

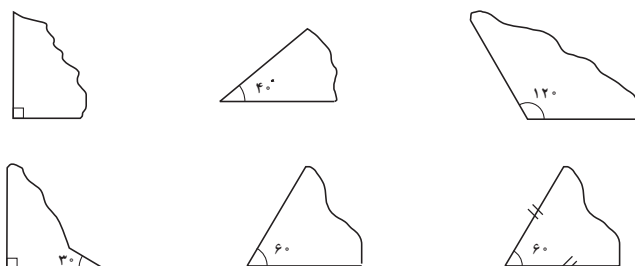
یادآوری



ایجاد انگیزه کنید:

۱- فعالیت اول می‌تواند خود انگیزه‌ی خوبی برای شروع این درس باشد.

۲- شکل‌هایی از مثلث‌های ناقص، مشابه شکل‌های زیر رسم کنید و از دانش‌آموزان بخواهید حدس بزنند و استدلال کنند که این مثلث‌ها از چه نوع مثلثی جدا شده‌اند.



شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت آغازین درس را بخوانند و نام انواع مثلث‌ها را در ذهن خود مرور کنند. این فعالیت را می‌توانید به شکل یک مسابقه‌ی گروهی انجام دهید.

هدف فعالیت:



هدف، یادآوری دانسته‌های دانش‌آموزان در مورد مثلث است. بررسی خواص انواع مثلث‌ها نیز از اهداف این فعالیت به حساب می‌آید. در این فعالیت، به بررسی مثلث‌های مختلف الاضلاع در دو حالت زاویه‌ی حاده و منفرجه بپردازید. همچنین، به اجزاء مثلث‌ها از جمله، رأس، وتر و ضلع و زاویه‌ی مجاور به ساق یا مجاور به رأس قائم اشاره کنید.

بعضی از کاربردهای مثلث در زندگی روزمره عبارت‌اند از: شکل گوه و بادبند که در ساختمان‌سازی برای مقاوم کردن تیر و ستون از آن استفاده می‌کنند و به شکل مثلث است که مقاوم‌ترین حالت را ایجاد می‌کند.

توصیه‌های آموزشی:



۱- بهتر است برای جمع‌بندی یافته‌های دانش‌آموزان

شکل، نام و خواص هر نوع را یادداشت کنید.

۲- توجه داشته باشید که بررسی مناسب خواص مثلث‌ها

در حل مسائل تساوی مثلث بسیار سودمند است.

ادامه دهید:



پس از بررسی مناسب، حالت‌های سه‌گانه‌ی تساوی دو مثلث را یادآوری کنید و نحوه‌ی نوشتن یک استدلال ریاضی را به‌طور کامل توضیح دهید. توجه داشته باشید که احتمال فراموش شدن قراردادهای سال گذشته بسیار زیاد است.

مراحل حل مسئله را یادآوری و جداسازی فرض و حکم را در ابتدای کار به دانش‌آموزان گوشزد کنید.

پیشنهاد می‌شود یک مسئله را به‌طور کامل در کلاس حل کنید و برای تمرین، یک مسئله را هم برای دانش‌آموزان طرح کنید؛ سپس، از آنان بخواهید کاربرد کلاس را حل کنند.



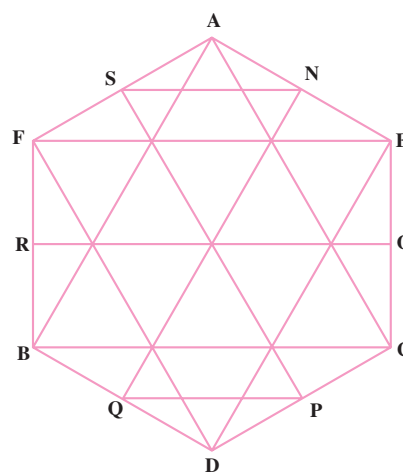
توصیه‌های آموزشی:

- ۱- پیدا کردن حالت تساوی مثلث‌ها، در این کار در کلاس بسیار اهمیت دارد.
- ۲- به دانش‌آموزان یادآوری کنید که در یک مثلث قائم‌الزاویه، اگر اندازه‌ی یک زاویه‌ی حاده مشخص باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی دیگر نیز قابل محاسبه است.



توسعه:

پس از بررسی انواع مثلث، طرح پرسش‌هایی مانند پرسش زیر، سیر خوبی برای توسعه‌ی حل مسئله در این مبحث است. «در این شکل چند مثلث قائم‌الزاویه، متساوی‌الساقین و متساوی‌الاضلاع دیده می‌شود؟» استفاده از راهبرد جدول نظام‌دار در شمارش مثلث‌های موردنظر و ایجاد نظم و قاعده در شمردن کمک زیادی می‌کند.



تلفیق با سایر دروس:

با مقوا یک مثلث متساوی‌الاضلاع بسازید و آن را جلوی یک منبع نور قرار دهید؛ به‌طوری‌که بتوانید سایه‌ی آن را مشاهده کنید؛ سپس، با چرخاندن این مثلث، سایه‌ی آن را به انواع مثلث تبدیل کنید.



فعالیت خارج از کلاس:

به نقش مثلث در معماری سنتی و کاشی‌کاری اشاره کنید.



دانش‌آموزان می‌توانند عکس یا فیلم یا اسلایدهایی از انواع مثلث را که در معماری و کاشی‌کاری کاربرد دارد، جمع‌آوری کنند و به کلاس بیاورند. همچنین، می‌توانند در مورد سایر کاربردهای مثلث نیز اطلاعاتی جمع‌آوری کنند.



استفاده از ابزار و تکنولوژی:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک یک نرم‌افزار گرافیکی و مطابق ذوق و سلیقه‌ی خود سه حالت تساوی مثلث را نمایش دهند.

ترسیم مثلث قائم‌الزاویه



شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید وسایل مربوط به هندسه (پرگار، نقاله، خط‌کش، گونیا) را آماده کرده و فعالیت اول این زیرعنوان را حل کنند.

آموزش دهید:



پس از بررسی فعالیت به کمک خود دانش‌آموزان، دستورالعمل رسم یک مثلث قائم الزاویه با داشتن اطلاعات مربوط به وتر و یک زاویه‌ی حاده را روی تخته یا از روی کتاب توضیح دهید.

به عنوان یک سؤال امتیازی، می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید راه‌حل‌های دیگری در کلاس ارائه دهند (محاسبه‌ی زاویه‌ی سوم و رسم به حالت (ز ض ز) می‌تواند یکی از این راه‌حل‌ها باشد).

ادامه دهید:



پس از حصول اطمینان از یادگیری حالت اول، از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت دوم را به صورت گروهی بررسی و نتایج به دست آمده را در گروه مقایسه کنند.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، علاوه بر کشف روش رسم یک مثلث قائم الزاویه با داشتن اطلاعات وتر و یک ضلع زاویه‌ی حاده، درک منحصر به فرد بودن جواب این رسم است. این امر شرایط را برای درس تساوی مثلث قائم الزاویه آماده می‌کند.

توصیه‌های آموزشی:



۱- به دانش‌آموزان یادآوری کنید که کمان‌های رسم شده بخشی از راه‌حل آن‌هاست؛ بنابراین، بعد از رسم مثلث آن‌ها را پاک نکنند.

۲- در صورت تمایل، می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید اندازه‌های داده شده را روی شکل نهایی بنویسند. این کار، یک بازگشت به عقب محسوب می‌شود و در ضمن، می‌تواند دانش‌آموزان را در نام‌گذاری مثلث با توجه به اطلاعات داده شده یاری کند.

۳- در قسمت اول فعالیت، از دانش‌آموزان بخواهید که تا حد امکان، شکل خود را متفاوت با شکل دیگران رسم کنند و توضیح دهند که چه حالت‌های دیگری را نیز می‌توان رسم کرد.

هدف فعالیت:



هدف فعالیت، علاوه بر پیدا کردن یک روش برای رسم مثلث قائم الزاویه در حالت وتر و یک ضلع، درک منحصر به فرد بودن جواب این رسم است. این فعالیت، شرایط را برای تدریس درس آینده فراهم می‌کند.

توصیه‌های آموزشی:

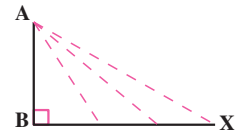


۱- در پاسخ به قسمت اول، دانش‌آموزان شکل‌های متفاوتی را رسم خواهند کرد که این موضوع نشان‌دهنده‌ی ناکافی بودن اطلاعات برای رسم یک مثلث منحصر به فرد است.

۲- در قسمت دوم، مثلث‌هایی را که دانش‌آموزان کشیده‌اند، با هم مقایسه کنید؛ همگی با هم برابرند.

از دانش‌آموزان بخواهید از این موضوع نتیجه‌گیری کنند.

۴- توضیح دهید چون در قسمت اول طول وتر مشخص نیست، از نقطه‌ی A به هر نقطه‌ای از نیم خط Bx می‌توان وصل کرد و مثلث به دست آمده، جواب مسئله است.



ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را با استفاده از خط‌کش، پرگار، گونیا و نقاله به‌طور دقیق رسم کنند.

هدف کار در کلاس:



هدف این تمرین‌ها را می‌توان بدین صورت بیان کرد:

- ۱- تشخیص حالت رسم
- ۲- استفاده از روش رسم
- ۳- نام‌گذاری براساس اطلاعات.

توصیه‌های آموزشی:



- ۱- قسمت سوم هدف، معمولاً مورد توجه قرار نمی‌گیرد. پیشنهاد می‌شود در کلاس روی این هدف تمرکز کنید.
- ۲- دقت در استفاده از ابزار را مورد تأکید قرار دهید.
- ۳- می‌توانید پس از انجام دادن کار در کلاس، کتاب‌های دانش‌آموزان را جابه‌جا کنید و از آن‌ها بخواهید شکل رسم شده توسط دوست خود را اندازه‌گیری کرده و با اندازه‌های اصلی مقایسه کنند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:



- ۱- معمولاً دانش‌آموزان در استفاده از ابزار دچار اشتباه می‌شوند؛ این مسئله در خواندن و رسم زاویه بیشتر اتفاق می‌افتد. پیشنهاد می‌شود در شروع درس، نحوه‌ی استفاده از نقاله و گونیا را در کلاس یادآوری کنید.

- ۲- نام‌گذاری براساس اطلاعات داده شده نیز یکی از مواردی است که دانش‌آموزان معمولاً به آن توجهی ندارند و اشتباه می‌کنند. نوشتن اندازه‌های داده شده روی شکل پس از رسم

اگر اندازه‌های وتر و یک ضلع را به شما بدهند، می‌توانید مثلث را رسم کنید. شکل‌های زیر مراحل رسم مثلث قائم‌الزاویه‌ای را که وتر آن ۵ و یکی از ضلع‌های زاویه قائمه‌اش ۳ است، نشان می‌دهد.

۱- رسم کردن زاویه قائمه
۲- جدا کردن ضلع
۳- جدا کردن وتر با پرگار
۴- رسم کردن وتر

کار در کلاس

در هر یک از حالت‌های زیر، مثلث ABC را رسم کنید.

الف) $\hat{A} = 90^\circ$, $BC = 4\text{ cm}$, $\hat{B} = 90^\circ$
ب) $\hat{A} = 90^\circ$, $BC = 4\text{ cm}$, $AB = 3\text{ cm}$

تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه

فعالیت

۱- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه تند آن 40° درجه باشد. این مثلث را در سه وضعیت مختلف رسم کنید. با انعطاف، بررسی کنید.

از احتمال بروز این اشتباه می‌کاهد.

توسعه:



- ۱- بحث درمورد شرایط لازم برای رسم یک مثلث قائم‌الزاویه در حالت وتر و یک ضلع. به عبارت دیگر، پاسخ دادن به این سؤال که آیا می‌توان مثلی با وتر ۳ cm و ضلع ۴ cm رسم کرد یا خیر، می‌تواند مسیر خوبی برای توسعه‌ی بحث باشد.
- ۲- بحث در مورد دلیل بزرگ‌تر بودن وتر در همه‌ی مثلث‌های قائم‌الزاویه نیز برای دانش‌آموزان مستعد مناسب است.
- ۳- بررسی محل برخورد ارتفاعات و عمودمنصف‌ها در مثلث قائم‌الزاویه با طرح فعالیت مناسب برای دانش‌آموزان جالب خواهد بود.

فعالیت خارج از کلاس:



برای ایجاد تنوع در کلاس، می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید مثلی با ابعاد بزرگ - مثلاً یک مثلث قائم‌الزاویه با وتری

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را با حوصله و به کمک ابزار هندسی حل کرده و مثلث‌ها را به کمک کاغذ پوستی مقایسه کنند.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، مشاهده‌ی منحصر به فرد بودن جواب در دو حالت وتر و یک ضلع و وتر و یک زاویه در مثلث قائم‌الزاویه است.

توصیه‌های آموزشی:



۱- اگر فاصله‌ی زمانی بین تدریس این زیرعنوان و مبحث گذشته کم بوده است، می‌توانید از نتایج به دست آمده در جلسات گذشته بیشتر استفاده کنید. این امر باعث تسریع در حل این فعالیت خواهد شد.

۲- هنگام منطبق کردن به دانش‌آموزان یادآوری کنید به خاطر وجود اشتباه در استفاده از ابزار و خطاهای احتمالی باید از تفاوت‌های جزئی اشکال صرف نظر کرد اما این نکته را حتماً مورد تأکید قرار دهید که اگر این خطاها را از بین می‌بریم، به طور قطع، اشکال کاملاً یکسان می‌شوند.

۳- پس از انجام پذیرفتن فعالیت‌ها می‌توانید فعالیت‌های سال گذشته را در رسم مثلث و تساوی آن به دانش‌آموزان یادآوری کنید، سپس، از آن‌ها بخواهید نتایج مشابهی برای تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه ارائه دهند.

