

رسم



با توجه به آمادگی به دست آمده در استفاده از پرگار، دانش‌آموزان برای کشیدن رسم شماره‌ی ۵ مشکل چندانی نخواهند داشت ولی چون این رسم ترکیبی از رسم‌های گذشته است، به دقت و بحث در کلاس نیاز دارد.

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید قسمت «الف» را در کتاب خود کامل کنند. به آن‌ها فرصت دهید تا الگوی رسم را خود کشف کنند. نکته‌ی اصلی رسم، کشف نقاط مرکز دایره و پیدا کردن شعاع دایره است. شکل‌های تکمیل شده‌ی دانش‌آموزان را در کلاس کنترل کنید.

روش کشیدن رسم

روش کشیدن رسم را به شرح زیر برای دانش‌آموزان توضیح

دهید.

۱- ابتدا مستطیلی با ابعاد 8×20 سانتی‌متر در وسط صفحه رسم کنید. (به روش پرسش و پاسخ، درباره‌ی روش کشیدن کادر از دانش‌آموزان توضیح بخواهید. بیان راه‌های گوناگون از طرف دانش‌آموزان نشانه‌ی خوبی در کلاس است. به آنان اجازه دهید که روش دلخواه خود را انتخاب کنند.)

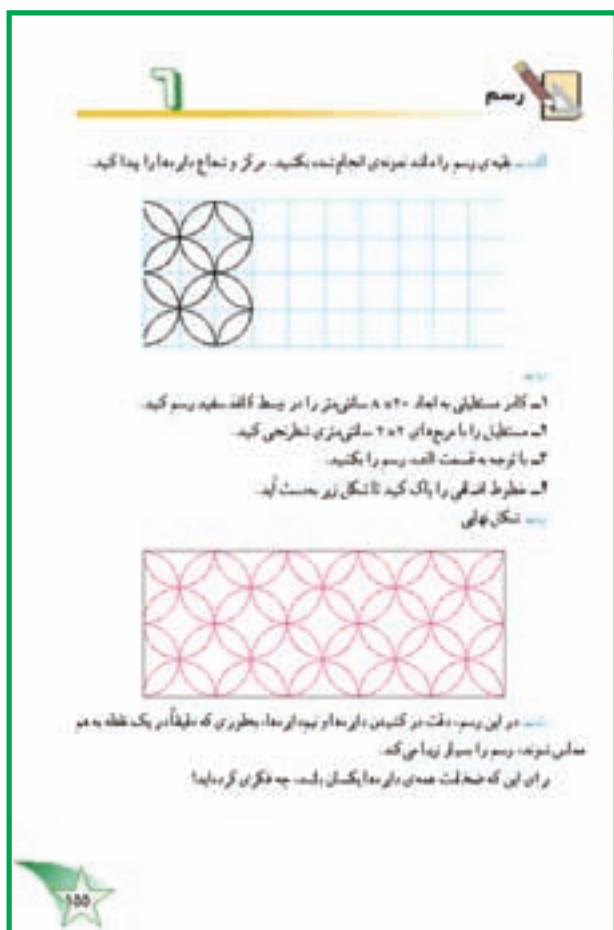
۲- سپس با تقسیم‌بندی مناسب (طول به ۱۰ قسمت و عرض به ۴ قسمت) صفحه‌ای شطرنجی با مربع‌های 2×2 سانتی‌متر ایجاد کنید. توجه داشته باشید که دقت در اندازه‌گیری، در این رسم بسیار اهمیت دارد؛ چون همه‌ی نقاط برخورد، مرکز دایره هستند.

۳- پس از مشخص شدن نقاط تقاطع از هر نقطه، دایره‌ای به شعاع ۲ سانتی‌متر رسم کنید. از نقاط روی کادر، نیم‌دایره‌هایی به شعاع ۲ سانتی‌متر بکشید.

۴- خطوط افقی و عمودی را پاک کنید تا شکل نهایی رسم آشکار شود.

نکات مهم رسم

۱- اندازه‌گیری‌های ۲ سانتی‌متری دلیل اصلی درستی یا نادرستی این رسم است؛ از این رو، با کمی اشتباه در اندازه‌گیری،



دایره‌ها به شیوه‌ی صحیح در کنار هم قرار نمی‌گیرند و ظاهر رسم، زیبا نمی‌شود.

۲- کلمه‌ی مماس برای دانش‌آموزان کمی ناآشناست. با رسم چند شکل، کلیات مفهوم را برای دانش‌آموزان بیان کنید.

۳- ضخامت نوک پرگار تأثیر زیادی در یک‌سان بودن ضخامت خطوط دارد؛ این نکته را به دانش‌آموزان یادآوری کنید.

۴- از ابتدا به دانش‌آموزان یادآوری کنید که خطوط افقی و عمودی رسم در پایان باید پاک شوند.

مختصات

موضوعات در یک نگاه

این قسمت شامل چهار درس است. ابتدا دانش‌آموزان با چگونگی نشان‌دادن نقاط در صفحه به کمک دو عدد آشنا می‌شوند (محور مختصات دو بعدی)؛ سپس، ضمن بیان مفهوم انتقال، بردار انتقال معرفی می‌گردد و مختصات آن مشخص می‌شود. در ادامه، چگونگی انتقال شکل‌ها با بردار انتقال به روش‌های ترسیمی و بیان عددی (تحلیلی) آموزش داده شده و جمع متناظر با یک بردار در صفحه‌ی مختصات، مانند جمع متناظر با یک بردار در محور یک بعدی، مطرح می‌شود.

اهداف

- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- متناظر با هر نقطه روی صفحه‌ی مختصات، دو عدد برای طول و عرض بنویسد.
 - ۲- با داشتن طول و عرض، یک نقطه‌ی آن را در صفحه‌ی مختصات پیدا کند.
 - ۳- مفهوم انتقال را درک کرده و با بردار انتقال، شکل‌ها را منتقل کند.
 - ۴- مختصات بردار انتقال را بنویسد و با داشتن مختصات بردار، آن را رسم کند.
 - ۵- مفهوم انتقال یک شکل را با نوشتن مختصات نشان دهد.
 - ۶- متناظر با یک بردار جمع مختصاتی بنویسد.
 - ۷- معادلات مختصات را حل کند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱- نقاط $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ را روی محور مختصات پیدا کنید.

۲- مثلث ABC را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ منتقل کنید.

۳- مختصات نقاط A' ، B' و C' را بنویسید.

۴- با تکمیل رابطه‌ی زیر، مختصات A' ، B' و C' را پیدا کنید.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

۵- جواب دو قسمت «۳» و «۴» را با هم مقایسه کنید.

۶- جمع متناظر با بردار انتقال را بنویسید.

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
محور مختصات طول و عرض مختصات نقطه	– تخته‌ی کلاس به صورت شطرنجی رنگ شود. – تعدادی نقشه	– انجام فعالیت برای یادآوری پیدا کردن طول و عرض نقاط – انجام کار در کلاس برای تمرین نقطه‌یابی روی نقشه	– مختصات یک نقطه از صفحه را به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ بیان کند. – هر نقطه با مختصات معلوم را روی محور مختصات پیدا کند. – روی نقشه نیز نقطه‌یابی کند.	پیدا کردن مختصات نقطه‌ی طول و عرض	۱۵۶ ۱۵۷ ۱۵۸ ۱۵۹	مختصات
انتقال بردار انتقال	– صفحه‌ی شطرنجی – تخته‌ی شطرنجی – خط کش	– انجام فعالیت برای درک چگونگی انتقال با بردار – انجام کار در کلاس برای تمرین انتقال – انجام فعالیت برای درک ترکیب دو انتقال و انتقال قرینه	– مفهوم انتقال را درک کرده و شکل منتقل شده را پیدا کند. – بردار انتقال را تشخیص دهد و رسم کند. – با توجه به بردار انتقال داده شده، شکل را منتقل کند. – ترکیب دو بردار انتقال را با یک بردار مشخص کند. – بردار انتقال قرینه را درک کند.	مفهوم انتقال بردار انتقال ترکیب در بردار انتقال انتقال قرینه	۱۶۰ ۱۶۱ ۱۶۲	بردار انتقال
مختصات بردار انتقال	صفحه و تخته‌ی شطرنجی – خط کش	– انجام فعالیت برای درک مختصات بردار انتقال – انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن مختصات بردار – انجام فعالیت برای پیدا کردن مختصات شکل انتقال یافته بدون رسم کردن – انجام کار در کلاس برای تمرین نوشتن مختصات شکل منتقل شده	– مختصات بردار انتقال را به دست آورد. – روی محور مختصات با توجه به بردار انتقال، منتقل شده شکل را پیدا کند و مختصات نقاط را بنویسد. – رابطه‌ی بین مختصات نقطه‌ی مختصات بردار انتقال و مختصات نقطه‌ی منتقل شده را کشف کند. – مختصات نقاط منتقل شده را بدون رسم و با داشتن مختصات بردار انتقال به دست آورد.	مختصات بردار انتقال پیدا کردن مختصات نقاط منتقل شده	۱۶۳ ۱۶۴ ۱۶۵ ۱۶۶	مختصات بردار انتقال
جمع متناظر با بردار	تخته‌ی شطرنجی	– مطالعه‌ی متن – انجام کار در کلاس برای تمرین نوشتن جمع متناظر با بردار و تمرین پیدا کردن حاصل عبارت‌ها به شکل مختصات	– متناظر با یک بردار جمع بنویسد. – حاصل عبارت‌های جمع و تفریق به شکل مختصات را به دست آورد.	جمع متناظر با بردار جمع و تفریق مختصات	۱۶۶ ۱۶۷ ۱۷۰	جمع متناظر با بردار

