲۵۱

۲۵۲

۲۵۳

۲۵۴

۲۵۵

۲۵۶

۲۵۷

۲۵۸

۲۵۹

۲۶۰

۲۶۱

۲۶۲

۲۶۳

۲۶۴

۲۶۵

۲۶۶

۲۶۷

۲۶۸

۲۶۹

۲۷۰

۲۷۱

۲۷۲

۲۷۳

۲۷۴

۲۷۵

۲۷۶

۲۷۷

۲۷۸

۲۷۹

۲۸۰

۲۸۱

۲۸۲

۲۸۳

۲۸۴

۲۸۵

۲۸۶

۲۸۷

۲۸۸

۲۸۹

۲۹۰

۲۹۱

۲۹۲

۲۹۳

۲۹۴

۲۹۵

۲۹۶

۲۹۷

۲۹۸

۲۹۹

۳۰۰

۳۰۱

۳۰۲

۳۰۳

۳۰۴

۳۰۵

۳۰۶

۳۰۷

۳۰۸

۳۰۹

۳۱۰

۳۱۱

۳۱۲

۳۱۳

۳۱۴

۳۱۵

۳۱۶

۳۱۷

۳۱۸

۳۱۹

۳۲۰

۳۲۱

۳۲۲

۳۲۳

۳۲۴

۳۲۵

۳۲۶

۳۲۷

۳۲۸

۳۲۹

۳۳۰

۳۳۱

۳۳۲

۳۳۳

۳۳۴

۳۳۵

۳۳۶

۳۳۷

۳۳۸

۳۳۹

۳۴۰

۳۴۱

۳۴۲

۳۴۳

۳۴۴

۳۴۵

۳۴۶

۳۴۷

۳۴۸

۳۴۹

۳۵۰

۳۵۱

۳۵۲

۳۵۳

۳۵۴

۳۵۵

۳۵۶

۳۵۷

۳۵۸

۳۵۹

۳۶۰

۳۶۱

۳۶۲

۳۶۳

۳۶۴

۳۶۵

۳۶۶

۳۶۷

۳۶۸

۳۶۹

۳۷۰

۳۷۱

۳۷۲

۳۷۳

۳۷۴

۳۷۵

۳۷۶

۳۷۷

۳۷۸

۳۷۹

۳۸۰

۳۸۱

۳۸۲

۳۸۳

۳۸۴

۳۸۵

۳۸۶

۳۸۷

۳۸۸

۳۸۹

۳۹۰

۳۹۱

۳۹۲

۳۹۳

۳۹۴

۳۹۵

۳۹۶

۳۹۷

۳۹۸

۳۹۹

۴۰۰

۴۰۱

۴۰۲

۴۰۳

۴۰۴

۴۰۵

۴۰۶

۴۰۷

۴۰۸

۴۰۹

۴۱۰

۴۱۱

۴۱۲

۴۱۳

۴۱۴

۴۱۵

۴۱۶

۴۱۷

۴۱۸

۴۱۹

۴۲۰

۴۲۱

۴۲۲

۴۲۳

۴۲۴

۴۲۵

۴۲۶

۴۲۷

۴۲۸

۴۲۹

۴۳۰

۴۳۱

۴۳۲

۴۳۳

۴۳۴

۴۳۵

۴۳۶

۴۳۷

۴۳۸

۴۳۹

۴۴۰

۴۴۱

۴۴۲

۴۴۳

۴۴۴

۴۴۵

۴۴۶

۴۴۷

۴۴۸

۴۴۹

۴۵۰

۴۵۱

۴۵۲

۴۵۳

۴۵۴