آموزش دهید:



دانش‌آموزان با انجام دادن فعالیت گذشته، به صورت شهودی پذیرفته‌اند که برای تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه، ۲ حالت جدید نیز مورد قبول است.

استدلال مطرح شده در کتاب برای هر حالت را روی تخته یا از روی اشکال کتاب توضیح دهید و در مورد آن با دانش‌آموزان به بحث و گفت و گو بپردازید؛ سپس، از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را به دقت حل کنند.

که آیا این سه مثلث با هم برابری دارند.

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ تمام مثلث‌ها با هم برابری دارند پس دو مثلث قائم‌الزاویه در حالت وتر و یک زاویه با هم برابری دارند.

۱- دو مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و ضلع زاویه قائمه‌ی آن ۴ سانتی‌متر باشد، این مثلث را در سه وضعیت مختلف رسم کنید. با تطبیق بررسی کنید که آیا این سه مثلث با هم برابری دارند.

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ تمام مثلث‌ها با هم برابری دارند پس دو مثلث قائم‌الزاویه در حالت وتر و یک ضلع با هم برابری دارند.

علاوه بر سه حالت تساوی مثلث‌ها که پیش از این گفته شد، می‌توان تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه را در دو حالت دیگر نیز بررسی کرد.

۱- دو وتر و یک زاویه می‌تواند (احاطه) در دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC و $A'B'C'$ ،

$BC = B'C'$
 $\hat{B} = \hat{B}'$

اگر مثلث $A'B'C'$ را طوری روی مثلث ABC قرار دهیم که زاویه‌ی B' بر زاویه‌ی B و وتر $B'C'$ بر وتر BC منطبق شود، مشاهده می‌کنیم که دو مثلث ABC و $A'B'C'$ بر هم منطبق می‌شوند.

اگر وتر و یک زاویه می‌تواند (احاطه) از مثلث قائم‌الزاویه‌ای با وتر و یک زاویه‌ی اند (احاطه) از مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگر مسایر باشند، آن دو مثلث مساوی‌اند.

به اندازه‌ی ۳ متر و زاویه‌ی حاده‌ی ۴۰ درجه - در حیاط مدرسه بکشند. آن‌ها باید وسایل مورد نیاز برای این کار را طراحی کنند.

تلفیق با سایر دروس:



از دانش‌آموزان بخواهید فقط به کمک مثلث، یک نقاشی جالب یا طرح گرافیکی بکشند.

تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه

ایجاد انگیزه کنید:



با طرح این مسئله که «اگر دو باغچه به شکل مثلث قائم‌الزاویه داشته باشیم، با اندازه‌گیری کدام قسمت‌های این دو باغچه می‌توانیم بفهمیم که آن‌ها با هم مساوی‌اند یا نه» ذهن دانش‌آموزان را برای شروع درس آماده کنید.

۲- دو مثلث قائم الزاویه ی ABC و $A'B'C'$
 $BC = B'C'$
 $AC = A'C'$
 مثلث $A'B'C'$ را طوری کنار مثلث ABC قرار می دهیم که ضلع $A'C'$ بر ضلع AC منطبق شود. در این صورت چون $\hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ$ است، پس $AB' = AB$ در امتداد AB قرار می گیرد و چون $BC = B'C'$ است پس C یک نقطه از عمود منصف BB' است. از C هم فقط یک عمود بر BB' می توان رسم کرد، پس CA هم دمنصف BB' و $BA = B'A'$ است. به این ترتیب ضلع های دو مثلث نظر به نظر متساوی اند. پس دو مثلث با هم مساوی اند.

اگر وتر و یک ضلع مثلث قائم الزاویه ای با وتر و یک ضلع مثلث قائم الزاویه ای دیگری مساوی باشند، آن دو مثلث قائم الزاویه با هم مساوی اند.

نکته دو گوناس

۱- مثلث ABC با کدام یک از مثلث های زیر مساوی است؟
 تصویری که هر یک را نام ببرید و حالت تساوی را بنویسید.

تصویر ۱

۱- در هر یک از حالت های زیر، مثلث قائم الزاویه ی ABC را رسم کنید.
 $\hat{A} = 90^\circ, \hat{B} = 30^\circ, BC = 4\text{cm}$
 $\hat{C} = 90^\circ, AB = 1\text{cm}, AC = 2\text{cm}$
 $\hat{B} = 90^\circ, \hat{A} = 75^\circ, AC = 4\text{cm}$

عنوان یک فرض در مسئله دیده می شود. (این نکته در حل مسئله های بعد نیز مفید خواهد بود.)

۲- در حل مسئله ی دوم کار در کلاس، همه ی نکات مربوط به نوشتن یک استدلال ریاضی را یادآوری کنید. توجه داشته باشید که میزان تأکید شما بر درست نویسی دانش آموزان، توجه آنها را به اهمیت این موضوع جلب خواهد کرد.

۳- نحوه ی بررسی تمرین ۳ بسیار مهم است؛ زیرا بیشتر دانش آموزان حکم مسئله را فرض تصور می کنند.

۴- تمرین ۴ می تواند یک ارزش یابی تشخیصی خوب برای بررسی میزان یادگیری دانش آموزان کلاس باشد. هنگام حل این تمرین به دانش آموزان یادآوری کنید که شکل دایره در یک مسئله همیشه دربر دارنده ی مفروضات زیادی است که دانش آموز باید آنها را در نظر بگیرد.

۵- در بررسی تمرین های این بخش، به نحوه ی نوشتن استدلال ریاضی دانش آموزان توجه ویژه داشته باشید.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ هدف، به کار بردن حالت های تساوی دو مثلث قائم الزاویه است.

هدف اصلی تمرین ۲، یادآوری نحوه ی صحیح نوشتن یک استدلال ریاضی و نیز معرفی مجدد نمادهای مورد استفاده، است. تمرین ۳، اثبات یک مسئله است که دانش آموزان در گذشته آنرا دانسته فرض می کردند؛ بنابراین، هدف اصلی این تمرین تشخیص درست فرض و حکم در یک مسئله است.

هدف تمرین ۴، حل کامل یک مسئله با انجام دادن مراحل مختلف حل مسئله است.

توصیه های آموزشی:

۱- از دانش آموزان بخواهید حالت تساوی دو مثلث را در تمرین ۱ مشخص کنند. یادآوری کنید که علامت قائمه خود به

اضلاع و زوایای مشترک بهتر نمایان شود.

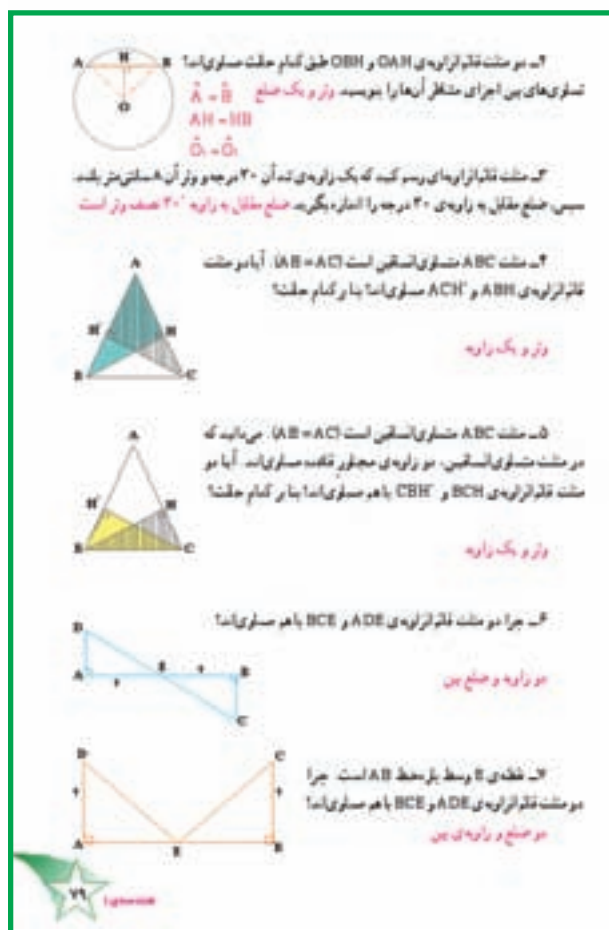


- ۱- بررسی رابطه‌ی بین حالت وتر و یک زاویه‌ی حاده در مثلث قائم‌الزاویه و حالت دو زاویه و ضلع بین، مسیر خوبی برای توسعه است؛ به عبارت دیگر، ایجاد بحث در کلاس که «آیا می‌توان حالت اول را به حالت دوم تبدیل کرد یا خیر» مفید خواهد بود.
- ۲- با طرح یک فعالیت، می‌توانید بررسی اندازه‌ی ضلع مقابل به زاویه‌ی 30° درجه و نسبت آن به وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه را از دانش‌آموزان بخواهید.
- ۳- همچون فعالیت قبل، می‌توانید نسبت طول وتر و ارتفاع وارد بر آن را در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه‌ی حاده‌ی 15° درجه بررسی کنید.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



در صورت وجود امکانات، می‌توانید فعالیت اول درس را در سایت رایانه‌ای و به کمک نرم‌افزارهای گرافیکی انجام دهید تا خطای ابزار از بین برود و مثلث‌ها کاملاً برهم منطبق شوند. این تمرین را می‌توانید به عنوان یک فعالیت خارج از کلاس نیز برای دانش‌آموزان مطرح کنید.



در مورد حل مسئله‌های ۴ و ۵ در کلاس، بهتر است شکل‌های دو مثلث مورد بحث را به طور جداگانه رسم کنید تا

یادداشت معلم

توازی

موضوعات در یک نگاه

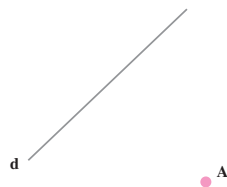
این قسمت با معرفی نمادها و قراردادهای مربوط به خطوط موازی و تشخیص آن‌ها آغاز می‌شود. با بیان اصول اقلیدس، روش‌های رسم خطوط موازی در حالت‌های مختلف، آموزش داده می‌شود. همچنین، به مجموعه‌ی نقاطی که فاصله‌ی آن‌ها از یک خط به یک اندازه است، نیز اشاره شده و مسائل مربوط به آن بررسی می‌شود در انتها، قضیه‌ی خطوط موازی و مورب مطرح و با استفاده از نتیجه‌ی آن، مسئله‌های تساوی مثلث‌ها حل می‌شود.

اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.
- ۱- نمادها و علائم مربوط به خطوط موازی را تشخیص دهد و به کار برد.
 - ۲- اصول اقلیدس را با مثال‌های مختلف تجربه کند.
 - ۳- دو خط موازی را در حالت‌های موردنظر رسم کند.
 - ۴- مجموعه‌ی نقاطی را که از یک خط به یک اندازه‌اند، پیدا کند.
 - ۵- دلیل درستی قضیه‌ی خطوط موازی و مورب را بیان کرده و با استفاده از آن، زاویه‌های موردنظر را پیدا کند.
 - ۶- نتیجه‌ی قضیه‌ی خطوط موازی و مورب را در حل مسئله به کار برد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

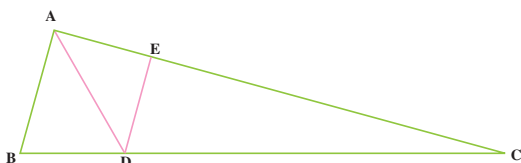
- ۱- نقاطی را پیدا کنید که از نقطه‌ی A به اندازه‌ی $\frac{1}{5}$ و از خط d به اندازه‌ی ۲ سانتی‌متر فاصله داشته باشند.



- ۲- نقاطی را پیدا کنید که فاصله‌ی آن‌ها از خط d، کمتر از ۲ سانتی‌متر باشد.



- ۳- در شکل زیر، AD نیمساز و $DE \parallel AB$ است. چرا مثلث AED متساوی الساقین است؟



واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
توازی مقاطع	خط‌کش	<ul style="list-style-type: none"> انجام فعالیت برای تشخیص خطوط موازی انجام کار در کلاس برای به‌کار بردن نمادها و علائم توازی. 	<ul style="list-style-type: none"> نمادها و علائم مربوط به خطوط موازی را تشخیص دهد و به‌کار برد. نمونه‌هایی از خطوط موازی را در اطراف خود شناسایی کند. 	<ul style="list-style-type: none"> نمادها و علائم مربوط به توازی 	۸۰ ۸۱	علائم و قراردها
اصل اقلیدسی	خط‌کش گونیا	<ul style="list-style-type: none"> انجام دادن فعالیت برای درک این‌که دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند. انجام دادن فعالیت برای درک این‌که دو خط موازی با یک خط، با هم موازی‌اند و اگر یک خط بر یکی از دو خط موازی عمود شود، بر دیگری نیز عمود است. انجام دادن کار در کلاس برای تمرین رسم دو خط و درک این‌که فاصله‌ی دو خط موازی در همه‌ی نقاط یکی است. 	<ul style="list-style-type: none"> با تجربه کردن، نتیجه‌گیری کند که دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند. با توجه به اصل یاد شده، دو خط موازی رسم کند. با تجربه کردن، نتیجه‌گیری کند که دو خط موازی با یک خط با هم موازی‌ند و با نمادهای ریاضی آن را نشان دهد. با تجربه کردن، نتیجه‌گیری کند که اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است. فاصله‌ی دو خط موازی در همه‌ی نقاط به یک اندازه است. با توجه به مطلب یاد شده، نقاطی را پیدا کند که از یک خط به یک اندازه مشخص باشند. 		۸۱ ۸۲ ۸۳ ۸۴	اصول اقلیدس
مورب	نقاله خط‌کش گونیا	<ul style="list-style-type: none"> انجام دادن فعالیت برای نتیجه‌گیری عکس قضیه‌ی موازی و مورب انجام دادن کار در کلاس برای به‌کار بردن عکس قضیه و اثبات آن. 	<ul style="list-style-type: none"> با تجربه کردن، نتیجه‌گیری کند که وقتی خطی دو خط موازی را قطع می‌کند، ۸ زاویه پیدا می‌شود که ۴ تا با هم و ۴ تایی دیگر با هم برابرند. قضیه‌ی خطوط موازی و مورب را در حل مسائل مربوط به پیدا کردن زاویه‌ی مجهول و تساوی مثلث‌ها به کار برد. درستی عکس قضیه را بررسی و نتیجه‌گیری کند. 	<ul style="list-style-type: none"> قضیه‌ی موازی و مورب عکس قضیه‌ی موازی و مورب و کاربرد آن در حل مسئله 	۸۵ ۸۶ ۸۷ ۹۰ ۹۱	خطوط موازی و مورب