دانستنی‌هایی برای معلم

مختصات

در این راه، ریاضی‌دانانی چون پاسکال، روبروال، فرما و دکارت، پیشگام و نیوتن ولایب نیتس، معمار واقعی آن بوده‌اند. البته، اندیشه‌ی مختصات را در تصویرهایی که روی دیوارهای مقبره‌ها یا معبد‌های مصر باستان، باقی مانده است، می‌توان پیدا کرد. در این تصویرها، صفحه، مانند کاغذ شطرنجی به مربع‌هایی تقسیم و جای نقطه‌هایی روی آن مشخص شده است. اندیشه‌ی مختصات – یعنی متناظر نقطه‌ای از صفحه با دو عدد – به روشنی دیده می‌شود.

اندیشه‌ی مختصات، به شکلی دیگر از روزگار باستان در جغرافی و اخترشناسی هم به کار می‌رفت. مفهوم‌های طول و عرض که بیش از دو هزار سال پیش در نوشته‌های هیپارک (سده‌ی دوم پیش از میلاد) و بطلمیوس (سده‌ی دوم بعد از میلاد) به کار می‌رفت، نمونه‌هایی از این مفاهیم‌اند.

ریاضی قدیم مکتب اسکندریه، آپولونیوس (در سده‌ی سوم و دوم پیش از میلاد) از مختصات قائم استفاده می‌کرد. او منحنی‌هایی را که در آن زمان شناخته بود، به یاری مختصات تعریف می‌کرد. البته آپولونیوس، معادله‌ها را به صورت جبری مطرح می‌کرد، زیرا در زمان وی نمادهای جبری وجود نداشت و او معادله‌ها را به صورت هندسی تعریف می‌کرد.

اُرسِم، ریاضی‌دان فرانسوی سده‌ی چهارم میلادی، نیز از دستگاه مختصات قائم استفاده می‌کرد. با این همه، اندیشه‌ی اُرسِم منتشر نشد؛ زیرا در آن زمان، مفهوم رابطه‌ی تالس به خوبی روشن نبود.

به این ترتیب، با وجود این که اندیشه‌ی مختصات دکارتی و کشف آن، متعلق به دکارت نیست، به کاربردن عنوان مختصات دکارتی چندان هم نادرست به نظر نمی‌رسد؛ زیرا او به گونه‌ای از این اندیشه بهره گرفت که آن را به یکی از پیشرفت‌های اصلی ریاضیات تبدیل کرد. دکارت، هندسه‌ای تحلیلی را ساخت و در آن، چنان مسئله‌هایی را مطرح کرد که طی هزاران سال مطرح نشده بود. اثر دکارت، به نام «هندسه» که در آن هندسه‌ی تحلیلی روی صفحه را مطرح کرده است، در سال ۱۶۳۷ به چاپ رسید. باید یادآوری کرد که هم زمان با دکارت، ریاضی‌دان فرانسوی

ریاضی‌دانان کهن (از آغاز تا سده‌ی هفدهم)، به عدد و شکل، به عنوان وجودهایی ثابت و بی‌تغییر نگاه می‌کردند. از دیدگاه آنان، مسئله‌ای را می‌شد مسئله‌ی ریاضی به حساب آورد که پاسخی معین و ثابت داشته باشد؛ به عبارت دیگر، مفهوم حرکت را که از ویژگی‌های طبیعت است و بدون در نظر گرفتن آن هیچ پدیده‌ی طبیعی را نمی‌توان توضیح داد، به ریاضیات راه نمی‌دادند. فیثاغورث و هواداران او، خط و از جمله خط‌مات را نقطه‌هایی به هم چسبیده می‌دانستند. به اعتقاد آن‌ها، خط راست از کنار هم گذاشتن تعداد معینی نقطه به دست می‌آید، نه از حرکت یک نقطه در یک راستا. تعریف اخیر، یعنی پذیرفتن مفهوم خط راست به عنوان حرکت یک نقطه، برای نخستین بار – البته تا اندازه‌ای مبهم – در نوشته‌های خیام دیده می‌شود؛ بنابراین، وقتی – برای نمونه – با این معادله‌ی دو مجهولی درجه‌ی اول روبه‌رو می‌شدند:

$$y = 2x + 3 \quad (*)$$

در جست‌وجوی معادله‌ی دومی بودند تا به یاری این دو معادله بتوانند مقدارهای مشخصی برای x و y به دست آورند. اگر این معادله‌ی دوم وجود نداشت، از معادله‌ی $(*)$ صرف‌نظر می‌کردند. این که x و y ، مقدارهایی متغیرند و تغییر یکی موجب تغییر دیگری می‌شود، برای آن‌ها، موضوع جالبی نبود. ریاضی‌دانان باستانی به مقدارها و کمیت‌های ثابت علاقه‌مند بودند، نه کمیت‌های متغیر؛ به همین علت، اغلب ریاضیات پیش از سده‌ی هفدهم را «ریاضیات با کمیت‌های ثابت» می‌نامند (این اصطلاح را آندره کولموگوروف در سال ۱۹۵۶ به کار برد).

قانون‌های حاکم بر جامعه و طبیعت را بدون وارد کردن «کمیت‌های متغیر» نمی‌توان شناخت. به قول یکی از فیلسوفان سده‌ی ۱۹ آلمان، «حرکت، شیوه‌ی وجود و راه هستی ماده است. هرگز و در هیچ مکانی، ماده‌ی بدون حرکت وجود ندارد و نمی‌تواند باشد». ریاضیات، به قول گالیله، زبان طبیعت و وسیله‌ی شناسایی آن و روشی است که زبان طبیعت نمی‌تواند با ویژگی اصلی آن – یعنی حرکت و تغییر – ناسازگار باشد.

دیگری یعنی فرما (۱۶۶۵ - ۱۶۰۱)، نیز به همین اندیشه رسیده بود ولی نوشته‌ی او، در سال ۱۶۷۹ به چاپ رسید. در حالی که از سال ۱۶۳۷، اندیشه‌های فرما از راه نامه‌های او برای هم عصرانش شناخته شده بود.

هندسه‌ی تحلیلی، بیش از همه، به معنای ایجاد رابطه بین هندسه و جبر است. این دو شاخه‌ی ریاضیات تا زمان دکارت، به پیشرفت‌های جدی رسیده بودند ولی پیشرفت آن‌ها، در جریان هزاران سال بی‌ارتباط با هم بود و تا زمانی که اندیشه‌ی هندسه‌ی تحلیلی مطرح شد، بین این دو شاخه‌ی دانش بستگی ناچیزی برقرار بود.

در سده‌ی هفدهم میلادی، با پیشرفت‌های جدی در زمینه‌های اخترشناسی، مکانیک و صنعت - که در اروپای غربی آغاز شده بود - ضرورت وجود دستگاه محور مختصات به صورتی منظم و قانونمند، احساس شد.

