

عبارت‌های جبری

موضوعات در یک نگاه

بخش عبارت‌های جبری شامل سه درس است؛ در درس اول، ضمن بیان لزوم استفاده از حروف برای بیان روابط در حالت‌های کلی، نمادها و قراردادهای چگونگی استفاده از حروف نیز آموزش داده می‌شود. بعد از این که دانش‌آموز با عبارت‌های جبری آشنا شد، با جمع و تفریق جملات متشابه، نحوه‌ی پیدا کردن مقدار یک عبارت به ازای عددهای داده شده آشنایی پیدا می‌کند. آنچه در این درس اهمیت دارد، استفاده‌ی دانش‌آموزان از حروف برای نوشتن روابط و قاعده‌هایی است که تاکنون با آن‌ها آشنا شده‌اند.

اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- حروف و نمادها را برای بیان روابط و قواعد به کار برد.
 - ۲- با نمادها و قراردادهای مربوط به چگونگی به کار بردن حروف آشنا شده باشد.
 - ۳- با جمع و تفریق جملات متشابه، عبارت‌های جبری را ساده کند.
 - ۴- مقدار یک عبارت جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورد.
 - ۵- با استفاده از حروف، مسائل را مدل‌سازی جبری کند و برای مسائل، عبارت‌های جبری مشابه بسازد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

- ۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$3x^2y - 4x^2y + 4xy =$$

$$5x^2 + 3x \times x - 4x =$$

$$8x^2 - 4x - 12x^2 + 7x =$$

- ۲- مقدار عددی عبارت‌های جبری زیر را به دست آورید.

$$x^2y^2 - xy + x - y =$$

$$x = 1$$

$$y = -1$$

$$x + 3x - 4x + 7x - 6x =$$

$$x = -3$$

- ۳- در یک پارک دوچرخه کرایه می‌دهند. هزینه‌ی کرایه‌ی دوچرخه، ۵۰۰ تومان ورودی و برای هر ساعت، ۳۰۰ تومان است. هزینه‌ی کرایه‌ی دوچرخه برای a ساعت را با یک عبارت جبری نشان دهید.

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
کاربرد حروف عبارت جبری نمودار عبارت جبری ضریب قسمت حرفی	شکل‌های هندسی مثل مربع، مثلث و متساوی‌الاضلاع نمودار عبارت جبری	<ul style="list-style-type: none"> انجام فعالیت برای درک لزوم به‌کاربردن حروف انجام فعالیت برای بیان قواعد در حالت کلی با استفاده از حروف انجام فعالیت برای درک نمودارهای عبارت جبری و نوشتن عبارت‌ها انجام فعالیت برای درک ساده‌کردن عبارت‌ها انجام کار در کلاس برای تمرین جمع‌کردن عبارت‌ها 	<ul style="list-style-type: none"> لزوم استفاده از حروف برای بیان روابط و قواعد در ساعت کم را درک کند. روابط و قواعد را با استفاده از حروف بیان کند. عبارت جبری معادل نمودارهای جبری را بنویسد. قسمت جزئی و ضریب را در یک جمله جبری مشخص کند. نمادها و قراردادهای در نوشتن عبارت جبری به کاربرد. جمله‌های با قسمت حرفی مشابه را جمع و تفریق کند. تشخیص دهد که چه قسمت‌هایی از عبارت را می‌توان ساده کرد. ضرایب چند جمله با قسمت حرفی یکسان را جمع و تفریق کند. جملات مشابه را در یک عبارت جبری تشخیص دهد. با جمع و تفریق جملات مشابه یک عبارت را ساده کند. 	<ul style="list-style-type: none"> به‌کاربردن حروف قراردادها لزوم استفاده از حروف بیان قواعد با حروف 	<ul style="list-style-type: none"> ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ 	<ul style="list-style-type: none"> نمادها و قراردادها
جمله جملات مشابه ساده‌کردن	شکل‌های هندسی مثل مستطیل، مثلث و متساوی‌الساقین	<ul style="list-style-type: none"> انجام فعالیت برای درک لزوم به‌کاربردن حروف انجام فعالیت برای تشخیص و ساده‌کردن جملات تفریق کردن ضرایب انجام فعالیت برای تشخیص و ساده‌کردن جملات مشابه انجام کار در کلاس برای تمرین ساده‌کردن یک عبارت 	<ul style="list-style-type: none"> تشخیص دهد که چه قسمت‌هایی از عبارت را می‌توان ساده کرد. ضرایب چند جمله با قسمت حرفی یکسان را جمع و تفریق کند. جملات مشابه را در یک عبارت جبری تشخیص دهد. با جمع و تفریق جملات مشابه یک عبارت را ساده کند. 	<ul style="list-style-type: none"> ساده‌کردن عبارت 	<ul style="list-style-type: none"> ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰ ۱۴۱ 	<ul style="list-style-type: none"> ساده‌کردن عبارت جبری
نمودار عبارت جبری به‌ازای ازاء‌گذاری	—	<ul style="list-style-type: none"> انجام فعالیت برای درک نحوه‌ی ازاء‌گذاری عددها به جای حروف در یک عبارت مطالعه‌ی متن درس انجام کار در کلاس برای تمرین رسم نمودار عبارت جبری و پیدا کردن تعداد یک عبارت انجام فعالیت برای ساختن نمودار عبارت جبری انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری 	<ul style="list-style-type: none"> در یک عبارت عددی داده‌های داده‌شده را به‌ازای حروف قرار داده و یک عبارت عددی تشکیل دهد. مقدار عددی یک عبارت جبری را به‌دست آورد. نمودار مربوط به عبارت‌های جبری $ax + b$ را رسم کند. با استفاده از نمودار مقدار عددی یک عبارت را پیدا کند. 	<ul style="list-style-type: none"> پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری 	<ul style="list-style-type: none"> ۱۴۱ ۱۴۲ ۱۴۳ ۱۴۴ 	<ul style="list-style-type: none"> تعداد عددی یک عبارت جبری

دانستنی‌هایی برای معلم

عبارت‌های جبری و معادله

پیش از این دیدیم که یونانی‌ها عبارت‌های جبری را با روش هندسی نشان می‌دادند؛ پاره‌خط راست را برای عدد، مربع به ضلع پاره‌خط راست را برای مجذور همان عدد و مکعب با ضلع پاره‌خط راست را برای مکعب همان عدد به کار می‌بردند. هنوز هم، برای مجذور و توان سوم یک عدد، از واژه‌های «مربع» و «مکعب» استفاده می‌کنند.

در سده‌های بین سده‌ی سوم و سده‌ی نهم هجری که کار اصلی ریاضیات در دست ریاضی‌دانان ایرانی بود، زیر تأثیر کارهای یونانی‌ها، باز هم از تفسیر هندسی عبارت‌های جبری برای بیان آن‌ها استفاده می‌شد، ولی بیشتر صورت مسئله‌ها بیان می‌گردید و توضیح داده می‌شد. در آغاز، «جبر» را دنباله‌ی «حساب» می‌دانستند. محمد فرزند موسی، مشهور به خوارزمی، در پیش‌گفتار کتاب «جبر و مقابله» می‌گوید [از جمله‌ی زنده‌یاد حسین خدیوچم]:

«مطالب این کتاب، شامل محاسباتی است در ارث و وصیت و تقسیم اموال مشترک، امور دیوانی و تجارت، و نیز در مورد تمام اموری که به حساب و معادله مربوط می‌شود؛ مانند مساحت کردن زمین‌ها و اندازه‌گیری نهرها و نقشه‌کشی و دیگر مباحث و فنون ریاضی قابل استفاده خواهند بود».

به یاد داشته باشید که از زمان نوشتن «جبر و مقابله»ی خوارزمی، ۱۲۰۰ سال می‌گذرد و یک مسئله را از زبان خوارزمی می‌شنویم و بعد حل آن را (باز هم از زبان خوارزمی) می‌بینیم. «اگر بگویی یک مال به اضافه‌ی ۱۰ جذر آن مال با سی و نه درهم برابر می‌شود؛ مقصود این است که اگر نه مال به اندازه‌ی ده جذر از آن مال افزوده شود، مجموع آن می‌شود سی و نه».

این، صورت مسئله است؛ همان‌طور که می‌بینید، همه چیز با بیان واژه‌ای توضیح داده شده است. به زبان امروزی، مقصود از «جذر»، x و مقصود از مال، x^2 است، یعنی، با این معادله سر و کار داریم:

$$x^2 + 10x = 39$$

خوارزمی برای حل این مسئله، چنین می‌گوید:

«باید جذرها را نصف کنی؛ مقدار نصف آن، در این مسئله

پنج می‌شود. این نصف را در مانند خودش ضرب کنی. در این صورت، حاصل ضرب ۲۵ می‌شود. آن‌گاه این عدد را بر سی و نه بیفزایی، مجموع شصت و چهار می‌شود؛ سپس، جذر این عدد را می‌گیری، هشت می‌شود. آن‌گاه نیمی از شماره‌ی جذرها، که عبارت باشد از ۵، از آن کم می‌کنی؛ در نتیجه، سه باقی می‌ماند. همین عدد سه، جذر مال مورد نظر است...»

اگر راه‌حل خوارزمی را با حرف‌ها دنبال کنیم، به همان راه‌حل امروزی برای معادله‌ی درجه دوم می‌رسیم. اگر معادله را به این صورت بگیریم:

$$x^2 + ax = b$$

خوارزمی، این راه‌حل را ارائه می‌دهد:

$$x = \sqrt{\frac{a^2}{4} + b} - \frac{a}{2}$$

این، همان دستور معادله‌ی درجه دوم است؛ به جز این که ما جذر ۶۴ را می‌گیریم که منفی آن منجر به پاسخ ۱۳ می‌شود؛ خوارزمی این را قبول نمی‌کند. او برای زمانی که جواب معادله منفی باشد، آن را مستحیل یا بدون جواب می‌نامد. ولی پیش آمده است که معادله دارای «جواب مثبت بوده» و خوارزمی هر دو جواب را محاسبه کرده است. برای نمونه در این معادله «یک مال به اضافه‌ی بیست و یک با ده جذر از آن برابر می‌شود». منظور، بیان کردن راه‌حل این معادله است:

$$x^2 + 21 = 10x$$

با همان راه‌حل، خوارزمی به دو جواب $x = 3$ و $x = 7$ می‌رسد. برخی از معادله‌ها را به روش هندسی هم حل کرده است. خوارزمی در بیشتر نمونه‌هایی که می‌آورد، به جواب مثبت نظر داشته و مسئله را طوری تنظیم کرده است که جواب درست و مثبتی داشته باشد. حتی فرانسواویت (۱۵۱۰-۱۶۰۳) ریاضی‌دان فرانسوی، در پایان سده‌ی شانزدهم، هنوز عددهای منفی را به رسمیت نمی‌شناخت. عددهای منفی سرانجام، در سده‌ی

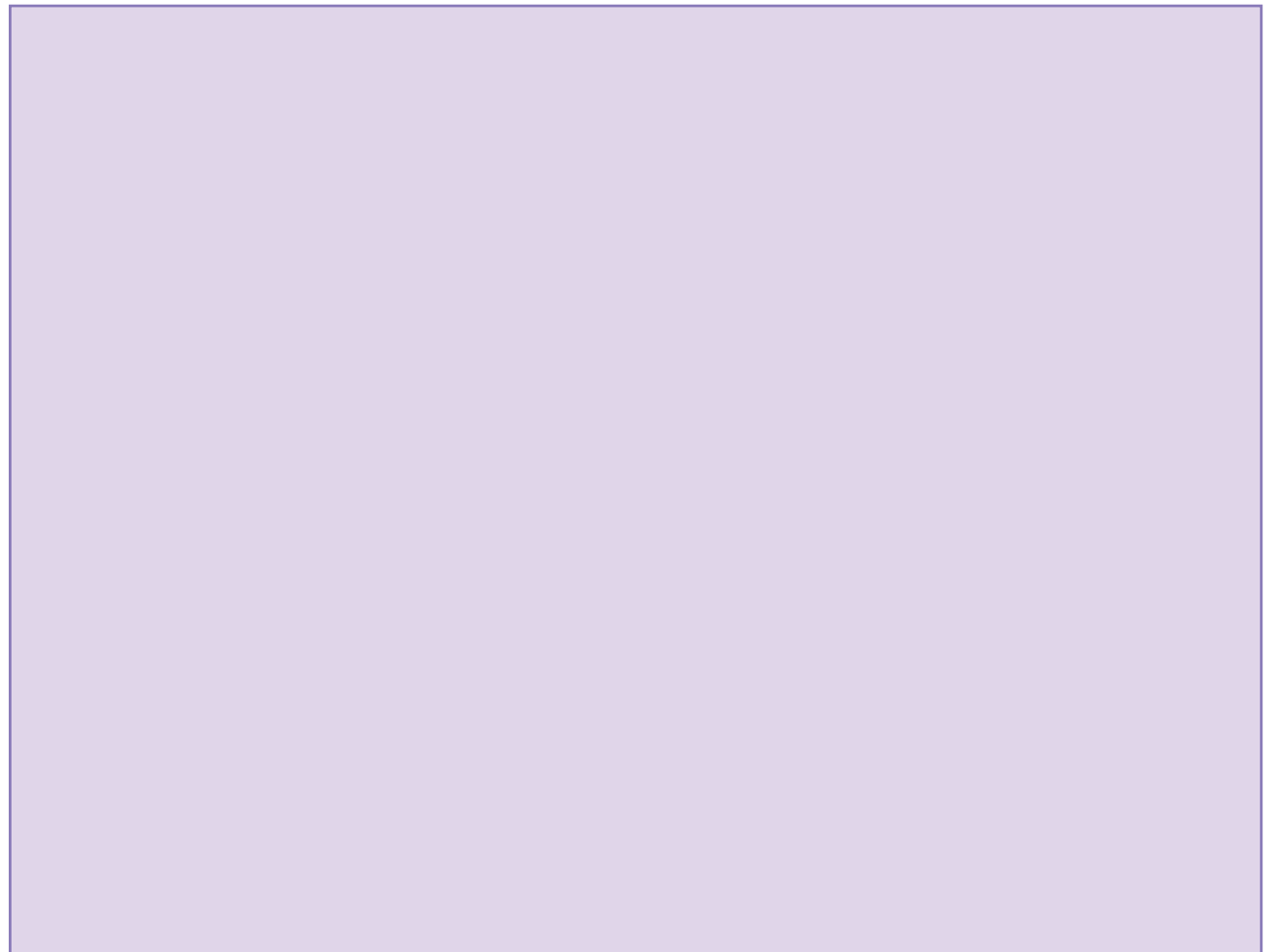
نوزدهم به رسمیت شناخته شد؛ ژرار، ریاضی‌دان هلندی (۱۶۳۴-۱۵۹۵) رنه دکارت فرانسوی (۱۶۵۰-۱۵۹۰) عددهای منفی را رواج دادند. گرچه پیش از آن‌ها، کاردان (۱۵۷۶-۱۵۰۱)، ریاضی‌دان ایتالیایی، ریشه‌های منفی معادله‌ها را محاسبه می‌کرد ولی آن‌ها را «ساختگی و بدلی» می‌نامید.