۴۵۵

۴۵۶

۴۵۷

۴۵۸

۴۵۹

۴۶۰

۴۶۱

۴۶۲

۴۶۳

۴۶۴

۴۶۵

۴۶۶

۴۶۷

۴۶۸

۴۶۹

۴۷۰

۴۷۱

۴۷۲

۴۷۳

۴۷۴

۴۷۵

۴۷۶

۴۷۷

۴۷۸

۴۷۹

۴۸۰

۴۸۱

۴۸۲

۴۸۳

۴۸۴

۴۸۵

۴۸۶

۴۸۷

۴۸۸

۴۸۹

۴۹۰

۴۹۱

۴۹۲

۴۹۳

۴۹۴

۴۹۵

۴۹۶

۴۹۷

۴۹۸

۴۹۹

۵۰۰

۵۰۱

۵۰۲

۵۰۳

۵۰۴

۵۰۵

۵۰۶

۵۰۷

۵۰۸

۵۰۹

۵۱۰

۵۱۱

۵۱۲

۵۱۳

۵۱۴

۵۱۵

۵۱۶

۵۱۷

۵۱۸

۵۱۹

۵۲۰

۵۲۱

۵۲۲

۵۲۳

۵۲۴

۵۲۵

۵۲۶

۵۲۷

۵۲۸

۵۲۹

۵۳۰

۵۳۱

۵۳۲

۵۳۳

۵۳۴

۵۳۵

۵۳۶

۵۳۷

۵۳۸

۵۳۹

۵۴۰

۵۴۱

۵۴۲

۵۴۳

۵۴۴

۵۴۵

۵۴۶

۵۴۷

۵۴۸

۵۴۹

۵۵۰

۵۵۱

۵۵۲

۵۵۳

۵۵۴

۵۵۵

۵۵۶

۵۵۷

۵۵۸

۵۵۹

۵۶۰

۵۶۱

۵۶۲

۵۶۳

۵۶۴

۵۶۵

۵۶۶

۵۶۷

۵۶۸

۵۶۹

۵۷۰

۵۷۱

۵۷۲

۵۷۳

۵۷۴

۵۷۵

۵۷۶

۵۷۷

۵۷۸

۵۷۹

۵۸۰

۵۸۱

۵۸۲

۵۸۳

۵۸۴

۵۸۵

۵۸۶

۵۸۷

۵۸۸

۵۸۹

۵۹۰

۵۹۱

۵۹۲

۵۹۳

۵۹۴

۵۹۵

۵۹۶

۵۹۷

۵۹۸

۵۹۹

۶۰۰

۶۰۱

۶۰۲

۶۰۳

۶۰۴

۶۰۵

۶۰۶

۶۰۷

۶۰۸

۶۰۹

۶۱۰

۶۱۱

۶۱۲

۶۱۳

۶۱۴

۶۱۵

۶۱۶

۶۱۷

۶۱۸

۶۱۹

۶۲۰

۶۲۱

۶۲۲

۶۲۳

۶۲۴

۶۲۵

۶۲۶

۶۲۷

۶۲۸

۶۲۹

۶۳۰

۶۳۱

۶۳۲

۶۳۳

۶۳۴

۶۳۵

۶۳۶

۶۳۷

۶۳۸

۶۳۹

۶۴۰

۶۴۱

۶۴۲

۶۴۳

۶۴۴

۶۴۵

۶۴۶

۶۴۷

۶۴۸

۶۴۹

۶۵۰

۶۵۱

۶۵۲

۶۵۳

۶۵۴

۶۵۵

۶۵۶

۶۵۷

