

## حل مسئله: حل مسئله ی ساده تر

### ایجاد انگیزه کنید:



با طرح این سؤال، کلاس را آغاز کنید: یک نقاش با ترکیب غیرمساوی ۱۰۰ رنگی که در اختیار دارد، یک رنگ جدید ساخته است! حالا می خواهد رنگ دیگری بسازد. او از هر یک از ۱۰۰ رنگ یک قطره بیشتر از دفعه ی قبل می ریزد. آیا به رنگ جدیدی می رسد یا همان رنگ قبلی را به دست می آورد؟

### شروع کنید:



از گروه ها بخواهید با استفاده از مطالب کتاب و سؤال هایی که در هر مرحله مطرح شده است، چهار مرحله ی حل مسئله ی اول را به ترتیب و با تأمل طی کنند. دانش آموزان در مرحله ی سوم – یعنی حل مسئله – باید بتوانند با استفاده از حاصل عبارت های  $3^1, 3^2, 3^3, 3^4$  و  $3^5$  و ... الگوی  $3, 9, 27, 81, 243$  را در یکان توان های ۳ کشف کنند. از آن ها بپرسید: آیا حتماً یکان عدد بعدی ۹ و بعدی دوباره ۷ و پس از آن ۱ است؟ آن ها باید بتوانند برای درستی این موضوع دلیل بیاورند؛ یعنی، بگویند که چون عدد بعدی حاصل ضرب ۳ در عدد حاضر است، پس، یکان آن نیز یکان حاصل ضرب عدد ۳ در یکان عدد حاضر می باشد.

الگویی که دانش آموزان برای یکان توان های ۳ یافته اند، چهار در میان تکرار می شود؛ پس، باید باقی مانده ی  $3^{101}$  بر چهار را به دست آورند و نتیجه بگیرند که یکان  $3^{101}$  برابر یکان ۳ به توان باقی مانده ی  $3^{101}$  بر چهار یعنی برابر یکان  $3^1$  است. ممکن است راه های دیگری نیز برای یافتن یکان  $3^{101}$  باشد؛ به دانش آموزان اجازه دهید راه حل ها و نظریات خود را در کلاس مطرح کنند و شما با راهنمایی ها و طرح سؤال های به موقع، گفت و گوی آن ها را به سمت گفت و گویی آموزشی برای یادگیری بهتر سوق دهید.

### آموزش دهید:



برای دانش آموزان توضیح دهید که پس از حل مسئله ی ساده شده، باید با ارائه ی دلیل، ارتباط آن را با مسئله ی اصلی

**حل مسئله**

چون مسئله به ظاهر دشوار و پیچیده، برای درک بهتر این گونه مسائل، می توانیم آن را ساده کنیم. درک و حل مسئله، ساده شده الگویی است که مسئله اصلی را بهتر فهمید و برای حل آن اقدام کنید. در این راه، اغلب برای برقراری ارتباط بین مسئله ی ساده و اصلی، از راهبرد تکنیکی استفاده می شود.

۱. رقم یکان  $3^{101}$  را بیابید.

۲. اولین مسئله: برای بیابستن رقم یکان  $3^{101}$  چه باید کرد؟

۳. آیا می توان حاصل  $3^{101}$  را بیابست آورد؟ آیا این ممکن است؟

۴. روی کاغذ بسطی نوشتن و جدولی است

۵. داشته چه چیزی را از شما خواسته است؟ یکان عدد  $3^{101}$  حاصل کرا

۶. انتخاب راهبرد: برای پیدا کردن رقم یکان این عدد، می توانیم رقم یکان عددهای ساده تر را بررسی کنیم و به دنبال یک الگو بگردیم. پس، بیابست مسئله را ساده کنیم.

۷. حل مسئله: مقدار عددی عبارت های توان های سه را بنویسید:  $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \dots$  و با این اعداد، یکان های یکان، چه الگویی دیده می شود؟  $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \dots$

۸. با توجه به الگویی که کشف کردید، رقم یکان  $3^{101}$  را بیابست کنید.

توان	رقم یکان	حاصل عدد	عدد توان دار
$3^1$	۳	۳	$3^1$
$3^2$	۹	۹	$3^2$
$3^3$	۷	۲۷	$3^3$
$3^4$	۱	۸۱	$3^4$
$3^5$	۳	۲۴۳	$3^5$
$3^6$	۹	۷۲۹	$3^6$

۹. بازگشت به مطلب: راه حل خود را با یک عدد توان دار کوچکتر، مثلاً  $3^5 = 243$  بررسی کنید.

۱۰. طبق راه حل، چون باقی مانده ۲ و ۲ بر ۴ است پس یکان آن مثل ۳ و ۲ است.

برقرار کنند؛ مثلاً، در مسئله ی اول باید برای تعمیم دنباله ی یکان توان های ۳ به توان های بالاتر، دلیلی بیابند و اگر توانستند چنین ارتباطی برقرار سازند، در واقع توانسته اند از راهبرد حل مسئله ی ساده تر و مرتبط با مسئله ی اصلی به خوبی استفاده کنند. برای آن ها توضیح دهید که این راهبرد، برای حل مسئله هایی که در آن ها اعداد بسیار بزرگ یا بسیار کوچک یا کسری و ... وجود دارد، بسیار کاراست.

### ادامه دهید:



از گروه ها بخواهید مسئله ی دوم را با استفاده از آنچه تاکنون آموخته اند، به دقت بررسی و حل کنند. در هر یک از چهار مرحله ی حل این مسئله، استفاده از مطالب کتاب در این قسمت تسریع کننده است. توجه کنید که دانش آموزان برای تعمیم دادن پاسخی که برای مثلث، چهارضلعی و پنج ضلعی یافته اند به

### حل مسئله‌ی ساده‌تر

۹- مجموع زوایای خارجی یک دوازده ضلعی را که همدی زوایای آن از  $180^\circ$  درجه کمتر باشند، پیدا کنید.

**نهیمن مسئله:** آیا تعریف زوایای خارجی و دوازده ضلعی را می‌دانید؟  
به مسئله چه چیزی را از شما خواسته است؟ **مجموع زوایای خارجی**  
**یک دوازده ضلعی**

**انتخاب راهبردها:** اگر به جای دوازده ضلعی، چند ضلعی‌های ساده‌تر - مثل چهار ضلعی یا پنج ضلعی - را بررسی کنیم، شاید به رابطه با الگوی رسم که در تعیین زوایای خارجی یک دوازده ضلعی به ما کمک کند.

**حل مسئله:** از مسئله‌ی ساده (مشابه) شروع می‌کنیم.  
زوایای داخلی  $A_1, B_1, C_1$  و  $D_1$  هستند که مجموعشان  $360^\circ$  درجه است.  
زوایای خارجی  $A_2, B_2, C_2$  و  $D_2$  هستند که مجموعشان مورد نظر است.  
در شکل بالا، زوایای  $180^\circ$  درجه داریم.

$$360^\circ = 180^\circ + (A_1 + B_1 + C_1 + D_1) = 180^\circ + 360^\circ = 540^\circ$$

مجموع زوایای خارجی متناظر + مجموع زوایای داخلی =  $540^\circ$

همین کار را برای یک چهار ضلعی و پنج ضلعی انجام دهید.  
چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

**پارگشت به عقب:** آیا نتیجه‌ای را که در مورد مثلث چهار ضلعی و پنج ضلعی گرفته‌اید می‌توانید در مورد  $n$  ضلعی هم به کار ببرید؟  
در بعضی از مسئله‌ها وجود داده‌های تکراری و گاهی غیرمعمول ممکن است ما را از درک مسئله دور کند. با استفاده از این راهبرد، می‌توان مسئله را با داده‌های ساده‌تر و معمول‌تر تبدیل و حل کرد.

در بعضی از مسئله‌ها وجود داده‌های تکراری و گاهی غیرمعمول ممکن است ما را از درک مسئله دور کند. با استفاده از این راهبرد، می‌توان مسئله را با داده‌های ساده‌تر و معمول‌تر تبدیل و حل کرد.

### تمرین

۱- خطک با ضلع BC موازی است. با استفاده از خواص خطوط موازی، تسوای‌های در را کشف کنید.

$$\begin{aligned} (AB \text{ مورب } ABC) &\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B} \\ (AC \text{ مورب } ABC) &\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C} \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A} &= 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 180^\circ - \hat{A} \end{aligned}$$

۲- اندازه‌های دو زوایای منتهی ۴۵ درجه و ۷۲ درجه است. اندازه‌ی زوایای سوم آن‌ها را حساب کنید.

۳- اندازه‌ی یکی از زوایای تند مثلث قائم الزوایای  $40^\circ$  درجه است. اندازه‌ی زوایای تند دیگر آن‌ها را حساب کنید.

۴- اندازه‌ی هر یک از زوایای  $A_1$  و  $A_2$  را حساب کنید.

۵- در مثلث ABC زوایای B را حساب کنید.

۶- در مثلث ABC زوایای B را حساب کنید.

۷- در مثلث ABC زوایای B را حساب کنید.

۸- مجموع زوایای داخلی چهار ضلعی ABCD را حساب کنید.

۹- مجموع زوایای داخلی پنج ضلعی ABCDE را حساب کنید.

۱۰- مجموع زوایای خارجی یک مثلث را پیدا کنید.

### حل مسئله

۱- مجموع زوایای داخلی چهار ضلعی ABCD را حساب کنید.

۲- مجموع زوایای داخلی پنج ضلعی ABCDE را حساب کنید.

۳- مجموع زوایای خارجی یک مثلث را پیدا کنید.

۱۸

۱۷

و آموزش راهبردهای حل مسئله، برای دانش‌آموزان بسیار دشوار است اما انتظار داریم آموزش راهبردهای حل مسئله مؤثر واقع شود؛ به‌طوری که تعدادی از دانش‌آموزان قادر باشند این مسئله را حل کنند.

### مسئله‌ی موازی:

حاصل زیر را به دست آورید.

$$(-\frac{1}{4}) \times (+\frac{2}{3}) \times (-\frac{3}{4}) \times (+\frac{4}{5}) \times \dots \times (-\frac{99}{100}) = ?$$

۱۲ ضلعی، دلیل کافی داشته باشند.

راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر، در کلاس اول راهنمایی با هدف آشنا کردن دانش‌آموزان مطرح شده است؛ لذا در این دو مسئله از دانش‌آموزان انتظار داریم که ساده کردن مسئله را انجام دهند. همچنین، در هر دو مسئله علاوه بر راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر، الگویابی نیز لازم است. با توجه به این که الگویابی نیز در کلاس اول راهنمایی مطرح شده است، در این مسئله‌ها انتظار داریم دانش‌آموزان دو راهبرد را به کار گیرند. این نکته نیز حائز اهمیت است که حل کردن این دو مسئله بدون در نظر گرفتن

# چهارضلعی‌ها

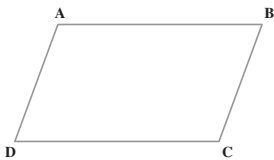
## موضوعات در یک نگاه

در این قسمت ابتدا چهارضلعی و اجزاء آن معرفی شده سپس چهارضلعی‌های مهم تعریف شده و خاصیت‌های آن‌ها بررسی می‌شود. ارتباط بین متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی و مربع تبیین شده و بعضی از خاصیت‌ها اثبات می‌شوند. با استفاده از تعاریف خواص و اطلاعات داده شده روش رسم چهارضلعی‌ها استخراج و مراحل رسم آن مشخص می‌شود.

## اهداف

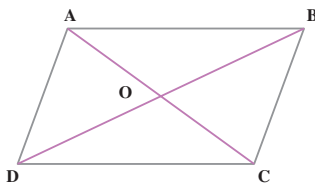
- در فرآیند آموزش این دروس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :
- ۱- انواع چهارضلعی‌ها را بشناسد و نام ببرد.
  - ۲- ویژگی‌های اصلی هر چهارضلعی و اجزاء آن را بشناسد.
  - ۳- تعریف و خاصیت‌های متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی و مربع را بشناسد و آن را به کار ببرد.
  - ۴- ارتباط بین چهارضلعی‌های فوق را درک کند و تشخیص دهد.
  - ۵- خاصیت‌های اصلی چهارضلعی‌های یاد شده را با تجربه کردن و اندازه‌گیری نتیجه‌گیری یا اثبات کند.
  - ۶- با توجه به خاصیت‌های چهارضلعی و اطلاعات داده شده، چهارضلعی موردنظر را رسم کند.

## نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

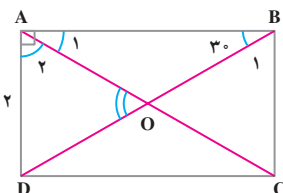


۱- در شکل مقابل  $AB = CD$  و  $AB \parallel CD$  است. چرا چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است؟

۲- شکل مقابل، متوازی‌الاضلاع است. یک نقطه‌ی دلخواه (E) روی ضلع AB در نظر بگیرید؛ آن را به نقطه‌ی O وصل کنید و ادامه دهید تا ضلع DC را در نقطه F قطع کند. چرا  $EO = FO$  است؟



۳- شکل مقابل، مستطیل است. اندازه‌ی اجزاء موردنظر را بنویسید.



