مساحت و عدد π

مصری‌ها، عدد π (یعنی نسبت محیط دایره بر قطر آن) را ۳/۱۶ و رومی‌های کهن آن را ۳/۱۲ به حساب می‌آوردند. نخستین کسی که به‌صورت علمی به محاسبه‌ی عدد π پرداخت، **ارشمیدس** (سده‌ی سوم پیش از میلاد) بود که مقدار تقریبی آن را $۳\frac{۱}{۷}$ گرفت. پس از ارشمیدس، **جمشید کاشانی**، ریاضی‌دان ایرانی، که در سده‌ی چهاردهم و سده‌ی پانزدهم میلادی در کاشان و سمرقند به‌کار علمی مشغول بود، عدد π را تا ۱۶ رقم درست ده‌دهی پیدا کرد. کاشانی، محیط دایره را میانگین عددی محیط چندضلعی‌های منظم درونی و بیرونی دایره را با ۳×۲^n ضلع، درنظر می‌گیرد. او n را برابر ۲۸، یعنی چندضلعی‌های منظم درونی و بیرونی دایره را با ۸۰۵۳۰۶۳۶۸ ضلع درنظر می‌گیرد و عدد π را تا ۱۶ رقم درست بعد از ممیز محاسبه می‌کند؛ عدد π که کاشانی محاسبه می‌کند چنین است:

$$\pi = ۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳۲$$

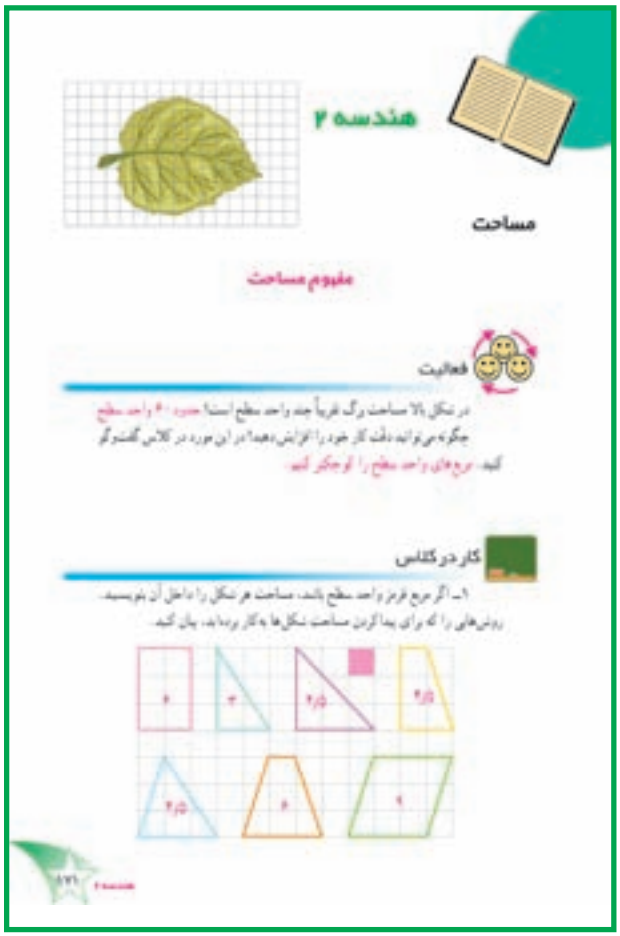
پس از کاشانی، **لودولف** عدد π را تا ۳۵ رقم پس از ممیز و در سال ۱۸۷۳ میلادی **نه‌کی شنکس** تا ۷۰۷ رقم بعد از ممیز، در سال ۱۹۴۶ و ۱۹۴۷ **فرگوسن** از دانشگاه منچستر با کمک **رنچ** از واشنگتن آن را تا ۸۰۸ رقم بعد از ممیز پیدا کردند که معلوم شد، محاسبه‌ی **شنکس** از رقم ۵۲۸ به بعد اشتباه بوده است.

برای این که محیط دایره‌ای با قطر خط استوا را به‌دست آوریم، کافی است عدد π را تا ۹ رقم بعد از ممیز درنظر بگیریم تا محیط آن با دقت یک سانتی‌متر به‌دست آید. برای محاسبه‌های عادی، کافی است عدد π را ۳/۱۴ بگیریم و اگر به‌دقت بیشتری نیاز داریم، آن را ۳/۱۴۱۶ درنظر بگیریم (رقم آخر را به جای ۵، عدد ۶ گرفته‌ایم؛ زیرا رقم بعد از ۵، عدد ۹ است).

عدد π، قابل تبدیل به پاره‌خط راست نیست؛ زیرا عددی «گنگ و غیرجبری» است؛ یعنی، نمی‌تواند ریشه‌ی هیچ معادله‌ای با ضریب‌های گویا باشد. عدد گنگ رادیکالی مانند $\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۳}$ و حتی عددی مانند $\sqrt{۲-\sqrt{۲+\sqrt{۲+\sqrt{۲+\sqrt{۲}}}}}$ را می‌توان با خط‌کش و پرگار به پاره‌خط راست تبدیل کرد ولی عدد π یا عبارتی را که شامل عدد π باشد، نمی‌توان با خط‌کش و پرگار رسم کرد. مسئله‌ی به مربع درآوردن دایره که به مسئله‌ی «تربیع دایره» معروف است، به رسم همین عدد π با خط‌کش و پرگار منجر می‌شود.

در مدت دو هزار سال، ریاضی‌دانان برای حل مسئله‌ی تربیع دایره می‌کوشیدند؛ به‌ویژه در سده‌های ۱۷ و ۱۸، انواع گوناگون حلّ مسئله‌ی تربیع دایره مطرح شد. در این زمینه، ریاضی‌دانان تنها نبودند بلکه کسانی هم که از ریاضیات آگاهی اندکی داشتند، به جمع ریاضی‌دانان پیوستند. از سراسر اروپای غربی، از هر منطقه صدها نامه به «فرهنگستان علوم پاریس» می‌رسید که نویسندگان آن‌ها مدعی بودند می‌توانند مسئله‌ی تربیع دایره را به یاری خط‌کش و پرگار حل کنند؛ تا این که فرهنگستان در سال ۱۷۵۵ اعلام کرد که از آن پس، هیچ مطلبی را درباره‌ی تربیع دایره نمی‌پذیرد.

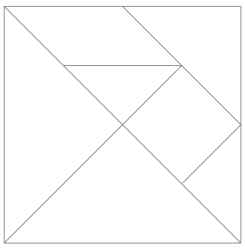
در نیمه‌ی دوم سده‌ی نوزدهم، سرانجام مسئله‌ی تربیع دایره حل شد. ولی از جهت منفی فردیناند فون لیندمان (Lindeman)، ریاضی‌دان آلمانی، در سال ۱۸۸۲، غیرجبری بودن عدد π را ثابت و روشن کرد که هرگونه تلاشی برای رسم پاره‌خط راستی به طول π، به کمک خط‌کش و پرگار میسر نیست و در نتیجه، تربیع کنندگان دایره را با بن‌بست مواجه کرد.



مفهوم مساحت

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به الگوی ارائه شده از طرف شما (شکل شماره‌ی ۱)، به کمک کاغذ یا مقوا، ۷ قطعه‌ی تانگرام بسازند. سپس با این قطعات به دلخواه یک شکل طراحی کنند (می‌توانید برای هیجان بیشتر یکی از اشکال تانگرام را به کلاس نشان دهید و در ابتدا ازدانش‌آموزان بخواهید آن را بسازند). پس از طراحی شکل‌ها توسط هر کلاس، از دانش‌آموزان بخواهید مشخص کنند که کدام طرح مساحت بیشتری دارد. این موضوع را به بحث بگذارید (می‌دانیم که مساحت همگی یکسان بوده و برابر همان مربع اولیه است.)



شکل (۱)

شروع کنید:

پس از آمادگی نسبی کلاس، بدون توضیح و با توجه به بحث‌های مطرح شده در ابتدای کلاس، از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را به دقت حل کنند و نظر خود را در مورد سؤال طرح شده بنویسند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، یادآوری مفهوم واحد مساحت است. دانش‌آموزان باید روش مناسبی برای شمارش تعداد واحدها پیدا کنند و تعداد واحد حاشیه‌ی برگ را به‌صورت تقریبی به‌دست آورند.

از دیگر اهداف این فعالیت، ایجاد احساس نیاز به واحدهای فرعی برای اندازه‌گیری است.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ دانش‌آموزان ممکن است روش‌های مختلفی برای شمارش انتخاب کنند. بررسی نظریات آنان در این مورد، برای کلاس بسیار مفید است.

۲ــ پاسخ‌های متفاوت دانش‌آموزان به سؤال پایانی فعالیت، باید در کلاس مورد توجه قرار گیرد. داشتن عکس‌العمل مناسب در برابر همه‌ی پاسخ‌ها، انگیزه‌ی دانش‌آموزان را برای شرکت در بحث‌های کلاسی تقویت خواهد کرد.

ادامه دهید:

پس از بحث و بررسی فعالیت، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

هدف از سؤال ۱، شمارش واحد سطح در یک شکل است. شمارش تعداد واحدهای حاشیه‌ی شکل‌ها اهمیت دارد.