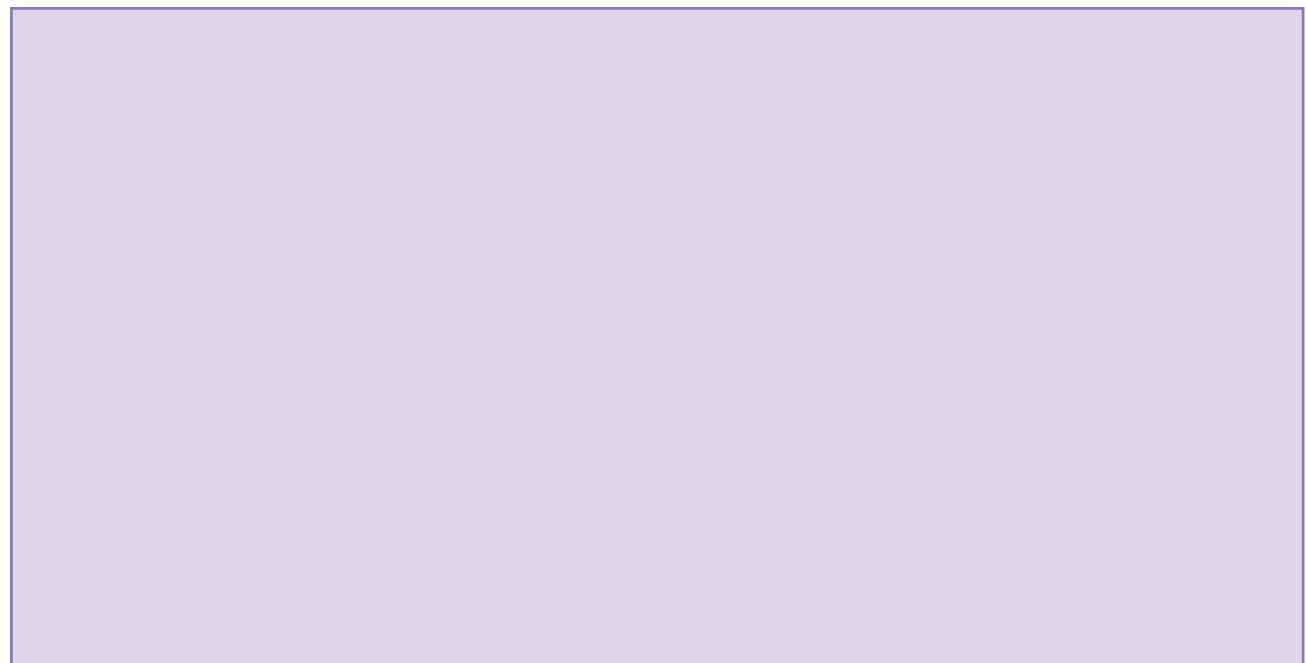
این را هم یادآوری کنیم که «هندسه‌ی تحلیلی» انگیزه‌ای برای پیشرفت جبر هم شد. جبر به طور جدی به نمادهای حرفی نیاز داشت و لازم بود برای عدد، مجهول و توان‌های آن و نیز دیگر مفهومی‌های جبری، نمادهایی در نظر گرفته شود. این نمادها را به طور عمده، ریاضی‌دانان فرانسوی (فرانسوا ویت، پیرفرما

و رنه دکارت)، در جبر و به ویژه در هندسه‌ی تحلیلی به کار گرفتند.

هندسه‌ی تحلیلی، در پیشرفت مفهوم عدد نقش ارزنده‌ای داشت. عددهای منفی در سده‌های ششم تا نهم میلادی، در هند شناخته شده بودند ولی ریاضی‌دانان اروپایی تا مدت‌ها، به این عددها توجهی نداشتند؛ در این میان، از جمله نتایج کاربرد هندسه‌ی تحلیلی (دقیق‌تر بگوییم: روش مختصاتی) آن بود که این عددها، جای خود را در ریاضیات باز کردند.

به همین ترتیب، عددهای موهومی و مختلط هم به برکت مختصات دکارتی توانستند معنای واقعی خود را پیدا کنند. البته تا مدت‌ها بعد از دکارت، برای معادله‌های درجه دومی که ریشه‌هایی مختلط داشتند، نمی‌بایست ریشه‌ای در نظر گرفته شود. تنها بعد از حل معادله‌ی درجه‌ی سوم به کمک رادیکال‌ها، ریاضی‌دانان ایتالیایی در سده‌ی شانزدهم شرایطی را فراهم آوردند که عددهای مختلط، تا اندازه‌ای جای خود را در ریاضیات باز کنند ولی تا پیش از کارل فردریک گوس، (۱۸۵۵ - ۱۷۷۷ میلادی) از عددهای مختلط کمتر استفاده می‌شد. او قضیه‌ی اصلی جبر را که می‌گوید «هر چند جمله‌ای درجه‌ی n ، دارای n ریشه است»، ثابت کرد.

یادداشت معلم



مختصات

مختصات نقطه



برای آسان‌تر شدن استفاده از نقشه، می‌توان صفحه‌ی نقشه را با خطوط افقی و عمودی خانه‌بندی کرد. هر یک از خطوط افقی یا عمودی با یک عدد مشخص می‌شود. به این ترتیب، هر نقطه از صفحه‌ی نقشه را می‌توان با دو عدد مربوط به ستون و ردیف آن نقطه مشخص کرد؛ مثلاً در نقشه‌ی مقابل، بندر عباس با دو عدد ۵۰ و ۲۰ مشخص می‌شود. عدد ۵۰ را طول این محل و عدد ۲۰ را عرض آن می‌نامیم. برای آسان‌تر شدن کار، طول و عرض هر محل را به صورت **طول** **عرض** که مختصات آن محل نامیده می‌شود، می‌نویسیم. پس، مختصات بندر عباس در نقشه‌ی بالا ۵۰ ۲۰ است.



فعالیت

با استفاده از نقشه‌ی بالا جدول زیر را کامل کنید.

	تهران	بندر	زاهدان	مشهد	تبریز	اصفهان	گرماباد
طول	۳۰	۵۵	۶۵	۵۵	۸	۴۳	۱۵
عرض	۵۰	۲۰	۲۰	۵۵	۴۰	۲۰	۲۵
مختصات	۳۰ ۵۰	۵۵ ۲۰	۶۵ ۲۰	۵۵ ۵۵	۸ ۴۰	۴۳ ۲۰	۱۵ ۲۵

هدف فعالیت:



دانش‌آموزان با انجام دادن فعالیت، خواندن عرض و طول و یافتن مختصات یک نقطه روی نقشه را تمرین می‌کنند.

مشاهده کنید:



هنگامی که دانش‌آموزان به انجام دادن فعالیت مشغول‌اند، به عملکرد آن‌ها توجه کنید. آیا همه‌ی اعضای گروه به تفاوت طول و عرض توجه می‌کنند؟ آیا می‌توانند مختصات شهرها را پیدا کنند؟ آیا برای رفع اشکالات هم گروه‌های خود کوشش می‌کنند؟ آیا با گفت‌وگو و بحث به توافق می‌رسند؟ دقت کنید که آن‌ها مختصات شهرهایی را که روی خطوط جدول نیستند نیز به درستی تخمین بزنند.

هدف کار در کلاس:



تمرین و کسب مهارت در یافتن مختصات نقاط از روی نقشه و به عکس، یافتن نقاط روی نقشه با استفاده از مختصات آن‌ها، هدف این کار در کلاس است.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به صورت فردی حل کنند و سپس، در گروه به بررسی و مقایسه‌ی پاسخ‌هایشان بپردازند. آن‌گاه، با طرح چند سؤال مشابه با کار در کلاس، نقشه‌خوانی را در کلاس بیشتر تمرین کنید. برای این منظور می‌توانید از نقشه‌ی آفریقا که در کتاب وجود دارد نیز استفاده کنید و بدین ترتیب، مختصات نقاطی را که طول یا عرض آن‌ها اعداد منفی هستند، در کلاس مطرح نمایید. روی این قسمت و طول و عرض جغرافیایی، تأمل کنید و با طرح پرسش‌های متعدد، از یادگیری دانش‌آموزان اطمینان حاصل نمایید.

مختصات نقطه

ایجاد انگیزه کنید:



روی تخته، صفحه‌ای مشبک رسم کنید. به گروه‌ها فرصت دهید تا قرارهایی با هم بگذارند، به طوری که فقط با گفتن چند عدد بتوانند نقاط ایجاد شده روی تخته را شناسایی کنند. به آن‌ها تأکید کنید که این صفحه‌ی شطرنجی از همه‌ی جهت‌ها می‌تواند ادامه یابد و بنابراین، تنها با شماره‌گذاری نقطه‌ها نمی‌توان آن‌ها را شناسایی کرد. برای ایجاد انگیزه، می‌توانید یک کره‌ی مدرج را به کلاس بیاورید یا از دانش‌آموزان بخواهید طول و عرض جایی را که نشسته‌اند مشخص کنند؛ مثلاً سومی از راست و دومی از جلو (این در صورتی است که چینش کلاس شما، منظم و شبکه‌ای باشد).

شروع کنید:



متن کتاب را در کلاس بخوانید یا خود آن را توضیح



در ادامه، دو محور مختصات را روی تخته رسم کنید. از دانش‌آموزان بخواهید نقاطی را که شما مختصاتشان را می‌گویید، روی محورها بیاورند یا نقاطی را روی آن‌ها مشخص کنید و مختصات هر یک از نقطه‌ها را از دانش‌آموزان بپرسید. وقتی یکی از دانش‌آموزان مختصات یک نقطه را بیان می‌کند، از او بپرسید که این مختصات را چگونه به دست آورده است. بدین ترتیب، به تمرین این قسمت از درس بپردازید و اشکالات دانش‌آموزان را با کمک خودشان رفع کنید.