$BD =$	$\hat{B}_1 =$
$AC =$	$\hat{A}_1 =$
$AO =$	$\hat{A}_2 =$
$OD =$	$\hat{O}_1 =$

۴- یک مستطیل رسم کنید که اندازه‌ی قطر آن ۶ سانتی‌متر و زاویه‌ی بین قطرهای  $30^\circ$  باشد.

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
چهار ضلعی متوازی الاضلاع مستطیل لوزی مربع دوزنقه	– شکل انواع چهار ضلعی‌ها با مقوای تهیه شود. – خط‌کش، نقاله و گونیا مربع دوزنقه	– انجام فعالیت برای تشخیص اجزاء چهار ضلعی و مجموع زاویه‌های آن – انجام فعالیت برای تشخیص انواع چهار ضلعی‌ها در اطراف خود	– تعریف و اجزاء (۳ رأس، ۴ ضلع و ۲ قطر) یک چهار ضلعی را بداند. – درک کند که چرا مجموع زاویه‌های یک چهار ضلعی ۳۶۰° است. – نام و تعریف چهار ضلعی‌های مهم را بداند. – انواع چهار ضلعی را در زندگی روزمره و اطراف خود تشخیص دهد.	انواع چهار ضلعی اجزاء چهار ضلعی‌ها	۹۹ ۱۰۰	انواع چهار ضلعی
خاصیت	نقاله خط‌کش گونیا	– انجام فعالیت برای نتیجه‌گیری خواص متوازی الاضلاع – انجام فعالیت برای نتیجه‌گیری خاصیت مستطیل – انجام کار در کلاس برای درک ارتباط بین چهار ضلعی‌ها	– خاصیت‌های متوازی الاضلاع، مستطیل، لوزی و مربع را با تجربه کردن و اندازه‌گیری نتیجه‌گیری کند. – خاصیت‌های چهار ضلعی‌ها را در تمرین‌ها به کار برد. – ارتباط بین چهار ضلعی‌ها را براساس خاصیت‌های آنها درک کند.	خاصیت‌های چهار ضلعی‌های مهم ارتباط بین چهار ضلعی‌های مهم	۱۰۰ ۱۰۱ ۱۰۲	خاصیت چهار ضلعی
–	برگار نقاله خط‌کش گونیا	– مطالعه‌ی متن و پاسخ دادن به سؤال‌ها – انجام کار در کلاس برای تمرین رسم چهار ضلعی‌ها	– با استفاده از تعریف، خاصیت و اطلاعات داده شده، شکل موردنظر را رسم کند.	رسم چهار ضلعی‌ها براساس خاصیت‌ها	۱۰۳ ۱۰۴	رسم چهار ضلعی‌ها
اثبات	–	– انجام فعالیت برای درک چگونگی اثبات یک خاصیت – انجام کار در کلاس برای اثبات چند خاصیت دیگر	– با اثبات خاصیت‌های اصلی متوازی الاضلاع، مستطیل، مربع، لوزی و دوزنقه آشنا شود.	اثبات خاصیت‌ها	۱۰۴ ۱۰۵ ۱۰۶ ۱۰۷	اثبات خاصیت‌ها

## دانستنی‌هایی برای معلم

### چهار ضلعی‌ها

از سده‌ی هفتم تا سده‌ی سوم پیش از میلاد، مفهوم‌ها و موضوع‌های هندسی فراوانی، روی هم جمع شده بودند و این ضرورت احساس می‌شد که باید آن‌ها را به‌صورتی منظم کرد و در دستگاهی منطقی قرار داد.

پروکلوس یادآوری می‌کند که بسیاری و از آن جمله، بقرات خیوسی در این باره تلاش کردند ولی از آن هنگام که نوشته‌ی جاویدان اقلیدس به نام «مقدمات» پدید آمد، همه‌ی نوشته‌های دیگر به فراموشی سپرده شدند. بنا به گفته‌ی پروکلوس، اقلیدس در این نوشته، همه‌ی عناصر را جمع‌آوری کرد، همه‌ی کشف‌های پیش از خود را منظم ساخت و همه‌ی مسائلی را که اثباتی ضعیف

داشتند، به‌طور کامل ثابت کرد.

کتاب یا مقاله‌ی اول «مقدمات» بعد از تعریف‌ها و اصل موضوع‌ها ۳۸ گزاره دارد که شامل مثلث‌ها (قضیه‌های مربوط به برابری مثلث‌ها و قضیه‌های مربوط به زاویه‌ها و ضلع‌های مثلث)، خط‌های راست موازی و عمود بر هم، متوازی‌الاضلاع و سایر چهارضلعی‌هاست. در همین فصل، مساحت شکل‌های مستقیم‌الخط و قضیه‌ی فیثاغورس هم مطرح می‌شود.

البته اقلیدس، واحد مساحت را مربعی می‌دانست که طول ضلع آن واحد باشد. مسئله‌ی مربوط به مساحت، تنها در سده‌ی نوزدهم و به‌وسیله‌ی «داوید هیلبرت» حل شد.

### یادداشت معلم

## انواع چهارضلعی ها

**ایجاد انگیزه کنید:**



حداقل سه قطعه کش قیطانی، ۱۰ تانی و یک قیچی برای هر گروه نیاز داریم. از دانش آموزان بخواهید نی ها را به اندازه های مختلف ببرند. آن ها می توانند بعضی قسمت ها را مساوی یک دیگر انتخاب کنند. از آن ها بخواهید با رد کردن کش از داخل تکه های نی، انواع چهارضلعی ها را بسازند و نام چهارضلعی های ساخته شده را بگویند.

**هدف فعالیت:**



دانش آموزان علاوه بر مشاهده ی شکل چهارضلعی، با اجزاء آن، مانند ضلع ها، زوایا و قطر ها و هم چنین نحوه ی نام گذاری چهارضلعی آشنایی بیشتری پیدا می کنند؛ به علاوه، با تبدیل چهارضلعی به دو مثلث متوجه می شوند که مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی  $360^\circ$  است.

**شروع کنید:**



از دانش آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و بگویند که حاصل  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D}$  در چهارضلعی ABCD چند درجه است.

**هدایت کنید:**



از دانش آموزان بخواهید برای پاسخ دادن به سؤال طرح شده در فعالیت، یک چهارضلعی رسم کنند. کمی مکث کنید؛ اگر دانش آموزان متوجه شدند که برای ادامه باید یکی از قطر های چهارضلعی را رسم کنند، دیگر راهنمایی نکنید؛ در غیر این صورت، می توانید همچنان به راهنمایی خود ادامه دهید.

**ادامه دهید:**



چهارضلعی های معروف مانند مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، دوزنقه و لوزی را روی تخته ی کلاس رسم کنید و نام آن ها را در زیرشان بنویسید. اگر برای ساختن چهارضلعی ها از نی استفاده کرده اید، می توانید از دانش آموزان بخواهید چهارضلعی های ذکر شده در

**چهارضلعی ها**

**انواع چهارضلعی ها**

**فعالیت**

ABCD یک چهارضلعی است. چهار ضلع، چهار رأس، چهار زاویه و دو قطر آن را نام ببرید. مجموع زاویه های هر چهارضلعی چند درجه است؟

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$

ضلع ها: AB, BC, CD, AD  
رأس ها: A, B, C, D  
زاویه ها:  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$   
قطر ها: AC, BD

**چهارضلعی های مهم عبارتند از:**

مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، دوزنقه، لوزی

از میان این چهارضلعی ها، فقط دوزنقه دو ضلع متوازی دارد و در بقیه ی آن ها ضلع های روبرو دو به دو متوازی اند.

شماره ۹۹

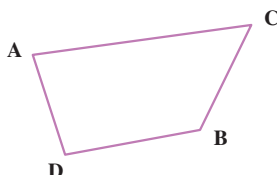
بالا را به کمک کش و نی بسازند.

از آن جا که دانش آموزان در دوره ی ابتدایی (چهارم دبستان) با خواص چهارضلعی های مهم آشنا شده اند، عمده ی این درس برای آن ها حالت یادآوری دارد.

**توصیه ی آموزشی:**



۱- برای دانش آموزان توضیح دهید که جهت نامیدن چهارضلعی و پنج ضلعی و... از نام یک رأس شروع می کنیم و در جهت چرخش عقربه های ساعت یا خلاف آن حرکت کرده؛ و بقیه ی حروف مربوط به رؤس را بیان می کنیم و می نویسیم؛ مثلاً می توان چهارضلعی زیر را به شکل های: DBCA یا ACBD یا AD BC ... خواند.





۲- توصیه می‌شود یک یا دو نفر از دانش‌آموزان را پای تخته بیاورید و از آن‌ها بخواهید یک چهارضلعی دلخواه بکشند و آن را نام‌گذاری کنند. رأس‌ها، زوایا، ضلع‌ها و قطرهای آن را نام ببرند و بنویسند؛ سپس، از چند دانش‌آموز دیگر بخواهید این عمل را تکرار کنند.

۳- توصیه می‌شود چهارضلعی‌های مهم را به صورت زیر برای دانش‌آموزان تعریف کنید.

الف - متوازی‌الاضلاع چهارضلعی‌ای است که اضلاع آن دو به دو موازی‌اند.

ب - مستطیل چهارضلعی‌ای است که چهار زاویه‌ی قائمه دارد.  
پ - لوزی چهارضلعی‌ای است که چهار ضلع برابر دارد.  
ت - مربع چهارضلعی‌ای است که چهار زاویه‌ی قائمه و چهار ضلع برابر دارد.

ث - دوزنقه چهارضلعی‌ای است که فقط دو ضلع موازی دارد. به دو ضلع موازی، قاعده‌های دوزنقه و به دو ضلع ناموازی ساق‌های دوزنقه گوئیم.

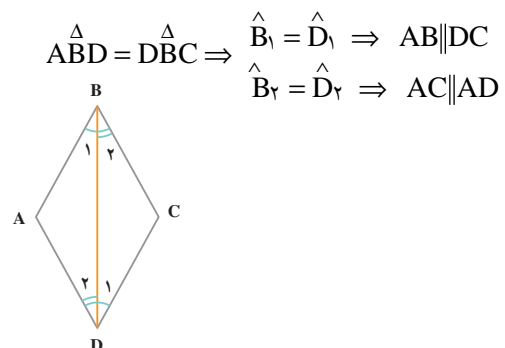


از دانش‌آموزان پرسید :

۱- آیا مستطیل را می‌توان نوعی متوازی‌الاضلاع در نظر گرفت؟ دانش‌آموزان پاسخ خواهند داد : بله ؛ زیرا در مستطیل ضلع‌های روبه‌رو موازی‌اند ؛ پس، مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است.

۲- آیا می‌توان گفت لوزی نوعی مستطیل است؟ دانش‌آموزان پاسخ خواهند داد : خیر ؛ زیرا لوزی چهار زاویه‌ی قائمه ندارد.

۳- آیا می‌توان گفت لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع است؟ دانش‌آموزان پاسخ خواهند داد : بله ؛ زیرا ضلع‌های آن دو به دو موازی‌اند.



۴- از دانش‌آموزان پرسید : آیا می‌توان گفت مربع نوعی متوازی‌الاضلاع است؟ آن‌ها پاسخ خواهند داد : بله.

۵- از دانش‌آموزان پرسید : آیا می‌توان گفت مربع نوعی مستطیل است؟ آن‌ها پاسخ خواهند داد : بله.

۶- از دانش‌آموزان پرسید : آیا می‌توان گفت مربع نوعی لوزی است؟ آن‌ها پاسخ خواهند داد : بله.

۷- از دانش‌آموزان پرسید : آیا می‌توان گفت دوزنقه نوعی متوازی‌الاضلاع است؟ آن‌ها پاسخ خواهند داد : خیر ؛ زیرا در دوزنقه فقط دو ضلع با یک‌دیگر موازی‌اند.

۸- از دانش‌آموزان پرسید : آیا اگر خاصیتی را برای متوازی‌الاضلاع اثبات کردیم، می‌توانیم بگوئیم مستطیل و مربع و لوزی حتماً این خاصیت را دارند؟ آن‌ها پاسخ خواهند داد : چون مستطیل و مربع و لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع هستند، پس حتماً خاصیتی که در متوازی‌الاضلاع وجود دارد، در آن‌ها نیز وجود خواهد داشت.



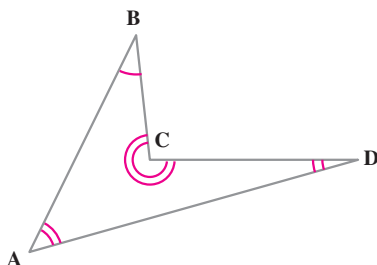
دانش‌آموزان به اطراف خود به دقت نگاه کنند و کاربرد چهارضلعی را در زندگی روزمره و در شکل‌ها و ساخت اجسام و غیره مشاهده کنند.



از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و برای انواع چهارضلعی‌های خوانده شده، مثال‌هایی ارائه دهند. برای مثال، در کلاس و تخته به شکل مستطیل است.