هدف اصلی سؤال ۲، آماده کردن دانش‌آموزان برای محاسبه‌ی مساحت اشکال هندسی است. در این سؤال، درک این مفهوم که «جابه‌جایی تکه‌های یک شکل، مساحت آن را تغییر نخواهد داد» موردنظر است (بقای سطح).

توصیه‌های آموزشی:

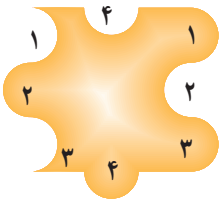
۱ــ برای دانش‌آموزان توضیح دهید که اصولاً هر شکلی (شکل مسطح) می‌تواند واحد اندازه‌گیری مساحت باشد ؛ مثلاً یک لوزی یا یک دایره و ... ولی مشکل این انتخاب، در نحوه‌ی مفروش کردن اشکال با آن واحد است، برای مثال، نمی‌توان یک سطح را با دایره به‌طور کامل پوشاند یا حاشیه‌ی شکل‌ها به کمک مثلث یا لوزی به سادگی پوشانده نمی‌شود ؛ بنابراین، مربع به‌عنوان واحد سطح انتخاب شده است.

توسعه:

چند واحد غیرمربع برای سطح پیشنهاد کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مساحت اشکال مطرح شده را بیابند. برای نمونه به اشکال زیر توجه کنید.

تلفیق با سایر دروس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید شکل‌هایی طراحی کنند که به کمک آن‌ها بتوان یک سطح را پوشاند ؛ برای مثال، طرح موریس اِشر را درکلاس معرفی کنید.



۲ــ در سؤال ۲ می‌توانید درمورد تغییر محیط اشکال هم مساحت بحث کنید.

۳ــ با توجه به سؤال ۱ و فعالیت قبلی، احساس نیاز به واحدهای فرعی سطح را نیز در دانش‌آموزان به‌وجود آورید.

۴ــ از دانش‌آموزان بخواهید یک نقشه‌ی ایران تهیه کنند و با استفاده از واحد دلخواهشان نسبت مساحت استان خود را به کل کشور به‌دست آورند ؛ سپس، با استفاده از اطلاعات آماری، نسبت جمعیت استان خود را به کل کشور محاسبه کنند. آن‌گاه این دو نسبت را با هم مقایسه کرده و نتیجه‌گیری کنند.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید نقشه‌ای ازحیاط مدرسه تهیه کنند و با اندازه‌گیری اجزای این نقشه، مساحت آن را به‌دست آورند ؛ سپس، با تحقیق درمورد هزینه‌ی آسفالت هر مترمربع، پیش‌بینی کنند که هزینه‌ی آسفالت کردن حیاط مدرسه چه قدر می‌شود. (این پروژه را می‌توانید با مراحل تأسیس شرکت و تهیه‌ی آرم، ثبت شرکت و شرکت در مناقصه‌ی مدرسه، برای دانش‌آموزان جذاب‌تر کنید.)

۲ــ به همین صورت، از دانش‌آموزان بخواهید هزینه‌ی رنگ زدن دیوارهای مدرسه یا نرده‌های آن و یا چیزهای مشابه را به دست آورند.

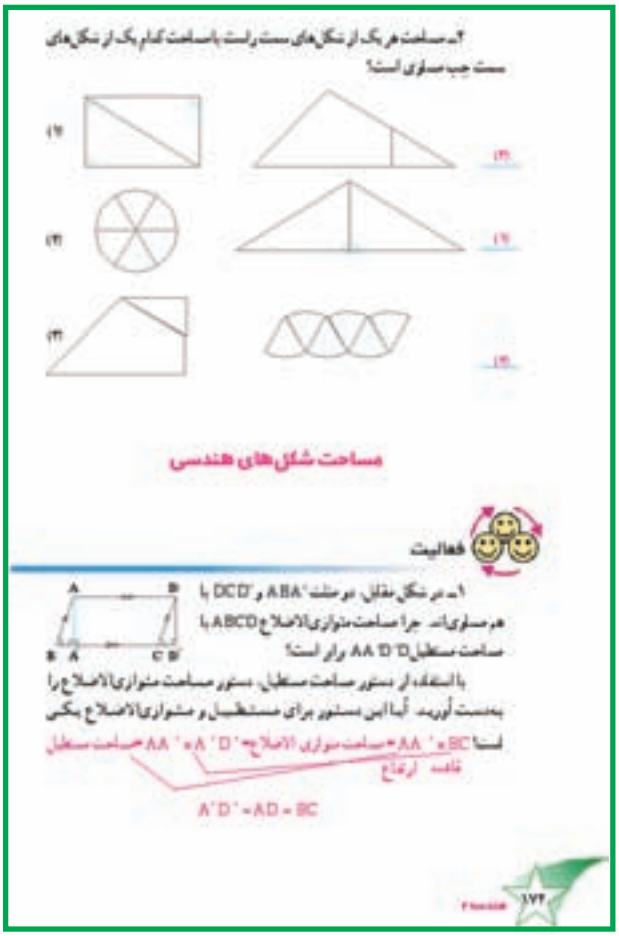
فعالیت موازی:

محاسبه‌ی مساحت سایه‌ی دانش‌آموزان یا کف دست و کف پای آن‌ها در حیاط مدرسه نیز می‌تواند مفهوم مساحت را یادآوری کند.

این فعالیت را می‌توان جایگزین فعالیت آغازین درس کرد. که البته درصورت وجود شرایط لازم و زمان مناسب برای اجرا مفید خواهد بود.

بپرسید!

پس از پایان بحث، از دانش‌آموزان بپرسید : « آیا دو شکل نابرابر می‌توانند مساحت یک‌سان داشته باشند؟» این سؤال را در کلاس به بحث بگذارید و درس را خاتمه دهید.



مساحت شکل‌های هندسی

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک درس تساوی مثلث فعالیت را پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

هدف اصلی فعالیت، کشف ارتباط بین مساحت مستطیل، متوازی‌الاضلاع و مثلث است. دانش‌آموزان با توجه به تجربه‌های درسی گذشته و استدلال ریاضی این فعالیت، باید این رابطه را کشف کنند.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ هدف این فعالیت، نوشتن رابطه‌ها به‌صورت جبری نیست ؛ بنابراین دانش‌آموزان را در نحوه‌ی بیان رابطه بین مساحت مستطیل، متوازی‌الاضلاع و دو مثلث آزاد بگذارید.

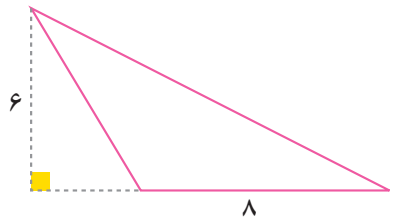
۲ــ استدلال‌های ریاضی ــ ازجمله تساوی مثلث‌ها ــ اهمیت دارد.

۳ــ از دانش‌آموزان بخواهید روی کاغذ، متوازی‌الاضلاع و مثلث‌های دیگری را رسم کنند و به کمک انطباق، نتیجه‌ی به‌دست آمده را بررسی نمایند.

۴ــ به نحوه‌ی نوشتن و محاسبه‌ی دانش‌آموزان دقت کنید. پیشنهاد می‌شود از ابتدا دانش‌آموزان را به نوشتن منظم عادت دهید ؛ برای مثال، تمرین اوّل را این گونه بنویسید :

$$S=\frac{۱}{۲}\times a\times h$$

$$S=\frac{۱}{۲}\times \overset{۳}{\cancel{۶}}\times ۸=۲۴$$

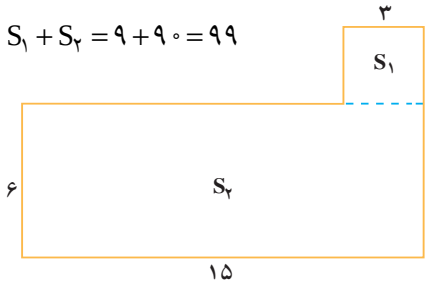


۵ــ نحوه‌ی نوشتن در تمرین‌های ترکیبی نیز بسیار اهمیت دارد ؛ برای مثال، پیشنهاد می‌شود در مورد تمرین زیر بدین صورت عمل شود :

$$S_۱=a\times a=۳\times ۳=۹$$

$$S_۲=a\times b=۶\times ۱۵=۹۰$$

$$S=S_۱+S_۲=۹+۹۰=۹۹$$



۶ــ به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید که ابتدا رابطه‌ی موردنظر خود را بنویسند و سپس، با ازاءگذاری در آن، پاسخ را به‌دست آورند.

۷ــ برخی از دانش‌آموزان بدون توجه به مفهوم علامت مساوی (=)، محاسبات خود را پشت سرهم می‌نویسند ؛ برای مثال، تمرین اول را این‌گونه حل می‌کنند.

$۶ \times ۸ = ۴۸ \div ۲ = ۲۴$

این عبارت از نظر ریاضی نادرست است. هنگام بررسی پاسخ کار در کلاس، این موضوع را درکلاس به‌بحث بگذارید.