توصیه‌های آموزشی:



تشخیص صحیح مختصات یک نقطه روی نقشه و یافتن یک نقطه روی محورهای مختصات با استفاده از مختصات آن، گام اول این بخش از کتاب است و یادگیری ادامه‌ی این بخش در گرو تسلط بر این قسمت می‌باشد. با تمرین‌های متنوع در کلاس از یادگیری دانش‌آموزان اطمینان حاصل کنید.

آموزش دهید:



برای دانش‌آموزان بیان کنید که در محورهای مختصات، محور افقی، محور طول‌ها یا x و محور عمودی، محور عرض‌ها یا y است. همچنین، چگونگی نمایش مختصات یک نقطه – مثلاً نقطه‌ی A که طول آن $+2$ و عرض آن $+3$ است – را نیز در کلاس توضیح دهید؛ یعنی، به دانش‌آموزان نشان دهید که مختصات این نقطه $\begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix}$ است و به صورت $A = \begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix}$ نمایش داده می‌شود.

ادامه دهید:



حل کردن کار در کلاس این قسمت را به دانش‌آموزان واگذار کنید تا پس از حل فردی آن در گروه، به بحث یا مقایسه و رفع اشکالات احتمالی خود بپردازند. در این تمرین، از عبارت‌های جبری و حروف استفاده شده است و در واقع، مباحث گذشته به کار گرفته شده‌اند. درباره‌ی این موضوع در کلاس گفت‌وگو کنید.

هدف کار در کلاس:



سؤال اول، تمرینی برای یافتن مختصات یک نقطه از روی نقشه و سؤال ۲، به عکس، تمرینی برای یافتن یک نقطه روی نقشه با استفاده از مختصات آن است.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:



جابه‌جا نوشتن x و y یا طول و عرض در پیدا کردن مختصات نقاط، از اشتباهات بسیار رایج دانش‌آموزان است. با تأکید بیشتر بر این موضوع، از بروز این اشتباه بکاهید.

تلفیق با سایر دروس:



با بررسی نقشه‌های درجه‌بندی شده در کلاس، رابطه‌ی این مبحث درس را با جغرافیا نمایش دهید.

برای مشخص کردن نقاط صفحه می‌توانیم با انتخاب دو محور عمود برهم، برای هر نقطه یک مختصات به دست آوریم. نقطه‌ی O محل تلاقی این دو محور مبدأ مختصات است.

محور افقی، محور طول یا محور x و محور عمودی، محور عرض یا محور y نامیده می‌شود.

برای به دست آوردن مختصات نقطه‌ای از صفحه (مثلاً A) از آن نقطه دو پاره خط به موازات محورهای مختصات رسم می‌کنیم تا محورها را در دو نقطه‌ی I و H قطع کند.

روی محور طول، I نقطه‌ی نمایش +2 است. +2 طول نقطه‌ی A است.

روی محور عرض، H نقطه‌ی نمایش +3 است. +3 عرض نقطه‌ی A است.

بنابراین، مختصات A، $A = \begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix}$ است.

کاردر کلاس

۱- با توجه به شکل بالا، جدول زیر را کامل کنید.

	F	E	D	C	B
طول	-	۱	-۲/۵	-۳	۳
عرض	۱	-۲	-۱	۲/۵	-
مختصات	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2/5 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 2/5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ - \end{bmatrix}$

۲- در یک صفحه، دو محور عمود برهم بکشید و هر یک از نقطه‌هایی را که مختصات آن داده شده است، مشخص کنید.

$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} - \\ 3 \end{bmatrix}$

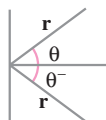
$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 1/5 \\ -2/5 \end{bmatrix}$ $G = \begin{bmatrix} 5/2 \\ -3 \end{bmatrix}$ $H = \begin{bmatrix} -3/4 \\ -2 \end{bmatrix}$

طول جغرافیایی هر نقطه با نصف النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی هر نقطه با مدار مربوط به آن مشخص می‌شود. نصف النهارها و مدارها را می‌توانید روی یک نقشه با یک کره‌ی جغرافیایی ببینید.

در نقشه‌ی بالا، مدارها خط‌های افقی و نصف النهارها خط‌های قائم هستند. طولانی‌ترین و پهنای ایران به ترتیب ۲۸۰۰ کیلومتر و ۱۶۰۰ کیلومتر است. عرض جغرافیایی ایران بین ۲۵ درجه و ۳۷ درجه قرار دارد. بنابراین، طول جغرافیایی ایران بین ۴۵ درجه و ۶۰ درجه عرض جغرافیایی آن ۳۳ درجه است.

توسعه:

۱- مختصات قطبی، یعنی یافتن یک نقطه با استفاده از فاصله‌ی آن از مرکز و زاویه‌ی آن، می‌تواند برای برخی دانش‌آموزان جالب باشد.



۲- بحث درباره‌ی این موضوع که «نقاطی که طولشان با هم مساوی است، یک خط عمودی و نقاطی که عرضشان با هم مساوی است، یک خط افقی را روی محور مختصات تشکیل می‌دهند»، می‌تواند مفید و کاربردی باشد.

همچنین در صورتی که مختصات قطبی را بیان کردید می‌توانید درباره‌ی مکان هندسی نقاطی که شعاعشان یکی است (یک دایره) و مکان هندسی نقاطی که زاویه‌شان یکی است (یک خط) در کلاس گفت‌وگو کنید.

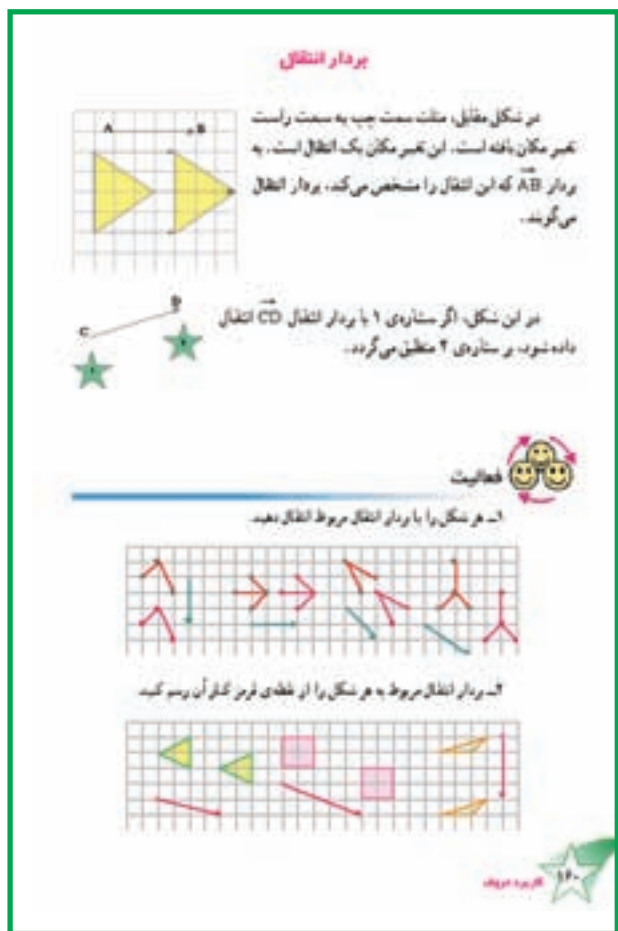
فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید نقشه‌های مختلف را جمع‌آوری کنند و به کلاس بیاورند. کاربردهای دیگری از مختصات بیابند؛ مثلاً کتاب‌های گلدوزی را که در آن‌ها نقشه‌ی گل در صفحه‌ی شطرنجی رسم می‌شود و با شمارش خانه‌های شطرنجی می‌توان نقشه را روی پارچه پیاده کرده و ...

از یکی از دانش‌آموزان علاقه‌مند بخواهید درباره‌ی طول و عرض جغرافیایی گزارشی تهیه و قبل از شروع درس، به کلاس ارایه کند.

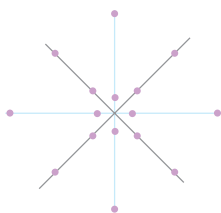
فعالیت موازی:

با استفاده از یک کره‌ی جغرافیایی، می‌توان فعالیت‌های مشابه فعالیت ارایه شده در کتاب را در کلاس طرح کرد.



فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید درباره‌ی نقاطی که نسبت به محورها یا نیم‌ساز محورها یا مرکز مختصات قرینه‌اند، فکر کنند و پوسترهایی با شکل‌های مختلف بسازند.



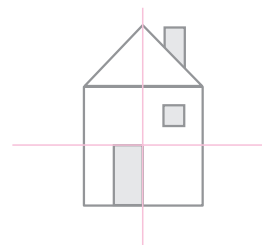
بردار انتقال

ایجاد انگیزه کنید:

می‌توانید کلاس را با ورزش گروهی آغاز کنید. بعضی از دانش‌آموزان را جابه‌جا کنید یا در کلاس یا حیاط مدرسه از یکی از دانش‌آموزان بخواهید جای خود را تغییر دهد

۳- درباره‌ی ارتباط دو نقطه که طول و عرضشان عکس یک‌دیگر است یا طول یکی قرینه‌ی طول دیگری است و عرضشان مساوی است و ... نیز می‌توانید در کلاس گفت‌وگو کنید. این بحث خلاقیت دانش‌آموزان علاقه‌مند را برمی‌انگیزد و تقویت می‌کند.