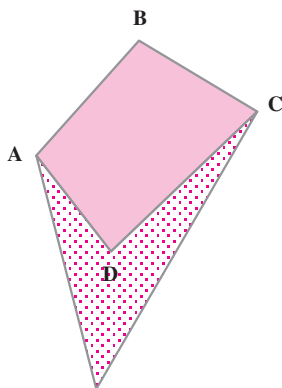
۱- شما می‌توانید چهارضلعی‌های مقعر را به دانش‌آموزان معرفی کنید. شکل‌هایی مانند شکل زیر می‌تواند محرک خوبی



## فعالیت خارج از کلاس:



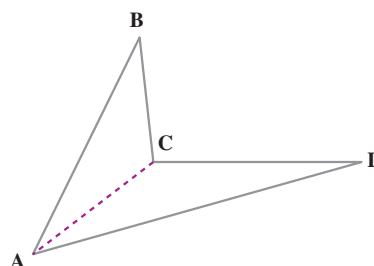
۱- از دانش آموزان بخواهید در منزل به کمک مقوا دو چهارضلعی بسازند؛ به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم، شکل حاصل دوباره یک چهارضلعی باشد؛ مثال: در چهارضلعی ABCD و ADCE که چهارضلعی ABCE را به وجود می‌آورند.



۲- از دانش آموزان بخواهید با دو چهارضلعی که با مقوا ساخته‌اند، یک مثلث بسازند.  
۳- از دانش آموزان بخواهید با دو چهارضلعی که با مقوا ساخته‌اند، یک پنج‌ضلعی بسازند.  
۴- از دانش آموزان بخواهید با دو چهارضلعی که با مقوا ساخته‌اند، یک ۸ ضلعی بسازند.  
۵- از دانش آموزان بخواهید با دو چهارضلعی که با مقوا ساخته‌اند، یک ۱۶ ضلعی بسازند.

برای معرفی این نوع چهارضلعی‌ها باشد. برای دانش آموزان توضیح دهید که اگر در یک چهارضلعی یا پنج‌ضلعی و... زاویه‌ای وجود داشته باشد که اندازه‌ی آن از  $180^\circ$  بیشتر باشد، آن چندضلعی را مقعر و در غیر این صورت، آن را محدب می‌نامیم.  
۲- از دانش آموزان بخواهید مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی مقعر را حساب کنند؛ آن‌ها به صورت زیر عمل خواهند کرد:

$$180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$



در ادامه نیز نتیجه خواهند گرفت که در چهارضلعی‌های مقعر هم، مجموع زوایای داخلی  $360^\circ$  است.  
۳- از دانش آموزان بخواهید مجموع زوایای داخلی یک پنج‌ضلعی، شش ضلعی و...  $n$  ضلعی محدب را به دست آورند. آن‌ها به فرمول زیر برای محاسبه‌ی جمع زوایای داخلی  $n$  ضلعی محدب خواهند رسید:

$$(n-2) \times 180^\circ$$

۴- در مورد مجموع زاویه‌های خارجی هر چندضلعی که برابر  $360^\circ$  است، نیز می‌توان فعالیت‌های مناسبی طراحی کرد.

## یادداشت معلم



## شروع کنید:



برای انجام دادن این فعالیت، به تقاله و خط کش نیاز داریم. از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و جدول را کامل کنند. آن‌گاه به کمک اطلاعات موجود در جدول، برای خواص متوازی الاضلاع زمینه‌سازی کنند. هنگام انجام فعالیت، صبور باشید تا دانش‌آموزان به نتایج زیر دست یابند.

- ۱- در متوازی الاضلاع، ضلع‌های مقابل با هم برابرند.
- ۲- در متوازی الاضلاع، زوایای مقابل با هم برابرند.
- ۳- در متوازی الاضلاع، زوایای مجاور مکمل یک‌دیگرند.
- ۴- در متوازی الاضلاع، قطرها یک‌دیگر را نصف می‌کنند.

## توصیه‌های آموزشی:



- ۱- مفاهیم زیر را برای دانش‌آموزان توضیح دهید:

چهارضلعی ABCD را در نظر بگیرید.  
دو زاویه‌ی A و B را مجاور گوئیم؛ زوایای مجاور دیگر را نام ببرید.

دو زاویه‌ی A و C را مقابل گوئیم؛ زوایای مقابل دیگر را نام ببرید.

دو ضلع AB و BC را مجاور گوئیم؛ ضلع‌های مجاور دیگر را نام ببرید.

دو ضلع AB و CD را مقابل گوئیم؛ ضلع‌های مقابل دیگر را نام ببرید.

زوایای A و B را مجاور به ضلع AB گوئیم؛ زوایای مجاور به ضلع CD را نام ببرید.

AB و BC را ضلع‌های زاویه B می‌نامیم؛ ضلع‌های زاویه D را نام ببرید.

- ۲- توصیه می‌شود روی عبارت «یک‌دیگر را نصف می‌کنند»، به اندازه‌ی کافی تأکید کنید. از دانش‌آموزان بخواهید دو پاره‌خط بکشند که فقط یکی از آن‌ها دیگری را نصف کند.

## پرسید!



از دانش‌آموزان پرسید: آیا می‌توان خواص به دست آمده در متوازی الاضلاع را در مورد مستطیل، لوزی، مربع تعمیم داد؟ چرا؟

### فعالیت

به اطراف خود نگاه کنید. کدام یک از چهارضلعی‌ها را بیشتر می‌بینید؟ از هر کدام حداقل یک نمونه مثال زنید. مستطیل بیشتر است.

مستطیل: صفحه‌ی کاغذ کتاب، متوازی الاضلاع، طرح روی آلبوم، مربع، شش‌بضلع و ...

در سطح‌های مشابه و درست

### خاصیت چهارضلعی‌ها

### فعالیت

اجزای متوازی الاضلاع‌های زیر را اندازه بگیرید و جدول را کامل کنید.

متوازی الاضلاع	A	B	C	D	AB	BC	CD	AD	AO	OC	BO	DO
(1)					$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}d$	$\frac{1}{2}d$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}a$
(2)					$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}d$	$\frac{1}{2}d$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}a$
(3)					$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}d$	$\frac{1}{2}d$	$\frac{1}{2}b$	$\frac{1}{2}a$

با توجه به اندازه‌هایی که در جدول نوشته‌اید، خاصیت‌های هر متوازی الاضلاع را نام ببرید. ضلع‌های مقابل برابرند - قطرها یک‌دیگر را نصف می‌کنند - زاویه‌های مقابل برابرند - زاویه‌های مجاور مکمل‌اند.

## خاصیت چهارضلعی‌ها

### ایجاد انگیزه کنید:



در مورد خواص بعضی از چیزها در کلاس بحث کنید؛ مثلاً خاصیت نمک، شکر و ... دانش‌آموزان می‌توانند در این مورد به شما کمک کنند. از دانش‌آموزان پرسید: وقتی شما خاصیت چیزی را می‌دانید، دانستن این خاصیت به شما چه کمکی می‌کند؟ اجازه دهید خلاقیت دانش‌آموزان در ارائه‌ی مثال و کاربرد خاصیت مورد مثال‌ها پرورش یابد.

### هدف فعالیت:



دانش‌آموزان به‌طور شهودی با اندازه‌گیری و تجربه کردن، به خواص موجود در متوازی الاضلاع پی می‌برند و می‌توانند زمینه‌سازی کنند. البته باید توجه داشت که اثبات دقیق بعضی از خاصیت‌ها در صفحه‌های بعد به‌صورت فعالیت آمده است.

## ادامه دهید:



از دانش آموزان بخواهید خواص به دست آمده برای متوازی الاضلاع را برای مستطیل، لوزی و مربع بیان کنند؛ مثلاً در مستطیل نیز قطرهای یک دیگر را نصف می کنند و...

## هدف فعالیت:



دانش آموزان با انجام دادن این فعالیت، می توانند به طور شهودی با استفاده از اندازه گیری، به مساوی بودن قطرهای مستطیل پی ببرند و فرضیه سازی کنند. توضیح دهید که برای اثبات درستی فرضیه، باید روش مناسب آن را پیدا کرد.

## ادامه دهید:



از دانش آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به پرسش های آن پاسخ دهند.

## اشتباهات رایج دانش آموزان:



- ۱- دانش آموزان تصور می کنند قطرهای متوازی الاضلاع برابرند؛ پس، بهتر است از متوازی الاضلاع هایی استفاده کنیم که قطرهای آن ها به وضوح برابر نیستند.
- ۲- دانش آموزان قطرهای مستطیل و متوازی الاضلاع را نیمساز زوایا فرض می کنند؛ پس، بهتر است مستطیل و متوازی الاضلاع هایی رسم کنیم و از آن ها بخواهیم در دفتر خود و روی تخته سیاه، زوایا را اندازه گیری کنند و به نادرستی فرضیه ی خود برسند.

## هدف کار در کلاس:



در تمرین ۱ کار در کلاس، انتظار می رود که دانش آموزان به یک جمع بندی مناسب از خواص چهارضلعی ها برسند و ارتباط آن ها را درک کنند.  
در تمرین های ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۷ خواص متوازی الاضلاع و مربع و مستطیل را به کار ببرند.  
در تمرین ۵ با دوزنقه و انواع آن آشنا شوند.

## توصیه های آموزشی:



تعریف دقیق دوزنقه را برای دانش آموزان بیان کنید:



«دوزنقه چهارضلعی ای است که فقط دو ضلع موازی دارد». اجزاء دوزنقه، مخصوصاً دو ساق و دو قاعده ی آن، را برای دانش آموزان توضیح دهید و از آن ها بخواهید یک دوزنقه رسم کنند و نام ضلع های آن را بنویسند.

## پرسید:



از دانش آموزان پرسید: آیا دوزنقه نوعی متوازی الاضلاع

است؟ چرا؟

## توسعه:



۱- دوزنقه ی قائم الزاویه - دوزنقه ی متساوی الساقین را روی تخته بکشید و در مورد خواص آن گفت و گو کنید؛ مثلاً دوزنقه ی متساوی الساقین، دو ساق برابر و دو زاویه ی مجاور به قاعده ی برابر دارد و دوزنقه ی قائم الزاویه، دارای دو زاویه ی قائمه است.

## فعالیت خارج از کلاس:



- ۱- از دانش آموزان بخواهید که در مورد دنیای بدون چهارضلعی ها، داستانی بنویسند.
- ۲- از دانش آموزان بخواهید نمودار تمرین ۱ کار در کلاس را با طراحی و رنگ آمیزی زیبا تهیه و در کلاس نصب کنند.
- ۳- از دانش آموزان بخواهید چهارضلعی هایی بسازند که زوایای آن ها تغییر کند.
- ۴- با ایده ای مناسب، چهارضلعی هایی بسازند که اضلاع آن ها نیز تغییر کنند.

## تلفیق با سایر دروس:



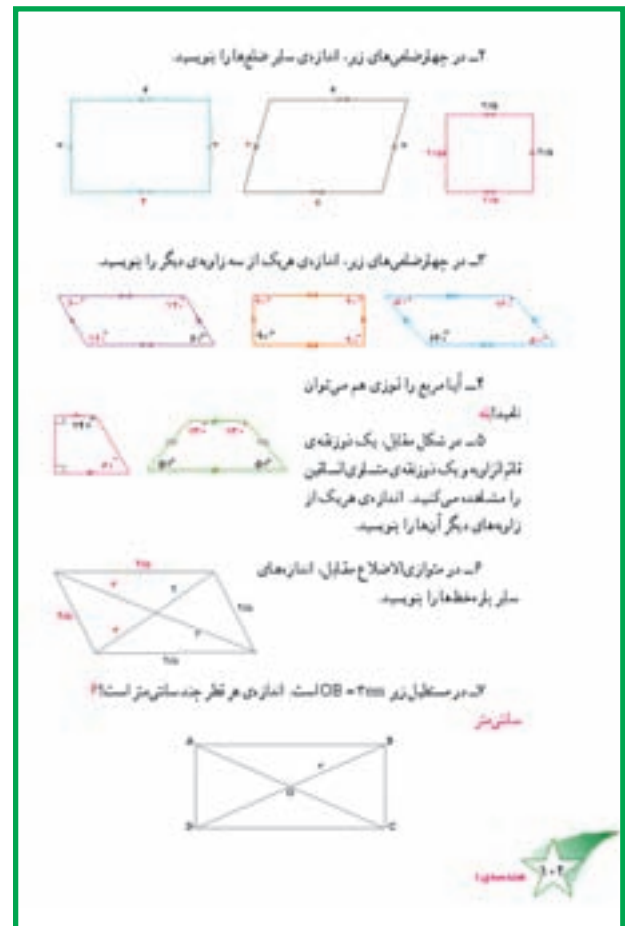
با آگاهی از خواص مواد، می توان شناخت بهتری از آن ها به دست آورد و در جاهای مناسب از آن ها استفاده کرد. با اطلاع از خواص ویتامین ها، کربوهیدرات ها و پروتئین ها و تأثیر آن ها بر رشد، می توان میزان مصرف آن ها را برای هر فرد تعیین کرد. با آگاهی از خواص حشرات مانند ملخ ها می توان در مزارع برای جلوگیری از بعضی آفات از آن ها استفاده کرد.

از دانش آموزان بخواهید مثال های مشابهی بیان کنند.