ادامه دهید:

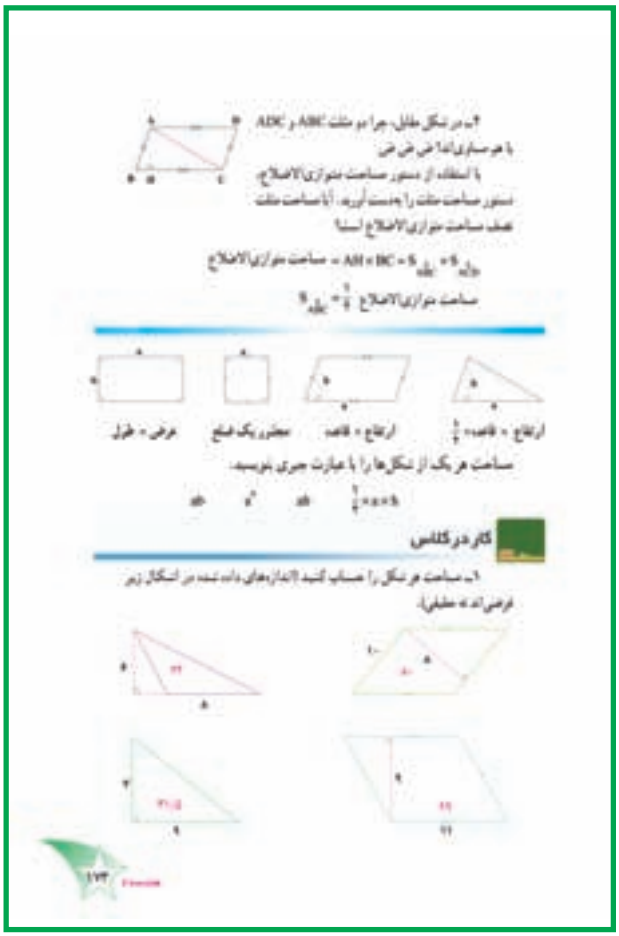
پس از بررسی فعالیت، از دانش‌آموزان بخواهید به کمک نام‌گذاری‌های انجام شده و دانسته‌های خود، مساحت هر یک از اشکال را به‌صورت یک عبارت جبری بنویسند. به آن‌ها یادآوری کنید که هر عبارت جبری در حقیقت بیان یک دستورالعمل به زبان ریاضی است که در آن به جای کلمات از حروف استفاده می‌شود.

می‌توانید حرف S را به‌جای مساحت به دانش‌آموزان معرفی کنید و برای مثال، رابطه‌ی مستطیل را این‌گونه بنویسید؛

$S = a \times b$

مساحت

پس از بررسی رابطه‌های دانش‌آموزان، از آن‌ها بخواهید به کمک نتایج به‌دست آمده، به کار در کلاس پاسخ دهند.



هدف کار در کلاس:

هدف اصلی تمرین‌ها، استفاده از رابطه‌ی مناسب برای هر شکل و تشخیص درست قاعده و ارتفاع است.

در اشکال صفحه‌ی دوم، ترکیب چند شکل مطرح شده است و هدف، تقسیم این شکل‌ها به اشکال هندسی و محاسبه‌ی مساحت آن‌هاست.

توصیه‌های آموزشی:

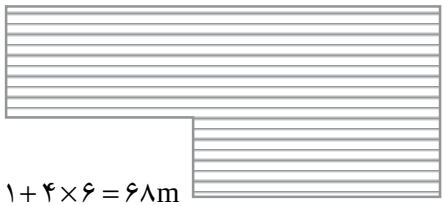
در حلّ تمرین‌ها و مسایل این قسمت به نکات زیر توجه کنید.

۱ــ در تمرین‌های این صفحه اشکالی ترکیبی مطرح شده‌اند که البته با روش‌های خلاقانه‌ی بسیار ساده قابل حل‌اند. همواره توجه داشته باشید که هر دانش‌آموز آزاد است که به دلخواه، خود روش حل مسئله را انتخاب کند.

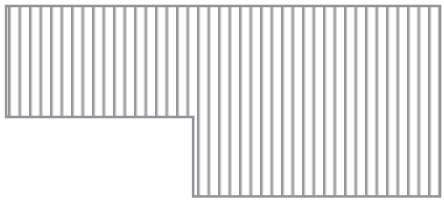
۲ــ در مسایل طرح شده، انتخاب راهبرد مناسب اهمیت دارد. راهبرد رسم شکل و تشکیل معادله، در این مسایل راه‌گشاست.

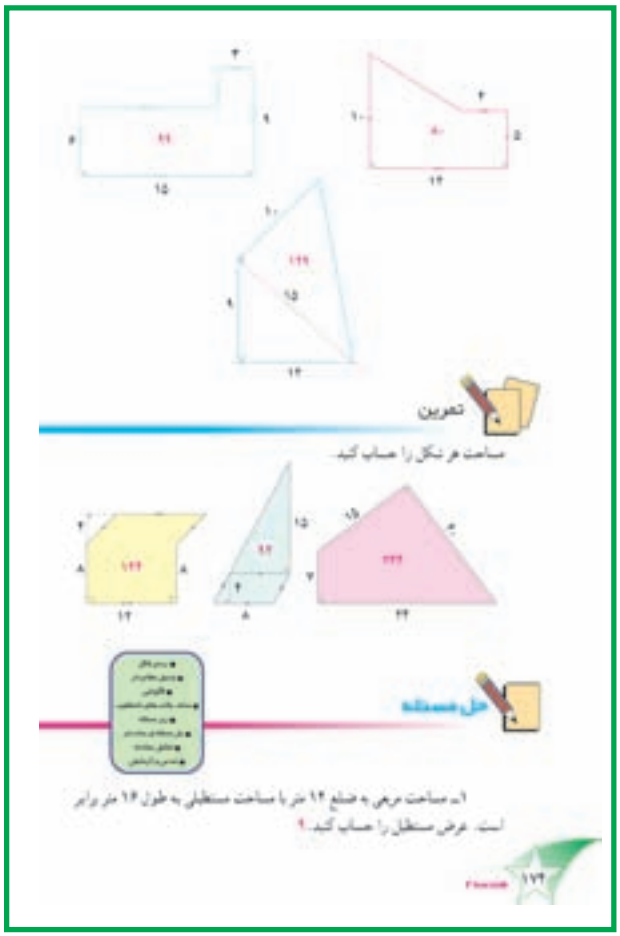
۳ــ مسئله‌ی ۵ یک مسئله‌ی کاربردی است و دانش‌آموزان باید توجه داشته باشند که لزوماً حاصل تقسیم کل مساحت بر طول ۱/۷ پاسخ مسئله نیست بلکه باید مقدار نیاز به متراژ گونی محاسبه شود. یکی از راه‌های محاسبه این است (به کمک راهبرد رسم شکل):

$۴ \times ۱۲ + ۳ \times ۶ = ۶۶m$



$۴ \times ۱۱ + ۴ \times ۶ = ۶۸m$





دانش‌آموزان ممکن است راه‌های مختلف دیگری را مطرح کنند. گفت‌وگو درباره‌ی این راه‌حل‌ها بسیار مهم است.

۴ــ مسئله‌ی ۷ نیز یک مسئله‌ی کاربردی است. انتخاب نوع تقسیم‌بندی ورقه‌ی آهن بسیار اهمیت دارد. طرح بحث قالب‌ریزی و دورریز در صنعت می‌تواند به درک بهتر این مسئله کمک کند. رسم شکل، راهبرد مناسبی برای حلّ این مسئله است.

ادامه دهید:

پس از بحث و بررسی در مورد تمرین‌ها و مسایل، از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت صفحه‌ی ۱۷۶ را حل کنند.

هدف فعالیت:

هدف، بیان رابطه‌ی مساحت ذوزنقه با متوازی‌الاضلاع و لوزی با مثلث است که در نهایت، باعث کشف رابطه‌ی کلی مساحت این دو شکل خواهد شد.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ با توجه به وضعیت کلاس، می‌توانید برای انجام دادن فعالیت از مقوا و قیچی استفاده کنید و شکل‌های رسم شده در کتاب را در کلاس بسازید.

۲ــ در این فعالیت، هدف، بیان رابطه‌ی جبری نیست بلکه کشف ارتباط‌هاست ؛ بنابراین، دانش‌آموزان را در انتخاب نحوه‌ی بیان آزاد بگذارید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به نتایج به‌دست آمده و به کمک عبارت جبری، رابطه‌ی جبری محاسبه‌ی مساحت لوزی و ذوزنقه را به‌دست آورند. به آن‌ها یادآوری کنید که از نمادهای ارایه شده در کتاب استفاده کنند ؛ سپس، به کمک این رابطه‌ها به حل کردن کار در کلاس بپردازند.