۶۵۸

۶۵۹

۶۶۰

۶۶۱

۶۶۲

۶۶۳

۶۶۴

۶۶۵

۶۶۶

۶۶۷

۶۶۸

۶۶۹

۶۷۰

۶۷۱

۶۷۲

۶۷۳

۶۷۴

۶۷۵

۶۷۶

۶۷۷

۶۷۸

۶۷۹

۶۸۰

۶۸۱

۶۸۲

۶۸۳

۶۸۴

۶۸۵

۶۸۶

۶۸۷

۶۸۸

۶۸۹

۶۹۰

۶۹۱

۶۹۲

۶۹۳

۶۹۴

۶۹۵

۶۹۶

۶۹۷

۶۹۸

۶۹۹

۷۰۰

۷۰۱

۷۰۲

۷۰۳

۷۰۴

۷۰۵

۷۰۶

۷۰۷

۷۰۸

۷۰۹

۷۱۰

۷۱۱

۷۱۲

۷۱۳

۷۱۴

۷۱۵

۷۱۶

۷۱۷

۷۱۸

۷۱۹

۷۲۰

۷۲۱

۷۲۲

۷۲۳

۷۲۴

۷۲۵

۷۲۶

۷۲۷

۷۲۸

۷۲۹

۷۳۰

۷۳۱

۷۳۲

۷۳۳

۷۳۴

۷۳۵

۷۳۶

۷۳۷

۷۳۸

۷۳۹

۷۴۰

۷۴۱

۷۴۲

۷۴۳

۷۴۴

۷۴۵

۷۴۶

۷۴۷

۷۴۸

۷۴۹

۷۵۰

۷۵۱

۷۵۲

۷۵۳

۷۵۴

۷۵۵

۷۵۶

۷۵۷

۷۵۸

۷۵۹

۷۶۰

۷۶۱

۷۶۲

۷۶۳

۷۶۴

۷۶۵

۷۶۶

۷۶۷

۷۶۸

۷۶۹

۷۷۰

۷۷۱

۷۷۲

۷۷۳

۷۷۴

۷۷۵

۷۷۶

۷۷۷

۷۷۸

۷۷۹

۷۸۰

۷۸۱

۷۸۲

۷۸۳

۷۸۴

۷۸۵

۷۸۶

۷۸۷

۷۸۸

۷۸۹

۷۹۰

۷۹۱

۷۹۲

۷۹۳

۷۹۴

۷۹۵

۷۹۶

۷۹۷

۷۹۸

۷۹۹

۸۰۰

۸۰۱

۸۰۲

۸۰۳

۸۰۴

۸۰۵

۸۰۶

۸۰۷

۸۰۸

۸۰۹

۸۱۰

۸۱۱

۸۱۲

۸۱۳

۸۱۴

۸۱۵

۸۱۶

۸۱۷

۸۱۸

۸۱۹

۸۲۰

۸۲۱

۸۲۲

۸۲۳

۸۲۴

۸۲۵

۸۲۶

۸۲۷

۸۲۸

۸۲۹

۸۳۰

۸۳۱

۸۳۲

۸۳۳

۸۳۴

۸۳۵

۸۳۶

۸۳۷

۸۳۸

۸۳۹

۸۴۰

۸۴۱

۸۴۲

۸۴۳

۸۴۴

۸۴۵

۸۴۶

۸۴۷

۸۴۸

۸۴۹

۸۵۰

۸۵۱

۸۵۲

۸۵۳

۸۵۴

۸۵۵

۸۵۶

۸۵۷

۸۵۸

۸۵۹

۸۶۰

۸۶۱