## استفاده از ابزار و تکنولوژی:



دانش آموزان با استفاده از نرم افزارهای گرافیکی شکل های مختلف چهارضلعی بسازند و در صورت امکان، خواص هر کدام را روی شکل ها بررسی کنند.



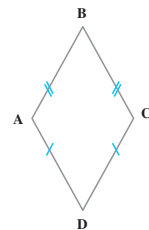
۲- چهارضلعی زیر، کایت نام دارد. در این شکل، فقط

یکی از قطر ها، قطر دیگر را نصف می کند و قطرها نیمسازند.

$$AB = BC$$

$$AD = CD$$

و



## یادداشت معلم

## رسم چهارضلعی ها

### ایجاد انگیزه کنید:



از دانش آموزان بخواهید با ۸ چوب کبریت، بدون شکستن آن‌ها یا ایجاد هر تغییر دیگری، چهارضلعی‌های مختلف بسازند.



### شروع کنید:



برای دانش آموزان توضیح دهید که برای رسم کردن چهارضلعی‌ها، از خواص و تعریف آن‌ها می‌توان استفاده کرد؛ برای نمونه، برای آن‌ها یک لوزی رسم کنید که یک زاویه‌ی آن  $60^\circ$  و یک ضلع آن ۳cm باشد. روش رسم به‌طور دقیق در کتاب توضیح داده شده است.

از دانش آموزان بخواهید به کمک دیگر خواص لوزی، روش دیگری برای رسم کردن یک لوزی به ضلع ۳cm و زاویه‌ی  $60^\circ$  پیشنهاد کنند. مطمئناً راه‌حل‌های نادرست و درست ارائه خواهد شد. در مورد راه‌حل‌های نادرست، علت نادرستی را توضیح دهید.

### ادامه دهید:



از دانش آموزان بخواهید به سؤال پرسیده شده در متن کتاب پاسخ دهند.

### هدف کار در کلاس:



دانش آموزان بتوانند به کمک خواص و تعاریف مربوط به چهارضلعی‌ها، با توجه به اطلاعات داده شده آن‌را رسم کنند. هنگام حل کردن این تمرین‌ها، درباره‌ی همه‌ی راه‌حل‌های ممکن با دانش آموزان بحث و گفت‌وگو کنید.

در تمرین ۳ کار در کلاس، انتظار می‌رود که دانش آموزان بتوانند به یک جمع‌بندی مناسب در مورد خواص چندضلعی‌ها دست یابند.

### رسم چهارضلعی‌ها

به کمک خاصیت‌های چهارضلعی‌ها می‌توانیم آن‌ها را رسم کنیم. برای مثال، یک لوزی رسم می‌کنیم که اندازه‌ی ضلع آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه‌ی آن  $60^\circ$  درجه باشد.

ابتدا یک زاویه‌ی  $60^\circ$  درجه رسم می‌کنیم که دو ضلع آن ۳ سانتی‌متر باشد. با توجه به این خاصیت لوزی که ۴ ضلع آن با هم مساوی‌اند، به کمک پرگار، دو ضلع دیگر را رسم می‌کنیم.



شکل مقابل چگونگی این کار را نشان می‌دهد.

دوای پرگار چقدر باز شده است؟ ۴ سانتی‌متر

مرکز کدام‌ها کدام خط‌اندازه C.A. چگونه با استفاده از خاصیت زاویه‌های مجاور مکمل‌اند، می‌توانیم لوزی را رسم کنیم؟ از زاویه‌ای  $120^\circ$  رسم کنیم و طول ضلع آن را ۳cm می‌کنیم از نقطه به دست آمده به C وصل می‌کنیم.



کار دو کلاس

۱- متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌های آن  $30^\circ$  درجه و ضلع‌های این زاویه ۲ و ۳ سانتی‌متر باشند. به روش بالا عمل می‌کنیم.



### فعالیت خارج از کلاس:



۱- از دانش آموزان بخواهید با صاحبان حرفه‌ها و مشاغل مختلف مانند نجارها و شیشه‌برها و... درباره‌ی این که چهارضلعی موردنظرشان را چگونه رسم می‌کنند، گفت‌وگو و نتایج را در کلاس مطرح کنند.

۲- از دانش آموزان بخواهید که در مورد رسم کردن چهارضلعی‌ها مسائلی را مطرح کنند. در کلاس، این مسائل را بررسی کنید و در صورت وجود اشکال یا اشکالات احتمالی، موضوع را به بحث بگذارید.

### توسعه:



مسائلی چون مسئله‌ی زیر را می‌توان در این قسمت، با توجه به شرایط و توانایی دانش آموزان مطرح کرد. «یک دوزنقه رسم کنید که قاعده‌ی بزرگ آن ۸،

روش‌هایی متفاوت با رسم روی کاغذ را به کار ببرند.

## تلفیق با سایر دروس:

یک نقاشی بکشید که در آن فقط از چهارضلعی‌ها استفاده شده باشد.

## اثبات خاصیت‌ها

### ایجاد انگیزه کنید:

تاکنون به کمک آزمایش و اندازه‌گیری به فرضیه‌هایی رسیده‌اید؛ از دانش‌آموزان بخواهید برخی از آن‌ها را بیان کنند. اکنون می‌خواهیم با دلایل ریاضی، فرضیه‌های به‌دست آمده را اثبات کنیم.

### هدف فعالیت:

دانش‌آموزان اثبات دقیق مساوی بودن قطرها در مستطیل و منصف بودن قطرها را در متوازی‌الاضلاع مشاهده می‌کنند و خود به آن دست می‌یابند.

### شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و آن را کامل کنند.

### توصیه‌های آموزشی:

- ۱- در پاسخ سؤال ۲ فعالیت، تأکید کنید که تساوی  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$  در مراحل این اثبات، تأثیری ندارد.
- ۲- در مورد نوشتن نمادین مراحل اثبات، به اندازه‌ی کافی توضیح دهید و بحث کنید. در سؤال اول، بخشی از اثبات نوشته شده است تا آمادگی ذهنی برای دانش‌آموزان ایجاد شود.

### هدف کار در کلاس:

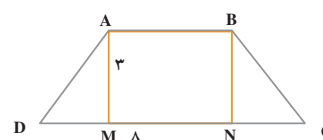
دانش‌آموزان به کمک خواص به‌دست آمده برای چهارضلعی‌ها بتوانند به سؤال‌ها پاسخ دهند و تعدادی از خاصیت‌ها را اثبات کنند؛ همچنین، در سؤال سوم، با نحوه‌ی حل کردن مسائل مربوط به این قسمت آشنا شوند.

۳- متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که قطره‌های آن ۴ و ۲ سانتی‌متر و زاویه‌ی بین آن‌ها ۹۰ درجه باشد. دو خط متقاطع که زاویه بین آن‌ها ۹۰ است رسم می‌کنیم در هر دو خط نقطه‌ای در روی یکی ۴ و ۲ سانتی‌متر در روی دیگری ۱ و ۱ سانتی‌متر جدا کرده خط به‌دست آمده را به هم وصل می‌کنیم.

۴- در نمودارهای زیر، در جای خالی نام چهارضلعی‌های مناسب را بنویسید.

تاکنون با استفاده از اندازه‌گیری، خاصیت‌های انواع چهارضلعی‌ها را نتیجه می‌گرفتیم. در فعالیت صفحه‌ی بعد ۴ نمونه از خاصیت‌ها با دلایل هندسی نتیجه گرفته می‌شوند.

قاعده‌ی کوچک آن ۴، ارتفاع آن ۳ و طول یک ساق آن ۵ باشد.



راه‌حل: مستطیل ABNM قابل رسم است. راستای MN را مشخص می‌کنیم؛ به مرکز A و به شعاع ۵cm کمان می‌زنیم؛ نقطه‌ی B به‌دست می‌آید. به مرکز D و به شعاع ۸cm کمان می‌زنیم؛ نقطه‌ی C به‌دست می‌آید. از B به C وصل می‌کنیم؛ چهارضلعی ABCD جواب مسئله است.

### استفاده از ابزار و تکنولوژی:

از دانش‌آموزان بخواهید چهارضلعی‌هایی را که در کار در کلاس آمده است، با استفاده از یک نرم‌افزار نقاشی رسم کنند. آن‌ها مشاهده خواهند کرد که در این رسم لازم است





۱- آیا در هر مستطیل، قطرها با هم متساوی اند؟ برای پاسخ دادن به این سؤال، مستطیل ABCD را در نظر می‌گیریم.

با تکمیل روابط زیر، دلیل تساوی دو مثلث ABC و BDC را بیان کنید. از تساوی آن‌ها نتیجه می‌گیریم که  $AC = BD$  است.



$$\begin{aligned} \text{مستطیل } ABCD \Rightarrow AB &= DC \\ \text{مستطیل } ABCD \Rightarrow \angle B &= \angle C \\ \text{مستطیل } ABCD \Rightarrow BC &= BC \end{aligned} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle BDC \Rightarrow AC = BD$$

۲- چرا در هر متوازی‌الاضلاع دو قطر یک‌دیگر را نصف می‌کنند؟



$$\begin{aligned} \text{متوازی‌الاضلاع } ABCD \Rightarrow AD &\parallel BC \Rightarrow \angle ADO = \angle CBO \\ \text{متوازی‌الاضلاع } ABCD \Rightarrow AD &= BC \Rightarrow \angle DAO = \angle BCO \\ \text{متوازی‌الاضلاع } ABCD \Rightarrow \angle ADO &= \angle CBO \end{aligned} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle BOC \Rightarrow AO = BO \text{ و } CO = DO$$

گزار دو گلدان

۱- چهارضلعی مقابل متوازی‌الاضلاع است. لقب - هر یک از تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \quad \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \quad \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \quad \hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$$

۲- چرا  $\hat{B} = \hat{D}$  و  $\hat{A} = \hat{C}$  است؟

$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} &= 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} \quad \begin{aligned} \hat{A} + \hat{D} &= 180^\circ \\ \hat{D} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}$$

بعد آیا می‌توان گفت در هر متوازی‌الاضلاع

زاویه‌های مقابل، متساوی و هر دو زاویه‌ی مجاور به یک ضلع مکمل است؟

۳- چهارضلعی ABCD دوزنقه است.

چرا  $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$  و  $\hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$  است؟

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \quad \hat{D} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \quad \hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$$

چرا  $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$  و  $\hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$  است؟

چرا  $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$  و  $\hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$  است؟

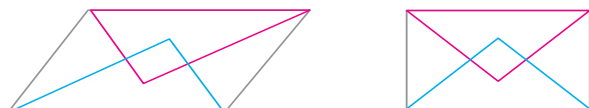
نیمساز زوایای لوزی می‌باشند.

۲- نیمسازهای زوایای متوازی‌الاضلاع را رسم کرده‌ایم.

در اثر برخورد آن‌ها چه شکلی به دست می‌آید؟ (جواب: مستطیل)

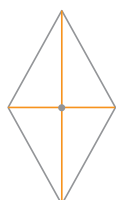
۳- نیمسازهای زوایای مستطیل را رسم کرده‌ایم. در اثر

برخورد آن‌ها چه شکلی به دست می‌آید؟ (جواب: مربع)



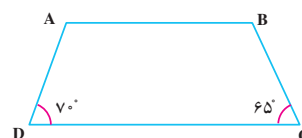
از دانش‌آموزان بپرسید در اثر برخورد نیمسازهای لوزی

چه شکلی به دست می‌آید؟ (جواب: نقطه)



از دانش‌آموزان بپرسید:

۱- در دوزنقه‌ی زیر، زوایای دیگر را حساب کنید.



۲- ساق‌ها و قاعده‌های دوزنقه را نام ببرید.

۳- انواع دوزنقه را نام ببرید.