دانستنی‌هایی برای معلم

لوزی

اقلیدس (بین سال‌های ۳۳۰ تا ۲۷۵ پیش از میلاد)، در مکتب افلاطون درس خواند؛ سپس، به اسکندریه رفت و کتاب «مقدمات» را که بیشتر حاوی مسائل هندسی و کمتر جبر است، نوشت. اقلیدس «مقدمات» خود را با «تعریف‌ها»، در اصل‌ها آغاز می‌کند و سپس به قضیه‌ها می‌رسد. «تعریف‌های اقلیدس، بیشتر حاوی نام‌گذاری است و کمتر در خود هندسه کاربرد دارد. برخی از آن‌ها، مبهم و متکی بر مفاهیمی است که خود به تعریف نیاز دارند؛ برای نمونه، او درباره‌ی نقطه می‌گوید: «نقطه چیزی است که بخشی ندارد» یا درباره‌ی خط راست می‌گوید: «خط راست، چیزی است که نسبت به همه‌ی نقطه‌های خود یک نواخت باشد». این تعریف‌ها جز این‌که ابهام دارند، باید بعد از تعریف واژه‌های «چیز» یا «یکنواخت» بیایند. کتاب اقلیدس به همه‌ی زبان‌های دنیا ترجمه و به احتمال، بیش از هر کتاب دیگری تاکنون چاپ شده است. هنوز هم در دبیرستان‌ها، هندسه را براساس نوشته‌های اقلیدس می‌خوانند.

اقلیدس با ۳۵ تعریف کتاب خود را آغاز می‌کند؛ به قول «لامبرت» سویسی: «اقلیدس در این فراوانی تعریف‌ها، از شیوه‌ای شبیه نام‌گذاری استفاده می‌کند. کار او شبیه کار ساعت‌ساز یا صنعتگر دیگری است که می‌کوشد شاگردان خود را با نام ابزارهایی که باید به کار ببرند، آشنا کند».

اقلیدس، به جز تعریف‌ها، ۵ «پوستولا» و ۵ «آکسیوم» نیز می‌آورد. «پوستولاها» و «آکسیوم‌ها» حکم‌هایی‌اند که به نظر اقلیدس بدیهی بوده‌اند و امروز به نام «اصل» شناخته می‌شوند. اقلیدس «پوستولاها» را مخصوص هندسه و «آکسیوم‌ها» را برای همه‌ی ریاضیات آورده است. «پوستولا»ی پنجم به این صورت است: «اگر دو خط راست، ضمن برخورد با خط راست سوم، در یک طرف چنان زاویه‌های داخلی بسازند که در مجموع کمتر از دو قاعده داشته باشند، آن وقت، این خط‌های راست در همان طرف، به هم می‌رسند».

همان‌طور که گفتیم، به دلیل وجود ابهام‌هایی در «مقدمات»، و به‌ویژه اصل پنجم اقلیدس، از همان آغاز شرح‌هایی بر «مقدمات» اقلیدس نوشته شد و تغییرهایی در آن به‌وجود آمد؛ برای نمونه، پروکلس که

در سده‌ی چهارم میلادی زندگی می‌کرد، اصل پنجم را این‌گونه بیان می‌کند: «اگر خط راستی با یکی از دو خط موازی برخورد کند، بی‌تردید به دیگری هم برخورد خواهد کرد». و جان والیس (۱۷۰۳-۱۶۱۹)، به جای اصل پنجم این اصل را قرار می‌دهد: «همواره می‌توان شکلی متشابه با شکل داده شده و با اندازه‌های اختیاری ساخت».

آدریان ماری لژاندر (۱۸۳۳-۱۷۵۵؛ فرانسوی)، این اصل را به جای اصل پنجم اقلیدس می‌گذارد: «همیشه می‌توان مثلی یافت که مجموع سه زاویه‌اش، برابر دو قائمه باشد».

آنچه امروز به نام «اصل پنجم اقلیدس» در همه‌جا رایج است، به جان پلی‌فیر تعلق دارد: «از هر نقطه‌ی واقع در بیرون یک خط راست، تنها یک خط راست موازی با آن می‌توان رسم کرد».

دانشمندان و به‌ویژه ریاضی‌دانان بسیاری، کوشیدند تا «اصل پنجم» را به یاری سایر اصل‌های اقلیدس ثابت کنند، ولی هیچ‌کدام نتوانستند به هدف خود برسند. از جمله‌ی این افراد، پاپوس (نیمه‌ی دوم سده‌ی دوم میلادی) و پروکلس (سده‌ی چهارم میلادی) بودند. در دوره‌ی ریاضیات کاربردی ایرانی، فضل‌حاتم نیریزی استدلالی آورد که درواقع در آن، اصل دیگری را به جای اصل اقلیدس گذاشته بود ولی هوشمندی وی را باید در این دانست که لژاندر که در سده‌ی هجدهم میلادی می‌زیست، همان اشتباه نیریزی را تکرار کرده است. حکیم عمر خیام نیشابوری هم در کتاب خود به نام «توضیح‌هایی درباره‌ی اصل اقلیدس»، درباره‌ی اصل پنجم بحث می‌کند. او پاره‌خط راستی را در نظر می‌گیرد و به دو انتهای آن، دو عمود برابر رسم کرده و دو سر این عمودها را به هم وصل می‌کند که یک چهارضلعی به‌دست می‌آید که آن را «چهارضلعی دو قائمه با ساق‌های برابر» می‌نامند. آن‌گاه این مسئله را در برابر خود قرار می‌دهد: آیا در این چهارضلعی دو زاویه‌ی بالا برابرند؟ اگر برابرند، حاده‌اند یا منفرجه یا قائمه؟ خیام به‌درستی برابری دو زاویه را ثابت می‌کند و سپس با جانشین کردن اصل دیگری به جای اصل پنجم اقلیدس، حاده بودن و منفرجه بودن آن‌ها را رد کرده و قائمه بودن

دو زاویه را «ثابت» می‌کند. این استدلال‌ها با اندک تفاوتی به کتاب «تحریر اقلیدس» **خواجه نصیرالدین طوسی**، (۱۲۷۴-۱۲۰۱ میلادی) راه می‌یابند و از آن‌جا به اروپا می‌روند. در ایتالیا، ترجمه‌ی کتاب طوسی به دست **ساکری** (۱۷۳۳-۱۶۶۷ میلادی) می‌رسد. او استدلال خیام را دنبال می‌کند ولی به جایی نمی‌رسد.

امروزه همه‌ی کتاب‌های تاریخی، وقتی به تحلیل هندسه‌ی نااقلیدسی می‌پردازند، آن را دنباله‌ی کارهای «ساکری» به حساب می‌آورند؛ درحالی که سده‌ها قبل از «ساکری»، خیام بود که به این مهم پرداخت. هندسه‌ی نااقلیدسی را نیکلای ایونوویچ لباچوسکی (۱۸۵۶-۱۷۹۳) یانوش بایای مجارستانی (۱۸۶۰-۱۸۰۲) و فردریک گوس (۱۸۵۵-۱۷۷۷) مطرح کردند، ولی لباچوسکوی بود که با شجاعت کار خود را دنبال کرد و به نتیجه رسانید. گوس، در سال ۱۸۲۹ میلادی، در نامه‌ای به زیسل می‌نویسد:

«احتمالاً، به این زودی‌ها، آمادگی پیدا نمی‌کنیم که پژوهش‌های گسترده‌ی خود را در این زمینه برای چاپ آماده کنیم. چه‌بسا در همه‌ی دوران زندگی خود، بتوانیم در این باره تصمیم بگیریم؛ زیرا از هیاهوی بئوسی‌ها هراس دارم که با بیان همه‌ی دیدگاه‌های خود، هجوم خود را به سمت من آغاز می‌کنند». [بئوسی‌ها ساکنان منطقه‌ی بئوسی بودند که آتنی‌ها، آن‌ها را نادان می‌دانستند].

ولفگان بایای پدر یانوش بایای، دوست دانشگاهی گوس، همه‌ی عمر خود را در راه اثبات پوستولای پنجم گذراند. او نتوانست چیز تازه‌ای به دست آورد ولی آنچه را پدر در آرزوی آن بود، پسرش یانوش بایای انجام داد؛ به‌طوری که حتی، گوس محافظه‌کار را بر آن داشت که او را «نابغه‌ای درجه اول» بخواند. او به تدریج قانع شد که هندسه‌ای وجود دارد که پوستولای پنجم در آن صدق نمی‌کند. ولی پدرش با اصرار از او خواست، از ادامه‌ی کار منصرف شود و برای وی نوشت:

«خواهش می‌کنم در صدد پیروزی بر نظریه‌ی خط‌های موازی نباش؛ زیرا همه‌ی وقت خود را خراب خواهی کرد؛ بدون آن که بتوانی آن را ثابت کنی. سعی کن این نظریه را چه با روشی که برای من شرح دادی و چه با روش دیگر، فراموش کنی. من همه‌ی راه‌ها را آزموده‌ام و هیچ اندیشه‌ای را بدون بررسی رها نکرده‌ام. من تمامی این شب سیاه را در نور دیده‌ام و هر شعله‌ی شادی زندگی را در آن، به خاک سپرده‌ام. به خاطر خدا از تو می‌خواهم این

مسئله را کنار بگذاری. از آن به همان اندازه دوری کن که از نیروهای نفسانی خود دوری می‌کنی؛ زیرا ممکن است همه‌ی زندگی، سلامتی، آرامش و شادکامی زندگی را از تو بگیرد».

«یانوش» به پند پدر گردن نگذاشت و حتی جدی‌تر، کار روی هندسه‌ی جدید را ادامه داد. در سال ۱۸۲۳ میلادی، این جوان بیست و یک ساله، به پدرش نوشت:

«به‌طور جدی تصمیم دارم نتیجه‌ی کارهای خود را درباره‌ی خط‌های راست موازی چاپ کنم؛ تنها منتظر فرصتی برای منظم کردن آن هستم.»

در سال ۱۸۳۲، کتاب **ولفگان بایای** درباره‌ی هندسه چاپ شد. کار یانوش بایای ضمیمه‌ای از همین کتاب بود. عنوان این ضمیمه، با این جمله آغاز می‌شود: «برای آموزش فضایی که به درستی یا نادرستی اصل اقلیدس هیچ ربطی ندارد ...». این نوشته را **ولفگان بایای** برای دوست نامدارش، **گوس** فرستاد. پاسخ چنین بود:

«اگر از این‌جا آغاز کنم که زبانم از تحسین کار یانوش عاجز است ممکن است در ابتدا شگفت زده شوی ...؛ درواقع، تحسین او به معنای تحسین خودم است؛ زیرا مضمون این نوشته و راهی را که پسر تو انتخاب کرده است و نتیجه‌گیری‌های او، به آنچه من می‌اندیشم و از ۳۰، ۳۵ سال گذشته به آن مشغول بوده‌ام، بسیار نزدیک و حتی به تقریب، بر آن‌ها منطبق است. درواقع، از این بابت شگفت زده شده‌ام».

زندگی بر یانوش سخت گرفت؛ هم‌عصرانش ارزش کشف او را نمی‌فهمیدند. سرانجام، یانوش از این که کسی حرف او را نمی‌فهمید و با او همدردی نمی‌کرد، تحمل خود را ازدست داد و به ناامیدی افتاد؛ پژوهش‌های ریاضی را کنار گذاشت و تا پایان عمر در تنهایی زندگی کرد.

لباچوسکی، بدون ارتباط با گوس و بایای، به سمت همان اندیشه حرکت کرد. او خیلی جلوتر و ژرف‌تر از گوس و بایای تا پایان زندگی، برای رسمیت بخشیدن به اندیشه‌ی خود مبارزه کرد.

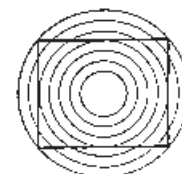
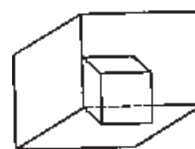
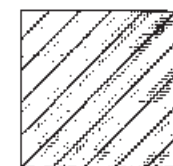
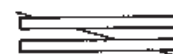
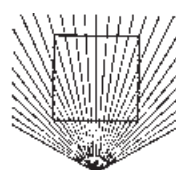
لباچوسکی «هندسه‌ی تخیلی» را در سال ۱۸۳۵، «غلیان تازه‌ی هندسه با نظریه‌ی کامل موازی‌ها» را در سال‌های ۱۸۳۵ تا ۱۸۳۸ و «بررسی‌های هندسی درباره‌ی خط‌های راست موازی» را در سال ۱۸۴۰ نوشت و به این ترتیب هندسه‌ی نااقلیدسی زاده شد و پا گرفت.

علائم و قراردادها



ایجاد انگیزه کنید:

۱- یک تابلو از خطای دید شامل شکل‌های زیر و شکل‌های مشابه را در کلاس در معرض توجه دانش‌آموزان قرار دهید.



توصیه‌های آموزشی:



- ۱- وقت را در نظر بگیرید. این فعالیت می‌تواند زمان زیادی را در کلاس به خود اختصاص دهد.
- ۲- ممکن است در کلاس مبحث خطوط متناظر طرح شود؛ می‌توانید از این فرصت استفاده کنید.
- ۳- دانش‌آموزان را با این تعریف آشنا کنید.