هدف کار در کلاس :

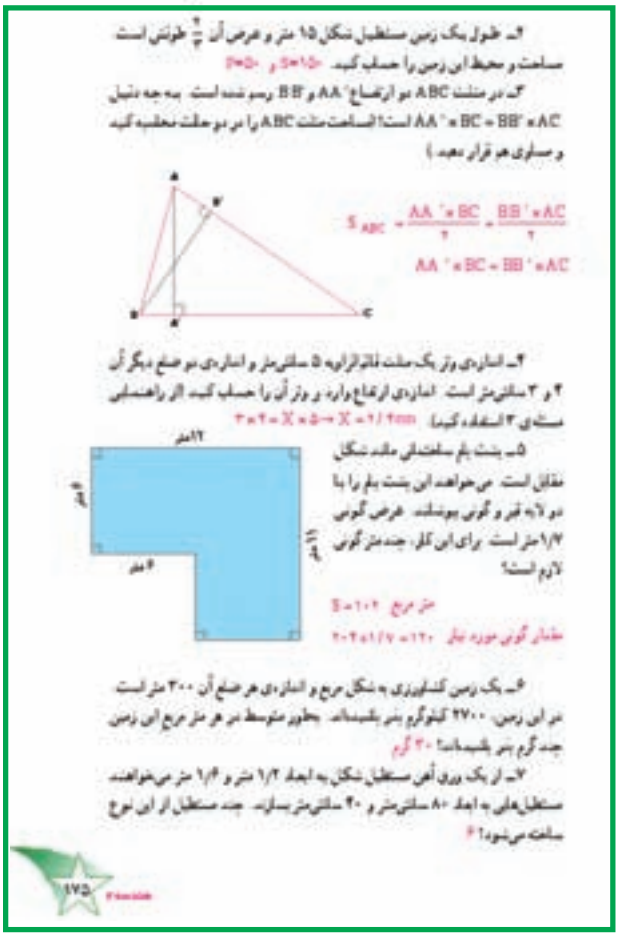
هدف، استفاده از رابطه‌های مساحت و محاسبه‌ی مساحت شکل‌های داده شده است. در کنار این هدف اصلی، دقت در محاسبه و صحیح نوشتن روابط نیز موردنظر است.

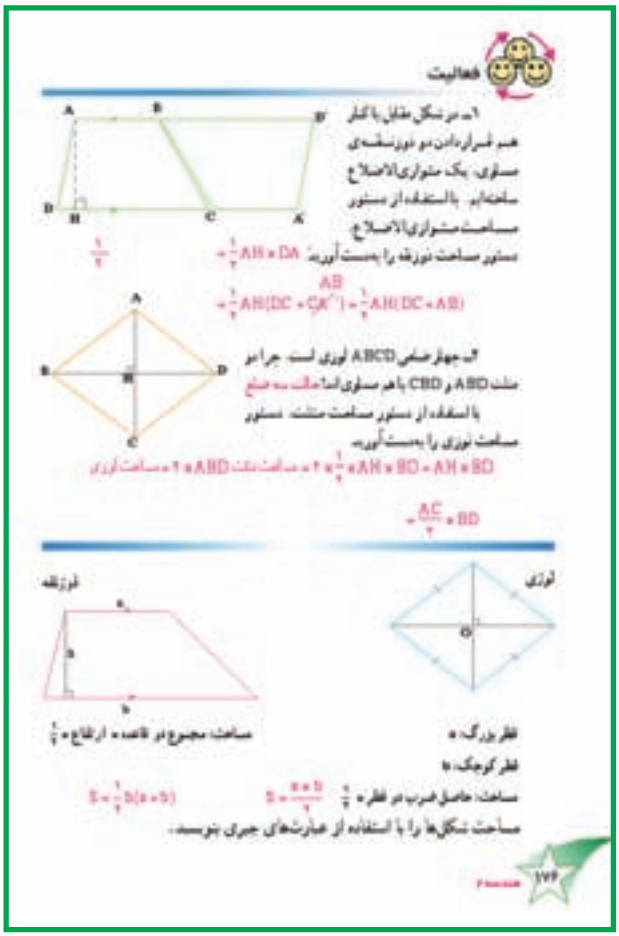
توصیه‌های آموزشی:

۱ــ در شکل اول، چون مربع نوعی لوزی است، با دانستن طول قطر آن، مساحت را نیز می‌توان محاسبه کرد. از دانش‌آموزان بخواهید طول ضلع مربع را پس از محاسبه‌ی مساحت به‌دست آورند.

۲ــ به طریقه‌ی نوشتن دانش‌آموزان توجه کنید ؛ یادگیری درست‌نویسی در ریاضی با همین تمرین‌ها امکان‌پذیر است. از آن‌ها بخواهید ابتدا رابطه‌ی جبری مورد نظر خود را بنویسند و سپس، مقدار عددی را جایگزین کنند.

۳ــ به دانش‌آموزان نشان دهید که شکل‌های مختلف ممکن است چند ارتفاع داشته باشند که محاسبه‌ی مساحت با هرکدام از آن‌ها نتیجه‌ی یک‌سان دارد. این موضوع در اشکال مثلث و متوازی‌الاضلاع بسیار مورد استفاده است.





۴ــ معمولاً در محاسبه‌ی مساحت ذوزنقه، ضریب $\frac{1}{2}$ فراموش می‌شود ؛ در کلاس، بر این موضوع تأکید کنید.

توسعه:

طرح این فعالیت در کلاس باعث تقویت مهارت کشف و استدلال دانش‌آموزان خواهد شد.

الف) یک مستطیل $3cm \times 2cm$ را درنظر بگیرید ؛ آن را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید، به گونه‌ای که با کنار هم قرار دادن آن‌ها بتوان اشکال زیر را ساخت.

۱ــ یک متوازی‌الاضلاع ؛

۲ــ یک مثلث با قاعده‌ی 6cm ؛

۳ــ یک مثلث با قاعده‌ی 4cm ؛

ب) سپس، یکی از قطعات را به دو قسمت تقسیم کنید به‌طوری که با سه قطعه‌ی به‌دست آمده بتوان یک مثلث با قاعده‌ی ۲ سانتی‌متر و یک ذوزنقه به ارتفاع 3cm ساخت.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

۱ــ اگر دانش‌آموزان کلاس با برنامه‌نویسی آشنایی دارند، از آن‌ها بخواهید برنامه‌ای بنویسند که اندازه و نوع شکل را به‌عنوان ورودی درنظر بگیرند و مساحت شکل را محاسبه کنند.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید به کمک یک محیط گرافیکی ساده، یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین رسم کنند و آن‌را به عنوان واحد مساحت درنظر بگیرند. آن‌گاه با کپی کردن آن و چرخاندن شکل واحد، اشکال دیگر را به‌دست آورند و رابطه‌ی مساحت آن را بنویسند ؛ به عبارت دیگر، کوچک‌ترین مربع، مستطیل، لوزی، متوازی‌الاضلاع و ذوزنقه‌ای را که می‌توانند، بسازند و مساحت آن‌را براساس واحد جدید بیان کنند.

مساحت دایره

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید یک دایره رسم کنند ؛ سپس، آن‌را به قطعه‌های دلخواه تقسیم کرده و با چینش جدید، به یکی از شکل‌های اصلی که مساحت آن قابل محاسبه باشد، تبدیل کنند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را به دقت مطالعه کنند و به سؤال‌های آن پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، ایجاد یک تصور ذهنی از نحوه‌ی یافتن رابطه‌ی مساحت و دایره است.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ بهتر است در پایان فعالیت به کمک دانش‌آموزان، رابطه‌ی محاسبه‌ی محیط دایره را در کلاس یادآوری کنید.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید توضیح دهند که افزایش تقسیمات چه مزیتی دارد.

۳ــ می‌توانید به کمک مقوا، تقسیم‌بندی‌های دایره را در کلاس نمایش دهید.

ادامه دهید:

رابطه‌ی مساحت دایره را روی تخته سیاه بنویسید. آن‌گاه آن را به صورت جبری تبدیل کنید و ضمن بیان توضیحات لازم، یک مثال بزنید ؛ سپس، متن کتاب را در کلاس بخوانید و از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس :

هدف از تمرین‌های ۱ و ۲، استفاده از رابطه‌ی مساحت دایره و محاسبه‌ی صحیح آن است.

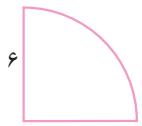
تمرین ۳، علاوه بر هدف پیشین، تشخیص نحوه‌ی محاسبه‌ی مساحت بخشی از دایره نیز موردنظر است.

و تمرین ۴ با هدف ترکیب رابطه‌های مطرح شده و به‌کاربستن آن‌ها طرح‌ریزی شده است.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ به دانش‌آموزان توصیه کنید که در محاسبات، مقدار عدد π را در پایان ساده کردن‌ها ۳/۱۴ درنظر بگیرند ؛ چون ممکن است در طول محاسبه ساده شوند. تمرین ۴ این‌گونه است.

۲ــ به دانش‌آموزان توصیه کنید که قبل از ضرب اعداد در هم، ضرایب موردنیاز را درنظر بگیرند ؛ برای مثال :



$$S=\frac{\pi r^{۲}}{۴}=\frac{\pi\times \overset{۳}{\cancel{۶}}\times \overset{۳}{\cancel{۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۴}}}=۹\times\pi=۹\times ۳/۱۴=۲۸/۲۶$$

اگر دایره را به ۲۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم و قسمت‌ها را در کنار هم قرار دهیم، شکل زیر بدست می‌آید.

چنان‌که مشاهده می‌کنید، هر چه تعداد قسمت‌ها بیشتر باشد، شکل حاصل به مستطیل که مساحت آن با مساحت دایره برابر است نزدیک‌تر می‌شود. طول و عرض این مستطیل چه رابطه‌ای با دایره دارد؟ طول برابر نصف محیط و عرض برابر شعاع است.