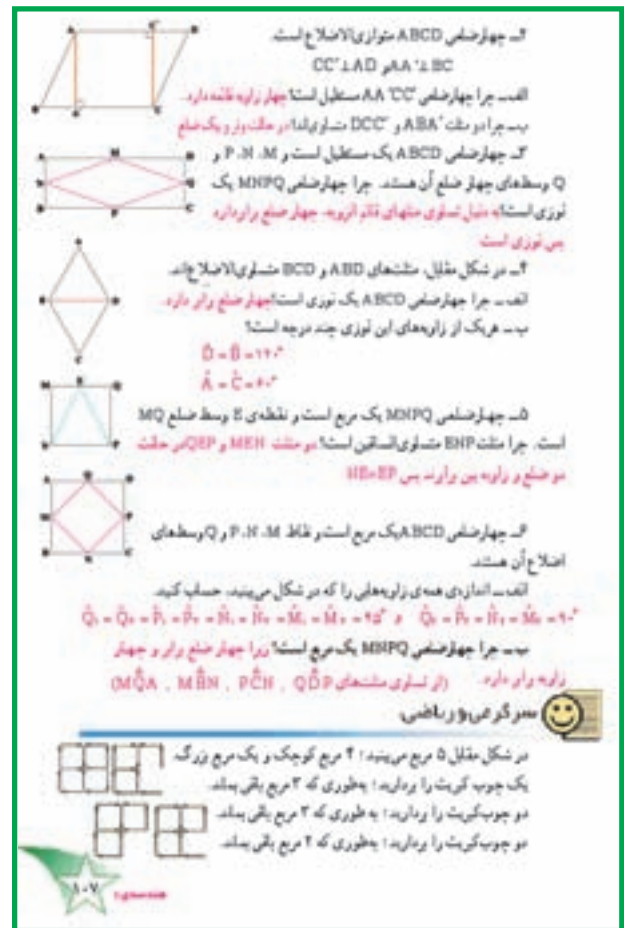
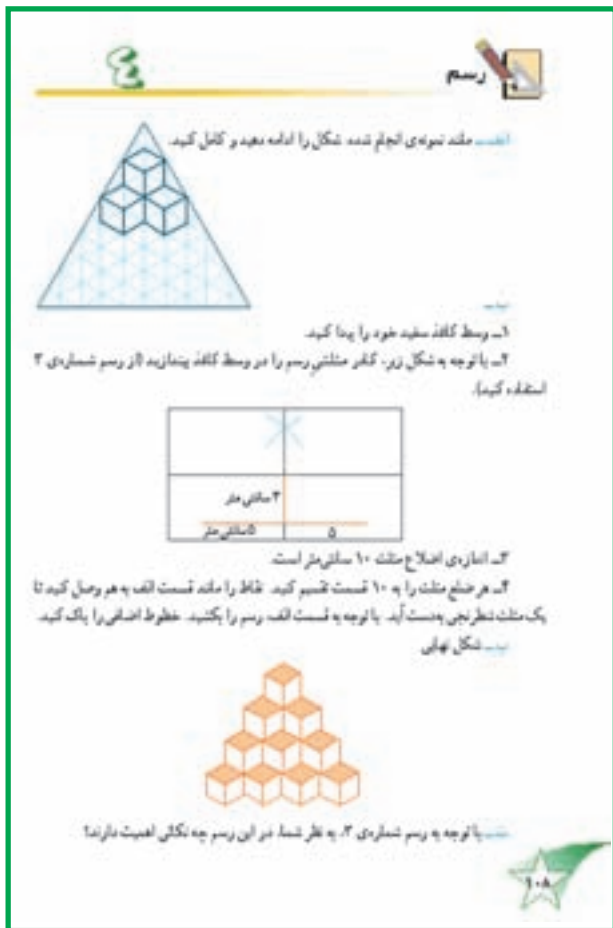
۴- آیا در متوازی‌الاضلاع، قطرها با هم برابرند؟



مسائلی مانند نمونه‌های زیر را برای دانش‌آموزان مطرح

کنید تا درستی آن را اثبات کنند.

۱- در لوزی، قطرها عمود منصف یک‌دیگرند و



## توصیه های آموزشی:

کمک خواص خوانده شده در مورد چهارضلعی ها و تساوی مثلث ها و اجزاء متناظر آن ها می توانند به سؤال مطرح شده پاسخ دهند.

در تمرین ۳، کافی است دانش آموزان تساوی دو مثلث BMQ و AMN را ثابت کنند و برای اثبات تساوی سایر مثلث ها فقط بگویند: «به همین ترتیب می توان ثابت کنید مثلث های QPC و MDQ با هم برابر و به همین ترتیب مثلث های NMA و NBP برابرند؛ پس  $\hat{A}MN = \hat{M}DQ = \hat{P}QC = \hat{B}PN$ ».

۴- در تمرین ۴، بعضی از دانش آموزان در محاسبه ی اندازه ی زوایای  $\hat{B}$  و  $\hat{D}$  اشتباه می کنند و آن ها را نیز مساوی  $60^\circ$  در نظر می گیرند.

۵- در تمرین ۶ نیز می توانید از عبارت «به همین ترتیب ثابت می شود که» استفاده کنید.



## رسم

این رسم نیز مانند رسم گذشته کادری مثلثی دارد و از این نظر ممکن است کمی برای دانش آموزان درد سر ساز شود؛ بنابراین،

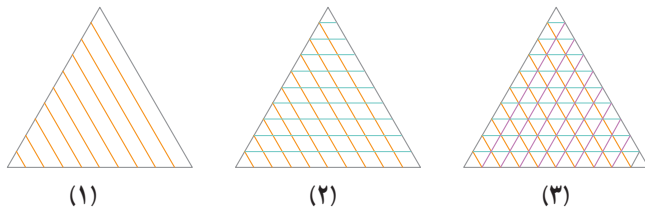
۱- هدف تمرین های این قسمت، دستیابی دانش آموزان به سطح عمیق تری از دانش به دست آمده از خواص و تعاریف چهارضلعی هاست. در این قسمت، تعدادی از تمرین ها در چارچوب حل مسئله قرار گرفته اند که دانش آموزان می توانند به کمک راهبردهای ارائه شده در قسمت حل مسئله - از جمله زیرمسئله - پاسخ آن ها را به دست آورند.

۲- هنگام حل کردن بعضی از قسمت ها، یک روش چند بار تکرار می شود. می توانید از عبارت «به همین ترتیب ثابت می شود که.....» استفاده کنید. برای دانش آموزان توضیح دهید که زمانی از این جمله استفاده می کنیم که در اثبات قسمت دیگری از یک مسئله، هیچ روش یا توضیح اضافی به کار نرفته باشد؛ مثلاً در تمرین ۳ قسمت حل مسئله وقتی ثابت می کنیم  $MN = MQ$ ، می نویسیم: به همین ترتیب ثابت می شود که در دو مثلث CPR و BNP:  $PN = PQ$ .

۳- در تمرین های ۱ و ۲ قسمت حل مسئله، دانش آموزان به



پیشنهاد می‌کنیم که به این نکته در کلاس توجه داشته باشید.



ضلع‌ها، سه دسته خط موازی را مشابه شکل‌های بالا رسم می‌کنیم.  
۳- با توجه به الگوی به‌دست آمده در قسمت الف، خطوط اصلی رسم را پررنگ می‌کنیم و سپس با پاک کردن خط‌های اضافی شکل نهایی به‌دست می‌آید.

۴- شکل نهایی رسم را به دانش‌آموزان نشان دهید و خطوط اصلی را برای آن‌ها مشخص کنید. به آن‌ها بگویید که کادر رسم، در نهایت جزء خطوط اصلی نخواهد بود.

### نکات مهم رسم

- ۱- موازی بودن خطوط در شکل نهایی بسیار اهمیت دارد؛ به دانش‌آموزان بگویید با مایل نگاه کردن به برگه‌ی رسم خود، موازی بودن یا نبودن آن، کاملاً مشخص می‌شود.
- ۲- کم‌رنگ کشیدن خطوط فرعی - به‌ویژه کادر رسم - از ابتدای کار باعث راحتی کار در قدم‌های بعدی است.
- ۳- می‌توانید به دانش‌آموزان توضیح دهید که صفحه‌ی شطرنجی مثلی به‌دست آمده، در رسم‌های مهندسی کاربرد فراوان دارد و معمولاً، برای ترسیم یک حجم سه‌بعدی استفاده می‌کنند. اگر دانش‌آموزان به شکل کشیده شده خوب دقت کنند، می‌توانند تصویری سه‌بعدی از آن داشته باشند.
- ۴- از دانش‌آموزان بخواهید به کمک این صفحات، رسم‌های ابتکاری دیگری را ارائه دهند.
- ۵- یک‌نواختی خطوط و تمیزی برگه‌ی رسم نیز از اصول همیشگی رسم به حساب می‌آید.

از دانش‌آموزان بخواهید قسمت الف را در کتاب خود کامل کنند. به آن‌ها فرصت دهید تا الگوی رسم را خود کشف کنند. هدف از حل کردن این قسمت در کلاس، حصول اطمینان از درک صحیح الگوی رسم توسط دانش‌آموزان است؛ لذا با بررسی رسم‌های دانش‌آموزان می‌توانید به این مهم دست یابید.

### روش کشیدن رسم

روش کشیدن رسم را به شرح زیر برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

۱- قدم اول، رسم کادر مثلی است؛ لذا ابتدا باید وسط کاغذ را بیایم. با وصل کردن وسط به وسط طول و عرض کاغذ، این مسئله حل خواهد شد.

از نقطه‌ی وسط در راستای عمودی ۳ سانتی‌متر پایین می‌آیم و از هر طرف در راستای افقی (عمود بر خط کشیده شده و به موازات طول کاغذ)، پاره‌خطی به طول ۵ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. از نقاط به‌دست آمده (انتهای پاره‌خط‌ها) کمان‌هایی به اندازه‌ی ۱۰ سانتی‌متر رسم کرده محل برخورد دو کمان رأس سوم مثلث خواهد شد. پس از رسم کادر، خطوط اضافه را پاک می‌کنیم.

۲- قدم دوم، تقسیم‌بندی اضلاع به ۱۰ قسمت مساوی است. توجه داشته باشید که بی‌دقتی در این تقسیم‌بندی، باعث بروز مشکلات فراوانی در ادامه‌ی رسم خواهد شد.

چون این رسم محل‌های برخورد فراوانی دارد، در صورتی همه‌ی خطوط موردنظر از یک نقطه می‌گذرند که نشانه‌گذاری‌ها دقیقاً ۱ سانتی‌متری باشند.

پس از نشانه‌گذاری دقیق در هر سه جهت و به موازات همه‌ی

### یادداشت معلم

**تمرین دوره‌ای ۱**

۱- درستی یا نادرستی هر یک از روابط زیر را مشخص کنید.

درست  $75 \in \{2, -1, 0, 5\}$       نادرست  $-1 \in \{-9, -3, -2, -1, 0\}$

درست  $\frac{1}{100} \in \{\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\}$       نادرست  $-9 \in \{1, 2, 3\}$

۲- به نمودار زیر توجه کنید.

الف- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$A = \{-1, 0, 2, 5\}$   
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 $C = \{-1, 2\}$

ب- درستی یا نادرستی روابط زیر را مشخص کنید.

درست  $C \subset A$       نادرست  $B \subset C$       نادرست  $B \subset A$

۳- مجموعه‌ای عناصر آب را بنویسید. آیا اثر به این مجموعه نقی دارد؟ (0.50)

۴- قرینه‌ی هر یک از عددهای زیر را بنویسید.

۵- حاصل جمع‌های زیر را پیدا کنید.

$5 + 2 = 7$        $-9 + 12 = 3$        $-18 + 29 = 11$        $10 + 11 = 21$   
 $-5 + 2 = -3$        $-7 + 12 = 5$        $-9 + 18 = 9$        $-3 + 11 = 8$

۶- حاصل تفریق‌های زیر را حساب کنید.

$5 - 2 = 3$        $10 - 11 = -1$        $-9 - 18 = -27$        $-3 - 11 = -14$   
 $-5 - 2 = -7$        $-7 - 12 = -19$        $-9 - 18 = -27$        $-3 - 11 = -14$

۷- حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$-2 + 8 = 6$        $-2 - 7 = -9$        $8 - 10 = -2$        $-9 + 2 = -7$   
 $-9 + 2 = -7$        $3 - 11 = -8$        $-3 - 18 = -21$        $-3 - 11 = -14$   
 $-(25) - (-5) = -20$        $(+18) - (+12) = 6$        $(-12) - (-12) = 0$

۸- حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$(-3) \times (+7) = -21$        $(-1) \times (-2) = 2$        $(+7) \times (-7) = -49$   
 $(-2) \times (+8) = -16$        $(-2) \times (-9) = 18$        $(+8) \times (-1) = -8$   
 $(-25) \times (+4) = -100$        $(+25) \times (-8) = -200$        $(-8) \times (+9) = -72$

۹- حاصل کسرها را بدست آورید.

$\frac{(-18) \times (-25)}{(-25) \times (+12)} = 1.5$        $\frac{(+25) \times (-75)}{(-25) \times (-5)} = 5$

۱۰- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$2^5 \times 2^3 = 2^8$        $(-2)^5 \times (-2)^3 = 2^8$        $3^5 \times 3^7 = 3^{12}$   
 $\frac{9^5}{9^2} = 9^3$        $\frac{4^5}{4^2} = 4^3$        $\frac{10^5 \times 10^3}{10^2 \times 10^4} = 10^2$   
 $4^2 \times 2^5 = 2^9$        $2^2 \times 3^5 = 2^2 \times 3^5$        $3^5 \times 2^5 = \left(\frac{6}{5}\right)^5$   
 $\frac{3^5}{2^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$        $\frac{12^5}{2^2} = 2^2 \times 3^5$        $\frac{12^5}{2^2} = 2^2 \times 3^5$

$2^5 \times 2^5 = 2^{10}$        $2^5 \times 2^5 = 2^{10}$        $\frac{2^5}{2} = 2^4$   
 $2^5 \times 2^5 = (2 \times 5)^5$        $\frac{2^5}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^5$        $2^5 = \left(\frac{2}{5}\right)^5 \times 5^5$

۱۱- مقدار دقیق جبرهای زیر را حساب کنید.

$\sqrt{12 \times 4} = 4\sqrt{3}$        $\sqrt{96 \times 16} = 16\sqrt{6}$        $\sqrt{10 \times 4} = 2\sqrt{10}$   
 $\sqrt{25 \times 4} = 2 \times 5 = 10$        $\sqrt{1 \times 1} = 1$        $\sqrt{25 \times 81} = 45$

۱۲- مقدار تقریبی هر یک از جبرهای زیر را حساب کنید.