آموزش دهید:



پس از بررسی چند خط موازی، قراردادهای و علائم موازی بودن و موازی نبودن دو خط را روی تخته بیان کنید؛ سپس، متن درس را بخوانید و از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند.

بر علائم موازی بودن (||) و موازی نبودن (⊘) تأکید کنید. علامت عمود بودن (\perp) را نیز در کلاس معرفی کنید تا در

شروع کنید:



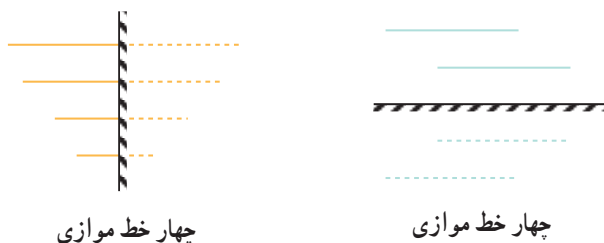
از دانش آموزان بخواهید فعالیت ابتدای درس را در کلاس بررسی کنند. این فعالیت می تواند شروع خوبی برای کلاس باشد و نیز به طور گروهی، در ابتدای کار پاسخ داده شود.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، یادآوری معنای موازی بودن دو خط در ذهن دانش‌آموزان، آماده کردن کلاس برای بررسی ریاضی و بیان مصداق‌ها و کاربردهای از خطوط موازی است.

با حرکت دادن آینه، شکلی بسازید که در آن هیچ خط موازی وجود نداشته باشد؛ سپس، آینه را طوری قرار دهید تا ۱، ۲، ۳ یا ... خط موازی به وجود آید. می‌توانید نتایج را به صورتی زیبا روی مقوا یا کاغذ، نقاشی کنید.



توسعه:

اصول اقلیدس

ایجاد انگیزه کنید:

توضیحات متن کتاب را در ابتدای درس بخوانید و عکس اقلیدس را در کلاس نمایش دهید. فضا را به گونه‌ای ترسیم کنید که دانش‌آموزان معنای چهار قرن پیش از میلاد را بفهمند.

شروع کنید: 

از دانش آموزان بخواهید فعالیت اول را به کمک گونیا در کتاب انجام دهند.

هدف فعالیت: 

هدف اصلی این فعالیت، تجربه‌ی یکی از اصول اقلیدس و نیز به‌کار بردن این اصل در رسم خطوط موازی با شرایط موردنظر است.

توصیه‌های آموزشی:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک علامت عمود (\perp) و موازی (||)، نتیجه‌گیری خود را به زبان ریاضی بنویسند.

۴- در هر شکل، خطهای متوازی را با یکدیگر نموده مشخص کنید.



بهر گروهی ووربااضی

اقلیدس



اقلیدس در اواخر قرن چهارم پیش از میلاد متولد شد و در آکادمی افلاطون تحصیل کرد. پس از آن که پلتنیسوس چاشنس اسکندر، دانشگاه اسکندریه را تأسیس کرد، اقلیدس به دعوت او برای تدریس به اسکندریه رفت و تا آخر عمر در آنجا ماند. مهم‌ترین کار اقلیدس، تنظیم و تدوین هندسه است. او کلیه‌های دانشمندان قبل از خود را جمع‌آوری و با دقت مطالعه کرد. مطلقاً را به آن‌ها افزود و هندسای را بنا نهاد که پس از او هندسه اقلیدسی نام گرفت.

اصول اقلیدس

خط دو خط را، هر خط را، عمود کند. آن‌ها را امتداد دهی و بررسی کن که آیا یکدیگر را قطع می‌کنند.

خط عمود دیگر رسو کند و همین بررسی را انجام دهی.

از این قضایات چه نتیجه‌ای می‌گیری؟

خط عمود بر یک با هم موازی است.





کتابخانه

زیر عنوان‌های بعد دچار مشکل نشوید.

توصیه‌های آموزشی:

۱- امکان دارد دانش‌آموزان در تمرین ۱ کار در کلاس دچار مشکل شوند. هنگام حل کردن این مسئله، دانش‌آموزان کلاس را مشاهده کنید و در صورت نیاز، جدول را برای آن‌ها توضیح دهید.

۲- علامت معرفی شده در تمرین ۲ فقط نشان‌دهنده‌ی موازی بودن است نه مساوی بودن؛ این موضوع را توضیح دهید.

فعالیت خارج از کلاس:

شکل زیر را روی مقوا رسم کنید.



$$\left. \begin{array}{l} d_1 \perp d \\ d_2 \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow d_1 \parallel d_2$$

ادامه دهید:



پس از بررسی فعالیت، متن کتاب را به کمک دانش آموزان در کلاس بررسی کنید و از آن‌ها بخواهید دلایل دیگری برای توجیه این اصل ارائه دهند.

یکی از کاربردهای این اصل، رسم یک خط موازی از نقطه‌ای مشخص است. این موضوع را در کلاس مورد توجه قرار دهید؛ سپس، از دانش آموزان بخواهید با انجام دادن فعالیت بعدی، اصول دیگری را کشف کنند.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت کشف و تجربه‌ی دو اصل دیگر از اصول اقلیدس است؛ علاوه بر این، استفاده از علائم و نمادها برای نوشتن اصول کشف شده نیز مورد تأکید است.

توصیه‌های آموزشی:



۱- برای بررسی تمرین ۱ از دانش آموزان بخواهید توضیح دهند که دو خط در چه زمانی با هم موازی‌اند.

۲- در تمرین ۲ می‌توانید به دانش آموزان پیشنهاد کنید که خط عمود دیگری بر a رسم کنند؛ سپس، آن را ادامه دهند و وضعیت آن را با a' بررسی کرده و نتیجه را به کلاس اعلام کنند.

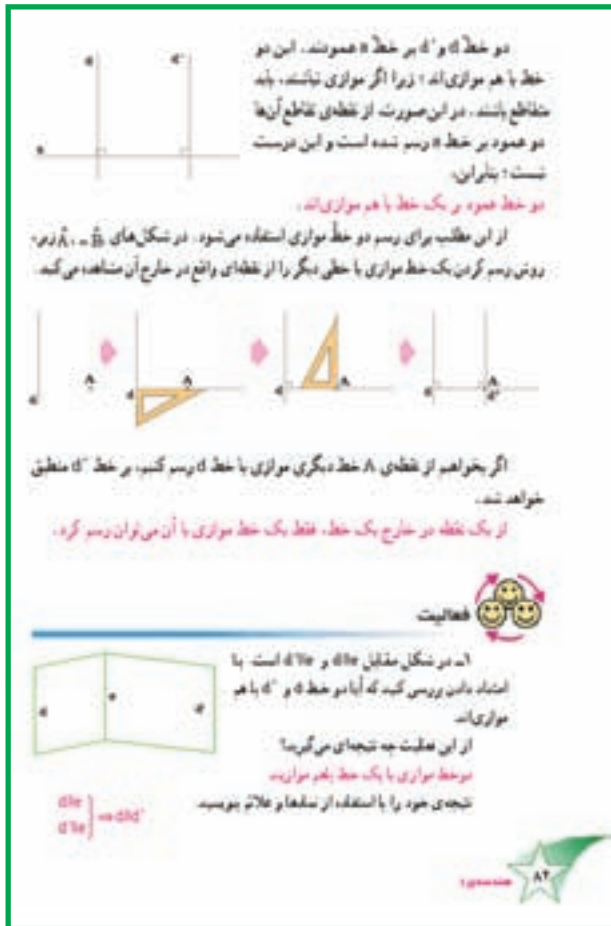
۳- نوشتن نتایج به کمک علائم و نمادها مورد تأکید است.

$$\left. \begin{array}{l} d \parallel e \\ d' \parallel e \end{array} \right\} \Rightarrow d \parallel d' \quad \left. \begin{array}{l} e \perp a \\ e \parallel a' \end{array} \right\} \Rightarrow e \perp a'$$

ادامه دهید:



از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس را در کتاب و به کمک خط کش و گونیا پاسخ دهند و سپس به کمک آن‌ها پاسخ‌ها را بررسی کنید. برای بررسی پاسخ‌ها می‌توانید کتاب‌های دانش آموزان را جابه‌جا کنید و از آن‌ها بخواهید تمرین‌های دوست خود را تصحیح کنند و برای اظهار نظر در مورد درستی یا نادرستی تمرین‌ها، دلیل ریاضی ارائه دهند.



هدف کار در کلاس:



تمرین اول و چهارم با هدف استفاده از اصول مطرح شده در فعالیت‌ها طراحی شده است. هدف تمرین دوم و سوم تأکید بر این نکته است که فاصله‌ی دو خط موازی در همه‌ی نقاط یکسان است.

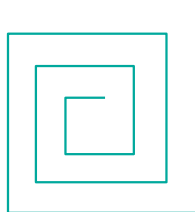
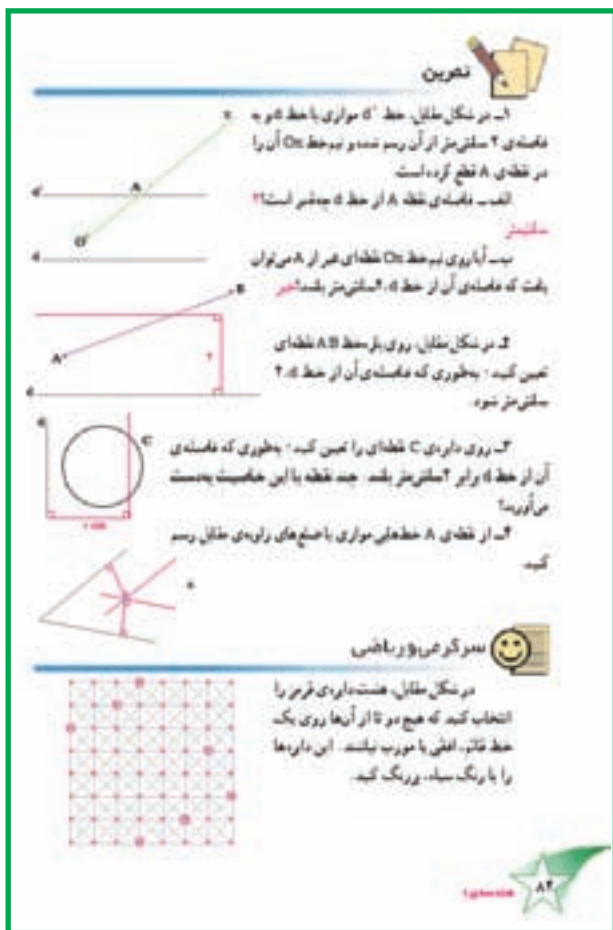
توصیه‌های آموزشی:



۱- در تمرین ۱ و ۴ از دانش آموزان بخواهید در مورد تعداد جواب‌ها بحث کنند و در رسم جواب، اصل مورد استفاده‌ی خود را بیان کنند.

۲- همه‌ی رسم‌های هندسی باید به کمک خط کش و گونیا تهیه شود. کشیدن خطوط بدون استفاده از این وسایل و با دست و به صورت نامنظم، قابل قبول نخواهد بود.

۳- در کلیه‌ی تمرین‌های این قسمت، هدف، بیان دلیل



بیان کنند.

ریاضی به کمک اصول اقلیدس و خواص مطرح شده برای خط‌های موازی است.

در تمرین ۱، دانش‌آموزان باید بدون اندازه‌گیری پاسخ دهند و دلیل پاسخ خود را به کمک اصول و خاصیت‌های طرح شده بیان کنند.

۲- از دانش‌آموزان بخواهید دنیایی را تصور کنند که در آن خطوط موازی وجود ندارد و مشکلات آن را بررسی کنند.

تلفیق با سایر دروس:



رسم خطوط موازی با فاصله‌های مختلف یکی از تکنیک‌های سایه‌زدن در نقاشی است. از دانش‌آموزان بخواهید این تکنیک را در یک نقاشی به کار ببرند.



فعالیت خارج از کلاس:



۱- از دانش‌آموزان بخواهید یک کاغذ مربعی شکل تهیه کنند؛ سپس، در مرکز آن، یک پاره‌خط یک سانتی‌متری رسم کرده و یک پاره‌خط $1/5$ cm بر آن عمود کنند. آن‌گاه از انتهای آن پاره‌خط 2 cm را عمود کنند و این کار را ادامه دهند. شکل ترسیم شده را به کلاس ارائه دهند و سپس، خطوط موازی را در این شکل مشخص کرده و علت را به کمک یکی از اصول اقلیدس

توسعه:

۱- در صورت آمادگی کلاس، بررسی معنای کلمات اصل، قضیه و مسئله در هندسه می‌تواند مسیر خوبی برای توسعه‌ی بحث باشد؛ مشروط بر این که از توانایی و درک دانش‌آموزان اطمینان داشته باشید.

۲- بیان چند اصل از اصول هندسه‌ی نااقلیدسی نیز در کلاس جالب است؛ برای مثال، در هندسه‌ی کروی بر یک خط بیش از یک عمود می‌توان رسم کرد (همه‌ی نصف‌النهارها بر مدار استوا عمودند).

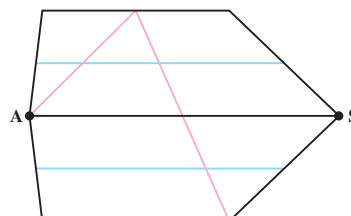
۳- بیان کامل اصول اقلیدس هم مسیر خوبی برای توسعه است.

۴- مهم‌ترین راهکار توسعه در این درس، حل کردن مسئله‌هایی است که مکان‌های هندسی را جست و جو می‌کنند. مکان هندسی نقاطی که از یک نقطه‌ی مشخص به یک فاصله‌اند، دایره و مکان هندسی نقاطی که از یک خط مشخص به یک فاصله‌اند، خطی موازی خط مورد نظر است. ترکیب این دو مکان و بحث در مورد وجود یا نبود جواب بسیار مفید و جالب است.