عرض مستطیل × طول مستطیل = شعاع × نصف محیط دایره = مساحت دایره

اگر اندازه‌ی شعاع را با r، عدد ۳/۱۴ را با π (پی) و مساحت دایره را با A نشان دهیم:

$A = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$

$A = \pi r^2$

بنابراین، مساحت دایره، برابر است با حاصل‌ضرب عدد π در مجذور شعاع.

با استفاده از رابطه‌ی بدست آمده، می‌توانیم مساحت دایره را پیدا کنیم؛ برای مثال، مساحت دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر برابر است با

$A = \pi r^2$

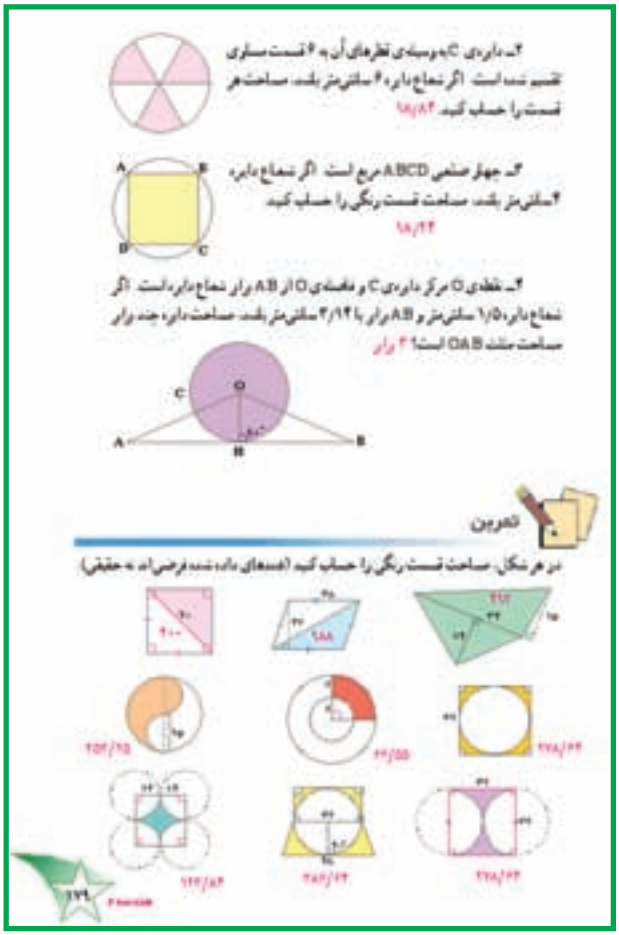
$A = 3/14 \times 3^2$

$A = 3/14 \times 9$

$A = 28/26\ cm^2$

کار در کلاس

۱ـ قطرهای AB و CD رسم شده. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت رنگی را حساب کنید. ۱۲/۵۶



۲ـ دایره‌ی C به وسیله‌ی قطرهای آن به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر شعاع دایره ۶ سانتی‌متر باشد، مساحت هر قسمت را حساب کنید. ۱۸/۸۴

۳ـ چهارضلعی ABCD مربع است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت رنگی را حساب کنید. ۱۸/۲۴

۴ـ نقطه‌ی O مرکز دایره‌ی C و فاصله‌ی O از AB برابر شعاع دایره است. اگر شعاع دایره ۱/۵ سانتی‌متر و AB برابر با ۳/۱۴ سانتی‌متر باشد، مساحت دایره چند برابر مساحت مثلث OAB است؟ ۲ برابر

تمرین

در هر شکل، مساحت قسمت رنگی را حساب کنید (ضلع‌های داده شده فرضی‌اند نه حقیقی).

حل مسئله

۱ـ با یک قطعه سیم به طول ۶۲/۸ سانتی‌متر، دایره‌ای درست کرده‌ایم. مساحت این دایره چند سانتی‌متر مربع است؟ اگر این سیم را به شکل مربع درآوریم، مساحت آن چقدر می‌شود؟ ۳۱۴ دایره، ۲۴۶/۴۹ مربع

۲ـ در متوازی‌الاضلاع ABCD چرا $BC \times AH' = DC \times AH$ است؟

مساحت متوازی‌الاضلاع را در دو حالت به دست می‌آوریم.

۳ـ باغ یک مزرعه‌ی مستطیل شکل ۶۰ متر و ۴۰ متر است. می‌خواهیم دور آن را سه ردیف سیم خاردار بکشیم. برای این کار چند متر سیم لازم است؟ ۶۰۰ متر

۴ـ دور باغ مربع شکلی را چهار ردیف سیم کشیده‌اند. اگر برای این کار ۴۰۰۰ متر سیم به کار رفته باشد، مساحت باغ چند هکتار است؟ ۶۲۵

۵ـ زمینی است به شکل ذوزنقه‌ی قائم‌الزاویه که اندازه‌های قاعده‌ها و ساق قائم آن به ترتیب ۲۰ متر، ۲۵ متر و ۸ متر است. می‌خواهند در ۱/۶ این زمین ساختمان بسازند. چند متر مربع از این زمین برای حیاط باقی می‌ماند؟ ۷۲۰

۳ـ برخی از دانش‌آموزان معمولاً ممیز نهایی محاسبه را فراموش می‌کنند. در کلاس، بر این نکته تأکید کنید.

توسعه:

بحث درباره‌ی سؤال‌هایی از این قبیل، زمینه‌ی مناسبی برای توسعه‌ی این مطلب است:

۱ـ با دو برابر شدن شعاع دایره مساحت آن چه تغییری می‌کند؟

۲ـ با سه برابر شدن قاعده‌ی مثلث، مساحت آن چه تغییری می‌کند؟

فعالیت خارج از کلاس:

۱ـ از دانش‌آموزان بخواهید درمورد عدد π و تاریخچه‌ی کشف آن تحقیق کنند.

۲ـ از دانش‌آموزان بخواهید درمورد نحوه‌ی محاسبه‌ی محیط دایره تحقیق کنند.

تقارن

موضوعات در یک نگاه

موضوع تقارن در دوره‌ی دبستان به طور کامل آموزش داده شده است. در این بخش، ضمن یادآوری مفهوم تقارن و قرینه‌ی یک شکل ابتدا تقارن محوری مطرح می‌شود و با استفاده از تعریف آن، خط‌های تقارن شکل‌های هنری مشخص می‌گردند. در ادامه، تقارن مرکزی و نحوه‌ی پیدا کردن قرینه‌ی یک شکل نسبت به یک مرکز تقارن، یادآوری می‌شود و وجود مرکز تقارن در شکل‌های هندسی بررسی می‌گردد.

اهداف

در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ مفهوم تقارن را درک کند و شکل‌های متقارن را از غیر متقارن تشخیص دهد.

۲ــ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط تقارن داده شده به‌دست آورد.

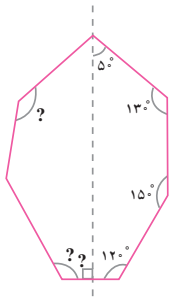
۳ــ خط تقارن شکل‌های هندسی را رسم کند و تعداد آن‌ها را در هر شکل به‌دست آورد.

۴ــ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به مرکز تقارن داده شده به‌دست آورد.

۵ ــ وجود یا نبود مرکز تقارن را در شکل‌های هندسی بررسی کند.

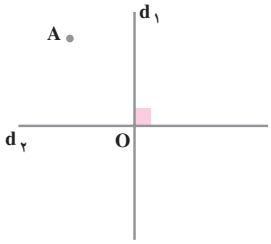
نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ در صورتی که خط‌چین، محور تقارن شکل باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی مجهول را پیدا کنید.



۲ــ قرینه‌ی A را نسبت به خط d_1 به‌دست آورید (A_1). قرینه‌ی A' را نسبت به خط d به دست آورید (A_2).

اگر قرینه‌ی A را نسبت به مرکز O پیدا کنیم، روی نقطه‌ی A_2 می‌افتد ؛ از این تمرین چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



شناسنامه‌ی مبحث تقارن

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
تقارن محوری	۱۸۱	تقارن محوری	ــ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط تقارن داده شده، پیدا کند. ــ تقارن محوری را در شکل‌های متقارن تشخیص دهد.	ــ انجام دادن کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن قرینه‌ی یک شکل نسبت به محورِ داده شده	خط‌کش گونیا	تقارن محوری قرینه‌ی شکل
محور تقارن یک شکل	۱۸۲ ۱۸۳	محور تقارن	ــ خط تقارن هر شکل متقارن و نیز درستی آن را با تا کردن تشخیص دهد. ــ خط تقارن شکل‌های هندسی را رسم کند.	ــ انجام دادن کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن خط تقارن شکل‌ها	ــ تعدادی شکل متقارن ــ شکل‌های هندسی	محور تقارن
تقارن مرکزی	۱۸۳ ۱۸۴	تقارن مرکزی	ــ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به مرکز تقارن داده شده پیدا کند. ــ رابطه‌ی تقارن مرکزی و دوران را درک کند.	ــ انجام دادن کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن قرینه‌های یک شکل نسبت به مرکز داده شده	خط‌کش	تقارن مرکزی
مرکز تقارن یک شکل	۱۸۴ ۱۸۵ ۱۸۶	مرکز تقارن	ــ مرکز تقارن را در یک شکل تشخیص دهد. ــ مرکز تقارن شکل‌های هندسی را تعیین کند.	ــ انجام دادن کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن مرکز تقارن شکل	خط‌کش	مرکز تقارن

تقارن مرکزی و تقارن محوری

افلاطون که نام اصلی او **آریستوکلس** Aristokles است، در سال ۴۲۷ پیش از میلاد زاده شد (در نزدیکی شهر آتن). در سال ۴۰۷ پیش ازمیلاد، در ۲۰ سالگی با **سقراط** آشنا شد و تا سال ۳۹۹ پیش از میلاد ــ یعنی روزی که سقراط به حکم دادگاه جام شوکران را نوشید ــ با او بود. افلاطون تحت تأثیر اندیشه‌های فیثاغورس به رمز و راز عدد و زیبایی شکل‌های هندسی اعتقاد داشت. او در سال ۳۸۷ پیش از میلاد آکادمی مشهور خود را تأسیس کرد. بر سردر این آکادمی نوشته بودند : «هرکس هندسه نمی‌داند، وارد نشود.» افلاطون در سال ۳۴۷ پیش از میلاد، در سن ۸۰ سالگی مرد.