$\sqrt{64} = 8$        $\sqrt{81} = 9$        $\sqrt{90} \approx 9.5$   
 $\sqrt{72} \approx 8.5$        $\sqrt{100} = 10$        $\sqrt{9 \times 4} = 6$   
 $\sqrt{16 \times 5} \approx 2.8$        $\sqrt{1 \times 8} \approx 2.8$        $\sqrt{3 \times 4} \approx 1.8$

۱۳- خارج قسمت هر یک از تقسیم‌های زیر را تا دو رقم اعشار بدست آورید و

## چند نکته در مورد تمرین دوره‌ای ۱

هدف از تمرین‌های این قسمت، دوره‌ی مطالب آموزش داده شده در نیمسال اول است تا دانش‌آموزان را برای امتحان پایانی نیمسال اول آماده کند. هدف‌ها و توصیه‌های خاص مربوط به بعضی از تمرین‌ها در زیر آمده است.

۱- در تمرین ۹ انتظار داریم دانش‌آموزان ابتدا علامت عبارت را تعیین کنند و سپس، به ساده کردن عددها بپردازند.

$$\frac{(-18) \times (-42)}{(-27) \times (+14)} = -\frac{18^2 \times 42^3}{327 \times 141} = -\frac{2}{1} = -2$$

۲- هدف از تمرین ۱۳، یادآوری تقسیم دو عدد است؛ اگرچه این موضوع در کتاب دوم راهنمایی آموزش داده نمی‌شود.

۳- هدف از تمرین ۱۹، به کار بردن خاصیت‌ها و تعاریف مربوط به چهارضلعی‌هاست. توصیه می‌شود در هر مورد، دانش‌آموزان به خاصیتی که پاسخ قسمت مجهول را به کمک آن به دست آورده‌اند، اشاره کنند.

۴- مسئله‌های ۳، ۴ و ۷ مربوط به درس درصد است که در کلاس اول راهنمایی آموزش داده می‌شود. در این جا، هدف صرفاً یادآوری و به کار بردن دانش ریاضی آموخته شده است.

۵- با توجه به حجم محدود سؤال‌های این قسمت، در همین چارچوب می‌توان مسئله‌ی تکمیلی دیگری برای دانش‌آموزان مطرح کرد؛ البته مشروط بر آن که از میزان زمان مناسب و توانایی دانش‌آموزان اطمینان داشته باشیم.



۸- حاصل  $\sqrt{3} \times \sqrt{27} \times \sqrt{32} \times \sqrt{0/02}$  را به دست آورید.

۹- حاصل  $\sqrt{\sqrt{81}}$  را حساب کنید.

۱۰- عدد  $(233)_4$  را در مبنای ۵ بنویسید.

۱۱- بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی در مبنای ۵ را بنویسید.

۱۲- عدد بعد از  $(11011)_2$  را در مبنای ۲ بنویسید.

۱۳- خارج قسمت هریک از تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

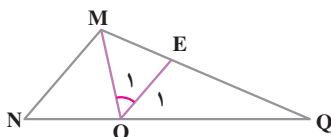
$$0/000081 \div 9 = \quad 0/00000016 \div 0/4 \quad 0/00025 \div 0/05$$

۱۴- خارج قسمت هریک از تقسیم‌های زیر را تا دو رقم اعشار در خارج قسمت به دست آورید و باقی مانده‌ی هریک را مشخص کنید.

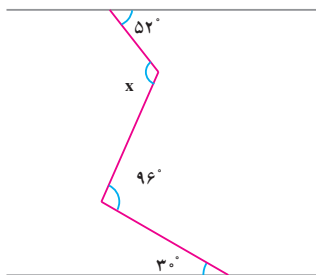
$$256/8 \overline{) 2/3} \quad 13/4 \overline{) 0/23} \quad 156 \overline{) 1/5}$$

۱۵- در مثلث  $MO$ ،  $MNQ$  نیمساز زاویه  $\hat{M}$  و  $OE \parallel MN$  است. اگر  $E_1 = 12^\circ$  باشد، اندازه‌ی  $\hat{O}_1$  چند

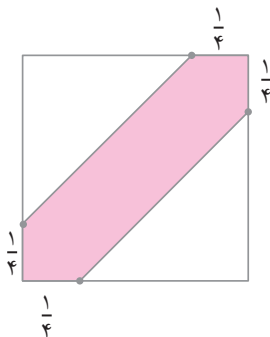
درجه است؟



۱۶- در شکل زیر  $d \parallel d'$  است. اندازه‌ی زاویه‌ی  $x$  چند درجه است؟



۱۷- مساحت مثلث قسمت هاشور خورده را حساب کنید (ضلع‌های مربع برابر یک واحد است).



۱۸- اگر میانگین ۵ عدد، ۱۲ و میانگین ۳ عدد از آن‌ها ۱۰ باشد، مجموع دو عدد دیگر را حساب کنید.

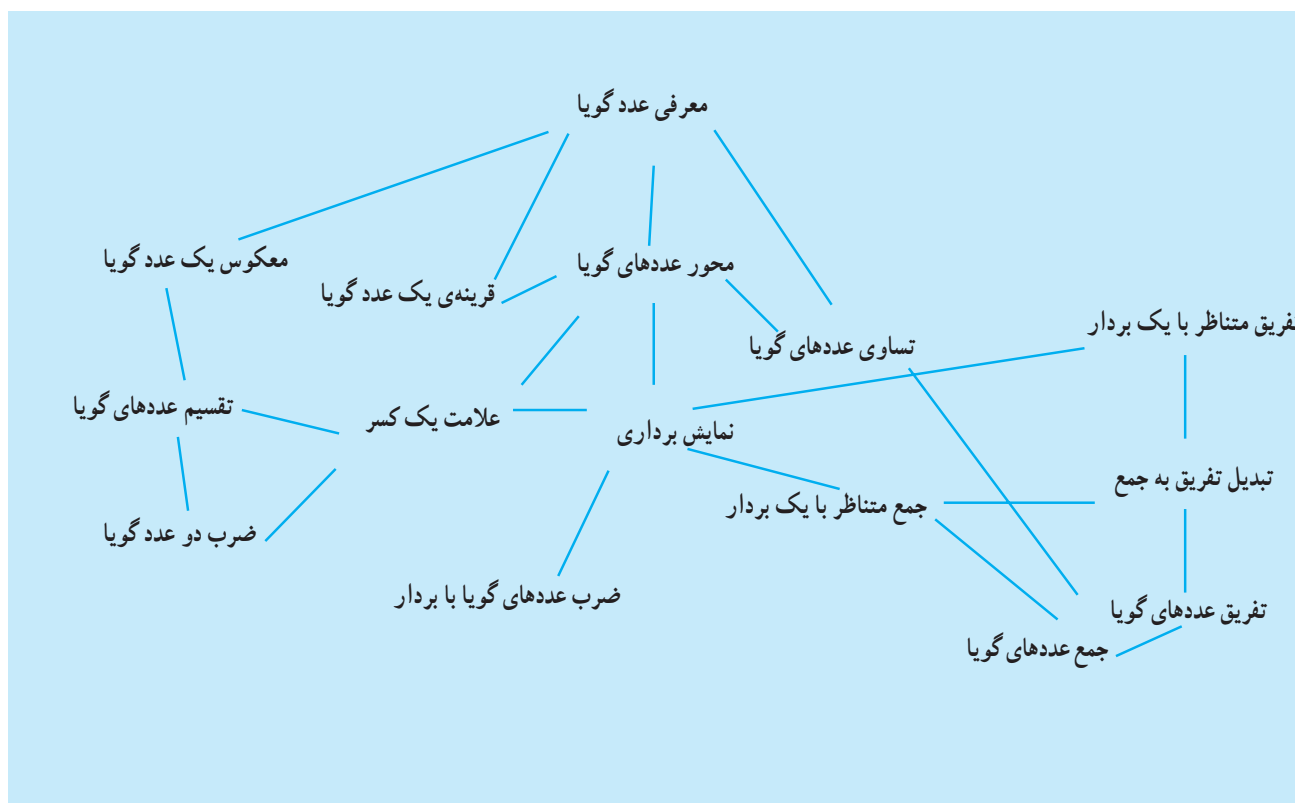
۱۹- اگر داشته باشیم  $a + b = 28$  و  $a - b = 12$ ، مقدار  $a$  را حساب کنید.



## عدد گویا

به دست آید. در پایان فصل ضرب و تقسیم دو عدد گویا مطرح می‌شود. در پایان این فصل، انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند عملیات عددهای گویا را با فهم و درک انجام دهند و صرفاً قاعده‌ها و دستورالعمل‌ها را به خاطر نسپارند. مفاهیم و محتوای این فصل به صورت زیر با هم در ارتباط‌اند.

این فصل شامل چهار بخش است؛ در بخش اول، عددهای گویا و نمایش آن‌ها روی محور اعداد، نمایش برداری و قرینه‌ی عددهای گویا معرفی می‌شوند. در بخش بعد، جمع عددهای گویا با استفاده از بردار و محور مطرح و سپس، نحوه‌ی جمع عددها بیان می‌شود. بخش سوم نیز شامل تفریق متناظر با یک بردار و تبدیل تفریق به جمع است تا با استفاده از آن، تفریق دو عدد گویا



علاوه بر ارتباط درونی مشخص شده، ارتباط مفاهیم این فصل با درس‌های قبلی اهمیت زیادی دارد.

در این فصل، رسم و آموزش راهبرد گنجانده نشده است؛ بنابراین، برای آموزش و تمرین مفاهیم این درس، فرصت کافی وجود دارد.

مبحث عددهای گویا علاوه بر داشتن رابطه با درس عددهای صحیح، به مفاهیم کسر متعارفی در کلاس اول راهنمایی نیز مربوط می‌شود. درواقع، اگر دانش‌آموزان عملیات کسر متعارفی و مفاهیم و عملیات عددهای صحیح را به‌خوبی فرا گرفته باشند، درس عددهای گویا مطلب جدیدی دربر ندارد.

در جمع و تفریق عددهای گویا، روش یکی کردن مخرج‌ها و نوشتن یک مخرج و جمع و تفریق صورت‌ها همان تکنیک محاسبه‌ای جمع و تفریق کسرهاست. در صورت کسر نیز به جمع و تفریق عددهای صحیح می‌رسیم.

در ضرب و تقسیم کسرها ابتدا علامت را تعیین می‌کنیم؛ مشابه همان کاری که در ضرب و تقسیم عددهای صحیح انجام می‌دادیم. پس از آن عبارت موردنظر به ضرب و تقسیم دو کسر متعارفی تبدیل می‌شود.

بنابراین، ضمن استفاده از این موضوع در سرعت دادن به فرایند آموزش، بر ارتباط بین این فصل و درس‌های پیش تأکید می‌شود.

## زمان بندی

بهمن ماه

هفته‌ی اول: معرفی عدد گویا

هفته‌ی دوم: جمع عددهای گویا - تفریق عددهای گویا

هفته‌ی سوم: ضرب و تقسیم عددهای گویا - رسم ۵

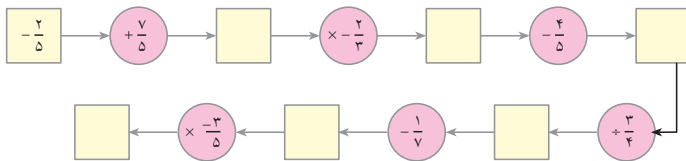
میزان تدریس این فصل از نظر زمانی به توانایی دانش‌آموزان در درس عددهای صحیح بستگی دارد. بعضی از معلمان علاقه دارند پس از تدریس قسمت عددهای صحیح، عددهای گویا را آموزش دهند. این کار یک فایده دارد و آن یادگیری سریع‌تر و به هم پیوسته‌ی این دو فصل است و دانش‌آموزان با تمرکز بر مفاهیم این دو فصل، احتمالاً سریع‌تر یاد می‌گیرند اما از طرف دیگر، این امکان وجود دارد که از تکرار این عملیات مشابه خسته و دل‌زده شوند. همچنین، ایجاد فاصله بین این دو درس و یادآوری مجدد عددهای صحیح در فصل عددهای گویا موجب تثبیت و عمیق‌تر شدن یادگیری می‌شود. به هر حال، از آن‌جا که بودجه‌بندی در اختیار معلم است، معلمان محترم می‌توانند با رعایت همه‌ی جوانب آموزشی، درس‌ها را جابه‌جا کنند.

## نمونه سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱- بردار  $-\frac{7}{4}$  ابتدا در  $+\frac{3}{4}$  را روی محور رسم کنید و

یک جمع و یک تفریق متناظر با آن را بنویسید.

۲- جاهای خالی را در نمودار زیر پر کنید.



## یادداشت معلم

## معرفی عدد گویا

### موضوعات در یک نگاه

این بخش شامل ۵ درس است. ابتدا محور عددهای گویا و نمایش هر نقطه روی عدد با یک عدد گویا و تساوی عددهای گویا با استفاده از محور مطرح می‌شود. سپس با معرفی نمایش برداری عددهای گویا و مشخص کردن عدد متناظر با بردار و ابتدا و انتهای آن، زمینه‌سازی لازم برای بخش‌های بعدی صورت می‌گیرد. با یادآوری مفهوم و نماد قرینه، قرینه‌های عددهای گویا مشخص و نحوه‌ی تعیین علامت کسر (عدد گویا) آموزش داده می‌شود.