۸۶۲

۸۶۳

۸۶۴

۸۶۵

۸۶۶

۸۶۷

۸۶۸

۸۶۹

۸۷۰

۸۷۱

۸۷۲

۸۷۳

۸۷۴

۸۷۵

۸۷۶

۸۷۷

۸۷۸

۸۷۹

۸۸۰

۸۸۱

۸۸۲

۸۸۳

۸۸۴

۸۸۵

۸۸۶

۸۸۷

۸۸۸

۸۸۹

۸۹۰

۸۹۱

۸۹۲

۸۹۳

۸۹۴

۸۹۵

۸۹۶

۸۹۷

۸۹۸

۸۹۹

۹۰۰

۹۰۱

۹۰۲

۹۰۳

۹۰۴

۹۰۵

۹۰۶

۹۰۷

۹۰۸

۹۰۹

۹۱۰

۹۱۱

۹۱۲

۹۱۳

۹۱۴

۹۱۵

۹۱۶

۹۱۷

۹۱۸

۹۱۹

۹۲۰

۹۲۱

۹۲۲

۹۲۳

۹۲۴

۹۲۵

۹۲۶

۹۲۷

۹۲۸

۹۲۹

۹۳۰

۹۳۱

۹۳۲

۹۳۳

۹۳۴

۹۳۵

۹۳۶

۹۳۷

۹۳۸

۹۳۹

۹۴۰

۹۴۱

۹۴۲

۹۴۳

۹۴۴

۹۴۵

۹۴۶

۹۴۷

۹۴۸

۹۴۹

۹۵۰

۹۵۱

۹۵۲

۹۵۳

۹۵۴

۹۵۵

۹۵۶

۹۵۷

۹۵۸

۹۵۹

۹۶۰

۹۶۱

۹۶۲

۹۶۳

۹۶۴

۹۶۵

۹۶۶

۹۶۷

۹۶۸

۹۶۹

۹۷۰

۹۷۱

۹۷۲

۹۷۳

۹۷۴

۹۷۵

۹۷۶

۹۷۷

۹۷۸

۹۷۹

۹۸۰

۹۸۱

۹۸۲

۹۸۳

۹۸۴

۹۸۵

۹۸۶

۹۸۷

۹۸۸

۹۸۹

۹۹۰

۹۹۱

۹۹۲

۹۹۳

۹۹۴

۹۹۵

۹۹۶

۹۹۷

۹۹۸

۹۹۹

۱۰۰۰

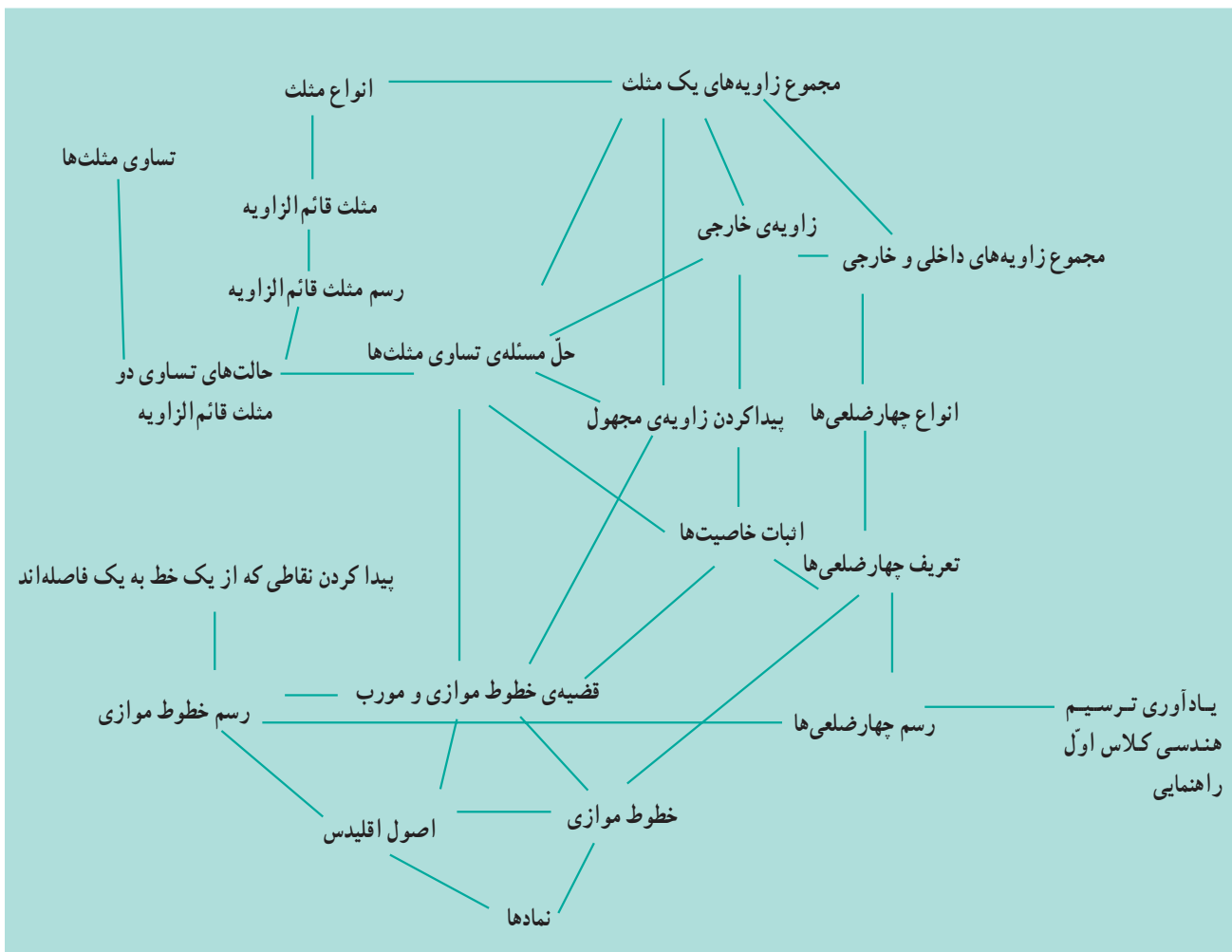




## هندسه ی ۱

قضیه ی مجموع زاویه های یک مثلث، زاویه ی خارجی تعریف و قضیه ی مربوط به آن آموزش داده می شود تا به کمک آن ها زاویه ی مجهول در شکل ها محاسبه گردد. در قسمت چهارم نیز در مورد چهارضلعی ها و خاصیت های آن ها بحث می شود. محتوا و مفاهیم این فصل به صورت زیر در ارتباط اند :