فیثاغورسی‌ها، به شکل‌های متقارن اهمیت می‌دادند و ستاره‌ی پنج‌پر منظم، نشانه‌ی آن‌ها بود. هر فیثاغورسی، برای این که به محفل هم‌فکران خود وارد شود، یک پنج‌ضلعی ستاره‌ای منتظم با چوب‌دستی خود روی زمین رسم می‌کرد.

افلاطون در هندسه بیشتر به زیبایی شکل و تقارن آن توجه داشت و کمتر می‌توان او را «هندسه دان» دانست. او را کاشف چندوجهی‌های منتظم (چهاروجهی منتظم، مکعب، بیست‌وجهی منتظم، دوازده وجهی منتظم، هشت‌وجهی منتظم) که امروزه «پنج جسم افلاطون» نامیده می‌شوند، معرفی می‌کنند. ولی هیچ استدلالی را به او نسبت نمی‌دهند. همچنین، درباره‌ی شکل‌های هم‌پیرامون در روی صفحه نیز، قضیه‌ای را به افلاطون نسبت می‌دهند که به طور استدلالی، در سده‌ی گذشته ثابت شده است. قضیه این است :

«بین شکل‌های کوژی که می‌توان روی صفحه رسم کرد، به شرطی پیرامون آن‌ها مساوی باشد، مساحت بیشتر متعلق به دایره است».

این قضیه را که اثبات استدلالی آن کم و بیش دشوار است ؛ افلاطون این‌گونه حل می‌کند :

«دایره، زیباترین و متقارن‌ترین شکل در روی صفحه است ؛ بنابراین، حق آن است که مساحت بیشتری داشته باشد.»

البته افلاطون، درست می‌اندیشید و امروز ثابت شده است که حداکثر مساحت، متعلق به دایره است. ولی استدلال افلاطون را نمی‌توان استدلالی ریاضی به‌حساب آورد. او هوادار نظریه‌ی زیبایی بود و شکل‌های متقارن را زیباترین شکل‌ها می‌دانست. دایره، یک مرکز تقارن و بی‌نهایت محور تقارن دارد. (هر قطر دایره، یک محور تقارن است)، هیچ شکل دیگری روی صفحه، به اندازه‌ی دایره زیبا و متقارن نیست ؛ بنابراین، دایره زیباترین شکل هندسی در روی صفحه است. افلاطون هم استدلال خود را بر همین زیبایی دایره متمرکز می‌کند و چون به اعتقاد او حق با زیبایی است، مساحت بیشتر را هم، حقّ دایره می‌داند.

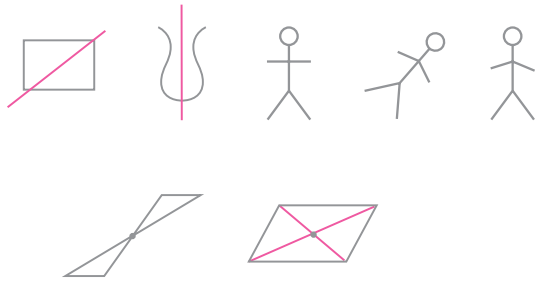
تعریف‌ها و برخی قضیه‌های مربوط به تقارن را در کتاب «مقدمات» اقلیدس که در سده‌ی سوم پیش از میلاد می‌زیست و در آکادمی افلاطون تحصیل کرده و بعد به اسکندریه رفته بود، می‌توان دید.

ازجمله ریاضی‌دانان ایرانی، می‌توان از ابوریحان بیرونی که شکل‌های متقارن بسیاری، رسم کرده است، نام برد. از رسم‌های ابوریحان که هنوز زیبایی و تقارن خود را حفظ کرده‌اند، می‌توان برای کشیدن رسم استفاده کرد و در صورت لزوم آن‌ها را تکامل داد.

تقارن محوری

ایجاد انگیزه کنید:

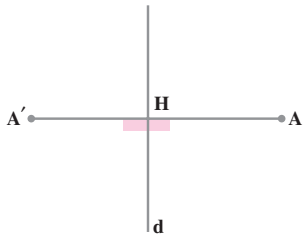
برای ایجاد انگیزه می‌توانید از یکی از دانش‌آموزان بخواهید (قبل ازکلاس) شکل‌هایی مانند شکل زیر را روی تخته‌ی کلاس بکشد. بعضی شکل‌های زیر، محور تقارن و برخی مرکز تقارن دارند و بعضی هیچ‌کدام را ندارند.



شروع کنید:

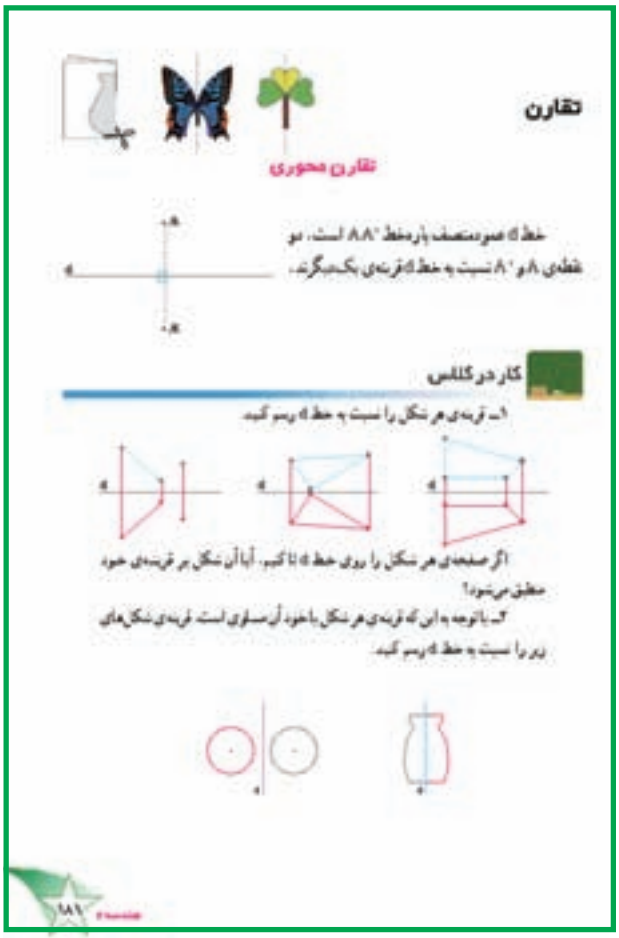
درس امروز درباره‌ی تقارن است. تقارن را به دو دسته‌ی تقارن محوری و تقارن مرکزی، دسته‌بندی می‌کنیم. ابتدا تقارن محوری را بررسی می‌کنیم ؛

خط d و نقطه‌ی A را درنظر بگیرید. برای یافتن قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به خطّ d، از نقطه‌ی A به خطّ d عمود می‌کنیم ؛ سپس به اندازه‌ی AH ادامه می‌دهیم. نقطه‌ی A' قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به خط d خواهد بود.



بپرسید!

آیا می‌دانید خطّ d نسبت به پاره‌خط AA' چه وضعی دارد؟ پاسخ خطّ d عمود منصف AA' است. حال برای به‌دست آوردن قرینه‌ی یک شکل نسبت به خطّ d، باید از نقاط واقع روی آن شکل به خطّ d عمود کنیم و به اندازه‌ی فاصله‌ی آن نقطه تا خط ادامه دهیم. شکلی که به این صورت به‌دست می‌آید، قرینه‌ی شکل اول نسبت به خطّ d خواهد بود.


تقارن

تقارن محوری

خط d عمود منصف پاره‌خط AA' است. دو نقطه‌ی A و A' نسبت به خط d قرینه‌ی یکدیگرند.

کار در کلاس

۱ـ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط d رسم کنید.

اگر صفحه‌ی هر شکل را روی خط d تا کنید، آیا آن شکل بر قرینه‌ی خود منطبق می‌شود؟

۲ـ با توجه به این که قرینه‌ی هر شکل با خود آن مساوی است، قرینه‌ی شکل‌های زیر را نسبت به خط d رسم کنید.

بپرسید!