خطوط موازی و مورب

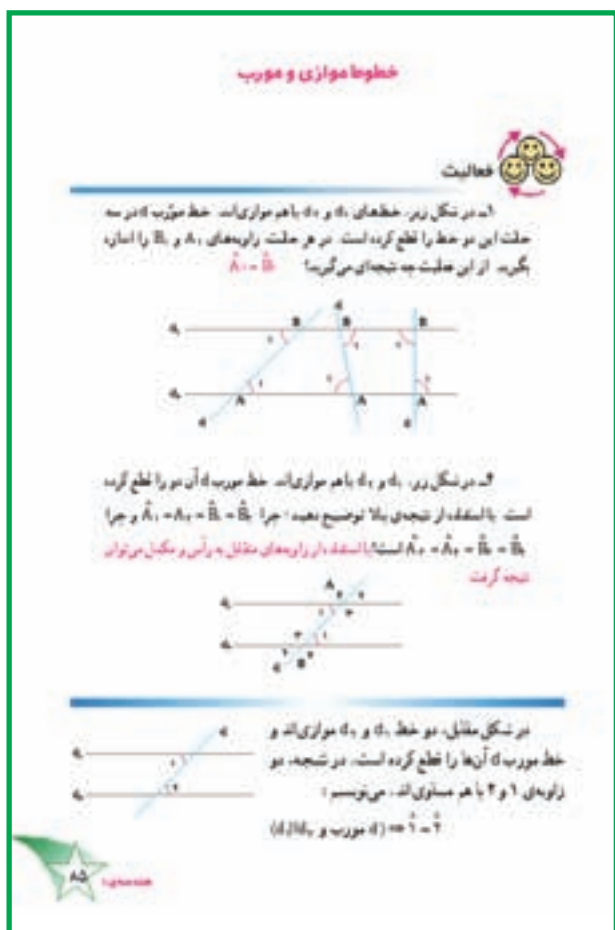
ایجاد انگیزه کنید:

شکل زیر را در نظر بگیرید؛ از دانش‌آموزان بخواهید مسیر حرکت از a به S را پیدا کنند. آن‌ها از راه‌های موازی و نیز راه‌های غیرموازی فقط یک بار می‌توانند استفاده کنند.



شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک نقاله، با دقت و حوصله،



فعالیت آغازین این درس را انجام دهند. برای آن‌ها توضیح دهید که حل دقیق این فعالیت، باعث کشف یک قانون مهم خواهد شد.

هدف فعالیت:

هدف اصلی این فعالیت، تجربه‌ی قضیه‌ی خطوط موازی و مورب و نتیجه‌گیری آن است.

توصیه‌های آموزشی:

از دانش‌آموزان بخواهید در تمرین اول، اندازه‌ی زاویه‌ها را داخل آن‌ها بنویسند و در تمرین ۲، زاویه‌های مساوی را رنگ‌آمیزی کنند تا تصویر آن‌ها در ذهن باقی بماند.

توصیه‌های آموزشی:



- ۱- برای حل کردن تمرین اول، به دانش‌آموزان توصیه کنید فرض‌های مسئله را در ابتدای کار مشخص کنند؛ سپس، به دنبال دلیل برای تساوی دو مثلث باشند.
- ۲- برای حل کردن تمرین دوم، به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید که خطوط موازی را امتداد دهند تا خط‌های موازی و مورب ۸ زاویه‌ی اصلی خود را نمایان کنند؛ سپس، زاویه‌های مساوی را مشخص کنند و به مسئله پاسخ دهند.



ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت بعدی را به دقت بخوانند و به آن پاسخ دهند. همچنین، هدف اصلی این فعالیت را پیش‌بینی کنند.

هدف فعالیت:



هدف اصلی این فعالیت، تجربه‌ی عکس قضیه‌ی خطوط موازی و مورب است.

توصیه‌های آموزشی:



- ۱- به دانش‌آموزان یادآوری کنید که درستی یک مسئله لزوماً به معنای درستی عکس آن نیست؛ برای مثال، «اگر دو نفر برادر باشند، حتماً یک نام خانوادگی دارند» صحیح است ولی عکس آن یعنی «اگر دو نفر نام خانوادگی یکسان داشته باشند، برادرند» صحیح نیست.
- ۲- از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های دیگری را در کلاس طرح کنند.

توجه داشته باشید که ضلع‌های زاویه‌های ۱ و ۲ همان خطوط موازی و مورب باشند.

کار در کلاس

۱- دو خط l و k با هم موازی‌اند و از وسط AB به خط l و k عمود رسم شده است. الف- چرا MN و l هم عمود است؟
 ب- چرا AM و BN هم موازی‌اند؟
 ج- جهت‌دار به یک زاویه‌ی خاص.

۲- چرا AM و BN موازی‌اند؟
 از تساوی اجزاء داخلی نتیجه می‌گیریم.

۳- در هر یک از شکل‌های زیر، اندازه‌ی هر زاویه را داخل آن بنویسید.

فعالیت

در شکل مقابل، دو زاویه‌ی A و B با هم برآورد. خطوط را امتداد دهید و بررسی کنید که آیا دو خط l و k با هم موازی‌اند. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر دو زاویه‌ی A و B مساوی باشند، دو خط با هم موازی‌اند.

آموزش دهید:



شکل دو خط موازی و یک خط مورب را روی تخته رسم کرده و آن را مشابه کتاب نام‌گذاری کنید؛ سپس، نتیجه‌ی فعالیت را به کمک دانش‌آموزان بیان کنید و نحوه‌ی بیان ریاضی آن را برای دانش‌آموزان بنویسید.

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که ضلع‌های زاویه‌ی ۱ و ۲ در واقع خطوط موازی و خط مورب‌اند. این نکته به آن‌ها کمک می‌کند تا زاویه‌های موردنظر را درست تشخیص دهند؛ سپس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:



هدف تمرین اول، اثبات قضیه‌ی خطوط موازی و مورب و هدف تمرین ۲، به کار بردن این قانون در شکل‌های مختلف و پیدا کردن زاویه‌ی موردنظر است.

ادامه دهید:

پس از کسب تجربه‌ی یاد شده، قسمت بعدی کتاب را در کلاس بخوانید و توضیح دهید؛ سپس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس مربوط را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

در تمرین اول، هدف، به کار بردن عکس قضیه‌ی خطوط موازی و مورب است.
هدف تمرین دوم، بیان دلیل عکس قضیه‌ی خطوط موازی و مورب است که مراحل اثبات آن مشخص شده است.

توصیه‌های آموزشی:

۱- در تمرین ۱ به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید که به کمک قوانین طرح‌شده‌ی قبلی، ابتدا مقدار زاویه‌های دیگر را پیدا کنند سپس، در مورد موازی بودن یا نبودن آن تصمیم بگیرند.
برای حل کردن تمرین ۲، از دانش‌آموزان بخواهید فرض‌های مسئله را در ابتدای کار مشخص کنند.
۲- سپس، مرحله به مرحله برای آنچه در مسئله خواسته شده است، دلیل ریاضی مناسب پیدا کنند.

ادامه دهید:

متن سرگرمی را در کلاس بخوانید و در مورد آن با دانش‌آموزان گفت و گو کنید.
از آن‌ها بخواهید تصور کنند که اصول اقلیدس در چه زمانی می‌تواند نادرست باشد.

توصیه‌های آموزشی:

۱- برای حل مسئله‌های ۱ و ۲ این بخش به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید که خطوط موازی و مورب را در شکل کاملاً مشخص کنند تا زاویه‌های اصلی مشخص شوند. به آن‌ها یادآوری کنید که یک ضلع زاویه‌های مورد بحث باید خطوط موازی و ضلع دیگر خط مورب باشد.



- ۲- به دانش‌آموزان بگویند برای حل کردن مسائل ۳ و ۴ راهبرد مورد نظر را انتخاب کنند و به کمک آن، به حل مسئله بپردازند.
- ۳- در پایان همه‌ی مسائل، مرحله‌ی بازگشت به عقب را جدی بگیرند و از درستی جواب مطمئن شوند.

ادامه دهید:



از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی دوم را با دقت بخوانند و درباره‌ی صورت مسئله با یک‌دیگر گفت‌وگو کنند. از یکی از گروه‌ها بخواهید شرایط مسئله را توضیح دهد و با کشیدن یک شکل فرضی روی تخته، موارد خواسته شده در مسئله را بیان کند. پس از این که صورت مسئله برای همه شفاف شد، از گروه‌ها بخواهید با استفاده از آنچه تا کنون آموخته‌اند، مسئله را حل کنند. به آن‌ها تأکید کنید ابتدا راهبرد مناسب را انتخاب نموده و سپس مسئله را حل نمایند و درستی پاسخ را بررسی کنند. با استفاده از مطالب این قسمت کتاب، می‌توان هر مرحله را سریع‌تر انجام داد اما تأمل در هر مرحله، می‌تواند برای دانش‌آموزان مفید باشد. پس از این که همه‌ی گروه‌ها مسئله را حل کردند، از نماینده‌ی یکی از آن‌ها بخواهید روی تخته به حل مسئله بپردازد. از آن‌ها بپرسید: آیا حالت دیگری هم می‌توان تصور کرد؟ این مسئله چند جواب دارد؟ مسئله چند حالت دارد؟ آیا می‌توان حالتی را تصور کرد که مسئله جواب نداشته باشد؟ حالتی که یک نقطه جواب مسئله باشد، چه‌طور؟ دو نقطه؟ سه نقطه؟

پاسخ دادن به این پرسش‌ها می‌تواند دانش‌آموزان را در بررسی درستی پاسخی که به دست آورده‌اند، در مرحله‌ی بازگشت به عقب یاری کند. توجه داشته باشید که چگونگی قرار گرفتن نقطه‌ی A و خط d در کنار هم، تعداد نقاط جواب را مشخص می‌کند.

توصیه‌های آموزشی:



با توجه به این که این راهبرد در کلاس اول راهنمایی آموزش داده شده است، انتظار می‌رود در حل مسائل این قسمت و تمرین‌های بعد، دانش‌آموزان راهبرد زیر مسئله را به درستی به کار برند. در واقع، در کلاس اول راهنمایی، هدف، آشنایی است اما در کلاس دوم انتظار داریم راهبرد را به طور کامل به کار برند. از آن‌جا که این راهبرد کاربرد زیادی دارد، توصیه می‌شود در حل تمرین‌ها و مسائل مربوط به آن، دقت بیشتری به عمل آید.

حل مسئله

رای زمین به بلایح یک مسئله چه فرضی را می‌گیرد؟ رای پیدا کردن خواسته‌ی یک مسئله چند مسئله‌ی مفهومی را دارد. حل مسئله یک مسئله‌ی ریاضی است که به چند مسئله‌ی ساده تبدیل کند. حل مسئله‌ی ساده به حل مسئله‌ی دشوار می‌شود.

۱- مسئله‌ی زیر مسئله‌ی مفهومی یک مسئله‌ی ریاضی است که به چند مسئله‌ی ساده تبدیل کند.