### اهداف

- در فرایند آموزش این دروس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز بتواند به هدف‌های زیر برسد :
- ۱- محور عددهای گویا را رسم کند و متناظر با هر عدد گویا یک نقطه روی عدد نمایش دهد.
  - ۲- تساوی عددهای گویا را با استفاده از محور نشان دهد و جزء مجهول یک تساوی کسری را پیدا کند.
  - ۳- متناظر با یک بردار روی محور اعداد، یک عدد گویا بیان کرده و ابتدا و انتهای آن را مشخص کند.
  - ۴- قرینه‌ی عددهای گویا را پیدا کرده و روی محور اعداد توجیه کند.
  - ۵- تساوی  $-\frac{a}{b} = \frac{a}{-b}$  را با استفاده از محور و بردار توجیه کرده و علامت یک کسر را تعیین کند.

### نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

- ۱- بردار  $-\frac{5}{3}$  انتها در  $+\frac{2}{3}$  را رسم کنید. قرینه‌ی بردار را رسم کنید و عدد متناظر با آن را بنویسید.
- ۲- عددهای زیر را روی یک محور پیدا کنید.  
 $-\frac{1}{3}$  ،  $\frac{5}{4}$  ،  $-\frac{1}{4}$
- ۳- علامت کسرهای زیر را تعیین کنید.  
 $-( -(+\frac{2}{3}) ) =$        $-\frac{3}{5} =$   
 $-( -( -\frac{4}{7} ) ) =$        $-\frac{+5}{7} =$



واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
عدد گویا نقطه‌ی نمایش یک عدد	خط‌کش	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام فعالیت برای یادآوری نقطه‌های روی محور</li> <li>انجام کار در کلاس برای تمرین نقطه‌های روی محور</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>یک محور عددهای گویا را رسم کند.</li> <li>نقطه‌ی نمایش عدد متناظر با هر نقطه را روی محور بیان کند.</li> <li>هر عدد گویا را روی محور اعداد پیدا کند.</li> <li>عددهای مخلوط گویا را به کسر گویا تبدیل کند و برعکس.</li> </ul>	محور اعداد گویا نمایش عددهای گویا روی محور	۱۱۳ ۱۱۴	محور عددهای گویا
تساوی عددهای گویا	خط‌کش	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام فعالیت برای درک تساوی عددهای گویا</li> <li>انجام کار در کلاس برای تمرین نوشتن کسرهایی مساوی با یک کسر</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>چگونگی مساوی بودن عددهای گویا را با محور اعداد درک و کشف کند.</li> <li>کسرهایی مساوی با یک کسر (عدد گویا) را بنویسد.</li> <li>در تساوی دو کسر، جزء مجهول را پیدا کند.</li> <li>کسرها (عددهای گویا) را تا حد امکان ساده کند.</li> </ul>	تساوی عددهای گویا پیدا کردن جزء مجهول یک تساوی کسری	۱۱۴ ۱۱۵	تساوی عددهای گویا
نمایش برداری	خط‌کش	<ul style="list-style-type: none"> <li>مطالعه‌ی متن و پاسخ به سؤال</li> <li>انجام کار در کلاس برای تمرین نمایش برداری</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>عدد متناظر با هر بردار گویا روی محور را پیدا کند.</li> <li>متناظر با عدد گویا بردار را رسم کند و ابتدا و انتهای آن را مشخص کند.</li> <li>بردارهای مساوی روی محور را تشخیص دهد.</li> </ul>	بردار گویا	۱۱۵ ۱۱۶	نمایش برداری عددهای گویا
قرینه	خط‌کش	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام فعالیت برای درک نقاط قرینه روی محور و نتیجه‌گیری قرینه‌ی عددهای گویا</li> <li>انجام کار در کلاس برای تمرین قرینه کردن عددها و بردارهای گویا</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>قرینه‌ی هر عدد گویا را مشخص کرده و به کمک محور پیدا کند.</li> <li>بردارهای قرینه را روی محور پیدا کند.</li> </ul>	قرینه‌ی عدد گویا	۱۱۶ ۱۱۷	قرینه‌ی یک عدد گویا
علامت کسر	خط‌کش	<ul style="list-style-type: none"> <li>انجام فعالیت برای درک تساوی <math>-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}</math></li> <li>انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن علامت یک کسر</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>با استفاده از بردار و محور علامت یک کسر و تساوی <math>-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}</math> را تشخیص دهد.</li> <li>علامت یک عدد گویا را مشخص کند.</li> </ul>	علامت کسر	۱۱۷ ۱۱۸	علامت یک کسر

## دانستنی‌هایی برای معلم

### معرفی عدد گویا و عمل با آن‌ها

پیش از این گفتیم که، نام «گویا» یا به قول عرب‌ها «مُنطق» را یونانی‌ها و به‌ویژه فیثاغورسیان روی عددهایی گذاشتند که با نسبت دو عدد طبیعی بیان می‌شوند. امروزه ما به عددهای منفی هم، به شرطی با کسری بیان شوند که صورت و مخرج آن‌ها درست باشد، گویا می‌گوییم. درواقع، امروزه، عددی را گویا می‌نامیم که مثبت یا منفی باشد و بتوان آن را به صورت کسری معرفی کرد که صورت و مخرج آن با عددهای درستی بیان شده باشد. فیثاغورسی‌ها که در آغاز گمان می‌کردند، همه چیز، حتی مرد و زن، شادی و اندوه... را می‌توان با عدد بیان کرد، از بیان یک پاره خط راست (قطر مربع به ضلع واحد) به یاری عدد در ماندند. در آغاز، این مطلب را پنهان کردند ولی سرانجام فاش شد (کسی که آن را فاش کرده بود، در آب خفه شد یا او را خفه کردند). آن وقت به فکر دیگری افتادند و «چیزهایی» را که نمی‌توان با عدد نشان داد، «گنگ» نامیدند. این دو اصطلاح «گویا» و «گنگ» از آن زمان – یعنی از بیش از ۲۵۰۰ سال قبل – باقی مانده و همچنان مورد استفاده‌ی ماست.

عمل با عددهای منفی از زمان میخائیل شتيفل، ریاضی‌دان آلمانی در سده‌ی شانزدهم، آغاز شد. امروزه، بهترین نشان برای معرفی عددهای منفی را محور عددها می‌دانند که نقطه‌ای به نام مبدأ روی آن انتخاب شود و معمول است که در سمت راست آن، عددهای مثبت و در سمت چپ آن، عددهای منفی را معرفی می‌کنند. عددها را اغلب به وسیله‌ی بردارهای افقی هم معین می‌کنند. بردار یا پاره خط راستی معرفی می‌شود که ابتدای آن، آغاز و انتهای آن، پایان بردار است و معمول است که جهت حرکت هم روی آن تعیین می‌شود؛ برای نمونه، دو عدد ۳+ و ۳- به وسیله‌ی دو بردار معرفی می‌شود که آغاز هر دو، نقطه‌ی صفر و پایان آن‌ها، در نقطه‌های ۳+ و ۳- است.

### چند نکته درباره‌ی عمل با عددهای گویا

۱- وقتی می‌خواهید عملی را تعریف کنید، به آنچه از نظر ریاضی انجام می‌دهید، توجه کنید. برای سادگی بیان، نتیجه‌ی عمل را بیاورید؛ برای نمونه، وقتی می‌خواهید عمل تقسیم را

درباره‌ی دو عدد گویا بیان کنید، برای روشن کردن دلیل عمل خود بگویید؛ بنابراین، برای عمل تقسیم باید بخش‌یاب را معکوس و سپس در بخشی ضرب کنیم؛

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

و هرگز از جمله‌ی «دور در دور، نزدیک در نزدیک» استفاده نکنید؛ زیرا از دید ریاضی هیچ معنایی ندارد.

۲- وقتی عدد مثبتی را به صورت مخرج یک کسر اضافه کنیم، کسر به واحد نزدیک‌تر می‌شود؛ خواه کسر اصلی از واحد بزرگ‌تر باشد خواه کوچک‌تر.

به شرط  $a > 0$ ، همیشه  $\frac{x+a}{y+a}$  به عدد ۱ نزدیک‌تر است تا

$\frac{x}{y}$ ؛ بنابراین، اگر  $\frac{x}{y}$  عددی کوچک‌تر از ۱ باشد،  $\frac{x+a}{y+a}$  (به

شرط  $a > 0$  و  $\frac{x}{y} > 0$ ) از عدد  $\frac{x}{y}$  بزرگ‌تر و اگر  $\frac{x}{y} > 1$  بزرگ‌تر

باشد، عدد  $\frac{x+a}{y+a}$  ( $a > 0$  و  $\frac{x}{y} > 0$ ) کوچک‌تر می‌شود؛ به نحوی

که برای  $a > 0$  و  $\frac{x}{y} > 0$  :

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{x+a}{y+a} = 1$$

۳- در حالت یکی کردن مخرج‌های دو کسر، به جای این که حاصل ضرب دو مخرج را مخرج مشترک قرار دهید، کوچک‌ترین مضرب مشترک دو مخرج را محاسبه کنید و با تمرین، دانش‌آموزان را به پیدا کردن کوچک‌ترین مضرب مشترک دو یا چند مخرج عادت دهید.

۴- روی محور عددها، به دانش‌آموزان نشان دهید، همان‌طور که بین دو عدد پشت سر هم طبیعی، بی‌نهایت نقطه وجود دارد، بین دو عدد گویا – هر قدر که به هم نزدیک باشند – باز هم بی‌نهایت نقطه – یعنی بی‌نهایت عدد – وجود دارد. نتیجه بگیرید که با اضافه شدن عددهای گویا به مجموعه‌های اعدادی که می‌شناختیم، هنوز عددهای بسیاری وجود دارند که باید آن‌ها را یاد بگیریم. این‌ها، عددهای گنگ هستند که آن‌ها را نمی‌توان با نسبت دو عدد طبیعی نشان داد.

۵- اگر در کسری مثبت، به صورت کسر، عددی مثبت اضافه کنیم، کسر بزرگ تر و اگر به مخرج آن عددی مثبت اضافه کنیم، کسر کوچک تر می شود. همچنین، اگر به صورت چنین کسری عددی مثبت و به مخرج آن عدد مثبتی کوچک تر از آن اضافه کنیم، کسر بزرگ تر و اگر عدد مثبتی که به صورت اضافه می کنیم، کوچک تر از عددی باشد که به مخرج اضافه می کنیم، کسر کوچک تر خواهد شد.

۶- این آزمایش را در کلاس، به دانش آموزان پیشنهاد کنید: دو عدد گویا و مثبت نزدیک به هم، مثل  $\frac{3}{21}$  و  $\frac{19}{21}$  انتخاب کنید و از دانش آموزان بپرسید: بین این عدد، چند عدد گویا وجود دارد؟ سپس از دانش آموزان بپرسید: اگر بنا باشد بین این

دو عدد ۹ عدد پیدا کنیم، چه باید کرد؟ برخی از دانش آموزان ممکن است برای نمونه، از عددهای  $\frac{19}{20}$ ،  $\frac{19}{21}$ ،  $\frac{19}{22}$ ، ...،  $\frac{19}{29}$  نام ببرند. از آن ها بخواهید، صورت و مخرج این کسر ها را ۱۰ برابر کنند:  $\frac{191}{210}$ ،  $\frac{192}{210}$ ، ...،  $\frac{199}{210}$ . آن وقت با کسر های واقعی که بین  $\frac{19}{21}$  و  $\frac{20}{21}$  قرار دارند، مواجه می شوید. اکنون، از دانش آموزان بپرسید: چگونه می توان ۱۰۰ عدد یا ۱۰۰۰ عدد پیدا کرد؟ (بین  $\frac{19}{21}$  و  $\frac{20}{21}$  را پیدا کنند.) با این شیوه، دانش آموزان در می یابند که بین دو عدد گویا - هر قدر به هم نزدیک باشند - بی نهایت عدد گویای دیگر وجود دارد.

## یادداشت معلم

## محور عددهای گویا

### ایجاد انگیزه کنید:



محوری رسم کنید و از دانش آموزان بخواهید عدد ۳ و ۴ و همچنین اعداد -۱، -۴ و -۵ را روی آن نمایش دهند. به آن‌ها بگویید که قبلاً با اعداد  $\frac{2}{3}$  و  $1\frac{5}{6}$  آشنا شده‌اید؛ آیا می‌توان جای آن‌ها را نیز روی محور نشان داد؟

### هدف فعالیت:



دانش آموزان قبلاً کسرهایی مانند  $\frac{2}{3}$  و  $1\frac{5}{6}$  را دیده‌اند. هدف این فعالیت آن است که دانش آموزان به این کسرها به دید یک عدد بنگرند و آن‌ها را به عنوان اعداد گویا بشناسند.

### شروع کنید:



از دانش آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به سؤال مطرح شده پاسخ دهند؛ سپس مجموعه‌ی اعداد گویا را به آن‌ها معرفی کنید. هر کدام از این اعداد یک عدد گویا و نقطه‌های A، B و C نقطه‌های نمایش این اعداد گویا هستند. البته تأکید کنید که عددهای ۲، ۳، ۰، -۱ و ... نیز نقاط نمایش اعداد گویا هستند. درواقع، این اعداد هم گویا و هم صحیح‌اند.