۴- می‌توانید با طرح‌های مختلف، این قسمت از درس را در کلاس تمرین کنید:



هر یک از سری نقاط زیر را به ترتیب به هم وصل کنید.

$$\text{سری اول: } \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{سری دوم: } \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{سری سوم: } \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

آیا پیش از رسم کردن نقاط و خطوط می‌توانید حدس بزنید کدام حرکت‌ها به رسم خط افقی، کدام‌ها به خط عمودی و کدام‌ها به خط مورب منجر می‌شوند؟

۵- درباره‌ی تاریخچه‌ی پیدایش هندسه‌ی تحلیلی و بنیان‌گذار آن دکارت در کلاس صحبت کنید و بگویید که دستگاه مختصات مطرح شده در این قسمت کتاب، مختصات کارتزین نیز نامیده می‌شود.

۶- درباره‌ی خواص محور xها و yها که در یکی، عرض نقاط و در دیگری، طول نقاط صفر است، در کلاس صحبت کنید.

۷- چهار ناحیه‌ی صفحه‌ی مختصات و نام‌گذاری آن‌ها در خلاف جهت عقربه‌های ساعت را در کلاس مطرح کنید.

$$\begin{array}{c|c} \text{II} & \text{I} \\ \hline \text{III} & \text{IV} \end{array}$$

۱- با استفاده از یک خطی آسید طول و عرض جغرافیایی تهران، دهان و دستق را پیدا کنید.

۲- با استفاده از شکل مقابل، مختصات نقاط A، B، C، D، E و F را پیدا کنید. سپس را به صورت

نویسید.

۳- نقاط $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$ ، $D = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$ و $E = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$ را در شکل مقابل مشخص کنید.

۴- خطی A با چه انتقالی از خطی B به دست می آید؟ انتقال \vec{AB} را پیدا کنید. انتقال خطی B با چه انتقالی از خطی C به دست می آید؟ انتقال \vec{BC} را پیدا کنید.

۵- خطی E و F را با بردار انتقال \vec{EF} از طریق نقطه A به دست آورید. خطی E' و F' را به دست آورید. مختصات نقاط E' و F' را پیدا کنید.

۶- مختصات نقاط A، B، C و D را به ترتیب با مختصات نقاط A' ، B' ، C' و D' مقایسه کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟ طول خط انتقال یافته ۲ واحد و عرض خط انتقال یافته یک واحد بیشتر است.

۷- هر شکل را با بردار انتقال مربوط انتقال دهید.

کلاس دو کلاس

۱- شکل های زیر را با بردار انتقال \vec{AB} انتقال دهید.

۲- در شکل مقابل، چهارضلعی ABCD، انتقال داده شده و چهارضلعی A'B'C'D' به دست آمده است. بردار انتقال را پیدا کنید.

۳- در شکل مقابل، خطی ۱ را با بردار \vec{AB} انتقال دهید و خطی ۲ به دست آورید. خطی ۲ را با بردار \vec{BC} انتقال دهید تا خطی ۳ به دست آید. خطی ۳ با چه انتقالی از خطی ۱ به دست می آید؟

۴- در شکل مقابل، ابتدا خطی ۱ را با بردار \vec{AB} و سپس، خطی ۱ به دست آورید. با بردار \vec{CD} انتقال دهید. چه نتیجه ای می گیرید؟ مجموع دو انتقال قرینه خط را در جای خود نگه می دارد.

تمرین

۱- با استفاده از خطی آسید از یک خطی چند صفحه ای، طول و عرض شهرهای زیر را پیدا کنید.

کتابخانه، تجرود، نورآباد، انزلی، آمل، ماکو، گنبد

۲- با استفاده از خطی آسید، طول و عرض شهرهای زیر را پیدا کنید.

کتابخانه، تجرود، نورآباد، انزلی، آمل، ماکو، گنبد

دهید که دانش آموزان درباره ی انتقال و بردار انتقال گفت و گو کنند. از آن ها بخواهید راه ساده تری برای انتقال شکل ها بیابند. از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به صورت فردی حل کنند و سپس، در گروه به مقایسه و بررسی پاسخ های خود بپردازند. همچنین، درباره ی راه ساده تر انتقال شکل ها گفت و گو کنند.

هدف فعالیت:

دانش آموزان در این فعالیت در می یابند که انتقال نوعی جابه جایی است که در آن، همه ی نقاط شکل با یک بردار جابه جا می شوند و شکل تغییری نمی کند.

هدف کار در کلاس:

هدف از تمرین ۱، انتقال شکل ها با یک بردار داده شده و هدف از تمرین ۲، یافتن بردار انتقال با استفاده از شکل اولیه و شکل انتقال یافته است.

و از دانش آموزی دیگر بخواهید به همان ترتیبی که دانش آموز اول جابه جا شد، جای خود را تغییر دهد. با توجه به محدودیت فضای کلاس یا حیاط می توانید این سؤال را مطرح کنید: «کدام یک از شما دانش آموزان می توانید حرکتی مشابه حرکت نفر اول انجام دهد؟» در این فعالیت، از لغات انتقال و بردار استفاده کنید تا دانش آموزان با این لغت ها آشنا شوند.

شروع کنید:

از گروه ها بخواهید متن کتاب را مطالعه کنند و سپس، با هم فکری هم به انجام دادن فعالیت بپردازند. شما نیز با راهنمایی ها و طرح سؤالات مختلف در گروه ها، آنان را در یادگیری بهتر یاری دهید. می توانید سؤال های زیر را مطرح کنید:

آیا شکل در انتقال تغییر می کند. آیا همه ی نقاط یک شکل در انتقال با یک بردار جابه جا می شوند؟

سپس، به بررسی فعالیت ها در کلاس بپردازید و اجازه



هدف فعالیت:

در این فعالیت، دانش‌آموزان با مجموع دو بردار انتقال که خود یک بردار انتقال است و نیز قرینه‌ی یک بردار انتقال آشنا می‌شوند.



ادامه دهید:

از یکی از دانش‌آموزان بخواهید از نقطه‌ای که هست به نقطه‌ی دیگر کلاس و سپس، به نقطه‌ی سوم برود. از دانش‌آموزان بپرسید: چه حرکتی انجام شده است به آن‌ها فرصت دهید تا نظریاتشان را در این باره بیان کنند؛ سپس، از دانش‌آموز دیگری بخواهید از نقطه‌ای که هست، به نقطه‌ای دیگر برود و دوباره به جای اولش بازگردد؛ آن‌گاه گفت‌وگو را در کلاس ادامه دهید. از گروه‌ها بخواهید فعالیت دوم را انجام دهند. شما نیز با طرح سؤالاتی از قبیل «آیا جمع دو بردار انتقال خود یک بردار انتقال است؟ آیا می‌توان گفت بردار CD قرینه‌ی بردار AB است؟» آن‌ها را به سمت یادگیری بهتر سوق دهید.

تمرین این قسمت را به عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان واگذار کنید و در جلسه‌ی بعد، به بررسی و رفع مشکلات احتمالی آن‌ها بپردازید.



توسعه:

بحث و گفت‌وگو درباره‌ی مفاهیم دیگری که شبیه بردار انتقال اند؛ مثلاً:

بالا بردن نمره‌های همه‌ی بچه‌های کلاس به یک اندازه؛ حرکت همه‌ی واگن‌های قطار به یک اندازه در یک خط صاف؛ آیا در پیچ هم انتقال صورت می‌گیرد؟
و ...

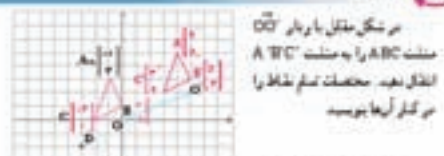


تلفیق با سایر دروس:

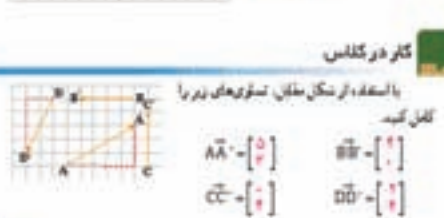
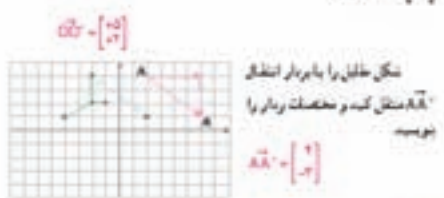
بحث نیروها در فیزیک و دیگر کمیت‌های برداری.