نمادهای جبری، برای نخستین بار، در اروپای سده‌ی پانزده و شانزده پدید آمد؛ ابتدا برای مجهول و سپس برای عمل‌ها. خوارزمی برای مجهول از واژه‌ی «شیء» استفاده می‌کرد. برای نخستین بار پدرو (Pedro) ساکن اسپانیا در ترجمه‌ی خود به جای «شیء» واژه‌ی «XeI» را به کار برد. بعدها که می‌خواستند از حرف‌های الفبا برای نشان‌دادن مجهول‌ها و عددها استفاده کنند، حرف اول واژه‌ی «XeI» یعنی x را انتخاب کردند.

نخستین کسی که از حرف‌های لاتینی، برای نامیدن مجهول و عدد استفاده کرد، فرانسواویت بود؛ البته او حرف N را برای مجهول انتخاب کرد. بعد از ویت، بیش از همه لایب‌نیتس (۱۷۱۶-۱۶۲۶)، ریاضی‌دان آلمانی و هم‌عصر او نیوتن انگلیسی و «رنه دکارت» فرانسوی در شکل‌گیری نمادها نقش داشتند.

نمادهای «+» و «-» را میخائیل شیتفل در سده‌ی شانزدهم میلادی رواج داد، در آن زمان، روی شبکه‌های پرشراب در آلمان، علامت «+» و روی شبکه‌های خالی، علامت «-» را می‌گذاشتند و شیتفل همین نمادها را برای نشانه‌ی «جمع» و «تفریق» به کار برد. نماد «=» را هم رکورد، ریاضی‌دان سده‌ی شانزدهم میلادی، آورده بود. از آن به بعد نوشتن چندجمله‌ای‌ها و معادله‌ها به کمک حرف‌های لاتین معمول شد.

یادداشت معلم



شروع کنید:



از گروه‌ها بخواهید فعالیت را آغاز کنند. توجه کنید که دانش‌آموزان در این فعالیت، برای اولین بار باید یک رابطه را به صورت جبری بنویسند؛ بنابراین، به آن‌ها فرصت دهید تا روابطی را که به ذهنشان می‌رسد، بنویسند و آزمایش کنند. در صورت لزوم، آن‌ها را راهنمایی کنید تا در مسیر درست گام بردارند. ابتدا رابطه‌ی کلی را بیان کنند؛ مثلاً، بگویند که محیط هر مربع برابر با ضلع مربع ضرب در ۴ است؛ سپس، سعی کنند عبارتی را که بیان کرده‌اند به صورت ریاضی بنویسند و آن‌گاه فعالیت بعد را انجام دهند.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، تمرین استفاده از نمادها و قراردادهای در نوشتن روابط به زبان ریاضی است. دانش‌آموزان پس از انجام دادن این فعالیت، با چگونگی و علت استفاده از حروف بیشتر آشنا می‌شوند.

ادامه دهید:



از گروه‌ها بخواهید فعالیت دوم را آغاز کنند؛ آن‌ها در هر قسمت باید یک یا دو حرف را برای نوشتن عبارت کلی به کار بگیرند. این حروف را می‌توانند به دلخواه انتخاب کنند. می‌توانید به آن‌ها پیشنهاد کنید که حجم را با V که علامت اختصاری آن است، نشان دهند.

مشاهده کنید:



در طول مدتی که دانش‌آموزان به انجام دادن این فعالیت مشغول‌اند، فعالیت آن‌ها را به دقت مشاهده کنید. آیا می‌توانند تشخیص دهند که در کجا باید از حروف استفاده کنند؟ آیا حروف را درست به کار می‌برند؟ آیا با هم گروهی‌های خود در این باره هم‌فکری می‌کنند؟ آیا برای استفاده از یک حرف در یک عبارت، دلیل کافی دارند؟ آیا به علت استفاده از حروف پی برده‌اند؟

ادامه دهید:



متن مربوط به این قسمت از کتاب را بخوانید و درباره‌ی ۲۱۹

کاربرد حروف

عبارت‌های جبری

نمادها و قراردادهای

فعالیت

اگر یک ضلع s = محیط مربع P باشد،

محیط مربع به ضلع s متناهی برابر حساب کنید.

$P = 4s$

محیط مربع به ضلع s برابر حساب کنید.

$s = \frac{P}{4}$

محیط مربع را که ضلع آن s متر است، پیدا کنید.

$P = 4s$

محیط مربع را که متناهی ضلع آن s است، پیدا کنید.

$P = 4s$

محیط مربع را با s و مساحت آن را با A نشان دهید.

$P = 4s$

در توضیح دهید که چگونه استفاده از حروف به نوشتن این روابط کمک می‌کند.

استفاده از حروف کمک می‌کند تا رابطه‌ها را در حالت کلی نشان دهید.

در فعالیت بالا برای نشان دادن ضلع، محیط و مساحت مربع می‌توانستیم از حروف دیگری استفاده کنیم.

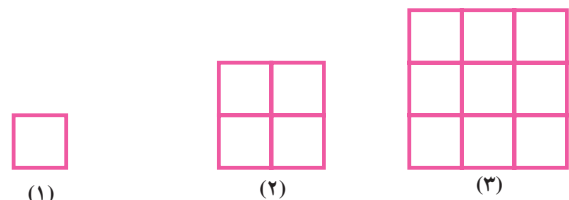
۱۲۲ گروه‌های

نمادها و قراردادهای

ایجاد انگیزه کنید:



محیط کلاس را برای آغاز این مبحث آماده کنید. چند صفحه از کتاب‌های ریاضی دبیرستان را که در آن‌ها از حروف و عبارت‌های جبری استفاده شده است، به دیوار کلاس بچسبانید. شکل‌های زیر را روی تخته رسم کنید. از دانش‌آموزان بخواهید بگویند که در هر شکل چند مربع کوچک به اندازه‌ی شکل (۱) وجود دارد. از آن‌ها بپرسید: اگر الگو را ادامه دهیم، در شکل (۴) چند مربع کوچک خواهد بود؟ در شکل (۱۰) چه طور؟ در شکل (۲۰) چه طور؟ در شکل (۲۰۰۰) چه طور؟ از آن‌ها بخواهید یک رابطه بیان کنند.



فعالیت

با توجه به فعالیت صفحه قبل، هر یک از عبارات زیر را که در درس‌های گذشته با آن‌ها آشنا شده‌اید، با انتخاب حروف مناسب به صورت رابطه نشان دهید.

— هر عدد به توان یک برابر خود عدد است.
 $5^1 = 5$
 $2^1 = 2$

— یک به توان هر عدد برابر یک است.
 $5^0 = 1$
 $2^0 = 1$

— هر عدد (به غیر از عدد صفر) به توان صفر برابر یک است.
 $5^0 = 1$
 $2^0 = 1$

— صفر به توان هر عدد (به غیر از عدد صفر) برابر صفر است.
 $0^5 = 0$
 $0^2 = 0$

— اندازه‌ی مجموع یک مکعب برابر است با اندازه‌ی ضلع آن به توان ۳.
 $3^3 = 27$

فعالیت

۱- نمودار زیر نشان می‌دهد که هر عدد داده شده با عدد ۵ جمع می‌شود تا عدد جدیدی به دست آید. مثال‌های داده شده را کامل کنید.

۱۰	۴	۰	۸
+	+	+	+
۵	۵	۵	۵
=	=	=	=
۱۵	۹	۵	۱۳

نمودار بالا را با چه عبارتی می‌توانید نشان دهید؟
 $a + 5$

کاربرد حروف ۱۳۵

مثال‌هایی که دانش‌آموزان مطرح می‌کنند، در کلاس گفت‌وگو کنید؛ سپس، از گروه‌ها بخواهید فعالیت بعدی را شروع کنند. پس از آن که هر گروه قسمت اول فعالیت را انجام داد، پاسخ‌ها را در کلاس بررسی کنید. از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ‌ها را در کلاس ارائه کند. گروه‌های دیگر نیز پاسخ‌های این گروه را بررسی کنند و اشتباهات احتمالی آن‌را بیانند؛ سپس، از آن‌ها بپرسید: اگر عدد داده شده a بود، چه عبارت جدیدی به دست می‌آمد؟ دانش‌آموزان خواهند گفت: $a + 5$. برای آن‌ها توضیح دهید که این نمودار را با عبارت $a + 5$ نیز می‌توان نشان داد؛ سپس، دانش‌آموزان به قسمت دوم فعالیت بپردازند و به سؤال مطرح شده در آن پاسخ دهند. پاسخ‌ها را در کلاس بررسی کنید و توضیح دهید که عبارت $3 \times a$ را می‌توان به صورت $3a$ هم نوشت؛ یعنی، 3 تا a . در ادامه از دانش‌آموزان بخواهید نمودارهای دیگری بسازند؛ مثلاً نموداری که در آن عدد داده شده نصف شود. از آن‌ها بخواهید عبارت مربوط به نمودار را بیانند.

متن مربوط به این قسمت را در کلاس توضیح دهید و دانش‌آموزان را با مثال‌های مختلف عبارت‌های جبری آشنا کنید.

هدف فعالیت:



درک ارتباط بین نمودار و عبارت جبری به دانش‌آموزان کمک خواهد کرد تا مفهوم عبارت جبری را بهتر درک کنند؛ این فعالیت با این هدف طرح شده است.

ادامه دهید:



سپس، از گروه‌ها بخواهید فعالیت آخر را انجام دهند. در این فعالیت، از نمادهای سیب و گلابی به جای حروف استفاده شده است. این امر تنها به منظور درک بهتر با استفاده از اشکال ملموس‌تر است و تأکید بر آن لازم نیست.

هدف فعالیت:



در شروع این مبحث، استفاده از نمادهای آشنا به جای قسمت حرفی در عبارت‌های جبری ممکن است برخی دانش‌آموزان را در درک بهتر و سریع‌تر آن یاری دهد. طرح این

فعالیت برای دست‌یافتن به این هدف است.

ادامه دهید:



پس از انجام پذیرفتن فعالیت و بررسی آن در کلاس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به صورت فردی و سپس در گروه بررسی کنند.

هدف کار در کلاس:



در این کار در کلاس، هدف، محاسبه‌ی جمع‌های عددی نیست بلکه خلاصه کردن آن به صورت یک عبارت عددی و با استفاده از این الگو، خلاصه کردن جمع‌های دیگر به صورت یک عبارت جبری مورد نظر است.

تلفیق با سایر دروس:



بسیاری از علوم از حروف برای نوشتن عبارت‌های کلی به جای عبارت‌های عددی استفاده می‌کنند؛ مثلاً در اقتصاد در محاسبه سود یا در هندسه برای نوشتن فرمول‌های هندسی یا در فیزیک مثلاً نیرو F ، شتاب a ، سرعت v و ... بعضی از این موارد را برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

فعالیت خارج از کلاس:



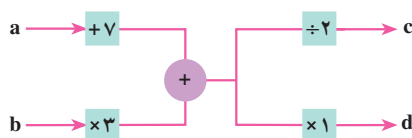
یافتن عبارت‌های جبری در کتاب‌های فیزیک دبیرستان می‌تواند برای برخی از دانش‌آموزان جالب باشد؛ به ویژه اگر با مطالعه آن قسمت از کتاب بتوانند موارد استفاده‌ی آن عبارت جبری یا فرمول را نشان دهند.