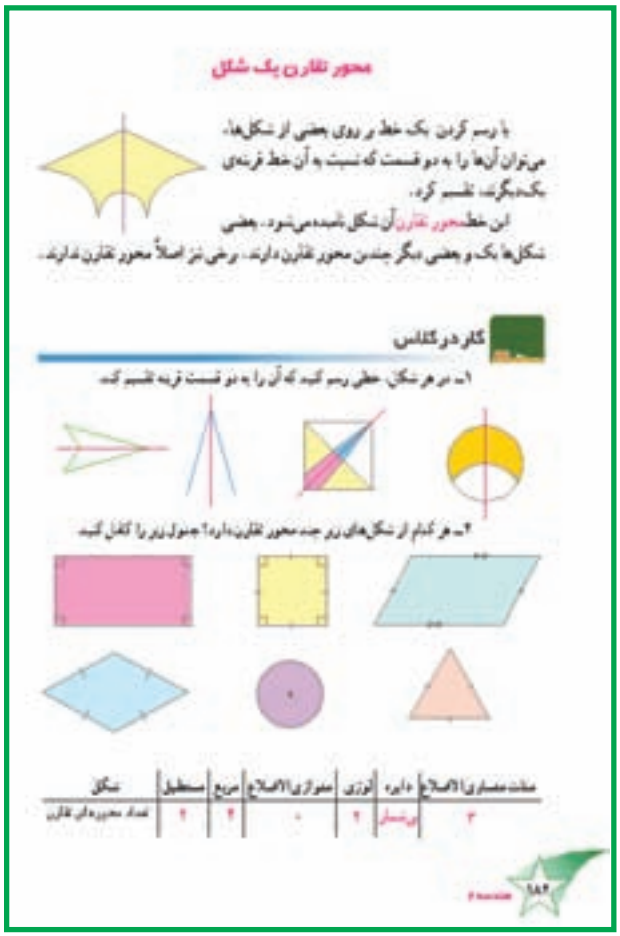
اگر نقطه‌ی A ثابت باشد و خط d عوض شود، آیا قرینه‌ی A نسبت به d همان نقطه‌ی قبلی (A') خواهد بود؟ پاسخ : خیر. اگر خط d عوض شود، قرینه‌ی شکل (نقطه) نیز به جای دیگری انتقال خواهد یافت.

بپرسید!

اگر قرینه‌ی یک شکل را نسبت به خطّ d به‌دست آوریم، شکل ظاهری آن عوض می‌شود؟ مثلاً، مربع به دایره تبدیل می‌شود یا مربع بزرگ‌تر یا کوچک‌تر می‌شود؟ پاسخ : خیر. فقط شکل جابه‌جا می‌شود ؛ اندازه‌ها و شکل ظاهری آن تغییر نمی‌کند.

هدف کار در کلاس :

در تمرین ۱، دانش‌آموزان به کمک تعریف قرینه‌ی نقطه نسبت به خطّ قرینه‌ی شکل‌های داده شده را به‌دست می‌آورند.



آن‌ها از طریق این تمرین، متوجه می‌شوند که برای به‌دست آوردن قرینه‌ی یک چندضلعی نسبت به خط، باید از قرینه‌ی رئوس آن استفاده کنند. در عین‌حال، به‌طور شهودی متوجه می‌شوند که اگر صفحه‌ی شکل را روی خطّ d تا کنیم، شکل و قرینه‌اش برهم منطبق خواهند شد.

در تمرین ۲، از شکل‌هایی مانند دایره و نیمی از گلدان استفاده شده است. از دانش‌آموزان بخواهید راه‌های پیشنهادی برای به‌دست آوردن قرینه‌ی آن‌ها را نسبت به خطّ d مطرح کنند. برای یافتن قرینه‌ی دایره، می‌توان مرکز آن را قرینه کرد و به شعاع قبلی به این مرکز دایره را رسم کرد. برای یافتن قرینه‌ی نیمه‌ی گلدان می‌توان از روی خط d آن را تا کرد تا تعداد نقاط آن قرینه شوند؛ سپس، آن‌ها را به هم وصل کرد.

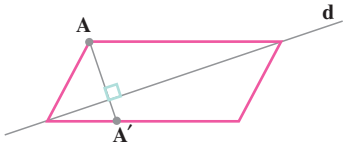
محور تقارن یک شکل

شروع کنید:

خط d را محور تقارن یک شکل گوییم. هرگاه از هر نقطه‌ی روی شکل به آن عمود کنیم و به اندازه‌ی خودش ادامه دهیم، نقطه‌ی دیگری روی شکل به‌دست می‌آید. به شکل کتاب توجه کنید؛ چند نقطه روی آن انتخاب کرده و به خط d عمود کنید و به اندازه‌ی خودش امتداد دهید. آیا نقطه‌ی دیگری روی شکل به‌دست می‌آید؟ پاسخ: بله

پس، خط رسم شده محور تقارن شکل است.

در شکل زیر، خطّ d محور تقارن شکل نیست. چرا؟



پاسخ: اگر از نقطه‌ی A به d عمود کنیم و به اندازه‌ی خودش امتداد دهیم، نقطه‌ی دیگری روی شکل به دست نمی‌آید؛ به عبارت دیگر، اگر شکل را از روی خط d تا کنیم، دو قسمت شکل بر هم منطبق نمی‌شوند.

ادامه دهید:

بعضی از اشکال محور تقارن ندارند؛ در عین‌حال، بعضی یک و بعضی ممکن است دو یا سه یا حتی بی‌شمار محور تقارن داشته باشند.

هدف کار در کلاس:

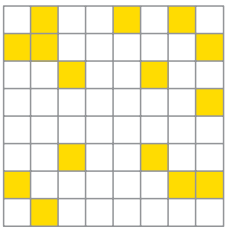
هدف، رسم خطّ تقارن در شکل‌های نامشخص و پیدا کردن محور تقارن در اشکال مختلف است.

توسعه:

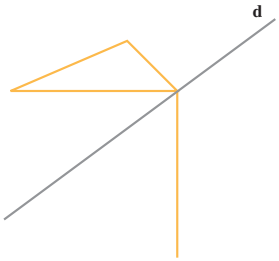
۱ــ چرا وقتی شکل را روی خط تقارن آن تا می‌کنیم، دو طرف بر هم منطبق می‌شوند؟

۲ــ آیا صفحه‌ی شطرنج متقارن است؟ چند خطّ تقارن دارد؟

۳ــ در صفحه‌ی زیر، حداقل چند خانه‌ی دیگر را رنگ کنیم تا شکل متقارن شود؟



۴ــ شکل زیر را به گونه‌ای کامل کنید که خط d محور تقارن شکل باشد.



۵ ــ برای دانش‌آموزان به‌عنوان توسعه می‌توان توضیح داد که قرینه نسبت به یک خط در واقع دوران 180° حول خط d است.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید :

۱ــ اشیای طبیعی متقارن را مانند عکس‌ها، گل‌ها، برگ‌ها و حشرات جمع‌آوری کنند ؛

۲ــ درباره‌ی کاربرد خط تقارن در هنر نقاشی تحقیق کنند ؛

۳ــ در مورد اثرگذاری وجود خط تقارن در زیبایی تحقیق کنند.

تلفیق با سایر دروس:

۱ــ در مبحث فیزیک در کتاب علوم خوانده‌ایم که شعاع تابش و بازتابش نسبت به نیمساز زاویه‌ی بین آن‌ها متقارن‌اند و خط نیم‌ساز خط تقارن آن‌هاست.

۲ــ تلفیق با خلقت انسان ؛ وجود تقارن در زیبایی چهره‌ی انسان‌ها تأثیر به‌سزایی دارد.

۳ــ تلفیق با هنر ؛ در ساختمان‌ها و نقاشی‌هایی که خطّ

تقارن دارند، زیبایی خاصی مشاهده می‌شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

می‌توانید با به‌کارگیری نرم‌افزار نقاشی یا word و Copypaste انواع شکل‌های متقارن را بسازید. درضمن، می‌توانید از برنامه‌های گرافیکی با امکان mirrer موجود در آن، شکل‌های متقارن بسازید.

تقارن مرکزی

ایجاد انگیزه کنید:

برای ایجاد انگیزه، می‌توانید با بچه‌ها فرفره‌ی کاغذی بسازید و مسابقه بدهید.

شروع کنید:

برای یافتن قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به **نقطه‌ی O**، از A به O وصل می‌کنیم ؛ سپس، به اندازه‌ی OA ادامه می‌دهیم تا نقطه‌ی A' به دست آید. در این صورت می‌گوییم که A' قرینه‌ی A نسبت به نقطه‌ی O است.

بپرسید!

در واقع، نقطه‌ی O نسبت به دو نقطه‌ی A و A' چه وضعی دارد؟ پاسخ : O وسط AA' است.

هدف کار در کلاس :

در تمرین ۱ کار در کلاس، دانش‌آموزان قرینه‌ی چند نقطه را نسبت به نقطه‌ی O به‌دست می‌آورند و درمی‌یابند که قرینه‌ی A نسبت به O دوران 180° در صفحه حول نقطه‌ی O است. کشیدن دایره در این صفحه، در واقع مطلب بالا را به ذهن دانش‌آموزان القا می‌کند.