فعالیت



در این انتقال، هر نقطه ۱ واحد در جهت مثبت محور طول و ۲ واحد در جهت مثبت محور عرض انتقال می‌دهد. بنابراین، بردار انتقال $\vec{AA'}$ را می‌توانیم با مختصات $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ مشخص کنیم.



با استفاده از شکل مقابل، تصویریهای زیر را کامل کنید.

$$\vec{AA'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \vec{BB'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{CC'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \vec{DD'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

مختصات بردار انتقال



ایجاد انگیزه کنید:

یک صفحه‌ی شطرنجی در حیاط بکشید. فاصله‌ی خانه‌های این شطرنج می‌تواند حدود ۵/۰ متر باشد. از دانش‌آموزی بخواهید که از نقطه‌ای که شما به عنوان ابتدای حرکت مشخص کرده‌اید، تا نقطه‌ی انتهایی که در این صفحه تعیین می‌کنید، حرکت کند؛ به طوری که فقط یک تغییر جهت انجام دهد و فقط به صورت افقی یا عمودی حرکت کند.



هدف فعالیت:

دانش‌آموزان پس از انجام دادن این فعالیت، می‌توانند یک بردار را با مختصات آن نمایش دهند.



شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت اول را آغاز کنند. در جریان

راه حل های مختلف به گفت و گو بپردازند. تمرین این قسمت را به عنوان تکلیف منزل به دانش آموزان توصیه کنید.

هدف کار در کلاس:



کسب مهارت در یافتن مختصات نقاط و بردار از روی صفحه ی مختصات و مشاهده ی ارتباط بین مختصات یک بردار و مختصات نقاط ابتدا و انتهای آن هدف این کار در کلاس است. کار در کلاس ۲ برداری را که ابتدای آن مرکز مختصات است، معرفی می کند و به ارتباط مختصات آن بردار با مختصات نقطه ی انتهایی آن می پردازد. در کار در کلاس ۳، دانش آموزان باید بتوانند با رسم بردار، نقطه ی انتهایی آن را بیابند. همچنین با نوشتن یک جمع بتوانند مختصات نقطه ی انتهایی بردار را بیابند و با مختصاتی که از روی شکل یافته اند، مقایسه کنند.

اشتباهات رایج دانش آموزان:



دقت کنید که گاهی برخی دانش آموزان علامت حرکت را فراموش می کنند یا طول و عرض را جابه جا می نویسند.

توسعه:



می توانید درباره ی مطالب زیر در کلاس گفت و گو کنید.

- ۱- تجزیه ی بردارها به دو مؤلفه ی اول؛
- ۲- بررسی بردار آزاد (مانند بردار نیرو) و بردار مفید (بردار انتقال)؛
- ۳- یافتن مختصات یکی از ابتدا، انتها و طول با داشتن دوتای دیگر؛
- ۴- یافتن وسط یک بردار با روش های جبری.

تلفیق با سایر دروس:



در این قسمت، می توان به تجزیه ی نیروها به دو مؤلفه اشاره کرد.

تکلیف

۱- با استفاده از شکل مقابل، مختصات هر یک از بردارها را پیدا کنید و تساوی های به صورت $A + B = C$ بنویسید.

۲- بردار زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

۳- بردار زیر را کامل کنید. معنای این بردار چیست؟ انتقال یک مشت.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

جمع متناظر با بردار

در جمع عددهای صحیح دیدیم که

$$(-3) + (+5) = (+2)$$

در جمع بردارها نیز تقریباً مثل جمع اعداد صحیح عمل می شود.

از نقطه ی به مختصات $\begin{bmatrix} -3 \\ +5 \end{bmatrix}$ با بردار انتقال به مختصات $\begin{bmatrix} +5 \\ -3 \end{bmatrix}$ به نقطه ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ می رسیم. بنابراین، می توانیم جمع را بطور جمع بالا را بنویسیم:

$$\begin{bmatrix} -3 \\ +5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +5 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

تکلیف در صورت

جمع متناظر با بردار

شروع کنید:



کلاس را با چند پرسش از جمع عددهای صحیح آغاز کنید و بردار متناظر با جمع ها را روی یک محور اعداد صحیح که روی تخته رسم کرده اید، نمایش دهید؛ سپس، محورهای مختصات و بردار $\begin{bmatrix} +5 \\ -6 \end{bmatrix}$ ابتدا در $\begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix}$ را روی آن رسم کنید و درباره ی چگونگی یافتن این بردار بدون استفاده از شکل در کلاس به گفت و گو بپردازید. می توانید با طرح پرسش هایی مانند «آیا انتهای بردار از ابتدای آن بالاترست یا پایین تر؟ آیا سمت راست، نقطه ی ابتدایی است یا سمت چپ آن ها چند واحد بالاترست؟ چند واحد به طرف چپ رفته است؟ و ...» دانش آموزان را در کشف کردن راه حل یاری دهید.

پس از این که از گفت و گوی کلاسی به نتیجه رسیدید، جمع متناظر با بردار را روی تخته بنویسید و توضیح دهید که برای محاسبه ی حاصل آن باید طول ها را با هم و عرض ها را با هم جمع کرد؛ سپس،

حدس و آزمایش

۱- سارا می‌خواهد به دوستانش هدیه بدهد. اگر او برای هر یک از آنها یک مداد ۲۵۰ تومانی بخرد، ۹۰۰ تومانی ریاضی می‌آورد و اگر مداد ۱۷۵ تومانی بخرد، ۱۰۰ تومانی کم می‌آورد. دوستانش چند نفرند؟

۲- نویسنده مسئله به خود را به جای سارا بگذارد. سعی کرده مسئله را در فعل اجرا کند. - خواننده مسئله چیست؟ **پایان تعداد دوستانی سارا**

۳- انتخاب را همراهی - این مسئله را با تشکیل یک معادله می‌توان حل کرد اما در این جا آن را با استفاده از راهبرد حدس و آزمون حل می‌کنیم.

۴- حل مسئله - حدس را در یک جدول می‌نویسیم تا امکان بررسی آن‌ها بیشتر فراهم شود. پس از بررسی حدس‌های دیگر، بطور منطقی و هدایت شده جواب را انتخاب می‌کنیم.

چون مقدار پول سارا یک عدد منتهی است، در دو حالت باید به یک جواب رسید. پس زمانی که اختلاف دو حالت صفر شود، جواب مسئله را یافته‌ایم.

اختلاف	۲۵۰-۱۷۵	تعداد دوستانی	۱۷۵-۰	تعداد دوستانی	تعداد دوستانی
۷۵	۷۵۰۰	۱۷۵۰	۱۷۵۰	۱۷۵۰	۱۰
۰	۰	۱۷۵۰	۱۷۵۰	۱۷۵۰	۱۵
۷۵	۷۵۰۰	۱۷۵۰	۱۷۵۰	۱۷۵۰	۲۰

پایه جدول را گشتن کند تا جواب درست به دست آید.

۵- باز گشت به عقب - یک بار دیگر جواب را در شرایط مسئله امتحان کنید. - آیا جواب به دست آمده منطقی است؟

حدس و آزمون، یک راه حل برای حل مسائل است که در آن با حدس زدن جواب و بررسی آن، به جواب می‌رسیم. این روش در مسائل که در آن اطلاعات محدود است، بسیار مفید است. در این روش، با حدس زدن جواب و بررسی آن، به جواب می‌رسیم. این روش در مسائل که در آن اطلاعات محدود است، بسیار مفید است.

تکلیف

۱- مشخصات هر یک از برادرهای مقابل را پیدا کنید و متغیر را هر برادر، یک جمع بنویسید.

۲- حاصل جمع‌های زیر را بدست آورید.

۳- در یک بازی با صفحه‌ای نظریتی، سه عدد صفر، یک، دو را از خشت‌های به مشخصات $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ ابتدا ۳ خانه به دست راست و سپس ۴ خانه به دست چپ می‌آورند. بر حرکت دوم، از مهره‌ی خود را ۴ خانه به دست چپ می‌آورند. هر کتبی، مهره‌ی خود را برای تمام خانه است؟ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

۴- زهرا از خواهرش، سیم، ۳۵ سال کوچکتر است. در سال ۱۳۴۰ مجموع سن آن‌ها ۲۵ سال بود. سال تولد هر یک را حساب کنید. ۱۳۵۰ و ۱۳۵۵

۵- از روی پرسشنامه، چند برادر داری. گفت: تعداد خواهرها و برادرهای من ۱۵ نفر است. از برادرش و سارا پرسیدند: تو چند برادر داری؟ پاسخ داد: تعداد خواهرهای من ۲ و از تعداد برادرهای من ۳ است. به نظر شما روی چند برادر و چند خواهر باره ۲ برادر و ۳ خواهر

۶- در محور مشخصات مقابل، در کشتی‌های ۱۱ مشخصات گوناگونی را که با علامت + مشخص شده است، به صورت جری بنویسید. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

دانش‌آموزی که نقطه را انتخاب کرده است، باید با عبارت‌های جنوب، شمال، شرق، غرب و جنوب یا شمال غربی یا شرقی دانش‌آموز دوم را برای رسیدن به نقطه‌ی مورد نظر، راهنمایی کند.