طراحی هنرمندانه‌ی کارخانه‌ی عددسازی با مجموعه‌ای از ورودی‌ها و خروجی‌ها شبیه نمودارهای مربوط به فعالیت سوم کتاب اما پیچیده‌تر است و بیان عبارت جبری مربوط به هر خروجی می‌تواند جالب و آموزنده باشد.

توسعه:



بیان عبارت‌های پیچیده‌تر و تفسیر و کشیدن نمودار آن‌ها در کلاس به درک بهتر این مبحث کمک می‌کند. مثلاً:



$$c = ((a + 7) + 3b) \div 2$$

$$d = (a + 7) + 3b$$

تفسیر جمله‌ی «هر عبارت جبری به بی‌شمار عبارت عددی تبدیل می‌شود» در کلاس با استفاده از مثال‌های عددی مختلفی که دانش‌آموزان برای یک عبارت یا تساوی جبری می‌آورند، می‌تواند راه‌گشای استفاده از عبارت‌های جبری باشد.

۳۰ نمودار زیر نشان می‌دهد که عدد داده شده ۴ برای می‌شود یا عدد جدیدی بدست آید. مثال‌های داده شده را کامل کنید.

نمودار بالا را با چه عبارتی می‌توانید نشان دهید؟

۳۰ + ۱ = ۳۱

۳۰ + ۲ = ۳۲

۳۰ + ۳ = ۳۳

۳۰ + ۴ = ۳۴

تساوی‌ها را مانند نمونه کامل کنید.