مثال: $1000 - 100 = 900$ متر از هزار متر $9000 - 900 = 8100$ متر از هزار متر $81000 - 8100 = 72900$ متر از هزار متر $729000 - 72900 = 656100$ متر از هزار متر $6561000 - 656100 = 5904900$ متر از هزار متر $59049000 - 5904900 = 53144100$ متر از هزار متر $531441000 - 53144100 = 478296900$ متر از هزار متر $4782969000 - 478296900 = 4304672100$ متر از هزار متر $43046721000 - 4304672100 = 38742048900$ متر از هزار متر $387420489000 - 38742048900 = 349678440100$ متر از هزار متر $3496784401000 - 349678440100 = 3167635960900$ متر از هزار متر $31676359609000 - 3167635960900 = 28788693748100$ متر از هزار متر $287886937481000 - 28788693748100 = 258998933771900$ متر از هزار متر $2589989337719000 - 258998933771900 = 2301198399040100$ متر از هزار متر $23011983990401000 - 2301198399040100 = 20124975599361000$ متر از هزار متر $201249755993610000 - 20124975599361000 = 172389682083210000$ متر از هزار متر $1723896820832100000 - 172389682083210000 = 1435296081728100000$ متر از هزار متر $14352960817281000000 - 1435296081728100000 = 11466953426241000000$ متر از هزار متر $114669534262410000000 - 11466953426241000000 = 85809460352010000000$ متر از هزار متر $858094603520100000000 - 85809460352010000000 = 569493864416100000000$ متر از هزار متر $5694938644161000000000 - 569493864416100000000 = 2808931253121000000000$ متر از هزار متر $28089312531210000000000 - 2808931253121000000000 = 9212923859210000000000$ متر از هزار متر $92129238592100000000000 - 9212923859210000000000 = 36469169776100000000000$ متر از هزار متر $364691697761000000000000 - 36469169776100000000000 = 141869479104100000000000$ متر از هزار متر $1418694791041000000000000 - 141869479104100000000000 = 567467916416100000000000$ متر از هزار متر $5674679164161000000000000 - 567467916416100000000000 = 226987166561000000000000$ متر از هزار متر $2269871665610000000000000 - 226987166561000000000000 = 907948666241000000000000$ متر از هزار متر $9079486662410000000000000 - 907948666241000000000000 = 3631794666561000000000000$ متر از هزار متر $36317946665610000000000000 - 3631794666561000000000000 = 14527966664161000000000000$ متر از هزار متر $145279666641610000000000000 - 14527966664161000000000000 = 5811196666241000000000000$ متر از هزار متر $58111966662410000000000000 - 5811196666241000000000000 = 23246976665610000000000000$ متر از هزار متر $232469766656100000000000000 - 23246976665610000000000000 = 92986976664161000000000000$ متر از هزار متر $929869766641610000000000000 - 92986976664161000000000000 = 37196986662410000000000000$ متر از هزار متر $371969866624100000000000000 - 37196986662410000000000000 = 148796976665610000000000000$ متر از هزار متر $1487969766656100000000000000 - 148796976665610000000000000 = 595197666641610000000000000$ متر از هزار متر $5951976666416100000000000000 - 595197666641610000000000000 = 2382477666241000000000000000$ متر از هزار متر $23824776662410000000000000000 - 23824776662410000000000000000 = 9527477666561000000000000000$ متر از هزار متر $95274776665610000000000000000 - 95274776665610000000000000000 = 38119776664161000000000000000$ متر از هزار متر $381197766641610000000000000000 - 381197766641610000000000000000 = 152797766624100000000000000000$ متر از هزار متر $1527977666241000000000000000000 - 1527977666241000000000000000000 = 607197766656100000000000000000$ متر از هزار متر $6071977666561000000000000000000 - 6071977666561000000000000000000 = 2428477666416100000000000000000$ متر از هزار متر $24284776664161000000000000000000 - 24284776664161000000000000000000 = 9712977666241000000000000000000$ متر از هزار متر $97129776662410000000000000000000 - 97129776662410000000000000000000 = 39169776665610000000000000000000$ متر از هزار متر $391697766656100000000000000000000 - 391697766656100000000000000000000 = 156797766641610000000000000000000$ متر از هزار متر $1567977666416100000000000000000000 - 1567977666416100000000000000000000 = 627197766624100000000000000000000$ متر از هزار متر $6271977666241000000000000000000000 - 6271977666241000000000000000000000 = 2528477666561000000000000000000000$ متر از هزار متر $25284776665610000000000000000000000 - 25284776665610000000000000000000000 = 10119776664161000000000000000000000$ متر از هزار متر $101197766641610000000000000000000000 - 101197766641610000000000000000000000 = 40719776662410000000000000000000000$ متر از هزار متر $407197766624100000000000000000000000 - 407197766624100000000000000000000000 = 162797766656100000000000000000000000$ متر از هزار متر $1627977666561000000000000000000000000 - 1627977666561000000000000000000000000 = 651197766641610000000000000000000000$ متر از هزار متر $6511977666416100000000000000000000000 - 6511977666416100000000000000000000000 = 2607977666241000000000000000000000000$ متر از هزار متر $26079776662410000000000000000000000000 - 26079776662410000000000000000000000000 = 10479776665610000000000000000000000000$ متر از هزار متر $104797766656100000000000000000000000000 - 104797766656100000000000000000000000000 = 41719776664161000000000000000000000000$ متر از هزار متر $417197766641610000000000000000000000000 - 417197766641610000000000000000000000000 = 167197766624100000000000000000000000000$ متر از هزار متر $1671977666241000000000000000000000000000 - 1671977666241000000000000000000000000000 = 671197766656100000000000000000000000000$ متر از هزار متر $6711977666561000000000000000000000000000 - 6711977666561000000000000000000000000000 = 2707977666416100000000000000000000000000$ متر از هزار متر $27079776664161000000000000000000000000000 - 27079776664161000000000000000000000000000 = 10979776662410000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $109797766624100000000000000000000000000000 - 109797766624100000000000000000000000000000 = 43719776665610000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $437197766656100000000000000000000000000000 - 437197766656100000000000000000000000000000 = 177197766641610000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $1771977666416100000000000000000000000000000 - 1771977666416100000000000000000000000000000 = 711197766624100000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $7111977666241000000000000000000000000000000 - 7111977666241000000000000000000000000000000 = 2871977666561000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $28719776665610000000000000000000000000000000 - 28719776665610000000000000000000000000000000 = 11679776664161000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $116797766641610000000000000000000000000000000 - 116797766641610000000000000000000000000000000 = 47119776662410000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $471197766624100000000000000000000000000000000 - 471197766624100000000000000000000000000000000 = 191197766656100000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $1911977666561000000000000000000000000000000000 - 1911977666561000000000000000000000000000000000 = 771197766641610000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $7711977666416100000000000000000000000000000000 - 7711977666416100000000000000000000000000000000 = 3111977666241000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $31119776662410000000000000000000000000000000000 - 31119776662410000000000000000000000000000000000 = 1267977666561000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $12679776665610000000000000000000000000000000000 - 12679776665610000000000000000000000000000000000 = 5111977666416100000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $51119776664161000000000000000000000000000000000 - 51119776664161000000000000000000000000000000000 = 20719776662410000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $207197766624100000000000000000000000000000000000 - 207197766624100000000000000000000000000000000000 = 84119776665610000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $841197766656100000000000000000000000000000000000 - 841197766656100000000000000000000000000000000000 = 341197766641610000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $3411977666416100000000000000000000000000000000000 - 3411977666416100000000000000000000000000000000000 = 1411977666241000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $14119776662410000000000000000000000000000000000000 - 14119776662410000000000000000000000000000000000000 = 581197766656100000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $5811977666561000000000000000000000000000000000000 - 5811977666561000000000000000000000000000000000000 = 2367977666416100000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $23679776664161000000000000000000000000000000000000 - 23679776664161000000000000000000000000000000000000 = 9511977666241000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $95119776662410000000000000000000000000000000000000 - 95119776662410000000000000000000000000000000000000 = 3867977666561000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $38679776665610000000000000000000000000000000000000 - 38679776665610000000000000000000000000000000000000 = 15679776664161000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $156797766641610000000000000000000000000000000000000 - 156797766641610000000000000000000000000000000000000 = 6311977666241000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $63119776662410000000000000000000000000000000000000 - 63119776662410000000000000000000000000000000000000 = 2567977666561000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $25679776665610000000000000000000000000000000000000 - 25679776665610000000000000000000000000000000000000 = 10479776664161000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $104797766641610000000000000000000000000000000000000 - 104797766641610000000000000000000000000000000000000 = 4211977666241000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $42119776662410000000000000000000000000000000000000 - 42119776662410000000000000000000000000000000000000 = 17119776665610000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $17119776665610000000000000000000000000000000000000 - 17119776665610000000000000000000000000000000000000 = 70119776664161000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $70119776664161000000000000000000000000000000000000 - 70119776664161000000000000000000000000000000000000 = 2867977666241000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $28679776662410000000000000000000000000000000000000 - 28679776662410000000000000000000000000000000000000 = 1167977666561000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $11679776665610000000000000000000000000000000000000 - 11679776665610000000000000000000000000000000000000 = 47119776664161000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $47119776664161000000000000000000000000000000000000 - 47119776664161000000000000000000000000000000000000 = 19119776662410000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $19119776662410000000000000000000000000000000000000 - 19119776662410000000000000000000000000000000000000 = 7711977666561000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $7711977666561000000000000000000000000000000000000 - 7711977666561000000000000000000000000000000000000 = 31119776664161000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $31119776664161000000000000000000000000000000000000 - 31119776664161000000000000000000000000000000000000 = 12679776662410000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $12679776662410000000000000000000000000000000000000 - 12679776662410000000000000000000000000000000000000 = 5111977666561000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $5111977666561000000000000000000000000000000000000 - 5111977666561000000000000000000000000000000000000 = 20719776664161000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $20719776664161000000000000000000000000000000000000 - 20719776664161000000000000000000000000000000000000 = 8411977666241000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $8411977666241000000000000000000000000000000000000 - 8411977666241000000000000000000000000000000000000 = 3411977666561000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $3411977666561000000000000000000000000000000000000 - 3411977666561000000000000000000000000000000000000 = 14119776664161000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $14119776664161000000000000000000000000000000000000 - 14119776664161000000000000000000000000000000000000 = 5811977666241000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $5811977666241000000000000000000000000000000000000 - 5811977666241000000000000000000000000000000000000 = 2367977666561000000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر $2367977666561000000000000000000000000000000000000 - 2367977666561000000000000000000000000000000000000 = 9511977666416100000000000000000000000000000000000$ متر از هزار متر 951197766641610000000000

تاریخچه هندسه‌های ناقصی

شماره در بخش‌های هندسه با احکامی از هندسه اقلیدسی استناد می‌دهد؛ مثلاً می‌داند که از خطی خارج یک خط می‌توان خط یک خط موازی با آن رسم کرد. دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند. مجموع زوای بهای هر مثلث ۱۸۰ درجه است. ریاضی‌دانان هندسه‌های دیگری را نیز به‌گنجاری کرده‌اند که به هندسه‌های ناقصی موسوم‌اند. در این هندسه‌ها احکام بالا به صورت دیگری بیان می‌شوند. در نتیجه سطر احکام آن هندسه‌ها هم با هندسه اقلیدسی متفاوت است.



نیکولای ابراهیم لوباشفسکی نخستین کسی بود که رساله‌ای در این زمینه منتشر کرد. او در سال ۱۷۹۴ در روسیه متولد شد. در دانشگاه دولان تحصیل کرد و به استادی هسل دانشگاه رسید. لوباشفسکی در سمت ۳۴ ساله سر خود اسلحه فعالی سرخس و نمونه‌ی گشت یکدالتیست. بود. اسلحه‌نویس، پزشک، و طبع‌نویس و مهربانی او سنده دانش و اینگونه‌ی در ترویج زندگی وی ثبت‌شده است. او سرانجام موفق به تنظیم هندسه‌ی ناقصی شد که به هندسه‌ی لوباشفسکی مشهور است. از جمله کارهای دیگر در این زمینه، رساله‌ای است با عنوان فرض‌هایی که پتان هندسه را تشکیل می‌دهند از گئورگ فرادریش ریمان، ریاضی‌دان آلمانی.



ریمان در سال ۱۸۲۶ در شهر هلمهولست متولد شد و در دانشگاه گوتینگن به تحصیل پرداخت. این ریاضی‌دان بزرگ در زمینه‌های مختلف علم ریاضی تحقیقات مهمی انجام داده است و در گسترش هندسه‌های ناقصی نیز سهم زیادی دارد.



زیر مسئله

۳- نقطه‌ای را پیدا کنید که فاصله‌ی آن‌ها از خط d ، ۲ سانتی‌متر و از نقطه‌ی A ، $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر باشد.

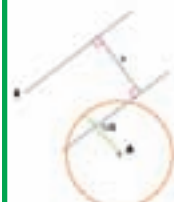
۴- تعیین مسئله: با کشیدن یک شکل فرضی، خواسته‌ی مسئله را برای خود روشن و مشخص کنید.

۵- شرایط مسئله چیست؟ نقطه‌ی هر به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از خط d و هر $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر از نقطه‌ی A باشد.

۶- انتخاب راه‌حل: برای پیدا کردن جواب مسئله باید به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- ۱- کدام خط به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از خط d قرار دارند؟
- ۲- کدام خط به فاصله‌ی $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر از نقطه‌ی A قرار دارند؟
- ۳- کدام خط هر دو شرط بالا را با هم دارند؟

با حل کردن مسئله‌های ۱ و ۲، می‌توانید به مسئله‌ی اصلی جواب دهید.



۷- حل مسئله: نقطه‌ای که به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از خط d باشد، روی خطی موازی خط d و به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از آن قرار دارند.

۸- نقطه‌ای که به فاصله‌ی $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر از نقطه‌ی A باشد، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر قرار دارند.

۹- اکنون پاسخ مسئله را پیدا کنید.

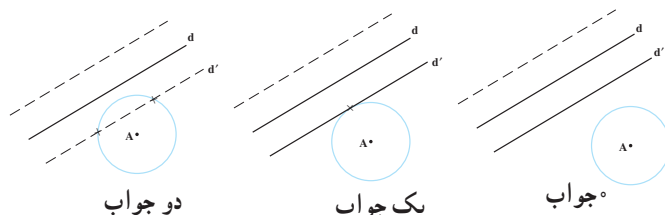
۱۰- بازگشت به عقب: آیا این مسئله همیشه جواب دارد؟ چرا؟

۱۱- کدام جواب‌ها در حالت‌های مختلف مسئله ۱-۲-۳-۴-۵-۶-۷-۸-۹-۱۰ جواب می‌دهد؟

حل کردن بعضی مسئله‌ها با استفاده از نتایج و درک آن‌ها به فهم بهتر مسئله‌ی اصلی کمک می‌کند و راه‌حل آن را مشخص می‌سازد. تشخیص دادن نیز مسئله‌ی اصلی، حل مسئله است.

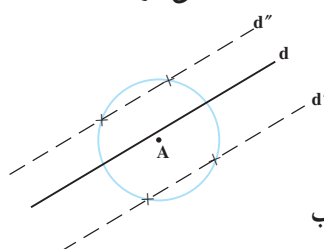


۲- یک متوازی‌الاضلاع رسم کنید و آن را ABCD بنامید. وسط ضلع‌های آن را به ترتیب به هم وصل کنید؛ یک چهارضلعی به دست می‌آید؛ سپس، وسط ضلع‌های چهارضلعی جدید را به ترتیب به هم وصل کنید؛ یک چهارضلعی دیگر به دست می‌آید. این چهارضلعی چه شکلی است؟ آیا بین این چهارضلعی و متوازی‌الاضلاع ABCD ارتباطی وجود دارد؟ چه ارتباطی؟



مسئله‌ی موازی:

۱- نقطه‌ای را پیدا کنید که فاصله‌ی آن‌ها از خط d ، $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر و از نقطه‌ی A ، ۲ سانتی‌متر باشد. در مورد وجود و نبود جواب و تعداد نقاط جواب بحث کنید. دقت کنید که این مسئله شبیه مسئله‌ی دوم است اما یک حالت دیگر هم به حالت‌ها اضافه می‌شود.



۴ جواب

۲

شکل زیر را به هدفی از پیکان داده و کشف کنید.

۱- وسط کشف خود را پیدا کنید.
۲- با توجه به شکل زیر، کشفی مشابه را پیدا کنید.

کشفی:

۱۳	۱۳
۱۳	۱۳

۳- دهانه‌ی و گار را به اندازه‌ی ۱۳ سانتی‌متر بزرگ کنید و از دوسو به خط وسط و گار به اندازه‌ی ۱۳ سانتی‌متر بزرگ کنید. به این ترتیب رأس دیگر مثلث به دست می‌آید.
۴- مثلثی به ضلع ۱۳ سانتی‌متر را رسم کنید. این مثلث تقریباً در وسط کشف شما قرار دارد.
۵- ضلع‌های مثلث را به ۱۳ قسمت مساوی تقسیم کنید. با توجه به قسمت الف، خط‌ها را رسم کنید و سپس، شکل را بکشید. خط‌های اضافی را پاک کنید تا شکل زیر به دست آید.