این فصل از ۴ قسمت اصلی تشکیل شده است. در قسمت اول، حالت های رسم و تساوی دو مثلث قائم الزاویه آموزش داده می شود. در بخش دوم، تعاریف و نمادهای مربوط و قضیه ی خطوط موازی و مورب مطرح شده و به کمک آن ها به حل مسائل مربوط به تساوی مثلث ها پرداخته می شود. در قسمت سوم، ضمن یادآوری



همچنین در این فصل، آموزش راهبرد زیر مسئله و حل مسئله‌ی ساده‌تر و رسم‌های ۳ و ۴ نیز گنجانده شده است.

در نمودار صفحه‌ی قبل، بخشی از ارتباط نمایان است. مهم‌ترین ارتباط، استفاده از قضیه‌ی موازی مورب، حالت‌های تساوی مثلث‌ها، مجموع زاویه‌های یک مثلث و قضیه‌ی زاویه‌ی خارجی در اثبات خاصیت‌های چهارضلعی‌ها و همچنین رسم آن‌هاست.

ضمن آن‌که در تعریف چهارضلعی‌ها و ارتباط بین آن‌ها، خطوط موازی و عمود بر هم نقش اصلی دارند.

همچنین در قسمت چهارضلعی‌ها ارتباط بین ۴ شکل متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی و مربع نیز اهمیت زیادی دارد. این ارتباط با نموداری در کتاب درسی مشخص شده است. تأکید بر ارتباط آن‌ها و این‌که کدام شکل خاصیت‌های شکل دیگر را نیز دارد حائز اهمیت است.

## زمان‌بندی

آذرماه

هفته‌ی سوم: مثلث قائم‌الزاویه

هفته‌ی چهارم: توازی - راهبرد زیر مسئله - رسم ۳

دی‌ماه

هفته‌ی اول: زاویه و مثلث - راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر

هفته‌ی دوم: چهارضلعی‌ها

هفته‌ی سوم: ادامه‌ی چهارضلعی‌ها - رسم‌ها

## هفته‌ی چهارم: تمرین دوره‌ای ۱

زمان‌بندی ارائه شده در این کتاب، براساس ترتیب فصل‌های آن است. در بعضی از موارد که برای درس ریاضی دو معلم (برای حساب و هندسه) در نظر می‌گیرند یا بخش‌های مربوط به حساب و هندسه به طور موازی با یک معلم تدریس می‌شود، این زمان‌بندی کارایی ندارد. به طور کلی، می‌توان گفت که در نیم سال اول، دروس حساب دو فصل اول و دوم و هندسه‌ی یک (فصل سوم) آموزش داده می‌شوند. تمرین دوره‌ای ۱، پایان آموزش را در نیم سال اول مشخص می‌کند.

## نمونه سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱- در چهارضلعی ABCD می‌دانیم  $AB = CD$  و  $AB \parallel CD$  است. چرا چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است؟ (راهنمایی: قطر AC را رسم کنید)



۲- روی پاره‌خط زیر، مستطیلی به عرض ۲ سانتی‌متر رسم کنید؛ به طوری که پاره‌خط AB طول آن باشد.



## یادداشت معلم

## مثلث قائم الزاویه

### موضوعات در یک نگاه

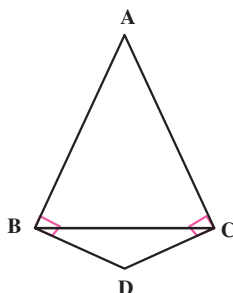
این بخش با یادآوری انواع مثلث‌ها و حالت‌های تساوی دو مثلث – به طور کلی – آغاز می‌شود. سپس روش رسم مثلث قائم الزاویه با داشتن وتر و یک ضلع و وتر و یک زاویه مطرح می‌شود. در ادامه، با استفاده از روش‌های رسم، تساوی دو مثلث قائم الزاویه در حالت‌های وتر و یک ضلع و وتر و یک زاویه آموزش داده می‌شود تا مسائل تساوی مثلث‌ها به کمک این حالت‌ها حل شود.

### اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.
- ۱- انواع مثلث‌ها را نام برده و اجزاء مثلث قائم الزاویه را بشناسد.
  - ۲- مثلث قائم الزاویه را با داشتن وتر و یک ضلع یا وتر و یک زاویه رسم کند.
  - ۳- حالت‌های تساوی در مثلث قائم الزاویه را با استفاده از انطباق و رسم مثلث‌ها نتیجه‌گیری کند.
  - ۴- حالت‌های تساوی در مثلث قائم الزاویه را در حل مسائل به کار برد.

### نمونه سؤال برای ارزشیابی

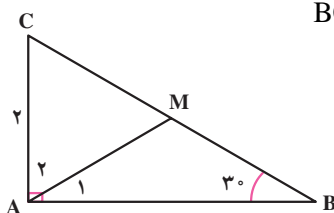
- ۱- مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. در رأس‌های  $B$  و  $C$  دو عمود رسم کرده‌ایم تا یک‌دیگر را در نقطه‌ی  $D$  قطع کنند. چرا  $BD = DC$  است؟



- ۲- در شکل مقابل،  $M$  وسط ضلع  $BC$  است. اندازه‌ی ضلع‌ها و زاویه‌های زیر را به دست آورید.

$$\hat{C} = \quad AM = \quad \hat{A}_1 = \quad \hat{A}_2 =$$

$$BC = \quad CM = \quad MB =$$



# شناسنامه‌ی مبحث مثلث قائم الزاویه

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
وتر	انواع مثلث که با مقوا درست شده است.	انجام‌دادن فعالیت برای شناسایی انواع مثلث‌ها انجام‌دادن کار در کلاس برای تشخیص حالت‌های تساوی دو مثلث	انواع مثلث را نام ببرد. اجزاء مثلث قائم الزاویه را بشناسد. حالت‌های تساوی در مثلث را به‌طور کلی بداند و در حل مسائل به کار برد.	انواع مثلث اجزاء مثلث قائم الزاویه	۷۲ ۷۳	مثلث قائم الزاویه
وز وض	نقاله گونیا خط‌کش	انجام‌دادن فعالیت برای درک این که در حالت وتر و یک زاویه، فقط یک مثلث رسم می‌شود. در عین حال، روش رسم را کشف کند. انجام‌دادن فعالیت برای درک این که در حالت وتر و یک ضلع فقط یک مثلث رسم می‌شود. در ضمن، روش رسم را کشف کند. انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین روش مثلث‌ها	درک کند که در حالت وتر و یک زاویه فقط یک مثلث رسم می‌شود. مثلث قائم الزاویه را با مشخص بودن اندازه‌ی وتر و یک زاویه رسم کند. درک کند که در حالت وتر و یک ضلع، فقط یک مثلث رسم می‌شود. مثلث قائم الزاویه را با مشخص بودن اندازه‌ی وتر و یک ضلع رسم کند.	رسم مثلث قائم الزاویه در حالت‌های : وتر و یک زاویه وتر و یک ضلع	۷۳ ۷۴ ۷۵	ترسیم مثلث قائم الزاویه
وز وض	نقاله گونیا خط‌کش	انجام‌دادن فعالیت برای درک دلیل تساوی دو مثلث قائم الزاویه در حالت‌های وتر و یک زاویه و وتر و یک ضلع انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین به کار بردن حالت‌های تساوی	با استفاده از رسم مثلث و انطباق، دلیل تساوی دو مثلث قائم الزاویه در حالت‌های وتر و یک زاویه و وتر و یک ضلع را درک کند. حالت‌های تساوی دو مثلث قائم الزاویه را در حل مسائل تساوی مثلث‌ها به کار برد.	تساوی دو مثلث قائم الزاویه در حالت‌های : وتر و یک ضلع وتر و یک زاویه	۷۵ ۷۶ ۷۷ ۷۸ ۷۹	تساوی دو مثلث قائم الزاویه

## دانستنی‌هایی برای معلم

### مثلث قائم‌الزاویه

غربی ایران)، مصر، چین و سرزمین‌های دیگر، «هندسه» شامل قاعده‌هایی برای اندازه‌گیری مساحت و مرزهای زمین‌های کشاورزی بود.