۱ + ۱ + ۱ + ۱ = ۴

۲ + ۲ + ۲ = ۶

۳ + ۳ + ۳ = ۹

۴ + ۴ + ۴ = ۱۲

۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰

۲ + ۳ + ۴ + ۵ = ۱۴

۳ + ۴ + ۵ + ۶ = ۱۸

۴ + ۵ + ۶ + ۷ = ۲۲

۵ + ۶ + ۷ + ۸ = ۲۶

۶ + ۷ + ۸ + ۹ = ۳۰

۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ = ۳۴

۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ = ۳۸

۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ = ۴۲

۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ = ۴۶

۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ = ۵۰

۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ = ۵۴

۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ = ۵۸

۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ = ۶۲

۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ = ۶۶

۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ = ۷۰

۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = ۷۴

۱۸ + ۱۹ + ۲۰ + ۲۱ = ۷۸

۱۹ + ۲۰ + ۲۱ + ۲۲ = ۸۲

۲۰ + ۲۱ + ۲۲ + ۲۳ = ۸۶

۲۱ + ۲۲ + ۲۳ + ۲۴ = ۹۰

۲۲ + ۲۳ + ۲۴ + ۲۵ = ۹۴

۲۳ + ۲۴ + ۲۵ + ۲۶ = ۹۸

۲۴ + ۲۵ + ۲۶ + ۲۷ = ۱۰۲

۲۵ + ۲۶ + ۲۷ + ۲۸ = ۱۰۶

۲۶ + ۲۷ + ۲۸ + ۲۹ = ۱۱۰

۲۷ + ۲۸ + ۲۹ + ۳۰ = ۱۱۴

۲۸ + ۲۹ + ۳۰ + ۳۱ = ۱۱۸

۲۹ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۲ = ۱۲۲

۳۰ + ۳۱ + ۳۲ + ۳۳ = ۱۲۶

۳۱ + ۳۲ + ۳۳ + ۳۴ = ۱۳۰

۳۲ + ۳۳ + ۳۴ + ۳۵ = ۱۳۴

۳۳ + ۳۴ + ۳۵ + ۳۶ = ۱۳۸

۳۴ + ۳۵ + ۳۶ + ۳۷ = ۱۴۲

۳۵ + ۳۶ + ۳۷ + ۳۸ = ۱۴۶

۳۶ + ۳۷ + ۳۸ + ۳۹ = ۱۵۰

۳۷ + ۳۸ + ۳۹ + ۴۰ = ۱۵۴

۳۸ + ۳۹ + ۴۰ + ۴۱ = ۱۵۸

۳۹ + ۴۰ + ۴۱ + ۴۲ = ۱۶۲

۴۰ + ۴۱ + ۴۲ + ۴۳ = ۱۶۶

۴۱ + ۴۲ + ۴۳ + ۴۴ = ۱۷۰

۴۲ + ۴۳ + ۴۴ + ۴۵ = ۱۷۴

۴۳ + ۴۴ + ۴۵ + ۴۶ = ۱۷۸

۴۴ + ۴۵ + ۴۶ + ۴۷ = ۱۸۲

۴۵ + ۴۶ + ۴۷ + ۴۸ = ۱۸۶

۴۶ + ۴۷ + ۴۸ + ۴۹ = ۱۹۰

۴۷ + ۴۸ + ۴۹ + ۵۰ = ۱۹۴

۴۸ + ۴۹ + ۵۰ + ۵۱ = ۱۹۸

۴۹ + ۵۰ + ۵۱ + ۵۲ = ۲۰۲

۵۰ + ۵۱ + ۵۲ + ۵۳ = ۲۰۶

۵۱ + ۵۲ + ۵۳ + ۵۴ = ۲۱۰

۵۲ + ۵۳ + ۵۴ + ۵۵ = ۲۱۴

۵۳ + ۵۴ + ۵۵ + ۵۶ = ۲۱۸

۵۴ + ۵۵ + ۵۶ + ۵۷ = ۲۲۲

۵۵ + ۵۶ + ۵۷ + ۵۸ = ۲۲۶

۵۶ + ۵۷ + ۵۸ + ۵۹ = ۲۳۰

۵۷ + ۵۸ + ۵۹ + ۶۰ = ۲۳۴

۵۸ + ۵۹ + ۶۰ + ۶۱ = ۲۳۸

۵۹ + ۶۰ + ۶۱ + ۶۲ = ۲۴۲

۶۰ + ۶۱ + ۶۲ + ۶۳ = ۲۴۶

۶۱ + ۶۲ + ۶۳ + ۶۴ = ۲۵۰

۶۲ + ۶۳ + ۶۴ + ۶۵ = ۲۵۴

۶۳ + ۶۴ + ۶۵ + ۶۶ = ۲۵۸

۶۴ + ۶۵ + ۶۶ + ۶۷ = ۲۶۲

۶۵ + ۶۶ + ۶۷ + ۶۸ = ۲۶۶

۶۶ + ۶۷ + ۶۸ + ۶۹ = ۲۷۰

۶۷ + ۶۸ + ۶۹ + ۷۰ = ۲۷۴

۶۸ + ۶۹ + ۷۰ + ۷۱ = ۲۷۸

۶۹ + ۷۰ + ۷۱ + ۷۲ = ۲۸۲

۷۰ + ۷۱ + ۷۲ + ۷۳ = ۲۸۶

۷۱ + ۷۲ + ۷۳ + ۷۴ = ۲۹۰

۷۲ + ۷۳ + ۷۴ + ۷۵ = ۲۹۴

۷۳ + ۷۴ + ۷۵ + ۷۶ = ۲۹۸

۷۴ + ۷۵ + ۷۶ + ۷۷ = ۳۰۲

۷۵ + ۷۶ + ۷۷ + ۷۸ = ۳۰۶

۷۶ + ۷۷ + ۷۸ + ۷۹ = ۳۱۰

۷۷ + ۷۸ + ۷۹ + ۸۰ = ۳۱۴

۷۸ + ۷۹ + ۸۰ + ۸۱ = ۳۱۸

۷۹ + ۸۰ + ۸۱ + ۸۲ = ۳۲۲

۸۰ + ۸۱ + ۸۲ + ۸۳ = ۳۲۶

۸۱ + ۸۲ + ۸۳ + ۸۴ = ۳۳۰

۸۲ + ۸۳ + ۸۴ + ۸۵ = ۳۳۴

۸۳ + ۸۴ + ۸۵ + ۸۶ = ۳۳۸

۸۴ + ۸۵ + ۸۶ + ۸۷ = ۳۴۲

۸۵ + ۸۶ + ۸۷ + ۸۸ = ۳۴۶

۸۶ + ۸۷ + ۸۸ + ۸۹ = ۳۵۰

۸۷ + ۸۸ + ۸۹ + ۹۰ = ۳۵۴

۸۸ + ۸۹ + ۹۰ + ۹۱ = ۳۵۸

۸۹ + ۹۰ + ۹۱ + ۹۲ = ۳۶۲

۹۰ + ۹۱ + ۹۲ + ۹۳ = ۳۶۶

۹۱ + ۹۲ + ۹۳ + ۹۴ = ۳۷۰

۹۲ + ۹۳ + ۹۴ + ۹۵ = ۳۷۴

۹۳ + ۹۴ + ۹۵ + ۹۶ = ۳۷۸

۹۴ + ۹۵ + ۹۶ + ۹۷ = ۳۸۲

۹۵ + ۹۶ + ۹۷ + ۹۸ = ۳۸۶

۹۶ + ۹۷ + ۹۸ + ۹۹ = ۳۹۰

۹۷ + ۹۸ + ۹۹ + ۱۰۰ = ۳۹۴

۹۸ + ۹۹ + ۱۰۰ + ۱۰۱ = ۳۹۸

۹۹ + ۱۰۰ + ۱۰۱ + ۱۰۲ = ۴۰۲

۱۰۰ + ۱۰۱ + ۱۰۲ + ۱۰۳ = ۴۰۶

۱۰۱ + ۱۰۲ + ۱۰۳ + ۱۰۴ = ۴۱۰

۱۰۲ + ۱۰۳ + ۱۰۴ + ۱۰۵ = ۴۱۴

۱۰۳ + ۱۰۴ + ۱۰۵ + ۱۰۶ = ۴۱۸

۱۰۴ + ۱۰۵ + ۱۰۶ + ۱۰۷ = ۴۲۲

۱۰۵ + ۱۰۶ + ۱۰۷ + ۱۰۸ = ۴۲۶

۱۰۶ + ۱۰۷ + ۱۰۸ + ۱۰۹ = ۴۳۰

۱۰۷ + ۱۰۸ + ۱۰۹ + ۱۱۰ = ۴۳۴

۱۰۸ + ۱۰۹ + ۱۱۰ + ۱۱۱ = ۴۳۸

۱۰۹ + ۱۱۰ + ۱۱۱ + ۱۱۲ = ۴۴۲

۱۱۰ + ۱۱۱ + ۱۱۲ + ۱۱۳ = ۴۴۶

۱۱۱ + ۱۱۲ + ۱۱۳ + ۱۱۴ = ۴۵۰

۱۱۲ + ۱۱۳ + ۱۱۴ + ۱۱۵ = ۴۵۴

۱۱۳ + ۱۱۴ + ۱۱۵ + ۱۱۶ = ۴۵۸

۱۱۴ + ۱۱۵ + ۱۱۶ + ۱۱۷ = ۴۶۲

۱۱۵ + ۱۱۶ + ۱۱۷ + ۱۱۸ = ۴۶۶

۱۱۶ + ۱۱۷ + ۱۱۸ + ۱۱۹ = ۴۷۰

۱۱۷ + ۱۱۸ + ۱۱۹ + ۱۲۰ = ۴۷۴

۱۱۸ + ۱۱۹ + ۱۲۰ + ۱۲۱ = ۴۷۸

۱۱۹ + ۱۲۰ + ۱۲۱ + ۱۲۲ = ۴۸۲

۱۲۰ + ۱۲۱ + ۱۲۲ + ۱۲۳ = ۴۸۶

۱۲۱ + ۱۲۲ + ۱۲۳ + ۱۲۴ = ۴۹۰

۱۲۲ + ۱۲۳ + ۱۲۴ + ۱۲۵ = ۴۹۴

۱۲۳ + ۱۲۴ + ۱۲۵ + ۱۲۶ = ۴۹۸

۱۲۴ + ۱۲۵ + ۱۲۶ + ۱۲۷ = ۵۰۲

۱۲۵ + ۱۲۶ + ۱۲۷ + ۱۲۸ = ۵۰۶

۱۲۶ + ۱۲۷ + ۱۲۸ + ۱۲۹ = ۵۱۰

۱۲۷ + ۱۲۸ + ۱۲۹ + ۱۳۰ = ۵۱۴

۱۲۸ + ۱۲۹ + ۱۳۰ + ۱۳۱ = ۵۱۸

۱۲۹ + ۱۳۰ + ۱۳۱ + ۱۳۲ = ۵۲۲

۱۳۰ + ۱۳۱ + ۱۳۲ + ۱۳۳ = ۵۲۶

۱۳۱ + ۱۳۲ + ۱۳۳ + ۱۳۴ = ۵۳۰

۱۳۲ + ۱۳۳ + ۱۳۴ + ۱۳۵ = ۵۳۴

۱۳۳ + ۱۳۴ + ۱۳۵ + ۱۳۶ = ۵۳۸

۱۳۴ + ۱۳۵ + ۱۳۶ + ۱۳۷ = ۵۴۲

۱۳۵ + ۱۳۶ + ۱۳۷ + ۱۳۸ = ۵۴۶

۱۳۶ + ۱۳۷ + ۱۳۸ + ۱۳۹ = ۵۵۰

۱۳۷ + ۱۳۸ + ۱۳۹ + ۱۴۰ = ۵۵۴

۱۳۸ + ۱۳۹ + ۱۴۰ + ۱۴۱ = ۵۵۸

۱۳۹ + ۱۴۰ + ۱۴۱ + ۱۴۲ = ۵۶۲

۱۴۰ + ۱۴۱ + ۱۴۲ + ۱۴۳ = ۵۶۶

۱۴۱ + ۱۴۲ + ۱۴۳ + ۱۴۴ = ۵۷۰

۱۴۲ + ۱۴۳ + ۱۴۴ + ۱۴۵ = ۵۷۴

۱۴۳ + ۱۴۴ + ۱۴۵ + ۱۴۶ = ۵۷۸

۱۴۴ + ۱۴۵ + ۱۴۶ + ۱۴۷ = ۵۸۲

۱۴۵ + ۱۴۶ + ۱۴۷ + ۱۴۸ = ۵۸۶

۱۴۶ + ۱۴۷ + ۱۴۸ + ۱۴۹ = ۵۹۰

۱۴۷ + ۱۴۸ + ۱۴۹ + ۱۵۰ = ۵۹۴

۱۴۸ + ۱۴۹ + ۱۵۰ + ۱۵۱ = ۵۹۸

۱۴۹ + ۱۵۰ + ۱۵۱ + ۱۵۲ = ۶۰۲

۱۵۰ + ۱۵۱ + ۱۵۲ + ۱۵۳ = ۶۰۶

۱۵۱ + ۱۵۲ + ۱۵۳ + ۱۵۴ = ۶۱۰

۱۵۲ + ۱۵۳ + ۱۵۴ + ۱۵۵ = ۶۱۴

۱۵۳ + ۱۵۴ + ۱۵۵ + ۱۵۶ = ۶۱۸

۱۵۴ + ۱۵۵ + ۱۵۶ + ۱۵۷ = ۶۲۲

۱۵۵ + ۱۵۶ + ۱۵۷ + ۱۵۸ = ۶۲۶

۱۵۶ + ۱۵۷ + ۱۵۸ + ۱۵۹ = ۶۳۰

۱۵۷ + ۱۵۸ + ۱۵۹ + ۱۶۰ = ۶۳۴

۱۵۸ + ۱۵۹ + ۱۶۰ + ۱۶۱ = ۶۳۸

۱۵۹ + ۱۶۰ + ۱۶۱ + ۱۶۲ = ۶۴۲

۱۶۰ + ۱۶۱ + ۱۶۲ + ۱۶۳ = ۶۴۶

۱۶۱ + ۱۶۲ + ۱۶۳ + ۱۶۴ = ۶۵۰

۱۶۲ + ۱۶۳ + ۱۶۴ + ۱۶۵ = ۶۵۴

۱۶۳ + ۱۶۴ + ۱۶۵ + ۱۶۶ = ۶۵۸

۱۶۴ + ۱۶۵ + ۱۶۶ + ۱۶۷ = ۶۶۲

۱۶۵ + ۱۶۶ + ۱۶۷ + ۱۶۸ = ۶۶۶

۱۶۶ + ۱۶۷ + ۱۶۸ + ۱۶۹ = ۶۷۰

۱۶۷ + ۱۶۸ + ۱۶۹ + ۱۷۰ = ۶۷۴

۱۶۸ + ۱۶۹ + ۱۷۰ + ۱۷۱ = ۶۷۸

۱۶۹ + ۱۷۰ + ۱۷۱ + ۱۷۲ = ۶۸۲

۱۷۰ + ۱۷۱ + ۱۷۲ + ۱۷۳ = ۶۸۶

۱۷۱ + ۱۷۲ + ۱۷۳ + ۱۷۴ = ۶۹۰

۱۷۲ + ۱۷۳ + ۱۷۴ + ۱۷۵ = ۶۹۴

۱۷۳ + ۱۷۴ + ۱۷۵ + ۱۷۶ = ۶۹۸

۱۷۴ + ۱۷۵ + ۱۷۶ + ۱۷۷ = ۷۰۲

۱۷۵ + ۱۷۶ + ۱۷۷ + ۱۷۸ = ۷۰۶

۱۷۶ + ۱۷۷ + ۱۷۸ + ۱۷۹ = ۷۱۰

۱۷۷ + ۱۷۸ + ۱۷۹ + ۱۸۰ = ۷۱۴

۱۷۸ + ۱۷۹ + ۱۸۰ + ۱۸۱ = ۷۱۸

۱۷۹ + ۱۸۰ + ۱۸۱ + ۱۸۲ = ۷۲۲

۱۸۰ + ۱۸۱ + ۱۸۲ + ۱۸۳ = ۷۲۶

۱۸۱ + ۱۸۲ + ۱۸۳ + ۱۸۴ = ۷۳۰

۱۸۲ + ۱۸۳ + ۱۸۴ + ۱۸۵ = ۷۳۴

۱۸۳ + ۱۸۴ + ۱۸۵ + ۱۸۶ = ۷۳۸

۱۸۴ + ۱۸۵ + ۱۸۶ + ۱۸۷ = ۷۴۲

۱۸۵ + ۱۸۶ + ۱۸۷ + ۱۸۸ = ۷۴۶

۱۸۶ + ۱۸۷ + ۱۸۸ + ۱۸۹ = ۷۵۰

۱۸۷ + ۱۸۸ + ۱۸۹ + ۱۹۰ = ۷۵۴

۱۸۸ + ۱۸۹ + ۱۹۰ + ۱۹۱ = ۷۵۸

۱۸۹ + ۱۹۰ + ۱۹۱ + ۱۹۲ = ۷۶۲

۱۹۰ + ۱۹۱ + ۱۹۲ + ۱۹۳ = ۷۶۶

۱۹۱ + ۱۹۲ + ۱۹۳ + ۱۹۴ = ۷۷۰

۱۹۲ + ۱۹۳ + ۱۹۴ + ۱۹۵ = ۷۷۴

۱۹۳ + ۱۹۴ + ۱۹۵ + ۱۹۶ = ۷۷۸

۱۹۴ + ۱۹۵ + ۱۹۶ + ۱۹۷ = ۷۸۲

۱۹۵ + ۱۹۶ + ۱۹۷ + ۱۹۸ = ۷۸۶

۱۹۶ + ۱۹۷ + ۱۹۸ + ۱۹۹ = ۷۹۰

۱۹۷ + ۱۹۸ + ۱۹۹ + ۲۰۰ = ۷۹۴

۱۹۸ + ۱۹۹ + ۲۰۰ + ۲۰۱ = ۷۹۸

۱۹۹ + ۲۰۰ + ۲۰۱ + ۲۰۲ = ۸۰۲

۲۰۰ + ۲۰۱ + ۲۰۲ + ۲۰۳ = ۸۰۶

۲۰۱ + ۲۰۲ + ۲۰۳ + ۲۰۴ = ۸۱۰

۲۰۲ + ۲۰۳ + ۲۰۴ + ۲۰۵ = ۸۱۴

۲۰۳ + ۲۰۴ + ۲۰۵ + ۲۰۶ = ۸۱۸

۲۰۴ + ۲۰۵ + ۲۰۶ + ۲۰۷ = ۸۲۲

۲۰۵ + ۲۰۶ + ۲۰۷ + ۲۰۸ = ۸۲۶

۲۰۶ + ۲۰۷ + ۲۰۸ + ۲۰۹ = ۸۳۰

۲۰۷ + ۲۰۸ + ۲۰۹ + ۲۱۰ = ۸۳۴

۲۰۸ + ۲۰۹ + ۲۱۰ + ۲۱۱ = ۸۳۸

۲۰۹ + ۲۱۰ + ۲۱۱ + ۲۱۲ = ۸۴۲

۲۱۰ + ۲۱۱ + ۲۱۲ + ۲۱۳ = ۸۴۶

۲۱۱ + ۲۱۲ + ۲۱۳ + ۲۱۴ = ۸۵۰

۲۱۲ + ۲۱۳ + ۲۱۴ + ۲۱۵ = ۸۵۴

۲۱۳ + ۲۱۴ + ۲۱۵ + ۲۱۶ = ۸۵۸

۲۱۴ + ۲۱۵ + ۲۱۶ + ۲۱۷ = ۸۶۲

۲۱۵ + ۲۱۶ + ۲۱۷ + ۲۱۸ = ۸۶۶

۲۱۶ + ۲۱۷ + ۲۱۸ + ۲۱۹ = ۸۷۰

۲۱۷ + ۲۱۸ + ۲۱۹ + ۲۲۰ = ۸۷۴

۲۱۸ + ۲۱۹ + ۲۲۰ + ۲۲۱ = ۸۷۸

۲۱۹ + ۲۲۰ + ۲۲۱ + ۲۲۲ = ۸۸۲

۲۲۰ + ۲۲۱ + ۲۲۲ + ۲۲۳ = ۸۸۶

۲۲۱ + ۲۲۲ + ۲۲۳ + ۲۲۴ = ۸۹۰

۲۲۲ + ۲۲۳ + ۲۲۴ + ۲۲۵ = ۸۹۴

۲۲۳ + ۲۲۴ + ۲۲۵ + ۲۲۶ = ۸۹۸

۲۲۴ + ۲۲۵ + ۲۲۶ + ۲۲۷ = ۹۰۲

۲۲۵ + ۲۲۶ + ۲۲۷ + ۲۲۸ = ۹۰۶

۲۲۶ + ۲۲۷ + ۲۲۸ + ۲۲۹ = ۹۱۰

۲۲۷ + ۲۲۸ + ۲۲۹ + ۲۳۰ = ۹۱۴

۲۲۸ + ۲۲۹ + ۲۳۰ + ۲۳۱ = ۹۱۸

۲۲۹ + ۲۳۰ + ۲۳۱ + ۲۳۲ = ۹۲۲

۲۳۰ + ۲۳۱ + ۲۳۲ + ۲۳۳ = ۹۲۶

۲۳۱ + ۲۳۲ + ۲۳۳ + ۲۳۴ = ۹۳۰

۲۳۲ + ۲۳۳ + ۲۳۴ + ۲۳۵ = ۹۳۴

۲۳۳ + ۲۳۴ + ۲۳۵ + ۲۳۶ = ۹۳۸

۲۳۴ + ۲۳۵ + ۲۳۶ + ۲۳۷ = ۹۴۲

۲۳۵ + ۲۳۶ + ۲۳۷ + ۲۳۸ = ۹۴۶

۲۳۶ + ۲۳۷ + ۲۳۸ + ۲۳۹ = ۹۵۰

۲۳۷ + ۲۳۸ + ۲۳۹ + ۲۴۰ = ۹۵۴

۲۳۸ + ۲۳۹ + ۲۴۰ + ۲۴۱ = ۹۵۸

۲۳۹ + ۲۴۰ + ۲۴۱ + ۲۴۲ = ۹۶۲

۲۴۰ + ۲۴۱ + ۲۴۲ + ۲۴۳ = ۹۶۶

۲۴۱ + ۲۴۲ + ۲۴۳ + ۲۴۴ = ۹۷۰

۲۴۲ + ۲۴۳ + ۲۴۴ + ۲۴۵ = ۹۷۴

۲۴۳ + ۲۴۴ + ۲۴۵ + ۲۴۶ = ۹۷۸

۲۴۴ + ۲۴۵ + ۲۴۶ + ۲۴۷ = ۹۸۲

۲۴۵ + ۲۴۶ + ۲۴۷ + ۲۴۸ = ۹۸۶

۲۴۶ + ۲۴۷ + ۲۴۸ + ۲۴۹ = ۹۹۰

۲۴۷ + ۲۴۸ + ۲۴۹ + ۲۵۰ = ۹۹۴

۲۴۸ + ۲۴۹ + ۲۵۰ + ۲۵۱ = ۹۹۸

۲۴۹ + ۲۵۰ + ۲۵۱ + ۲۵۲ = ۱۰۰۲

۲۵۰ + ۲۵۱ + ۲۵۲ + ۲۵۳ = ۱۰۰۶

۲۵۱ + ۲۵۲ + ۲۵۳ + ۲۵۴ = ۱۰۱۰

۲۵۲ + ۲۵۳ + ۲۵۴ + ۲۵۵ = ۱۰۱۴

۲۵۳ + ۲۵۴ + ۲۵۵ + ۲۵۶ = ۱۰۱۸

۲۵۴ + ۲۵۵ + ۲۵۶ + ۲۵۷ = ۱۰۲۲

۲۵۵ + ۲۵۶ + ۲۵۷ + ۲۵۸ = ۱۰۲۶

۲۵۶ + ۲۵۷ + ۲۵۸ + ۲۵۹ = ۱۰۳۰

۲۵۷ + ۲۵۸ + ۲۵۹ + ۲۶۰ = ۱۰۳۴

۲۵۸ + ۲۵۹ + ۲۶۰ + ۲۶۱ = ۱۰۳۸

۲۵۹ + ۲۶۰ + ۲۶۱ + ۲۶۲ = ۱۰۴۲

۲۶۰ + ۲۶۱ + ۲۶۲ + ۲۶۳ = ۱۰۴۶

۲۶۱ + ۲۶۲ + ۲۶۳ + ۲۶۴ = ۱۰۵۰

۲۶۲ + ۲۶۳ + ۲۶۴ + ۲۶۵ = ۱۰۵۴

۲۶۳ + ۲۶۴ + ۲۶۵ + ۲۶۶ = ۱۰۵۸

۲۶۴ + ۲۶۵ + ۲۶۶ + ۲۶۷ = ۱۰۶۲

۲۶۵ + ۲۶۶ + ۲۶۷ + ۲۶۸ = ۱۰۶۶

۲۶۶ + ۲۶۷ + ۲۶۸ + ۲۶۹ = ۱۰۷۰

۲۶۷ + ۲۶۸ + ۲۶۹ + ۲۷۰ = ۱۰۷۴

۲۶۸ + ۲۶۹ + ۲۷۰ + ۲۷۱ = ۱۰۷۸

۲۶۹ + ۲۷۰ + ۲۷۱ + ۲۷۲ = ۱۰۸۲

۲۷۰ + ۲۷۱ + ۲۷۲ + ۲۷۳ = ۱۰۸

ساده کردن عبارت های جبری

ایجاد انگیزه کنید:



دو عبارت زیر را روی مقوا یا تخته ی کلاس بنویسید.

$$4-1+1+5+7-32+25$$

$$4x-x+y+5y+7x-32x+25y$$

هدف فعالیت:



به کارگیری حروف در نوشتن و ساده کردن قواعدی که دانش آموزان با آن ها آشنا هستند، به زبان ریاضی و به صورت عبارت های جبری، هدف این فعالیت است.