آموزش دهید:

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که برخی از مسایل را می‌توان با استفاده از حدس و آزمون آن، حدس بعدی و ... حل کرد؛ به شرطی که حدس بعدی براساس منطق و دلیل و با استفاده از اطلاعات مسئله و نتایج آزمایش‌های قبلی باشد و ما را به پاسخ مسئله نزدیک‌تر کند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بپرسید که آیا می‌توانند معادله‌ی $x^2 - 3x = 18$ را با استفاده از روش‌هایی که تاکنون آموخته‌اند

حل کنند. از آن‌ها بخواهید برای پاسخ منفی خود دلیل بیاورند؛ مثلاً بگویند «چون مجهول توان‌دار در این معادله هست». در این صورت از آن‌ها بپرسید که آیا می‌توانند معادله‌ی $x^2 = 4$ را حل کنند. اگر نتوانستند، از آن‌ها بخواهید دلیل بهتری برای عدم توانایی در حل معادله‌ی اول ارایه کنند؛ مثلاً بگویند: «در این معادله هم x داریم هم x^2 »؛ سپس، از آن‌ها بخواهید در گروه با استفاده از متن کتاب به طی مراحل چهارگانه‌ی حل مسئله بپردازند، پاسخ معادله را بیابند و درستی یا نادرستی آن را بررسی کنند.

آموزش دهید:

پس از این که دانش‌آموزان مسئله را حل کردند، از آن‌ها بپرسید که چگونه حدس خود را بهتر کردند. به دانش‌آموزان فرصت دهید تا پاسخ‌های خود را در کلاس ارایه دهند. بدین ترتیب، گفت‌وگویی در کلاس ترتیب داده و به آن‌ها فرصت دهید مراحل تفکر خود را بیان کنند؛ سپس برای آن‌ها توضیح دهید که

توصیه‌های آموزشی:



با توجه به این که راهبرد گفته شده در سال اول راهنمایی نیز مطرح شده است، انتظار داریم در کلاس دوم راهنمایی علاوه بر این که دانش‌آموزان حدس‌های منطقی‌تر و بهتری بزنند حدس‌ها و آزمایش‌های خود را به شکل مناسبی ارائه کنند (از جمله تشکیل جدول).

مسئله‌ی موازی:



۱- دو دهقان در مجموع ۱۵ مرغ داشتند. آن‌ها مرغ‌ها را به بازار بردند و فروختند و با این که تعداد مرغ‌هایشان برابر نبود، هر دو بابت فروش کالای خود مبلغ یکسانی دریافت کردند! اولی گفت: اگر من به اندازه‌ی تو مرغ داشتم، الان ۵۴۰۰ تومان پول داشتم! دومی گفت: اگر من به اندازه‌ی تو مرغ داشتم، الان ۲۴۰۰ تومان پول داشتم! اولی چند مرغ داشته است؟



پس از حل کردن مسئله‌ی بالا، همین مسئله را درباره‌ی سه قورباغه‌ی قهوه‌ای و سه قورباغه‌ی سبز حل کنید. توجه داشته باشید که این مسئله کمی پیچیده است و بهتر است برای حل کردن آن به جز حدس و آزمایش، از یکی از راهبردهای جدول نظام‌دار یا ضعف حالت‌های نامطلوب هم کمک بگیرید.



حدس و آزمایش، از راهبردهای قابل قبول حل مسئله‌اند؛ به شرطی که فرایند ذهنی و مراحل تفکر را که سبب بهتر شدن حدس‌ها و رسیدن به پاسخ شده است، بتوان بیان کرد.

ادامه دهید:



از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی دوم را با دقت بخوانند و آن را طی چهار مرحله‌ی مشخص شده در کتاب، حل کنند.

مشاهده کنید:



هنگامی که دانش‌آموزان به حل کردن مسئله مشغول‌اند، شما می‌توانید به مشاهده‌ی برخی از آن‌ها بپردازید. آیا هر یک از دانش‌آموزان دلیل انتخاب راهبرد را می‌دانند؟ آیا از راهبرد حدس و آزمایش به درستی استفاده می‌کنند؟ آیا می‌توانند با استفاده از جدول، مراحل تفکر و دلایل حدس‌های بعدی را بیان کنند؟ آیا نظریات و حدس‌های خود را در گروه مطرح می‌کنند؟ آیا از نظریات دیگران استفاده می‌کنند؟ آیا در مسیر یافتن پاسخ حرکت می‌کنند؟

۲- در شکل بالا، هر قورباغه فقط می‌تواند به سمت جلو یا یک خانه به جلو برود یا از روی یک قورباغه‌ی دیگر بپرد. دو تا قورباغه هم نمی‌توانند با هم روی یک برگ باشند. آن‌ها را طوری حرکت دهید که جای قورباغه‌های قهوه‌ای و سبز عوض شود.



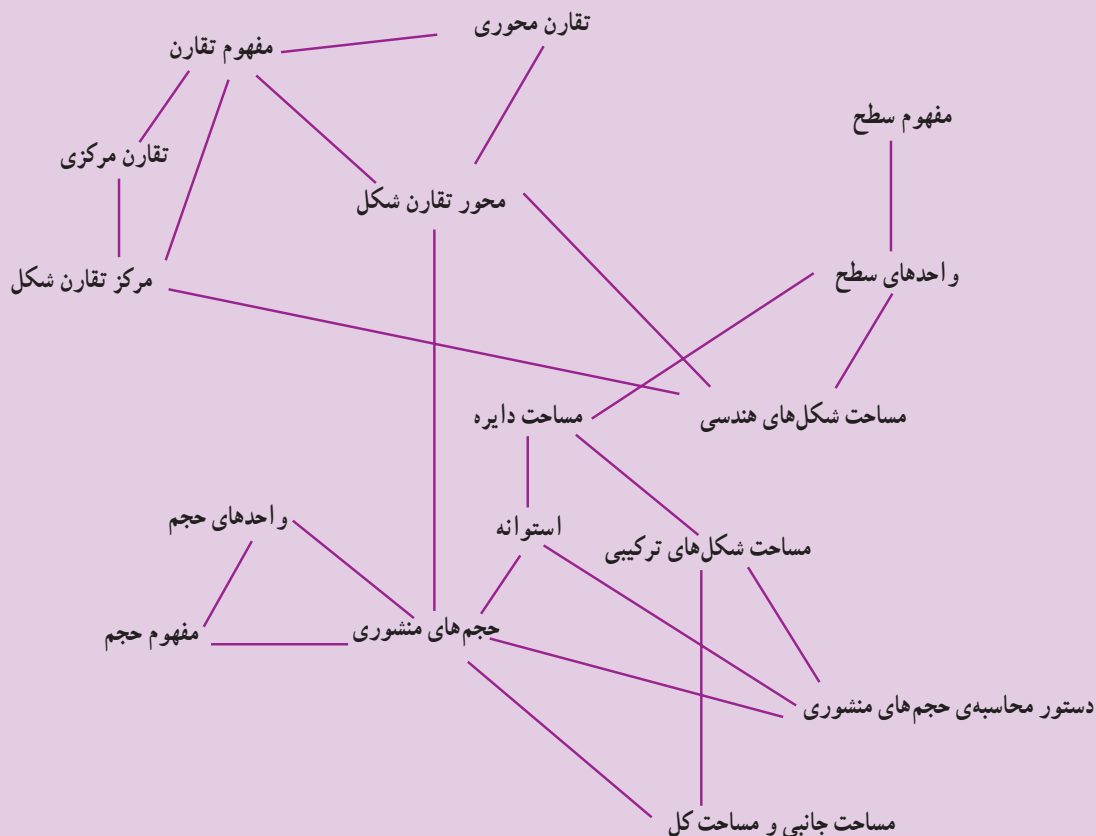
هندسه ی ۲

فصل آخر کتاب به هندسه اختصاص دارد. این فصل از سه درس تشکیل شده است؛

بخش اول، یادآوری مفاهیم مربوط به مساحت و واحدهای سطح و پیدا کردن مساحت شکل های هندسی است. در این بخش، به مساحت دایره و بخشی از یک دایره بیشتر توجه شده است. در قسمت دوم، ضمن یادآوری نحوه ی پیدا کردن قرینه ی یک شکل نسبت به محور و مرکز تقارن، محور و مرکز تقارن یک شکل

مطرح می شود.