در تمرین ۲، دانش‌آموزان قرینه‌ی چند شکل را نسبت به نقطه‌ی O به‌دست می‌آورند و درمی‌یابند که اگر شکل را 180° حول نقطه O دوران دهیم شکل بر قرینه‌ی خود منطبق می‌شود.

در تمرین ۳، دانش‌آموزان قرینه‌ی اشکالی مانند دایره و نیم‌دایره را با توجه به این‌که قرینه‌ی هر شکل نسبت به یک نقطه با خود مساوی است، به‌دست می‌آورند. در متوازی‌الاضلاع رسم شده، قرینه‌ی شکل نسبت به O بر خود شکل منطبق خواهد شد.

توصیه‌ی آموزشی:

راه‌حل‌های دانش‌آموزان برای حلّ تمرین ۳ را در کلاس مورد بحث و بررسی قرار دهید.

بپرسید!

آیا مشخص کردن نقطه‌ی O به عنوان نقطه‌ای که می‌خواهیم قرینه‌ی مجموعه‌ای از نقاط یا اشکال را نسبت به آن به‌دست آوریم الزامی است؟آیا درست است بگوییم که قرینه‌ی A را به‌دست آورید؟

تلفیق با سایر دروس:

نخی را که به سر آن گلوله‌ای وصل کرده‌ایم، روی سطح افقی می‌چرخانیم. آیا این حرکت دورانی، تقارن مرکزی دارد؟

پاسخ : بله ؛ چون همه‌ی نیروها متقارن‌اند. اگر همین نخ و گلوله را روی صفحه‌ی عمودی بچرخانیم، به دلیل وجود جاذبه، نیروها متقارن نیستند. پس حرکت دورانی تقارن مرکزی ندارد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

به کمک نرم‌افزار نقاشی یا حتی Word و با دستورات Rotate paste و copy می‌توانید نقاشی‌هایی با اشکال متقارن بسازید.

یادداشت معلم

مرکز تقارن یک شکل

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن کتاب را بخوانند و به سؤال‌های آن پاسخ دهند.

در پاسخ سؤال ۱، دانش‌آموزان خواهند گفت : قرینه‌ی A روی دایره است ؛ زیرا OA و OA′ مساوی شعاع دایره‌اند.

در پاسخ سؤال ۲، خواهند گفت : بله ؛ زیرا $OM = OM'$ و M′ روی متوازی‌الاضلاع قرار دارد. (دانش‌آموزان با اندازه‌گیری به پاسخ این سؤال می‌رسند.)

ادامه دهید:

بعد از پاسخ دادن به پرسش‌های بالا، برای دانش‌آموزان توضیح دهید که در بعضی از اشکال نقطه‌ای وجود دارد که اگر از هر نقطه‌ی آن شکل به آن وصل کنیم و به اندازه‌ی خودش ادامه دهیم، نقطه‌ای دیگر روی شکل به‌دست می‌آید ؛ این نقطه را **مرکز تقارن** شکل نامیم.

هدف کار در کلاس :

دانش‌آموزان با توجه به تعریف مرکز تقارن بتوانند در شکل‌های زیر تشخیص دهند که آیا O مرکز تقارن شکل است یا خیر.

توصیه‌های آموزشی:

برای حلّ تمرین‌های این درس، به نکات زیر توجه کنید.

۱ــ در تمرین ۱، دانش‌آموزان قرینه‌ی اشکال را نسبت به خط d به‌دست می‌آورند.

۲ــ در تمرین ۲، قرینه‌ی اشکال را نسبت به نقطه‌ی O به‌دست می‌آورند.

۳ــ در تمرین ۳، محور تقارن و در تمرین ۴، مرکز تقارن اشکال را به‌دست می‌آورند.

فعالیت خارج از کلاس:

یافتن مرکز تقارن متوازی‌الاضلاع و پی بردن به این نکته

۳ــ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به نقطه‌ی O رسم کنید.

اگر هر شکل را حول نقطه‌ی O به اندازه‌ی ۱۸۰ درجه دوران دهید، آیا آن شکل بر قرینه‌ی خود منطبق می‌شود؟

۳ــ با توجه به این‌که قرینه‌ی هر شکل با خود، آن شکل مساوی است، قرینه‌ی هر یک از شکل‌های زیر را نسبت به نقطه‌ی O رسم کنید.

به این مرکز و به شعاع نیم‌دایره، قبل یک نیم‌دایره رسم می‌کنیم

بر خودش منطبق می‌شود

قرینه مرکز دایره را بدست آورده و به آن مرکز و به شعاع دایره قبل یک دایره رسم می‌کنیم

مرکز تقارن یک شکل

۱ــ در دایره‌ی مقابل، قرینه‌ی نقطه‌ی A را نسبت به مرکز دایره پیدا کنید.

آیا قرینه‌ی A روی دایره قرار می‌گیرد؟

۲ــ در شکل مقابل، نقطه‌ی O وسط یک قطر متوازی‌الاضلاع است. قرینه‌ی نقطه‌ی M را نسبت به نقطه‌ی O بدست آورید.

آیا قرینه‌ی M روی متوازی‌الاضلاع قرار می‌گیرد؟

۱۸۲

را که متوازی‌الاضلاع محور تقارن ندارد، به‌صورت یک فعالیت در حیاط مدرسه طرح‌ریزی کنید. برای این کار می‌توان از گچ و نخ استفاده کرد.

توسعه:

۱ــ اگر شکلی دو محور تقارن عمود بر هم داشته باشد حتماً مرکز تقارن دارد و مرکز تقارن آن، محلّ برخورد محورهای تقارن عمود بر هم آن خواهد بود.

۲ــ شکل زیر را چنان کامل کنید که دارای مرکز تقارن باشد. ممکن است پاسخ‌ها متفاوت باشند.

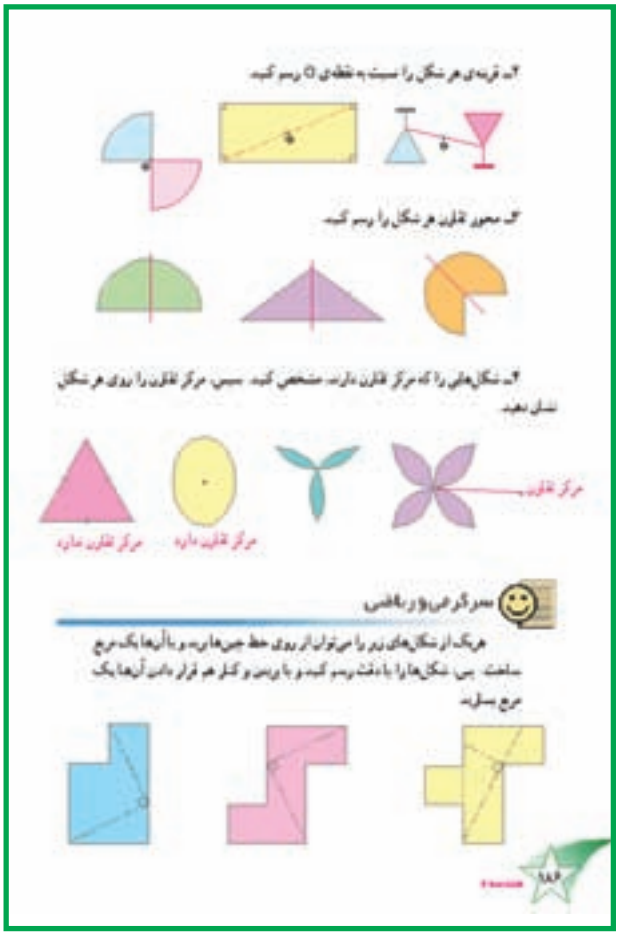
در بعضی شکل‌ها نقطه‌ای وجود دارد که قرینه‌ی هر نقطه‌ی شکل نسبت به آن، نقطه‌ای از خود شکل است. چنین نقطه‌ای را مرکز تقارن شکل می‌گویند.

کار در کلاس

در کدام یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ی O مرکز تقارن است؟

تمرین

۱ـ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط d رسم کنید.



۴ـ قرینه‌ی هر شکل را نسبت به نقطه‌ی O رسم کنید.

۵ـ محور تقارن هر شکل را رسم کنید.

۶ـ شکل‌هایی را که مرکز تقارن دارند، مشخص کنید. سپس، مرکز تقارن را روی هر شکل نشان دهید.

مرکز تقارن دارد

مرکز تقارن دارد

مرکز تقارن دارد

سرگرمی و ریاضی

هر یک از شکل‌های زیر را می‌توان از روی خط چین‌ها برید و با آن‌ها یک مربع ساخت. پس، شکل‌ها را با دقت رسم کنید و با بریدن و کنار هم قرار دادن آن‌ها یک مربع بسازید.

۳ـ آیا شکل صفحه‌ی قبل می‌تواند بیش از یک مرکز تقارن داشته باشد؟ چرا؟ (خیر. مسئله به کمک برهان خلف اثبات می‌شود.)

تلفیق با سایر دروس:

۱ـ برای یافتن قرینه‌ی اعداد، از تقارن مرکزی استفاده می‌کنیم که در این حالت، صفر مرکز تقارن ماست.

۲ـ در کاشی‌کاری، از تقارن مرکزی برای خلق کاشی‌های زیبا استفاده می‌شود.