شروع کنید:



با ذکر چند مثال توضیح دهید که برخی عبارت های جبری را می توان به صورت ساده تر نوشت؛ مثلاً: $a+a=2a$ یا $2a+a=3a$ سپس، از گروه ها بخواهید فعالیت را انجام داده و به سؤال های مطرح شده در آن پاسخ دهند. آن ها می توانند راه های مختلف یافتن محیط مستطیل را بیان کنند؛ مثلاً جمع چهار ضلع یا جمع دو برابر ضلع های نامساوی و ...

مشاهده کنید:



در مدتی که دانش آموزان مشغول انجام دادن فعالیت اند، مشاهده کنید که آیا حروف را درست به کار می برند؟ آیا در ساده کردن عبارت ها دچار مشکل می شوند؟ آیا سؤال ها را به درستی درک می کنند؟ آیا به آن ها پاسخ منطقی می دهند؟ آیا می توانند دلایل خود را به طور واضح بیان کنند؟

ادامه دهید:



متن مربوط به این قسمت کتاب را بخوانید و عبارت های جبری را روی تخته بنویسید. از دانش آموزان بپرسید: کدام یک از این عبارت ها را می توان ساده تر کرد؟ از آن ها بخواهید عبارت های ساده تر را بیابند و در کلاس درباره ی پاسخ ها گفت و گو کنید.

کار در کلاس

تسکین های زیر را کامل کنید.

$1/2 + 1/2 + 1/2 = 3/2$ یا $(1/2) \times 3 = 3/2$

$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$ یا $7 \times 5 = 35$

$(-8) + (-8) + (-8) = -24$ یا $(-8) \times 3 = -24$

$(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = -35$ یا $(-7) \times 5 = -35$

$1/2 + 1/2 + 1/2 = 3/2$ یا $(1/2) \times 3 = 3/2$

$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$ یا $7 \times 5 = 35$

$(-8) + (-8) + (-8) = -24$ یا $(-8) \times 3 = -24$

$(-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = -35$ یا $(-7) \times 5 = -35$

ساده کردن عبارت جبری

فعالیت

۱. در مثلث متساوی الساقین زیر، اندازه ی ساق را با a و قاعده را با b نشان می دهیم.

چرا هر دو ساق را با a نشان می دهیم؟ چون با هم برابرند.

محیط مثلث را با یک عبارت جبری نشان دهیم.

محیط = $a + a + b = 2a + b$

عبارت بالا را ساده تر کنید.

چرا نمی توانیم a را با b جمع کنیم؟ چون با هم برابر نیستند.

از دانش آموزان بخواهید عبارت $x+x$ و $x \times x$ را ساده تر کنند و درباره ی پاسخ های آن ها در کلاس بحث کنید.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، ساده کردن عبارت های جبری است که به صورت جمع یا تفریق و عبارت هایی با قسمت حرفی مشابه اند.

ادامه دهید:



فعالیت بعدی را آغاز کنید؛ برای دانش آموزان توضیح دهید که هدف این فعالیت، ساده کردن عبارت است نه یافتن حاصل آن ها. پس از انجام دادن فعالیت، پاسخ ها را در کلاس بررسی و اشتباهات احتمالی را علت یابی و تصحیح کنید. کار در کلاس این قسمت، در ادامه ی فعالیت است. از دانش آموزان بخواهید

اجازه دهید دانش آموزان نظریات خود را مطرح کنند. ممکن است برخی از آن‌ها با مثال عددی و برخی دیگر با ارائه دلایل درباره‌ی این قسمت، صحبت کنند، اجازه دهید نظریات مختلف در کلاس مطرح شود؛ سپس، از گروه‌ها بخواهید جمع‌بندی خود را با بیان خویش بنویسند.

متن نوشته‌شده در این قسمت کتاب را بخوانید و درباره‌ی «عبارت جبری»، «جمله»، «جملات متشابه» و «چگونگی استفاده از جملات متشابه در ساده کردن عبارت‌های جبری» صحبت کنید. برای دانش آموزان توضیح دهید که جمع و تفریق عبارت‌های جبری، دقیقاً شبیه جمع و تفریق اعداد صحیح است؛ با این تفاوت که برخی جمله‌ها را می‌توان با هم جمع و تفریق کرد (جمله‌های متشابه) و برخی دیگر را نمی‌توان.

اشتباهات رایج دانش آموزان:

در جمع و تفریق جمله‌هایی مانند b و b امکان اشتباه دانش آموزان زیاد است، همچنین، برخی دانش آموزان در ساده کردن عبارت‌ها، حروف را فراموش می‌کنند؛ مثلاً در پاسخ به $8a - 3a$ می‌نویسند: ۵ یا گاهی در پاسخ به $6a + 3a + 2$ می‌نویسند: $11a$. با طرح چند مثال در کلاس و بررسی اشتباهات دانش آموزان، امکان بروز این اشتباهات را کاهش دهید.

هدف کار در کلاس:

هدف کار در کلاس این است که دانش آموزان عبارت‌های متشابه را در یک عبارت پیدا و عبارت را ساده کنند. در تمرین ۲ روشی که دانش آموزان به صورت ذهنی برای ساده کردن عبارت‌ها به کار می‌برند، به زبان ریاضی نوشته شده است. کسب مهارت در به کارگیری این روش، به دانش آموزان در ساده کردن ذهنی عبارت‌های جبری نیز کمک می‌کند. می‌توانید درباره‌ی این روش در کلاس گفت‌وگو کنید.

توصیه‌ی آموزشی:

۱- از به کار بردن اصطلاح «فاکتورگیری» در این قسمت خودداری کنید.

که به طور فردی کار در کلاس را حل کنند و سپس در گروه به بررسی پاسخ‌ها بپردازند.

هدف کار در کلاس:

کسب مهارت در ساده کردن عبارت‌های جبری ساده، هدف این کار در کلاس است.

هدف فعالیت:

دانش آموزان با انجام دادن این فعالیت، قدرت تشخیص عبارت‌های متشابه و غیر متشابه را می‌یابند.

آموزش دهید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت بعدی را انجام دهند. پس از انجام دادن هر قسمت از فعالیت، پاسخ‌های گروه‌های مختلف را در کلاس به بحث بگذارید. درباره‌ی قسمت دوم این فعالیت،

۱) $7x - 9x + 4y - 2y = 7x + 2y$

۱) $2x + 10y - 7x - 8y = 1x + 2y$

۲) $3x - 5x - 2x + 10x = 2x$

۳) به روش ستاد کردن عبارت‌های زیر توجه کنید

$7x + 9x = (7+9) x = 16x$

$2x - 9x = (2-9) x = 7x$

$7x - 9x = (7-9) x = -2x$

مثلاً عبارت‌های زیر را ساده کنید

$2x + 9x = 11x$

$9x - 14x = -5x$

$2x - 7x - 2x = -7x$

$-7x - 3x + 7x + 7x = -2x + 7x$

$-2x + 7x + 9x - 17x = -17x$

$7x + 9x - 17x + 7x = -2x + 7x$

تک‌نویس

۴) عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید

$7x + 7x = 14x$

$7x + 2x = 9x$

$7x - 7x = 0$

$7x - 7x = 0$

$7x - 7x = 0$

۵) عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید

$7x + 10x + 9x - 7x - 7x = 2x + 9x$

$7x + 7x + 2x - 9x = 7x$

$7x + 7x + 9x + 7x - 9x = 7x + 9x + 7x = 23x$

$7x + 7x - 2x - 10x = -2x$

$7x + 7x - 10x + 9x = 3x$

مفاهیم این قسمت از کتاب مفید است.



تمرین این قسمت را به عنوان تکلیف منزل به دانش آموزان پیشنهاد کنید و در جلسه ی بعد، به حل و بررسی آن بپردازید.

ساده کردن عبارتهایی، نظیر عبارتهای زیر در توسعه‌ی

این بحث یک تصویر بسازید.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، قراردادن تعداد به جای حروف در یک عبارت جبری و محاسبه‌ی آن به ازای مقادیر مختلف است.

شروع کنید:



از گروه‌ها بخواهید فعالیت را انجام دهند. در پایان این فعالیت، می‌توانید این سؤال را مطرح کنید: «چند مستطیل پیدا کنید که جمع طول و عرض آن 30 باشد؛ یعنی $a + b = 30$. کدام یک از این مستطیل‌ها بیشترین مساحت را دارد؟ آن مستطیل را با استفاده از جدول نظام‌دار بیابید.» با ذکر چند مثال مانند کتاب، برای دانش‌آموزان توضیح دهید که در یک عبارت جبری، می‌توان به جای حروف، عددهای مختلفی قرار داد و مقدار عددی عبارت را یافت؛ با این عمل می‌توان یک عبارت جبری را به تعداد زیادی عبارت عددی تبدیل کرد. همچنین، یک نمودار عبارت جبری را می‌توان به تعداد زیادی نمودار عددی تبدیل کرد.

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به صورت فردی حل کنند؛ سپس، در گروه خود به بررسی پاسخ‌هایشان بپردازند.

هدف کار در کلاس:



هدف کار در کلاس، رسم نمودار یک عبارت جبری است. در این تمرین دانش‌آموزان برای اولین بار رسم نمودار را تجربه می‌کنند. این تمرین ممکن است برای برخی دانش‌آموزان دشوار باشد؛ به آن‌ها فرصت دهید تا خودشان این مشکل را حل کنند. تمرین ۲: نوشتن عبارت جبری از روی نمودار است که دانش‌آموزان پیش از این با آن آشنا شده‌اند. تمرین ۳: عبارت‌های جبری و مقدار عددی آن‌ها به صورت جدول آمده است.

از دانش‌آموزان بخواهید جدول را توضیح دهند.

مقدار عددی یک عبارت جبری

فعالیت

در مستطیل مقابل، طول را با a و عرض را با b نشان می‌دهیم. مساحت مستطیل را با S مشخص می‌کنیم؛ پس، $S = a \times b$ است. رابطه‌ی بالا برای عددهای مستطیل‌ها با طول و عرض‌های مختلف استفاده می‌شود. مساحت مستطیل‌های زیر را پیدا کنید.

مثال: $a = 4$, $b = 3$
 $S = 4 \times 3 = 12$

مثال: $a = 5$, $b = 7$
 $S = 5 \times 7 = 35$

همان‌طور که گفتیم، یک عبارت جبری می‌تواند به تعداد بی‌شماری عبارت عددی تبدیل شود و این در صورتی است که به جای حروف آن عددها را قرار دهیم. در فعالیت بالا عبارت $a + b$ به 3 عبارت عددی تبدیل شده است. نمودار عبارت جبری $a + 2$ را در شکل زیر می‌بینید.

اگر در این عبارت به جای a عدد 5 را قرار دهیم، حاصل 7 می‌شود.
 $5 + 2 = 7$

فعالیت خارج از کلاس:



از دانش‌آموزان بخواهید نمونه‌هایی از فعالیت‌های تکراری که آن‌ها را بتوان به صورت عبارت جبری نوشت، در اطراف خود بیابند؛

مثلاً: یکی از دانش‌آموزان برای رفت و آمد به مدرسه a ریال خرج می‌کند او در هفته $6a$ ریال برای رفت و آمد به مدرسه خرج می‌کند و ...