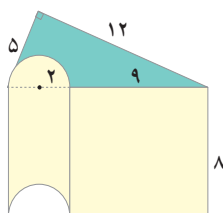
در آخر نیز مفهوم حجم و واحدهای حجم یادآوری می گردد و نحوه ی پیدا کردن حجم های منشوری و دستور محاسبه ی حجم آموزش داده می شود. آن گاه استوانه که یک حجم منشوری است و مساحت جانبی و مساحت کل منشورها نیز مطرح می گردد. مفاهیم و محتوای این فصل به صورت زیر با هم در ارتباط اند. همچنین، در این فصل رسم ۷ وجود دارد.



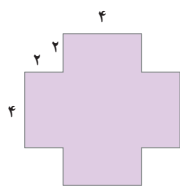
در نیمسال اول، با توجه به این که در زمان امتحانات کلاس‌های درس دایر است، زمان‌بندی تا پایان دی‌ماه ارایه شده است؛ با توجه به این مسئله که فرصتی برای انجام دادن تمرین‌های دوره‌ای ۱ نیز منظور شود. اما از آن‌جا که پایان اردیبهشت ماه، زمان پایان تدریس و آموزش است، هفته‌های آخر اردیبهشت برای حل تمرین‌های دوره‌ای ۲ و آمادگی برای امتحان پایان سال در نظر گرفته شده است.

نمونه سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱- حجم شکل زیر را پیدا کنید (ابتدا مساحت قاعده را پیدا کنید).



۲- آیا شکل زیر، محور تقارن دارد؟ با استفاده از مفهوم تقارن محوری، مساحت شکل را پیدا کنید.



۳- قرینه‌ی شکل را نسبت به مرکز تقارن O پیدا کنید. مساحت شکل حاصل (شکل پایین و قرینه‌ی آن) را به دست آورید.

اگر شکل حاصل، قاعده‌ی یک حجم به ارتفاع 10° باشد، حجم، مساحت جانبی و مساحت کل را پیدا کنید.



مهم‌ترین ارتباط مفاهیم این بخش، به دستور محاسبه‌ی حجم‌های منشوری و ارتباط آن با مساحت شکل‌های هندسی مربوط می‌شود. حجم منشوری برابر است با مساحت قاعده در ارتفاع است. بنابراین، برای محاسبه‌ی حجم ابتدا باید مساحت را یافت و سپس در قاعده ضرب کرد. همچنین، محاسبه‌ی مساحت جانبی و مساحت کل نیز به مفهوم سطح و پیدا کردن مساحت شکل‌های هندسی مربوط می‌شود.

علاوه بر ارتباط‌های درونی، محتوای این فصل به فصل پیش نیز مربوط می‌شود. در این قسمت، انتظار داریم که دانش‌آموزان دستورهای محاسبه‌ی مساحت و حجم شکل‌های هندسی را با استفاده از عبارت‌های جبری مشخص کنند. پس از نوشتن رابطه‌ی محاسبه‌ی مساحت یا حجم، عددهای داده شده در رابطه ازاء گذاری می‌شوند و در واقع، مقدار عددی عبارت به دست می‌آید.

زمان بندی

فروردین ماه

هفته‌ی سوم: مفهوم مساحت - مساحت شکل‌های

هندسی

هفته‌ی چهارم: مساحت دایره

اردیبهشت ماه

هفته‌ی اول: تقارن محوری - تقارن مرکزی

هفته‌ی دوم: تقارن (ادامه) - رسم ۷ - واحد حجم

هفته‌ی سوم: محاسبه‌ی حجم‌های منشوری - منشور

هفته‌ی چهارم: حل کردن تمرین‌های درس حجم - تمرین

دوره‌ای ۲

مساحت

موضوعات در یک نگاه

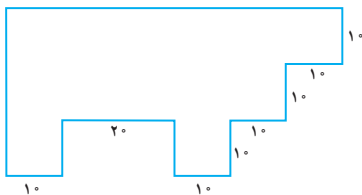
این بخش شامل سه درس است؛ در درس اول، مفهوم مساحت (اندازه‌ی سطح) و لزوم استفاده از واحد و واحد استاندارد – مثل سانتی‌متر مربع – یادآوری می‌شود. در درس دوم، دستور محاسبه‌ی مساحت شکل‌های هندسی یادآوری می‌گردد و دانش‌آموزان مساحت شکل‌های هندسی ترکیبی را نیز به دست می‌آورند. درس سوم برمساحت دایره تأکید بیشتری دارد. پس از یادآوری دستور محاسبه‌ی مساحت دایره، چگونگی پیدا کردن مساحت قسمتی از دایره آموزش داده می‌شود.

اهداف

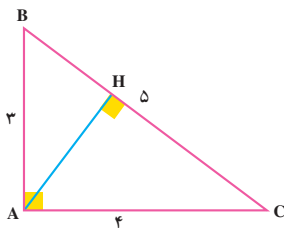
- در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- مفهوم مساحت و واحد سطح را درک کند.
 - ۲- دستور محاسبه‌ی مساحت مستطیل، مربع، متوازی‌الاضلاع، لوزی و دوزنقه را به دست آورد و با عبارت‌های جبری بیان کند.
 - ۳- دستور محاسبه‌ی مساحت شکل‌های هندسی را در پیدا کردن مساحت شکل‌های هندسی به کار برد.
 - ۴- دستور محاسبه‌ی مساحت دایره را به دست آورد و با عبارت جبری بیان کند.
 - ۵- دستور محاسبه‌ی مساحت دایره را در پیدا کردن مساحت دایره یا قسمتی از آن به کار برد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱- مساحت شکل زیر را پیدا کنید.



۲- در شکل زیر، ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه را پیدا کنید.



۳- مساحت قسمت هاشور خورده بیشتر است یا مستطیل سفید؟ حدس بزنید. طول و عرض مستطیل‌ها را اندازه بگیرید و درستی حدس خود را بررسی کنید.

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
مساحت واحد سطح	اطلاق شفاف که با واحدهای سانتی متر مربع شطرنجی شده است.	انجام فعالیت برای درک لزوم استفاده از واحد برای اندازه‌گیری سطح انجام کار در کلاس برای یادآوری به کار بردن واحد سطح و بقای سطح	<ul style="list-style-type: none"> لزوم واحد برای اندازه‌گیری سطح را درک کند. مساحت شکل‌های غیر هندسی را به طور تقریبی بیان کند. واحد استاندارد اندازه‌گیری سطح را درک کند. مفهوم بقای سطح را درک کند. 	<ul style="list-style-type: none"> مفهوم مساحت واحد سطح بقای سطح 	۱۷۱ ۱۷۲	مساحت
دستور ساخت	شکل‌های هندسی ساخته شده با مقوا	<ul style="list-style-type: none"> انجام فعالیت برای نتیجه‌گیری دستور مساحت متوازی‌الاضلاع با توجه به مساحت مستطیل و دستور مساحت مثلث با توجه به مساحت متوازی‌الاضلاع انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن مساحت شکل‌های هندسی انجام فعالیت برای نتیجه‌گیری دستور مساحت دوزنقه و لوزی 	<ul style="list-style-type: none"> دستور محاسبه‌ی مساحت متوازی‌الاضلاع را با استفاده از دستور محاسبه‌ی مستطیل، نتیجه بگیرد. دستور محاسبه‌ی مساحت مثلث را با استفاده از دستور محاسبه‌ی مساحت متوازی‌الاضلاع، نتیجه بگیرد. دستور محاسبه‌ی مساحت دوزنقه را با استفاده از دستور محاسبه‌ی مساحت متوازی‌الاضلاع، نتیجه بگیرد. دستور مساحت لوزی را با استفاده از دستور محاسبه‌ی مساحت مثلث، نتیجه بگیرد. دستورهای محاسبه‌ی مساحت شکل‌های هندسی را با عبارت‌های جبری بیان کند. دستورهای محاسبه‌ی مساحت شکل‌های هندسی را در پیدا کردن مساحت شکل‌ها و مسایل به کار برد. 	دستور مساحت شکل‌های هندسی	۱۷۲ ۱۷۳ ۱۷۴ ۱۷۵ ۱۷۶ ۱۷۷	مساحت شکل‌های هندسی
عدد پی	شکل دایره که به ۶، ۱۲ و ۱۸ تقسیم شده است.	<ul style="list-style-type: none"> انجام فعالیت برای نتیجه‌گیری دستور محاسبه‌ی مساحت دایره انجام کار در کلاس برای تمرین به کار بردن دستور مساحت دایره 	<ul style="list-style-type: none"> دستور محاسبه‌ی مساحت دایره را نتیجه‌گیری کند. دستور محاسبه‌ی مساحت دایره را با عبارت جبری نشان دهد. دستور محاسبه‌ی مساحت دایره را در پیدا کردن مساحت شکل‌ها به کار برد. 	<ul style="list-style-type: none"> مساحت دایره مساحت قسمتی از دایره 	۱۷۷ ۱۷۸ ۱۷۹ ۱۸۰	مساحت دایره