شکل نهایی:

۶- با توجه به آن که خط‌ها را پاک خواهد کرد، از ابتدا برای کشیدن رسم راهنمای پیدا کنید که رسم شما تسهیل نماید.
۷- یکسری خطوط و در امتداد بودن به خط‌ها، مستطی اصلی این رسم است.

۳

۱- شکل خالی یک موازی‌الاضلاع است.

برای $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$ ابتدا:

(ABDC) : جویب $BD \parallel AC$ و $AD \parallel BC$
(BCAD) : جویب $BD \parallel AC$ و $AD \parallel BC$

۲- در شکل مقابل، موازی‌الاضلاع ABCD را با هم قرار دهید.

کدام زاویه‌ها با هم برابرند؟

(ABDE) : جویب $AD \parallel BC$ و $AB \parallel DC$
(ABDE) : جویب $AD \parallel BC$ و $AB \parallel DC$
(ABDE) : جویب $AD \parallel BC$ و $AB \parallel DC$

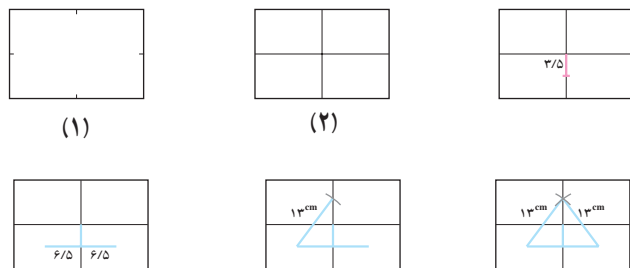
۳- در یک مربع، از رئوس آن:

۴۴- تعداد دایره‌های ۱۲۰ نفر است.
۴۵- نفر در مسابقات ورزشی شرکت کردند.
۴۶- نفر برای فعالیت‌های هنری تأیید می‌گردانند.
۴۷- نفر در فعالیت‌های فرهنگی و فنی و فنی شرکت دارند و به نوبت در هیئت مجاری دوزی مدرسه همکاری می‌کنند. در هر یک از این فعالیت‌ها چند درصد از دانش‌آموزان شرکت دارند؟

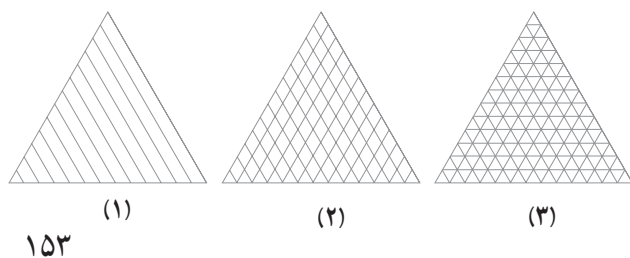
به ترتیب: ۲۰٪، ۳۰٪، ۴۰٪، ۵۰٪، ۶۰٪، ۷۰٪، ۸۰٪، ۹۰٪، ۱۰۰٪

کدام یک از شکل‌های سمت راست، اندازه‌ی شکل‌های سمت چپ است؟

شد. کادر مثلث چگونه به وجود خواهد آمد؟



۳- سپس، خطوط اضافی را پاک کنید؛ و هر ضلع مثلث را به ۱۳ قسمت مساوی تقسیم کرده و سه دسته خط موازی اضلاع رسم کنید.



رسم

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید مدت چند دقیقه به شکل نیمه تمام قسمت «الف» نگاه کرده و الگوی موجود در آن را کشف کنند؛ سپس، به کامل کردن شکل بپردازند.

شکل‌های نهایی دانش‌آموزان و الگوهای کشف شده را بررسی کنید.

روش کشیدن رسم
طریقه‌ی کشیدن رسم را به شرح زیر برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

۱- ابتدا وسط صفحه را پیدا کنید؛ چه راه‌حلی مناسب‌تر است؟

۲- شکل کشیده شده در کتاب را روی تخته بکشید و توضیح دهید که ضلع پایینی مثلث در صفحه چگونه کشیده خواهد

۴- با توجه به الگوی به دست آمده در قسمت «الف»، خطوط اصلی را پیدا و پررنگ کرده و سپس، خطوط اضافی را پاک کنید.

۵- شکل نهایی را به دانش آموزان نشان دهید و از آن‌ها بخواهید پس از رسم، آن را با شکل نهایی مقایسه کنند.

نکات مهم رسم

۱- از آن‌جا که رسم بعدی کتاب نیز کادری مثلثی دارد، می‌توانید با حوصله‌ی بیشتر این موضوع را در کلاس بررسی کنید.

۲- اندازه‌گیری دقیق در این رسم بسیار اهمیت دارد؛

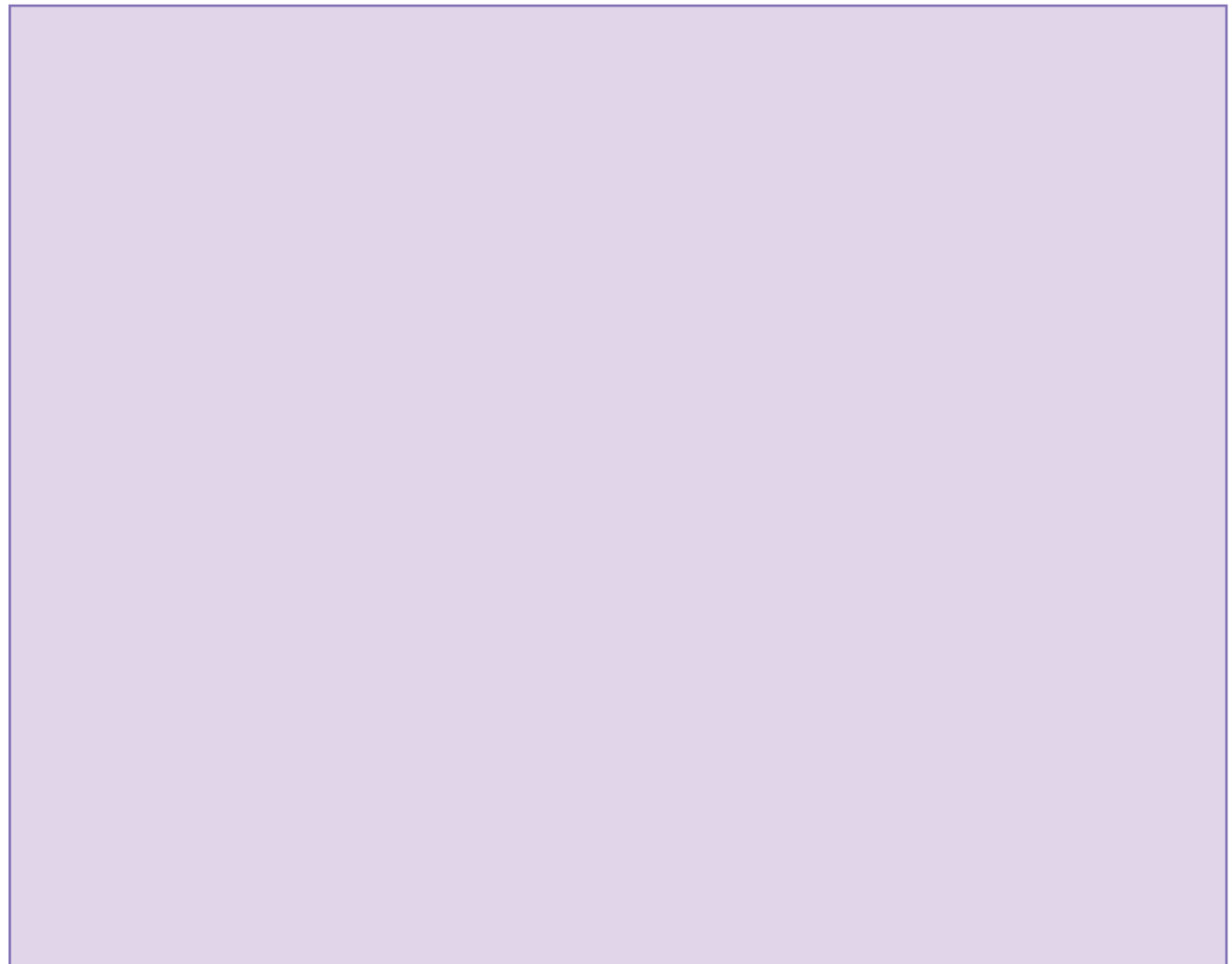
چون نقاط تقاطع، محل برخورد سه خط خواهند بود و در صورت عدم دقت در اندازه‌گیری از یک نقطه عبور نخواهند کرد و زیبایی رسم کاملاً از بین خواهد رفت.

۳- در انتخاب خطوط اصلی باید دقت کافی داشت؛ زیرا در صورت بروز اشتباه، تصحیح آن بسیار سخت است.

۴- خطوط اضافی باید از ابتدا بسیار کم‌رنگ کشیده شود چون پاک کردن آن کار مشکلی است. پاک کردن خطوط اضافی فقط با پاک‌کن‌های نوک‌تیز امکان‌پذیر است؛ در این صورت، خطوط اصلی از یک‌نواختی خارج نمی‌شوند.

۵- کلفتی و نازکی خطوط در این رسم به زیبایی آن بسیار کمک می‌کند.

یادداشت معلم



زاویه و مثلث

موضوعات در یک نگاه

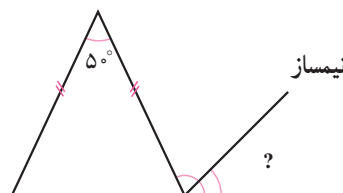
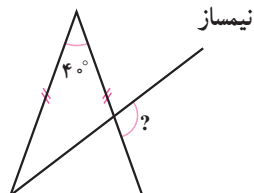
این درس ابتدا به یادآوری قضیه‌ی مجموع زاویه‌های یک مثلث می‌پردازد. با استفاده از آن، مجموع زاویه‌های داخلی هر چندضلعی به دست می‌آید. در ادامه، زاویه‌ی خارجی معرفی و رابطه‌ی آن با زاویه‌های داخلی بیان می‌شود. با استفاده از این دو قضیه، تمرین‌ها و مسائلی مطرح می‌شود که در آن دانش‌آموزان باید زاویه‌ی مجهول را پیدا کنند.

اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.
- ۱- با تجربه کردن، نتیجه‌گیری کند که مجموع زاویه‌های یک مثلث 180° است.
- ۲- استدلال استنتاجی قضیه‌ی یاد شده را درک کند.
- ۳- با استفاده از این قضیه، مجموع زاویه‌های داخلی هر چندضلعی را پیدا کند.
- ۴- با تجربه کردن، نتیجه‌گیری کند که زاویه‌ی خارجی برابر است با مجموع دو زاویه‌ی داخلی رأس‌های دیگر مثلث.
- ۵- استدلال استنتاجی قضیه‌ی یاد شده را درک کند.
- ۶- با استفاده از دو قضیه‌ی یاد شده، زاویه‌ی مجهول را در مسائل و تمرین‌ها پیدا کند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

- ۱- مجموع زاویه‌های داخلی یک هشت‌ضلعی را پیدا کنید.
- ۲- مجموع زاویه‌های خارجی یک چهارضلعی را پیدا کنید.
- ۳- در شکل‌های زیر، زاویه‌ی موردنظر را پیدا کنید.



شناسنامه‌ی میحت زاویه و مثلث

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
زاویه‌ی داخلی	نقاله خط‌کش قیچی	<ul style="list-style-type: none"> انجام دادن فعالیت برای نتیجه‌گیری قضیه‌ی مجموع زاویه‌های یک مثلث انجام دادن کار در کلاس، برای تمرین قضیه‌ی یاد شده. 	<ul style="list-style-type: none"> با تجربه کردن، نتیجه‌گیری کند که مجموع زاویه‌های یک مثلث 180° است. قضیه‌ی یاد شده را با استدلال استنتاجی نتیجه‌گیری کند. قضیه‌ی یاد شده را در محاسبه‌ی مجموع زاویه‌های یک چندضلعی به کار برد. 	<ul style="list-style-type: none"> مجموع زاویه‌های یک مثلث مجموع زاویه‌های یک چندضلعی زاویه‌ی خارجی 	۹۳ ۹۴	مجموع زاویه‌های مثلث
زاویه‌ی خارجی	نقاله	<ul style="list-style-type: none"> انجام دادن فعالیت برای نتیجه‌گیری قضیه‌ی زاویه‌ی خارجی انجام دادن کار در کلاس برای به کار بردن قضیه‌ی یاد شده. 	<ul style="list-style-type: none"> با تجربه کردن، نتیجه‌گیری کند که زاویه‌ی خارجی یک رأس برابر مجموع دو زاویه‌ی داخلی راه‌های دیگر است. قضیه یاد شده را با استدلال استنتاجی نتیجه‌گیری کند. با استفاده از دو قضیه‌ی یاد شده زاویه‌ی مجهول را در مسائل و تمرین‌ها پیدا کند. 	<ul style="list-style-type: none"> زاویه‌ی خارجی ممثلث 	۹۴ ۹۵ ۹۸	زاویه‌ی خارجی مثلث

دانستنی‌هایی برای معلم

زاویه و مثلث

تالس (۶۲۴-۵۴۷ پیش از میلاد) در آسیای صغیر به دنیا آمد و بزرگ شد. او خورشیدگرفتگی را در بیست و هشتم ماه مه سال ۵۸۵ پیش از میلاد پیش‌بینی کرد و به دلیل این پیش‌بینی، اعتباری به دست آورد. تالس معتقد بود که اساس همه چیز، از جانوران و گیاهان گرفته تا جسم‌های جامد و مایع و گازی شکل، آب است و به همین سبب، جزء فیلسوفان مادی‌گرا شناخته شده است. تالس در حساب هم نظریات مهمی داشت و برای نمونه، عدد را مجموعه‌ی واحدی می‌دانست. البته بیشتر اهمیت تالس مربوط به هندسه است و او نخستین هندسه‌دان یونانی محسوب می‌شود. این قضیه‌ها از اوست: «همه‌ی زاویه‌های قائمه با هم برابرند»؛ «قطر، دایره را به دو بخش برابر تقسیم می‌کند»؛ «اگر دو مثلث در یک ضلع و زاویه‌های مجاور به آن ضلع برابر باشند، با هم برابرند».