در سده‌های بعد، با پیشرفت دادوستد کالا و صنعت، هندسه و مفهوم‌های آن نیز پیچیده‌تر شد. در عین حال، برای هندسه‌دانان مسئله‌هایی مربوط به اندازه‌گیری حجم ظرف‌ها و حجم جسم‌های مختلف و به طور کلی مسئله‌های مربوط به شکل و اندازه‌ی شکل‌های گوناگون مطرح گردید. در این جا، نیاز به دقت و استدلال پدید آمد و مفاهیمی که با تجربه به دست آمده بود، با منطق و استدلال توأم شد و دوران هندسه‌ی نظری فرا رسید.

هندسه شاخه‌ای از ریاضیات است که درباره‌ی شکل‌ها، اندازه‌ی آن‌ها و وضع قرار گرفتن آن‌ها نسبت به هم یا تبدیل آن‌ها به یک دیگر بحث می‌کند.

این جمله‌ها از «ادموس رودسی» (سده‌ی چهارم پیش از میلاد) است:

«بنا به گواهی‌های بسیار، هندسه را مصری‌ها و برای اندازه‌گیری زمین ابداع کرده‌اند. این اندازه‌گیری به دلیل برآشتگی گاه به گاه رود نیل که هر بار مرزها را می‌شست، ضرورت داشت. شگفتی ندارد که این واژه هم، همچون دیگر واژه‌های زاینده‌ی نیازهای انسان است؛ هر دانشی که پدید می‌آید، اندک اندک از شکل ابتدایی و ناقص خود، به سمت کمال می‌رود؛ در آغاز به صورتی قابل لمس و از راه درک حسی پدید می‌آید و سپس به تدریج، به موضوعی برای بررسی تبدیل می‌شود و سرانجام به صورت ذخیره‌ای از عقل انسانی درمی‌آید».

مصری‌ها، عیلامی‌ها و ریاضی‌دانان سرزمین میان دو رود، با آگاهی از حالت‌های خاص قضیه‌ی فیثاغورس، از هزاره‌های پیش از میلاد، می‌توانستند روی زمین خطوط عمود بر هم رسم کنند. آن‌ها که بر اثر طغیان رودهای نیل، اروند و دجله و فرات مرزهایشان را از دست می‌دادند، برای بازسازی زمین‌های خود و کشاورزی در آن‌جا به رسم خط‌های راست و عمود بر هم در روی زمین نیاز داشتند. دانشمندان ریاضی این قوم‌ها، از جمله دریافته بودند: مثلث به ضلع‌های ۳، ۴ و ۵، یک مثلث قائم‌الزاویه است که در آن دو ضلع به طول‌های ۳ و ۴ بر هم عمودند.

آن‌ها از ریسمانی استفاده می‌کردند که در آن، بخش‌های برابری وجود داشت. اگر این بخش‌ها به ترتیب ۳، ۴ و ۵ بودند و با آن‌ها، مثلثی ساخته می‌شد که نقطه‌های گره ریسمان، رأس‌های مثلث را تشکیل می‌دادند، ضلع‌های به طول ۳ و ۴ بر هم عمود می‌شدند. به این ترتیب، سده‌ها پیش از فیثاغورس، مردم این مناطق و نیز چینی‌ها، از قضیه‌ی فیثاغورس در عمل و برای رسم خط‌های راست عمود بر هم استفاده می‌کردند و به این وسیله، زمین‌های کشاورزی را تقسیم می‌کردند. آن‌ها برای ساختن خانه‌ها و برپاداشتن معبد‌ها یا استراحتگاه‌های بزرگان هم، به رسم خط‌های راست عمود بر هم نیاز داشتند.

«هندسه» از واژه‌ی مهندسی گرفته شده است که لاتین آن «ژه توستری»، به معنای اندازه‌گیری زمین است؛ بنابراین، از دید تاریخی، نخستین مفاهیم هندسی، ضمن اندازه‌گیری زمین‌ها و به ویژه زمین‌های کشاورزی پدید آمدند. چند هزار سال پیش از این، در بین‌النهرین، در سرزمین مشهور به عیلام (در جنوب و جنوب

### یادداشت معلم