مقدار عددی یک عبارت جبری

ایجاد انگیزه کنید:



یک داستان تعریف کنید: چند دانش‌آموز درباره‌ی پاسخ $2a + 4$ بحث می‌کنند؛ یکی می‌گوید: 17 ؛ دیگری می‌گوید: نه، 27 ؛ سومی می‌گوید: 32 ؛ کدام درست می‌گوید؟ می‌توانید از

روی نمودار و تمرین ۲ برای کسب مهارت در یافتن مقدار عددی عبارت به ازای مقادیر عددی حروف است. در هر دو کار در کلاس، هدف عبارت‌های دوقسمتی است.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:



بیشتر اشتباهات در یافتن مقادیر عبارت جبری فراموش کردن علامت ضرایب است؛ مثلاً ممکن است دانش‌آموزی در پاسخ به مقدار $-5x + 2$ به ازای $x = 2$ پاسخ دهد: ۱۲. برای کاهش این اشتباهات، چند مثال در کلاس ارائه کنید و اشتباهاتی که ممکن است پیش بیاید، به کمک دانش‌آموزان بررسی کنید.

تلفیق با سایر دروس:



در بسیاری از علوم عبارات جبری یا فرمول‌ها به صورت کلی بیان می‌شوند و برای استفاده از آن‌ها در شرایط مختلف، مقدار عددی آن‌ها را محاسبه می‌کنند؛ مثلاً $P = \frac{m}{V}$ برای یافتن چگالی اجسام مختلف، باید جرم و حجم آن‌ها را محاسبه و در فرمول ازاء گذاری کرد.

فعالیت خارج از کلاس:



تهیه‌ی مجموعه‌ای از فرمول‌ها در زمینه‌های مختلف برای برخی از دانش‌آموزان لذت‌بخش است.

توسعه:



درباره‌ی این موضوع در کلاس بحث کنید که برای یافتن مقدار عددی یک عبارت جبری، ابتدا بهتر است آن را ساده کنیم و سپس، به جای حروف، اعداد را قرار دهیم یا برعکس؛ اول به جای حروف، عدد بگذاریم و سپس به محاسبه و ساده کردن بپردازیم. یافتن مقدار عددی عبارت‌های زیر می‌تواند سرعت و دقت دانش‌آموزان را در تمرین مفاهیمی که آموخته‌اند، به کار گیرد.

$$\text{اگر } x = 2 \text{ باشد } 3x^2 = ?$$

$$\text{اگر } x = 3 \text{ و } y = 4 \text{ باشد } x + y + xy = ?$$

$$\text{اگر } x + \frac{1}{x} = 2 \text{ باشد } (x + \frac{1}{x})^2 - 2(x + \frac{1}{x}) = ?$$

$$\text{اگر } a + b = 8 \text{ باشد}$$

$$(a + b)^3 - 2(a + b)^2 + 2(a + b) = ?$$

در شکل مقابل، محاسبه‌ی مقدار عددی $3x$ را به ازای $x = -2$ مشاهده می‌کنید.

$$3 \times (-2) = (-6)$$

نمودار عبارت جبری $3x$

کار در کلاس

۱- نمودار هر یک از عبارت‌های جبری $5x + 5$ ، $8x$ و $x - 3$ را رسم کنید.

۲- عبارت جبری نظیر هر نمودار را بنویسید.

۳- مقدار عددی هر عبارت جبری را به ازای عددی داده شده حساب کنید.

هدف فعالیت:



عبارت‌های جبری مانند $ax + b$ در این فعالیت به وسیله‌ی

نمودار معرفی می‌شوند.

ادامه دهید:



در فعالیت دوم، برای اولین بار نمودار دوقسمتی مطرح شده است. از دانش‌آموزان بخواهید درباره‌ی این نمودار در گروه بحث کنند و فعالیت را انجام دهند. سپس دانش‌آموزان می‌توانند به حل کار در کلاس بپردازند و پاسخ‌هایشان را در گروه به بحث بگذارند. تمرین این قسمت را به عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید و در جلسه‌ی آینده به حل و بررسی آن بپردازید. در تمرین ۲، دانش‌آموزان باید بتوانند جدول مربوط به هر عبارت جبری را رسم کنند.

هدف کار در کلاس:



تمرین ۱ جهت کسب مهارت در نوشتن عبارت جبری از

تکرین

۱- نمودار هر یک از عبارت‌های جبری زیر را رسم کنید.

الف- $2x + 9$ ب- $2x + 9$ ج- $2x + 9$

۲- مقدار عددی هر یک از عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده حساب کنید.

(مقدار x در کلاس بالا - برای هر یک چسبونی تشکیل دهید)

الف- $2x + 9$ ب- $2x + 9$ ج- $2x + 9$

۳- اگر $x = 2$ باشد، مقدار $2x + 9$ چقدر است؟

۴- هزینه ی روزی آیهست نالینا یک اردوگاه برای مسافران ۴۰۰۰۰ تومان و برای هر نفر ۱۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه برای x نفر را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

مسرحی با ۱۵۰ دانش آموز برای استفاده از اردوگاه چقدر باید هزینه کند؟ 45000 تومان



۱۳۳۳ گروه سروش

فعالیت

۱- نمودار مثلثی کدام عبارت جبری را نشان می‌دهد؟
مقدار عددی عبارت را به ازای عدد ۴ بدست آورید.

۲- مقدار عددی عبارت $2x + 9$ را به ازای $x = 9$ پیدا کنید.

کار در کلاس

۱- عبارت جبری زیر هر نمودار را بنویسید.

۲- مقدار عددی هر عبارت جبری را به ازای عددهای داده شده حساب کنید.

x	$+$	9	$=$	$2x + 9$
۴	$+$	۹	$=$	۱۷

۱۳۳۳ گروه سروش

کیلویی ۵۰۰ تومان است. یک نفر a کیلو سیب و b کیلو پرتقال از این میوه فروشی می‌خرد. یک عبارت جبری بنویسید که نشان دهد او چند ریال باید پرداخت کند.

— آنهایتا ۵ کیلو سیب و ۳ کیلو پرتقال از این میوه فروشی خرید. شما با استفاده از عبارت جبری که در بالا به دست آورده‌اید، محاسبه کنید که او چند تومان باید بپردازد.

— محمد ۷ کیلو سیب و ۱۰ کیلو پرتقال خرید؛ او چند تومان باید بپردازد؟

— جواد برای خرید سیب و پرتقال از این میوه فروشی ۳۶۰۰ تومان پرداخت کرده است. آیا می‌توان فهمید که او چند کیلو سیب و چند کیلو پرتقال خریده است؟

یادداشت معلم

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



رابطه‌ی حجم کره را معرفی کنید سپس از دانش آموزان بخواهید با اندازه‌گیری شعاع توپ‌های مختلف و با استفاده از ماشین حساب، حجم توپ‌ها را محاسبه کنند و در یک جدول قرار دهند.

$$\frac{4}{3}\pi r^3$$

شعاع توپ‌ها ممکن است اعشاری هم باشد.

فعالیت موازی:



— در یک میوه فروشی سیب کیلویی ۴۰۰ تومان و پرتقال

معادله

موضوعات در یک نگاه

بخش معادله شامل دو درس است؛ ابتدا، دانش‌آموزان با مفهوم معادله، جواب معادله و حل کردن معادله (پیدا کردن جواب معادله) آشنا می‌شوند؛ سپس، به کمک نمودارهای عبارت جبری، دستورها و قاعده‌های روش حل کردن معادله را یاد می‌گیرند تا بتوانند معادلات یک مجهولی درجه‌ی اول را حل کنند.

در این درس، راهبرد تشکیل معادله آموزش داده می‌شود تا با مدل‌سازی مسایل واقعی و تبدیل کردن آن‌ها به تساوی‌های جبری، پاسخ مسایل به دست آید.

اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- مفاهیم معادله و جواب معادله را درک کند.
 - ۲- جواب معادله را در معادله امتحان کند و درستی آن را بررسی نماید.
 - ۳- روش حل کردن معادله‌ی یک مجهولی درجه‌ی اول را برای پیدا کردن جواب معادله به کار برد.
 - ۴- با استفاده از راهبرد تشکیل معادله، مسایل را به معادله تبدیل کند و با حل کردن آن، پاسخ مسئله را به دست آورد.
 - ۵- روش حل کردن معادله‌ی یک مجهولی درجه‌ی اول را با استفاده از نمودار عبارت‌های جبری به دست آورد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱- آیا $x = 3$ جواب معادله‌ی $x^2 - 2x = 5$ است؟ چرا؟

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$4x - 3x = 6x - 1$$

$$3x - 3 = 2x - 8$$

$$4 \times (2x - 1) = 6x - 3$$

۳- کدام عدد است که اگر آن را سه برابر کنیم، از دو برابر خود ۷ عدد کمتر می‌شود؟

شناسنامه‌ی مبحث معادله

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
معادله جواب معادله	—	— انجام فعالیت برای درک مفهوم معادله و تشکیل آن — انجام فعالیت برای درک مفهوم جواب معادله و لزوم یافتن راهی برای حل معادله	— مفهوم معادله را درک کند. — مفهوم جواب معادله و امتحان کردن آن را درک کند. — درک کند که حدس زدن روش مناسبی برای پیدا کردن جواب معادله در همه‌ی حالت‌ها نیست.	معادله جواب معادله	۱۴۵ ۱۴۶	مفهوم معادله
عدد معلوم ضریب مجهول نمودار حل معادله	نمودارهای حل معادله و عبارت جبری که با مقبوا درست شده است.	— انجام فعالیت برای کشف روش حل معادله‌های $x + a = b$ — انجام فعالیت برای کشف روش حل معادله‌ی $ax = b$ — انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن جواب معادله‌هایی به شکل فوق — انجام فعالیت برای کشف روش حل معادله‌ی $ax + b = c$ — انجام کار در کلاس برای تمرین حل معادله‌ی یک‌مجهولی درجه‌ی اول	— با رسم نمودار حل معادله‌های روش حل معادله‌های $ax = b$ و $x + a = b$ را کشف کند. — دو قاعده‌ی بالا را در حل معادله‌ی یک‌مجهولی درجه‌ی اول به‌کار برد. — جواب معادله را در معادله امتحان کند و درستی آن را بررسی نماید. — با استفاده از راهبرد تشکیل معادله، مسایل را حل کند.	روش حل معادله در جداول نمودار حل معادله	۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸ ۱۴۹ ۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۴	روش حل معادله

مفهوم معادله

ایجاد انگیزه کنید:



می‌توانید کلاستان را با طرح پرسش‌هایی که به تشکیل معادله منجر می‌شوند، آغاز کنید؛ مثلاً: اگر سن من و برادر دوقلوئی من را با هم جمع کنید و سپس، سن دوستان را که یک سال از ما بزرگ‌تر است نیز به آن اضافه کنید، ربع قرن تجربه خواهیم داشت. دانش‌آموزان را تشویق کنید تا با روش حدس و آزمایش این مسئله را حل کنند.

هدف فعالیت:



نوشتن یک تساوی جبری با استفاده از قاعده‌ای که دانش‌آموزان پیش از این با آن آشنا بوده‌اند و حل کردن یک معادله‌ی ساده برای شروع این مبحث، هدف این فعالیت است.

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت اول را انجام دهند و به پرسش‌های مطرح‌شده در آن پاسخ دهند. برای آن‌ها توضیح دهید که یک معادله، تساوی بین دو عبارت جبری است که به ازای بعضی مقادیر درست است؛ مثلاً در فعالیت اول، $3a = 12$ یک معادله است که در آن حرف a مجهول یا متغیر معادله است. از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت‌های بعدی را انجام دهند و درباره‌ی نتیجه‌ی آن‌ها در کلاس بحث کنید.

هدف فعالیت:



این فعالیت نشان می‌دهد که جواب هر معادله باید در آن صدق کند و اگر به ازای عددی تساوی برقرار نشد، آن عدد جواب معادله نیست.

همچنین، در پایان این فعالیت نتیجه می‌گیرند که حدس زدن روش خوبی برای پیدا کردن جواب معادله نیست.

آموزش دهید:



با بررسی فعالیت دوم این درس و ملاحظه‌ی پاسخ‌های دانش‌آموزان، لزوم پیدا کردن روشی برای رسیدن به جواب را برای آنان توضیح دهید.

معادله

مفهوم معادله

فعالیت

۱- محیط مثلث تساوی الاضلاع را با ۲ نشان دهید و یک تساوی جبری بنویسید. $2 = 3x$

۲- اگر محیط مثلث ۱۲ سانتی‌متر باشد، اندازه‌ی ضلع آن را پیدا کنید. $12 = 3x \Rightarrow x = 4$

در فعالیت بالا، شما برای پیدا کردن اندازه‌ی ضلع مثلث تساوی الاضلاع، معادله‌ی $3x = 12$ را حل کردید. جواب معادله عددی است که تساوی جبری بالا را به یک تساوی عددی درست تبدیل می‌کند.