به این ترتیب، نخستین بررسی‌های مربوط به زاویه‌ها در مثلث، مربوط به تالس است. او به ظاهر نخستین کسی است که ثابت کرد مجموع زاویه‌های مثلث برابر دو قائمه است. اگرچه، برخی از مورخان این قضیه را به سافوری (بین سال‌های ۵۷۰ و ۴۷۱ پیش از میلاد) نسبت می‌دهند. کتاب‌های بعدی ریاضی در یونان، براساس مکتب تالس شناخته شده است. وقتی تالس مرد، برگور او نوشتند: «به همان اندازه که این آرامگاه کوچک است، این سلطان اخترشناس در دنیای ستارگان، بزرگ است». البته پیش از تالس، در سرزمین میان دو رود، مصر، عیلام و چین، بسیاری از ویژگی‌های مثلث و زاویه‌های آن‌ها، شناخته شده بود ولی اغلب این ویژگی‌ها، با تجربه به دست آمده بود و خصلت کاربردی داشت.

اقلیدس توانست همه‌ی قضیه‌های مربوط به مثلث را با هم در کتابی واحد گرد آورد.

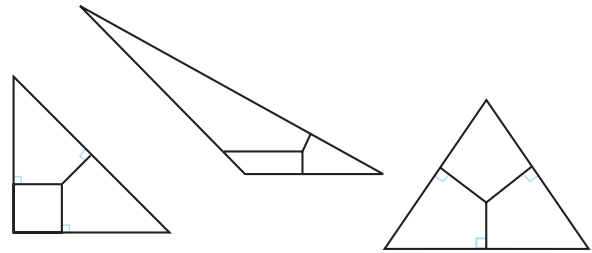
یادداشت معلم

مجموع زاویه های مثلث

ایجاد انگیزه کنید:



سه مثلث مختلف مقوایی برای هر گروه آماده کرده و هر مثلث را مشابه شکل زیر به سه قسمت تقسیم کنید. ۹ تکه را باهم به گروه ها بدهید و از آن ها بخواهید به سرعت سه مثلث بسازند.



شروع کنید:



پس از انجام دادن فعالیت ایجاد انگیزه، از دانش آموزان بخواهید فعالیت کتاب را انجام دهند.

هدف فعالیت:



هدف اصلی این فعالیت، تجربه ی عملی قضیه ی مجموع

زوایای داخلی مثلث است.

توصیه های آموزشی:



۱- در تمرین ۱ بهتر است به دانش آموزان پیشنهاد کنید که مثلث های خود را نسبتاً بزرگ رسم کنند تا زاویه ها با دقت بیشتری اندازه گیری شوند.

۲- در تمرین ۲ بهتر است زاویه های مثلث را، علامت گذاری یا رنگ آمیزی کرد تا پس از برش اشتباه نشود. درضمن، به دانش آموزان پیشنهاد کنید که تا حد امکان، مثلث خود را غیرعادی و عجیب رسم کنند تا درستی رابطه در کلاس بیشتر تجربه شود.

۳- از دانش آموزان بخواهید نتایج خود را در کلاس طرح کنند.

ادامه دهید:



نتایج دانش آموزان را جمع بندی کنید و به کمک شکل

زاویه و مثلث

مجموع زاویه های مثلث

فعالیت

۱- سه مثلث به شکل زیر رسم کنید. زاویه های هر مثلث را اندازه بگیرید. یک مثلث رسم کنید. سه زاویه ی آن را برید و مقدم شکل زیر کنار هم قرار دهید.

از این فعالیت چه نتیجه ای می گیرید؟ مجموع زاویه های هر مثلث برابر ۱۸۰° است.

شکل زیر نشان می دهد که $\hat{A} = 50^\circ$ ، $\hat{B} = 60^\circ$ ، $\hat{C} = 70^\circ$ است.

پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 50^\circ + 60^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

بنابراین، مجموع زاویه های یک مثلث ۱۸۰° درجه است.

کتاب، خلاصه ی درس را دوباره بیان کنید و از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:



هدف از سه تمرین این قسمت، کسب تجربه ی مجدد در قضیه ی مجموع زاویه ها در حالت های خاص مثلث هاست.

توصیه های آموزشی:



۱- طریقه ی استفاده از نقاله را به دانش آموزان یادآوری کنید و نکات مهم آن را مجدداً در کلاس مطرح نمایید.

۲- دقت کردن در نحوه ی رسم و اندازه گیری ضلع ها و زاویه ها در این تمرین ها اهمیت دارد؛ این موضوع را برای دانش آموزان توضیح دهید.

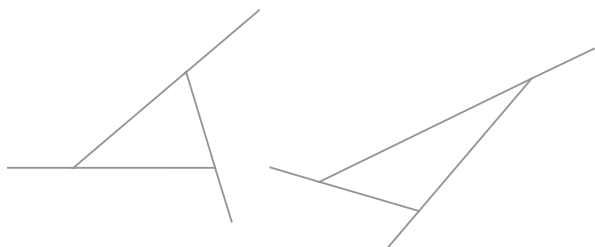
۳- در تمرین ۲ و ۳ از دانش آموزان بخواهید بدون اندازه گیری، مقدار زاویه ها را حدس بزنند و برای گفته ی خود، توجیه ریاضی ارائه دهند؛ سپس، با اندازه گیری، ادعای خود را

زاویه‌ی خارجی مثلث

ایجاد انگیزه کنید:



روی تخته، چند مثلث متفاوت رسم کنید و اضلاع آن را ادامه دهید؛ سپس، از دانش‌آموزان بخواهید در دفتر خود دو مثلث دلخواه رسم کنند و اضلاع را مشابه شما ادامه دهند.



شروع کنید:

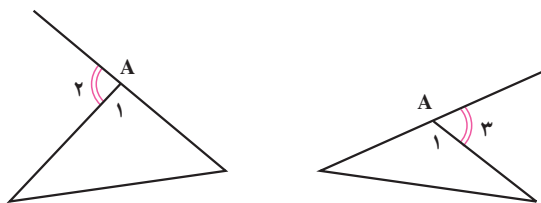


پس از کسب اطمینان از آمادگی کلاس، زاویه‌ی خارجی را در کلاس معرفی کنید و به کمک شکل آن را نشان دهید. چند مثلث رسم کنید و از دانش‌آموزان بخواهید روی تخته، زاویه‌های خارجی آن را مشخص کنند.

توصیه‌های آموزشی:



۱- برای هر زاویه‌ی داخلی مثلث، می‌توان دو زاویه‌ی خارجی رسم کرد که البته این دو زاویه، متقابل به رأس اند و با هم برابرند.



این نکته در ابتدای درس ممکن است ذهن دانش‌آموزان را به خود مشغول کند؛ طرح آن در کلاس بی‌فایده نخواهد بود.
۲- کلمه‌ی «مجاور» ممکن است برای دانش‌آموزان کمی ثقیل و نامأنوس باشد؛ آن را در کلاس توضیح دهید.

کار در کلاس:

۱- زاویه‌های مثلث ABC را اندازه بگیرید و نتایج را کامل کنید.
 $\hat{A} = \dots$ ، $\hat{B} = \dots$ ، $\hat{C} = \dots$
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

۲- مثلث منطبق‌الاضلاعی به ضلع ۴ سانتی‌متر رسم کنید و زاویه‌های آن را اندازه بگیرید. سپس مجموع زوایای آن را حساب کنید.
 $90^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 270^\circ$

۳- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که هر ضلع زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۴ سانتی‌متر باشد. زاویه‌های آن را اندازه بگیرید. مجموع زاویه‌های این مثلث چند درجه است؟
 $90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$

زاویه‌ی خارجی مثلث

در مثلث ABC ، ضلع AB امتداد داده شده است. امتداد این ضلع یا ضلع AC ، زاویه‌ی A را تشکیل داده است. زاویه‌ی A یک زاویه‌ی خارجی مثلث ABC است.

بررسی کنند.

۴- در مورد دلایل تفاوت احتمالی مقدار پیش‌بینی شده و مقدار اندازه‌گیری شده‌ی زاویه‌های تمرین‌های ۲ و ۳ در کلاس بحث کنید. در پایان بحث، به قابل قبول‌تر بودن استدلال ریاضی نسبت به اندازه‌گیری اشاره کنید.

توسعه:



۱- در صورت آمادگی کلاس، طرح مباحثی چون مجموع زاویه‌های n ضلعی، مقدار زاویه‌ی رأس در n ضلعی منتظم، مسیر خوبی برای توسعه‌ی این درس است.
۲- پیدا کردن زاویه‌ی چهارم مجهول در چهارضلعی‌ها نیز مسئله‌ای قابل بحث در کلاس است.

ادامه دهید:



از دانش آموزان بخواهید فعالیت مربوط را انجام دهند و نتیجه‌ی آن را به کلاس ارائه کنند.

هدف فعالیت:



هدف اصلی فعالیت، نتیجه‌گیری رابطه‌ی بین زاویه‌های داخلی و خارجی در یک مثلث است. دانش‌آموزان باید پس از اندازه‌گیری، رابطه‌ی بین این زوایا را بیابند و به کلاس ارائه دهند.

توصیه‌های آموزشی:



۱- در صورت آمادگی کلاس، پیشنهاد می‌شود که دانش‌آموزان این فعالیت را با مثلث‌های دلخواه در دفتر خود انجام دهند تا متن بعدی درس (که در حقیقت جواب فعالیت است)، انگیزه‌ی فعالیت را در آن‌ها کاهش ندهد.
۲- اندازه‌گیری دقیق و با حوصله‌ی دانش‌آموزان در ایجاد شرایط کشف رابطه بسیار اهمیت دارد. این موضوع را به آن‌ها یادآوری کنید.

آموزش دهید:



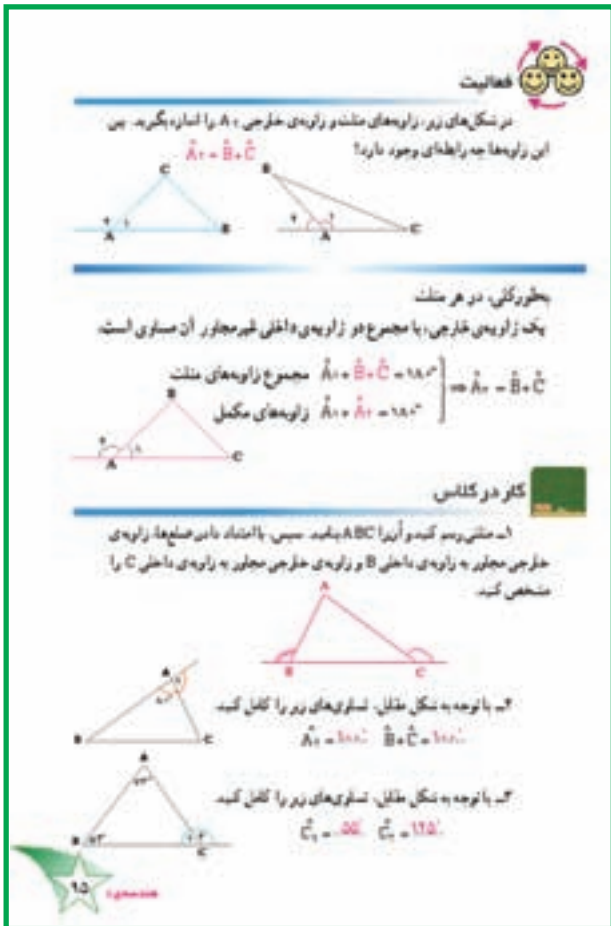
پس از بررسی نتایج دانش‌آموزان، کلاس را برای بیان درس آماده کرده و با استفاده از تخته‌سیاه، رابطه‌ی بین زاویه‌ی خارجی و زاویه‌های داخلی غیرمجاور را نتیجه‌گیری کنید؛ سپس، این موضوع را با چند مثال عددی مجدداً تکرار کنید.

توجه داشته باشید که درک انتزاعی و کلی رابطه، ممکن است برای برخی از دانش‌آموزان کمی دشوار باشد؛ بنابراین، مثال‌های عددی را با حوصله و همراه با توضیح کافی بیان کنید. پس از کسب اطمینان از یادگیری دانش‌آموزان، از آن‌ها بخواهید کار در کلاس بعدی را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:



۱- هدف اصلی تمرین ۱ رسم زاویه‌ی خارجی خواسته شده برای یک زاویه‌ی مشخص است. مفهوم کلمه‌ی مجاور در



این تمرین اهمیت دارد.

۲- هدف تمرین‌های ۲ و ۳، به کار بستن قانون مطرح شده در درس است.

توسعه:



۱- بررسی مجموع زاویه‌های یک مثلث یا چندضلعی‌های محدب، مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مفهوم است (می‌دانید که در هر n ضلعی محدب، مجموع زاویه‌های خارجی همیشه 360° درجه است). این مسئله می‌تواند به کمک راهبرد تنظیم جدول و الگویابی در کلاس بررسی شود.

۲- در صورت آمادگی کلاس، پیدا کردن مدار زاویه‌ی خارجی یک n ضلعی منتظم نیز مسیر خوبی برای توسعه است.

۳- پیدا کردن زاویه‌ی مجهول در مسائل و تمرین‌های مختلف نیز در این قسمت مطرح می‌شود.