### هدف کار در کلاس:



دانش آموزان بتوانند نقاط روی محور را توسط یک عدد گویا و هر عدد گویا را توسط یک نقطه روی محور نمایش دهند. در تمرین ۴ کار در کلاس، دانش آموزان بتوانند عدد مخلوط علامت‌دار را به یک کسر (عدد گویا) تبدیل کنند.

### توصیه‌ی آموزشی:



برای نمایش اعداد  $3\frac{1}{4}$  یا  $6\frac{2}{5}$  دانش آموزان را ترغیب کنید که ابتدا عدد صحیح را روی محور نشان دهند؛ سپس، واحد بعد از آن را به قسمت‌های مساوی لازم تبدیل کنند و عدد گویا را نمایش دهند؛ مثلاً، برای نمایش  $3\frac{1}{4}$ ، عدد ۳ را روی



محور مشخص کرده و واحد بعدی را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنند و نقطه‌ی نمایش  $3\frac{1}{4}$  را نشان دهند.

### فعالیت موازی:



فاصله‌ی بین A و B را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید. برای این کار از چند نقطه استفاده می‌کنید؟ (پاسخ: یک نقطه) فاصله‌ی بین A و B را به سه قسمت مساوی تقسیم کنید. برای این کار از چند نقطه استفاده می‌کنید؟ (پاسخ: ۲ نقطه) برای این که فاصله‌ی بین A و B را به ۵، ۶، ... و n قسمت کنیم، از چند نقطه روی پاره خط AB استفاده می‌کنیم؟

### پرسید:



در محور زیر، فاصله‌ی بین ۰ و ۱ را به سه قسمت، فاصله‌ی بین ۲ و ۳ را به چهار قسمت، فاصله‌ی بین -۱ و -۲ را به دو

## اشتباهات رایج دانش آموزان:

یکی از اشتباهات دانش آموزان، در نقطه‌یابی عددهای گویای منفی است؛ برای مثال، در پیدا کردن نقطه‌ی  $2\frac{1}{4}$ ، از مبدأ ۲ واحد به سمت چپ می‌روند و سپس،  $\frac{1}{4}$  واحد به سمت راست برمی‌گردند.

## تساوی عددهای گویا

### ایجاد انگیزه کنید:

یک مسابقه در کلاس ترتیب دهید؛ دانش آموزان در این مسابقه می‌توانند از کاغذ و قلم استفاده کنند. دو کسری یا عدد مخلوط بیان کنید. اولین نفری که دست بلند می‌کند، باید بگوید که کدام بزرگ‌تر است. اگر درست پاسخ داد، امتیاز مثبت و در غیر این صورت، امتیاز منفی می‌گیرد؛ مثال:

$$8\frac{1}{5}, 8\frac{2}{10} \quad 3\frac{1}{5}, -3\frac{1}{5}$$

### هدف فعالیت:

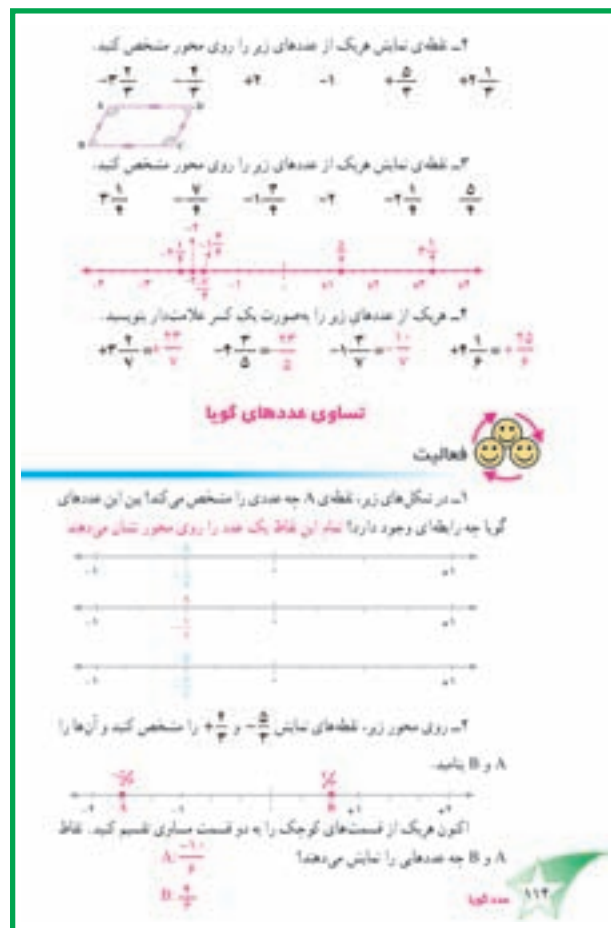
هدف از این فعالیت آن است که دانش آموزان با کسرهای مساوی آشنا شوند و براساس مکان قرار گرفتن آن‌ها روی محور، این احساس در آن‌ها ایجاد شود که کسرهای  $\frac{1}{4}$  و  $-\frac{2}{4}$  و... برابرند.

### شروع کنید:

از دانش آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به سؤال‌های مربوط به آن پاسخ دهند. در قسمت دوم، دانش آموزان خود عملاً کسرهای مساوی را خواهند ساخت.

### آموزش دهید:

پس از انجام گرفتن فعالیت و بررسی آن، ضمن یادآوری تساوی کسرها مربوط به دروس کلاس اول راهنمایی، تساوی عددهای گویا را به آن‌ها نمایش دهید و برای چند کسر، کسرهای مساوی بنویسید؛ سپس، از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.



قسمت و فاصله‌ی بین ۲- و ۳- را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنید.



### توسعه:

طرح سؤال‌های زیر به نوعی محور توسعه‌ی این درس را مشخص می‌کند.  
۱- روی محور زیر، عددهای متناظر با نقاط خواسته شده را بنویسید.



۲- عددهای زیر را روی یک محور نمایش دهید.

$$+2\frac{1}{6}, +1\frac{1}{4}, -1\frac{1}{5}, -2\frac{1}{3}$$

## اشتباهات رایج دانش آموزان:



وقتی می نویسیم  $-\frac{5}{6}$ ، دانش آموزان تصور می کنند منفی متعلق به ۵ و ۶ (هر دو) است.

## هدف کار در کلاس:



دانش آموزان بتوانند کسرهای مساوی با کسر داده شده را بنویسند و در یک تساوی کسری، جزء مجهول را پیدا کنند.



## پرسید:

پرسش های زیر در فهم و درک بهتر اعداد گویا مؤثرند.  
۱- عدد  $3\frac{2}{5}$  به عدد ۳ نزدیک تر است یا به عدد ۴-؟ چرا؟ (می توانند به کمک محور نشان دهند)  
۲- عدد  $3\frac{2}{5}$  به عدد ۰ نزدیک تر است یا عدد  $3\frac{4}{5}$ ؟ چرا؟ (می توانند به کمک محور نشان دهند)  
۳- عدد  $3\frac{2}{5}$  بزرگ تر است یا عدد  $3\frac{4}{5}$ ؟ چرا؟

۴- همای اعداد صحیح کوچک تر از  $2\frac{1}{3}$  را بنویسید.  
۵- همای اعداد صحیح کوچک تر از  $2\frac{1}{3}$  را بنویسید.

بنویسید.

۶- بزرگ ترین عدد صحیحی که از  $2\frac{1}{3} +$  کوچک تر

است، چند است؟

۷- بزرگ ترین عدد صحیحی که از  $2\frac{1}{3} -$  کوچک تر

است، کدام است؟

۸- چند عدد گویا بین ۰ و ۱ می توانید بنویسید؟

۹- آیا ۱ و ۲ و ۳ و ... و ۰ و ۱- و ۲- و ... اعداد گویا

هستند؟

۱۰- آیا مجموعه ای اعداد صحیح زیر، مجموعه ای اعداد

گویاست؟

۱۱- علامت  $<$ ،  $>$ ،  $=$  بگذارید.

$$\frac{1}{5} \bigcirc \frac{2}{10} \quad \frac{2}{3} \bigcirc \frac{6}{8} \quad -\frac{1}{10} \bigcirc -\frac{3}{10}$$

$$\frac{3}{5} \bigcirc -\frac{1}{5} \quad \frac{1}{10} \bigcirc \frac{3}{10}$$

## توسعه:



حاصل  $\sqrt{2}$  را به کمک ماشین حساب به دست آورید.  
حاصل  $\frac{4}{3}$  را به کمک ماشین حساب به دست آورید. چه شباهتی بین آن ها وجود دارد؟ چه تفاوتی بین آن ها وجود دارد؟

این کار را با  $\sqrt{5}$  و  $\frac{13}{6}$  نیز انجام دهید. آیا  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{5}$  عددهای گویا هستند؟ چرا؟ نماد اعشاری عددهای زیر را بنویسید.

$$\frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{13}{8}, \frac{5}{3}, \frac{10}{7}, \frac{1}{6}, \frac{7}{15}$$

در مورد باقی مانده هایی که به صفر می رسند یا عددهایی که دوره ی تناوب دارند، برای دانش آموزان توضیح دهید.

## فعالیت خارج از کلاس:



چگونه می توان اعداد گویا را از شکل اعشاری به نماد کسری آن ها تبدیل کرد؟

## استفاده از ابزار و تکنولوژی:



۱- می دانیم  $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$  است. اکنون به وسیله ی ماشین حساب، درباره ی درستی تساوی های زیر تحقیق کنید.

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} \quad \text{و} \quad \frac{3}{5} = \frac{12}{20}$$

۲- به کمک ماشین حساب تحقیق کنید که  $\frac{1}{3} \neq \frac{2}{3}$ .

۳- عدد  $5\frac{3}{5}$  را به کمک ماشین حساب به عدد اعشاری تبدیل کنید و عدد  $5\frac{3}{5}$  را روی محوری که هریک از واحدهای آن ۱ سانتی متر است، نشان دهید. اکنون به کمک خط کش تحقیق کنید که  $5\frac{3}{5} = 5\frac{6}{5}$  است.

وقت کمتر خواهد بود و نتیجه‌ی بهتری به‌دست خواهد آمد.

۲- در طرح تمرین‌های این قسمت، رسم بردارهایی از دانش‌آموزان خواسته شود که با داشتن ابتدا و تناظر با آن، برای پیدا کردن انتهای به عملیات مشابه نیازی نباشد.

در صورتی که مخرج کسرهای مربوط به ابتدا و عدد متناظر مساوی نباشد، این اتفاق خواهد افتاد.



۱- بردار ۲- ابتدا در  $\frac{1}{5}$  را رسم کنید.

۲- بردار  $1\frac{3}{4}$  را رسم کنید. چند بردار می‌توانید رسم کنید؟ تعدادی از آن‌ها را رسم کنید.

۳- نقطه‌ی  $\frac{2}{3}$  روی محور با بردار  $\frac{2}{3}$  چه تفاوتی دارد؟

۴- در چه صورت، انتهای بردار و عدد متناظر با آن، یک عدد خواهد شد؟ در چه صورت ابتدا و ابتدای یک بردار دارای یک عدد خواهند بود؟

### فعالیت موازی:



می‌توانید متن درس را به فعالیت زیر تبدیل کنید.

الف - جهت هریک از بردارهای زیر را مشخص کنید (مثبت یا منفی).



ب - عدد متناظر با هر بردار را روی آن بنویسید.

پ - ابتدای بردارها چه عددی و انتهای آن‌ها چه عددی را نمایش می‌دهند؟

### توسعه:



سؤال‌هایی مثل سؤال زیر را برای تکمیل این درس طرح کنید.

۱- انتهای کدام یک از دو بردار در هر قسمت، عدد بزرگ‌تری را نمایش می‌دهد؟

الف - بردار  $\frac{7}{5}$  - ابتدا در  $\frac{3}{5}$  و بردار  $\frac{7}{5}$  - ابتدا در  $\frac{3}{5}$

ب - بردار  $\frac{2}{5}$  - ابتدا در ۲- و بردار  $\frac{1}{5}$  - ابتدا در ۲-

## نمایش بردارهای گویا

### شروع کنید:



هدف از این قسمت آن است که دانش‌آموزان با توجه به بردارهای صحیحی که قبلاً دیده‌اند، بردارهایی با طول‌هایی که نشان‌دهنده‌ی یک عدد گویاست، رسم کنند. از دانش‌آموزان بخواهید متن مربوط به درس را بخوانند و به سؤال مطرح شده، پاسخ گویند؛ سپس، کار در کلاس را جواب دهند.

### هدف کار در کلاس:



دانش‌آموزان در رسم بردارهایی با ابتدا و اندازه‌ی یک عدد گویا مهارت لازم را به‌دست آورند.

### توصیه‌های آموزشی:



۱- هر بردار دارای سه مشخصه‌ی ابتدا، انتها و عدد متناظر با بردار است. هرچه در این قسمت برای ایجاد تسلط لازم در دانش‌آموزان، وقت بیشتری صرف شود، در قسمت‌های دیگر صرف