فعالیت

الف) ۱- جواب معادله‌ی مقابل را حدس زنید. $3x = 12 \Rightarrow x = 4$

هر عددی را که به جای x حدس زناید، در تساوی قرار دهید و مقدار آن را پیدا کنید. آیا تساوی برقرار می‌شود؟

۲- آیا $x = 3$ جواب معادله‌ی بالا است؟ چرا؟ **خیر چون عبارت $3 \times 3 = 9$ به ازای $3x = 12$ برای $x = 3$ نمی‌شود.**

۳- آیا جواب معادله‌ی مقابل را حدس زنید. $7x = 3 \Rightarrow x = 14$

۴- آیا پاسخ را به راحتی توانستید حدس زنید؟ **خیر**

۵- آیا حدس زدن راه حل مناسبی برای پیدا کردن جواب هر معادله (حل معادله) است؟ چرا؟ در این مورد در کلاس گفت‌وگو کنید. **نه، نه.**

۱۳۵

توسعه:



– بیان این که معادلات برحسب تعداد مجهول‌ها به یک مجهولی، دو مجهولی و ... و برحسب بزرگ‌ترین توان مجهول، با درجه‌ی ۱، درجه‌ی ۲ و ... دسته‌بندی می‌شوند.

– حل کردن معادلات درجه‌ی ۲ به روش حدس و آزمایش و با استفاده از ماشین حساب، دانش‌آموزان را در درک بهتر مفهوم معادله و جواب آن یاری می‌دهد.

$$\text{مثلاً } x^2 + 2x + 1 = 0, x^2 + 3x = 10, x^3 + 17 = 10, x^3 \text{ و } \dots$$

– بحث کردن درباره‌ی این که آیا می‌توان به دو طرف تساوی مقداری را اضافه کرد یا مقداری را از دو طرف کم کرد و نیز آیا می‌توان دو طرف را بر مقداری تقسیم یا در مقداری ضرب کرد، کلاس را برای رسیدن به روش حل معادله آماده‌تر می‌کند.

– استفاده از روش رسم شکل برای حل معادلات را می‌توان در کلاس مطرح کرد. این موضوع را می‌توانید با مثال زیر نمایش دهید:

$$x + 3 = 7$$

آن‌ها عدد ۱۰ را بسازید :



پاسخ :

با جابه جایی یک چوب کبریت، تساوی زیر را برقرار کنید.



پاسخ :

تلفیق با سایر دروس:



با ارایه‌ی چند فرمول فیزیکی، کاربرد معادله را در این علم نشان دهید؛ مثلاً برای محاسبه‌ی مقاومت یک جسم می‌توان ولتاژ دو سر آن و جریان عبوری از آن را اندازه گرفت و با استفاده از فرمول زیر، مقاومت را محاسبه کرد.

$$V = IR$$

روش حل معادله

ایجاد انگیزه کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید یک عدد انتخاب و آن را در ۳ ضرب کنند؛ سپس پاسخ را با ۶ جمع کنند؛ حاصل را بر ۳ تقسیم و در ۲ ضرب نمایند. از پاسخ به دست آمده ۴ واحد کم کنند و پاسخ را به شما بگویند. شما با نصف کردن آن پاسخ می‌توانید عدد اول را حدس بزنید؛ بدین ترتیب، شما دانش‌آموزان را برای فکر کردن به روش حدس زدن ترغیب می‌کنید.

شروع کنید:



تساوی $a + 7 = 13$ را روی تخته بنویسید و از دانش‌آموزان بپرسید: a چه عددی باشد تا این تساوی برقرار شود؟ پاسخ‌های دانش‌آموزان را بپرسید و از آن‌ها بخواهید توضیح دهند که چگونه a را یافته‌اند. آن‌ها را یاری کنید تا بتوانند مراحل یافتن پاسخ را بیان کنند؛ سپس، از گروه‌ها بخواهید فعالیت اول را انجام دهند.

همان‌طور که در فعالیت صفحه‌ی قبل دیدیم، برای حل معادله با پیدا کردن جواب آن باید به دنبال یک روش یا یک راه حل باشیم.

روش حل معادله

عبارت جبری $2 + 7 = 9$ را در نظر بگیرید. به ازای چه مقدار 2 ، مقدار عددی $2 + 7 = 9$ مساوی می‌شود؟ یعنی 2 چه عددی باشد تا تساوی $2 + 7 = 9$ درست باشد؟ با توجه به نمودار $2 + 7 = 9$ ، ملاحظه می‌کنیم که $2 = 9 - 7 = 2$.

نمودار حل معادله: $2 + 7 = 9$

نمودار عبارت جبری: $2 + 7 = 9$

فعالیت

با مطالعه‌ی معادله‌ی $2 + 7 = 9$ و نمودار آن، پیدا کردن جواب $2 = 9 - 7 = 2$ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ مثل این است که عدد 7 به طرف دیگر تساوی رفته و قرینه شده است. با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، معادله‌ی مقابل را حل کنید. $2 + 7 = 9$

پس از آن، چه مقدار 2 ، مقدار عددی $2 + 7 = 9$ مساوی می‌شود؟ یعنی 2 چه عددی باشد تا تساوی $2 + 7 = 9$ برقرار باشد؟

برای یافتن مقدار 2 ، به نمودار $2 + 7 = 9$ توجه می‌کنیم. $2 = 9 - 7 = 2$

بدین ترتیب، اضافه یا کم کردن مقادیر مساوی به دو طرف را نیز به راحتی می‌توانید نمایش دهید.



$$2x + 4 = 5$$

فعالیت خارج از کلاس:



می‌توانید سؤال‌های زیر را در کلاس مطرح کنید. از دانش‌آموزان نیز بخواهید اگر نمونه‌هایی از این معادلات بلدند، در کلاس مطرح کنند، به آن‌ها پیشنهاد کنید که با جمع‌آوری آن‌ها یک روزنامه‌ی دیواری بسازند.

۱۵ چوب کبریت به شکل زیر داریم؛ با برداشتن ۵ تا از



هدف فعالیت:

معادله‌ی مطرح شده در این فعالیت، بسیار ساده است و دانش‌آموزان می‌توانند آن‌را حل کنند؛ نکته‌ی مهم این است که دانش‌آموزان بتوانند مراحل تفکر خود را به زبان خویش بیان کرده و بدین ترتیب، روشی را برای حل معادلات مشکل‌تر نتیجه‌گیری کنند.



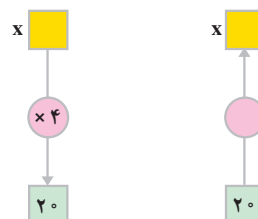
مشاهده کنید:

در حالی که دانش‌آموزان مشغول انجام دادن فعالیت هستند، به فعالیت آن‌ها دقت کنید. آیا نحوه‌ی یافتن جواب معادله‌ی $a + 7 = 13$ را فهمیده‌اند و به‌درستی برای هم توضیح می‌دهند؟ آیا می‌توانند این روش را در قالب کلمه بیان کنند؟ آیا برای یافتن روش کلی با یک‌دیگر مشورت می‌کنند؟ آیا به نظریات یک‌دیگر توجه می‌کنند؟ آیا به نتیجه‌ی درست رسیده‌اند؟ آیا می‌توانند با استفاده از نتیجه‌ای که گرفته‌اند، معادله‌ی $x - 7 = 13$ را حل کنند؟



ادامه دهید:

تساوی $4x = 20$ را روی تخته بنویسید و از دانش‌آموزان بپرسید x چه عددی باشد تا این تساوی برقرار شود. با رسم کردن نمودارهای عبارت جبری روی تخته، پاسخ‌های دانش‌آموزان به این سؤال را روی تخته نمایش دهید؛ سپس، از گروه‌ها بخواهید فعالیت را انجام دهند. در توضیحات خود عبارت «طرف معلوم تقسیم بر ضریب مجهول» را به کار ببرید.



هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، استنتاج یک روش کلی برای حل کردن مجموعه‌ی دیگری از معادلات ساده است. دانش‌آموزان پس از انجام دادن دو فعالیت یادشده، روشی برای حل معادلات ساده‌ای که تنها شامل یک علامت هستند، کشف می‌کنند.

فعالیت

با معادله‌ی $2x = 20$ و روش حل آن $x = \frac{20}{2} = 10$ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
 دو طرف معادله را می‌توان بر مقدار معلوم تقسیم کرد.

$$2x = \frac{20}{2} = 10$$

با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، معادله‌ی مطابق را حل کنید: $-7x = 10$

هر تساوی بصورت $ax = b$ یا $ax + c = b$ یا $ax - c = b$ یک معادله است. منظور از حل یک معادله، یافتن مقداری برای x یا هر مجهول دیگری است که به ازای آن، تساوی می‌تواند برقرار باشد.

کار در کلاس

در هر قسمت، ابتدا نمودارها را کامل کنید و سپس فعالیت حل معادله را بنویسید.

	$3x = 9$ $x = \frac{9}{3} = 3$
	$4x = 20$ $x = \frac{20}{4} = 5$
	$5x = 25$ $x = \frac{25}{5} = 5$
	$6x = 30$ $x = \frac{30}{6} = 5$

کتابخانه دیجیتال ۱۳۷



هدف کار در کلاس:

هدف کار در کلاس ۱، تمرین حل کردن معادله از روی نمودار و با روش‌های استنتاج شده در فعالیت‌های قبلی و هدف کار در کلاس ۲، کسب مهارت در زمینه‌ی حل روشمند معادلات ساده است.



ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به‌صورت فردی حل کنند و سپس، در گروه به بررسی پاسخ‌هایشان بپردازند. دقت کنید که دانش‌آموزان مراحل حل معادله را با دقت و به‌طور منظم بنویسند و پاسخ را بیابند.

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت بعدی را در گروه مورد بررسی قرار دهند؛ روش کلی حل معادلات نمونه را بیابند و با استفاده از آن، معادله‌ی $-3x + 4 = -2$ را حل کنند.

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$7x + 12 = 2$	$x = \frac{12-2}{7} = -\frac{10}{7}$	$x + 2 = -7$	$x = -7 - 2 = -9$
$x - 3 = 4$	$x = 4 + 3 = 7$	$7x = -7$	$x = \frac{-7}{7} = -1$
$7x = 12$	$x = \frac{12}{7}$	$x + 4 = \frac{7}{4}$	$x = \frac{7}{4} - 4 = \frac{7-16}{4} = -\frac{9}{4}$
$7x = 16$	$x = \frac{16}{7}$	$7x = 8$	$x = \frac{8}{7}$
$7x = -9$	$x = \frac{-9}{7} = -\frac{9}{7}$	$x = \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$	$x = \frac{7}{2}$

فعالیت

معادله‌ی $7x + 12 = 2$ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم این معادله را حل کنیم:
 چنانچه به ازای چه مقدار x مقدار عددی $7x + 12$ مساوی ۲ می‌شود. با استفاده از نمودار $7x + 12 = 2$ معادله را حل کنید.

به عنوان مثال دیگر، به حل معادله‌ی $7x - 4 = 10$ بپردازید.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، کشف روشی برای حل کردن معادلاتی است که دو علامت جبری دارند، می‌باشد. دانش‌آموزان را به این نکته توجه دهید که روش حل این معادلات، طی کردن دو پله از پله‌هایی است که در فعالیت‌های قبل طی کرده‌اند.

پرسید!



برای کسب اطمینان از این که دانش‌آموزان این قسمت را یاد گرفته‌اند، می‌توانید از یکی از آن‌ها بخواهید یک عدد یک رقمی در نظر بگیرد؛ آن‌را دو برابر کند و سپس، دو واحد از آن کم کند و از دانش‌آموز دیگری بخواهید با شنیدن پاسخ، عدد مورد نظر دانش‌آموز اول را حدس بزنند. از آن‌ها بخواهید مراحل را که طی کرده‌اند، به زبان ریاضی بنویسند.

حل کردن معادلات زیر نیز در کلاس می‌تواند مفید باشد.

$$7 = 2x + 4$$

$$5x = 0$$

ادامه دهید:



برای دانش‌آموزان توضیح دهید که به منظور کسب اطمینان از پاسخ خود، باید آن را در معادله قرار دهند و مشاهده کنند که تساوی‌ای برقرار می‌کند یا نه.

از آنان بخواهید کار در کلاس این قسمت را ابتدا به طور فردی حل کنند و سپس در گروه به مقایسه و بررسی آن بپردازند.

هدف کار در کلاس:



کار در کلاس ۱ برای تمرین حل کردن معادلات دارای دو علامت با استفاده از نمودار و نوشتن مراحل آن به زبان ریاضی و کار در کلاس ۲، برای کسب مهارت در حل روشمند معادلات طراحی شده است. سؤال ۳ این کار در کلاس را می‌توان با روش‌هایی که دانش‌آموزان تاکنون آموخته‌اند، حل کرد ولی هدف این روال، جاگذاری عدد ۲- در معادله و مشاهده‌ی صدق این عدد در معادله است.

با توجه به دو مثال صفحه‌ی قبل، روش حل معادله‌های مانند معادله‌های بالا را توضیح دهید. با استفاده از این روش، معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$-3x + 2 = -7$$

کار در کلاس

۱- در هر قسمت، ابتدا نمودار را کامل کنید و سپس معادله را حل کنید.

$-3x + 2 = -7$
 $-3x = -7 - 2 = -9$
 $x = \frac{-9}{-3} = 3$

$-3x + 2 = -7$
 $-3x = -7 - 2 = -9$
 $x = \frac{-9}{-3} = 3$

$-3x + 2 = -7$
 $-3x = -7 - 2 = -9$
 $x = \frac{-9}{-3} = 3$

$-3x + 2 = -7$
 $-3x = -7 - 2 = -9$
 $x = \frac{-9}{-3} = 3$

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$7x - 4 = 10$	$7x = 10 + 4 = 14$	$x = \frac{14}{7} = 2$
$7x + 12 = 2$	$7x = 2 - 12 = -10$	$x = \frac{-10}{7} = -\frac{10}{7}$
$7x = 16$	$x = \frac{16}{7}$	$x = \frac{16}{7}$
$7x = -9$	$x = \frac{-9}{7} = -\frac{9}{7}$	$x = -\frac{9}{7}$

۳- آیا $x = 2$ جواب معادله‌ی $7x - 4 = 10$ است؟ چرا؟
 ۴- آیا $x = 3$ جواب معادله‌ی $7x + 12 = 2$ است؟ چرا؟
 ۵- دو طرف معادله‌ی $7x + 12 = 2$ را با -12 کم کنید. معادله را حل کنید.

ادامه دهید:

پس از تدریس قسمت حل مسئله با استفاده از تشکیل معادله، از دانش آموزان بخواهید تمرین و حل مسئله‌ی این قسمت را به عنوان تکلیف منزل در زمانی خارج از وقت کلاس به دقت حل کنند. در جلسه‌ی بعد، به بررسی راه حل‌ها و اشکالات احتمالی دانش آموزان بپردازید. سرگرمی ریاضی مطرح شده در این قسمت نیز در مسیر دستیابی به اهداف همین فصل است.

بپرسید!

- با طرح پرسش‌های صفحه‌ی بعد می‌توانید دانش آموزان را در درک بهتر این قسمت از درس یاری کنید.
- ۱- آیا برای این که بفهمیم عددی جواب معادله است، حتماً باید آن را حل کنیم؟
- ۲- معادله‌ی $2x + 3x = 10$ چند مجهول دارد؟
- ۳- در معادله‌ی $2x + 3x = 7$ ضریب مجهول کدام است؟ مقدار معلوم کدام است؟

اشتباهات رایج دانش آموزان:

گاهی برخی دانش آموزان وقتی عددی را به طرف دیگر تساوی می‌برند علامت آن را تغییر نمی‌دهند؛ مثلاً $2x + 3 = 6 \leftarrow 2x = 6 + 3$. در کلاس با ذکر مثال بر این نکته تأکید کنید. گاهی نیز هنگام نوشتن راه حل، برای رعایت اختصار، تساوی از بین می‌رود. با تأکید و توجه بیشتر، راهنمایی‌های لازم را به دانش آموزان یادآوری کنید تا از ابتدا به درست نوشتن راه حل معادله عادت کنند.

توسعه:

از دانش آموزان بخواهید مسئله‌ای طرح کنند که پاسخ آن مثلاً عدد ۷ یا معادله‌ی $2x + 6 = 20$ باشد. تنوع پاسخ‌هایی که دانش آموزان خواهند داد، می‌تواند کلاس را جذاب‌تر کند. درحالی که هریک از دانش آموزان مسئله‌ای را که طرح کرده است بیان می‌کند، از بقیه بخواهید بررسی کنند که آیا پاسخ مسئله ۷ یا معادله‌ی $2x + 6 = 20$ هست یا نه.

حل مسئله

تجربانگر در یک مسئله به عبارت جبری یا معادله‌ای چند مجهولی است که در آن استفاده از روش‌های جبری، جبراً یا با روش‌های عددی به دست آوردن جواب می‌شود.

۱- احمد ۴۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۹۰۰ تومان پولش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر بوده است؟

تحلیل مسئله: اطلاعاتی که مسئله به شما داده است، کدامند؟ **هدف:** پول احمد به پول باقی‌مانده.

راه حل: اگر در دو طرف معادله‌ای مسئله را به یک معادله‌ای جبری تبدیل کنیم، با حل معادله و پیدا کردن مجهول، مسئله حل می‌شود.

حل مسئله: ابتدا مجهول مورد نظر را با حرف x یا هر حرف دیگری مشخص می‌کنیم. قیمت هر دفتر x است.

پس، معادله‌ای مسئله را به عبارت‌های جبری می‌نویسیم:

$$4x + 900 = 4000$$

$$4x = 4000 - 900$$

$$4x = 3100$$

$$x = \frac{3100}{4}$$

$$x = 775$$

پس قیمت هر دفتر ۷۷۵ تومان است.

۲- اگر توجه به حوالی که به دست آورده‌اید، مسئله را بررسی کنید. آیا قیمت ۴ دفتر و باقی‌مانده‌ی پول برای پول احمد است؟

$$4 \times 775 + 900 = 3100 + 900 = 4000$$

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

یک مسابقه ترتیب دهید.

دانش آموزان را به دو گروه تقسیم کنید. به هر گروه ۱۰ امتیاز بدهید؛ مثلاً ۱۰ تا کارت کوچک. یک گروه معادله را که در آن دو عدد کوچک‌تر از ۱۰۰۰ وجود دارد، بیان کند. گروه دوم با استفاده از ماشین حساب در ۱۰ ثانیه به آن معادله پاسخ دهد. اگر پاسخ درست بود، ۲ امتیاز از گروه مقابل بگیرد و سپس به طرح معادله برای گروه اول بپردازد. شما داور مسابقه باشید. در صورتی که یک گروه امتیاز را اشتباه محاسبه کرد - یعنی پاسخ معادله‌ای را که خود مطرح کرده بود نمی‌دانست - اگر امتیاز اضافی به گروه دیگر داده بود - یعنی جواب نادرست آن‌ها را درست حساب کرده بود - که هیچ اما اگر پاسخ درست آن‌ها را نادرست محاسبه کرده بود، باید ۵ امتیاز به گروه مقابل بدهد. اولین گروهی که به ۱۵ امتیاز برسد، برنده است.

مسئله را از متن آن دریابند؛ سپس، برای آن‌ها توضیح دهید که یکی از راهبردهای حل مسئله تبدیل کردن آن به معادله با استفاده از تبدیل مجهول مسئله به یک حرف - مثلاً x - و تبدیل اطلاعات آن به عبارت‌های جبری برحسب x است؛ سپس، از آن‌ها بخواهید برای حل مسئله‌ی ۱، اطلاعات آن را به عبارت‌های جبری برحسب مجهول مسئله تبدیل کنند و معادله تشکیل دهند.



با توجه به این که تشکیل معادله مهم‌ترین قسمت حل این مسئله است و دانش‌آموزان برای اولین بار با این موضوع مواجه شده‌اند، بهتر است در زمانی که دانش‌آموزان به تبدیل مسئله به معادله می‌پردازند، شما به عملکرد آن‌ها در گروه توجه کنید و با طرح سؤالاتی نظیر «چرا $4x$ را با 200 جمع می‌کنیم؟» آن‌ها را در بیان دلایل خود در گروه یاری دهید.



پس از آن که هر گروه معادله‌ای برای مسئله تشکیل داد، از آن‌ها بخواهید معادله را حل کرده و جواب به دست آمده را امتحان کنند؛ یعنی ببینند آیا با 3000 تومان می‌توان 4 دفتر به قیمتی که به دست آورده‌اند خرید و 200 تومان هم اضافه آورد یا خیر. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که بدین ترتیب، می‌توان از درستی پاسخ اطمینان حاصل کرد.

از دانش‌آموزان بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقت بخوانند و اطلاعات و مجهول مسئله را از متن جدا کنند؛ سپس، از آن‌ها بپرسید: آیا راهبرد تشکیل معادله برای حل این مسئله مناسب است؟ از آن‌ها بخواهید در گروه به بحث درباره‌ی سؤال شما بپردازند و اگر این راهبرد را مناسب یافتند، در کلاس توضیح دهند که چرا و چگونه می‌توان مسئله را به معادله تبدیل کرد.

در ادامه، از گروه‌ها بخواهید با استفاده از راهبرد تشکیل معادله، مسئله را حل کنند. در این قسمت استفاده از متن کتاب می‌تواند کار را تسریع کند. می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از متن کتاب، قسمت حل مسئله و بازگشت به عقب را انجام دهند. در پایان، از یکی از گروه‌ها بخواهید حل مسئله را روی تخته بنویسند و دیگر گروه‌ها درستی یا نادرستی پاسخ آن‌ها را بررسی کنند.

حل مسئله؛ تشکیل معادله



با طرح سؤال زیر کلاس را آغاز کنید.

یک پرتقال فروش مقداری پرتقال می‌خرد از قرار کیلویی 200 تومان؛ در راه مقداری از پرتقال‌ها خراب می‌شود. وقتی پرتقال‌های خراب را جدا می‌کند، 76 کیلو پرتقال می‌ماند که آن‌ها را به قیمت کیلویی 25 تومان می‌فروشد و بدین ترتیب، 3000 تومان سود می‌کند. پیدا کنید پرتقال فروش را!

از دانش‌آموزان بپرسید اطلاعات مسئله چیست؟ مجهول کدام است؟ آیا با استفاده از اطلاعات مسئله می‌توان مجهول را یافت؟ آیا می‌توان برای حل مسئله یک معادله نوشت؟



از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی اول را با دقت بخوانند؛ به‌طوری که بتوانند آن را تعریف کنند و اطلاعات و خواسته‌ی

۲ واحد به سرعت خود اضافه می کند. حسن با سرعتی ۲ واحد کمتر از سرعت علی شروع به دویدن می کند و هر دقیقه، سرعت خود را ۲ برابر می کند. در دقیقه ی سوم سرعت این دو، برابر می شود؛ علی با چه سرعتی شروع به دویدن کرده است؟

بهرام این مسئله را به صورت زیر حل کرده است و از پاسخی که به دست آورده، تعجب کرده است. چه مشکلی در حل مسئله وجود دارد؟

راهبرد انتخاب شده: تشکیل معادله

مجهول مسئله: سرعت اولیه ی علی = x

دقیقه ی سوم دقیقه ی دوم دقیقه ی اول

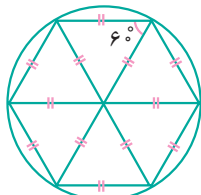
$$3(x-2) = x + 4 \quad x + 4 = (x-2) \times 3 \quad x \quad x + 2 \quad x + 4 \quad x + 4 = (x-2) \times 3 \quad \text{علی}$$

$$3x + 4 = 3x + 6 \quad x + 4 = 3x + 6 \quad x + 4 = 3x + 6 \quad x + 4 = 3x + 6 \quad \text{حسن}$$

مسئله ی موازی:

۱- شخصی همه ی دارایی خود را که ۵۱ سهم از یک شرکت بود، بین دختر، پسر و همسرش تقسیم کرد. او ۱۸ سهم به همسرش داد و باقی مانده را بین دختر و پسرش به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرد. به کدام یک سهم بیشتری رسیده است؟ دختر، پسر یا همسرش؟

۲- بابلی ها برای پیدا کردن محیط دایره، محیط شش ضلعی منتظم محاط در آن را به دست می آوردند. مقدار تقریبی π را به نحوی که مورد استفاده ی بابلی ها بود، پیدا کنید. می توانید از شکل زیر هم استفاده کنید!



تمرین

۱- برای یک از معادله های زیر را با روش نمودار حل کنید.

$5x - 4 = x + 28 \quad 5x = 32 \quad x = 6.4$

۲- برای یک از معادله های زیر را حل کنید.

$3x - 7 = x - 13 \quad 2x = -6 \quad x = -3$

$4.5x - 10 = 2 + x \quad 3.5x = 12 \quad x = 3.43$

$x + 7 = 1 \quad x = -8$

$7x = -8 \quad x = -1.14$

$4x - 2 = 14 \quad 4x = 16 \quad x = 4$

مثلاً: $x = 2$ جواب معادله ای $\frac{3x-4}{7} = \frac{x-3}{7}$ است؟ چرا؟ هر چند به ازای $x = 2$ دو طرف معادله مساوی نمی شوند.

حل مسئله

۱- فاطمه کتاب دانشانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۹۰۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۹۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه بطور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

$6x + 900 = 1000 \quad 6x = 100 \quad x = 16.67$

۲- محسن برای خرید ۵۰۰۰ تومان به فروشگاه رفت و ۵۰۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر مداد چند تومان بوده است؟

$4x + 400 = 900 \quad 4x = 500 \quad x = 125$

کارنامه موفق

آموزش دهید:



برای دانش آموزان توضیح دهید که جواب مسئله، باید منطقی باشد و اگر پاسخی که برای یک مسئله یافته اند منطقی نیست، حتماً در یکی از مراحل حل مسئله اشتباهی رخ داده است. می توانید با ارایه ی مثال زیر از دانش آموزان بخواهید اشتباه رخ داده را بیابند.

به مسئله ی زیر دقت کنید؛

علی به سرعت شروع به دویدن می کند و هر دقیقه

