

آموزش صفحه‌ی ۴

در ابتدای هر فصل یک پیش‌آزمون قرار دارد. برای اجرای پیش‌آزمون (۱) لازم است توضیحی کلی به قرار زیر برای دانش‌آموزان داده شود:

این پیش‌آزمون مربوط به مطالبی می‌شود که قبلاً آموزش دیده‌اید و آن‌ها را یاد گرفته‌اید پس با آرامش، به سؤالات پیش‌آزمون پاسخ دهید و پاسخ خود را با مداد در محل مشخص شده بنویسید (تا در صورت نیاز بتوانید آن را پاک کنید و تغییر دهید) به هیچ‌وجه به پاسخ‌های شما نمره داده نمی‌شود و پاسخ شما در ارزشیابی ماهانه یا سالانه‌ی شما تأثیر ندارد.

در عین حال بررسی پاسخ‌های شما به من کمک می‌کند که با توجه به دانش متوسط دانش‌آموزان کلاس تدریس نمایم یا برای اجرای فعالیت‌ها زمان تعیین کنم و در صورت لزوم مطالبی را از سال‌های قبل یادآوری نمایم.

پس از ارائه‌ی توضیحات و پاسخ‌گویی به سؤالات دانش‌آموزان در مورد پیش‌آزمون، از آن‌ها بخواهید که آن را اجرا کنند.

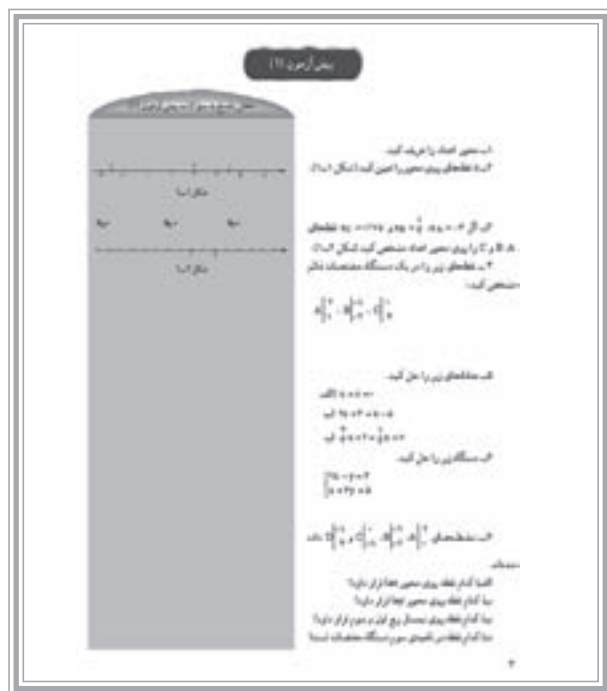
توجه داشته باشید که پاسخ شما به سؤالات دانش‌آموزان به گونه‌ای باشد که با شما مشارکت نمایند و اضطراب امتحان در آنان به حداقل برسد. چون اصولاً این آزمون برای دانش‌آموزان سرنوشت‌ساز نیست، هرچند برای ادامه‌ی فرایند آموزش حیاتی است.

در اجرای این آزمون به رعایت نکات زیر از طرف دانش‌آموزان توجه کنید:

- پاسخ هر سؤال در ناحیه‌ی مربوط به آن، در کادر آبی‌رنگ، نوشته شود.
- هر دانش‌آموز مستقلاً به سؤالات جواب دهد (البته سخت‌گیری امتحانی در کار نباشد).
- دانش‌آموزان حتماً به هر سؤال پاسخ دهند و آن‌چه می‌دانند بنویسند.

- زمان انجام آزمون حداکثر ۲۵ دقیقه باشد.

پس از اتمام زمان آزمون، به‌طور تصادفی، یا از روی



شناختی که از دانش‌آموزان دارید ده مورد از پاسخ‌ها را بررسی کنید و یادداشت‌های لازم را برای لحاظ نمودن در تدریس صفحات بعد داشته باشید.

در خلال بررسی این ده پاسخ می‌توانید از دانش‌آموزی بخواهید که پای تابلو برود و سؤالات پیش‌آزمون (۱) را حل کند.

توجه کنید که در این جلسه از درس لازم نیست موضوع سؤالات مطرح شده را آموزش دهید.

در بخش اول کتاب دانش‌آموز مجدداً به این مطالب پرداخته خواهد شد. هدف اصلی آن است که سطح کلاس خود را ارزیابی کنید و زمان‌بندی اجرای فعالیت‌ها، کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها را براساس آن تنظیم نمایید.

با توجه به این که پیش‌آزمون (۱) در اولین جلسه درس اجرا می‌شود و قبل از آن به معرفی خودتان و آشنایی با دانش‌آموزان پرداخته‌اید، در این جلسه فعالیت دیگری نیاز نیست. در صورت نیاز می‌توانید به گروه‌بندی دانش‌آموزان برای انجام یادگیری مشارکتی به قسمت (ب) از ۳-۴-۱ بپردازید. البته در طول سال دانش‌آموزان می‌توانند گروه‌های خود را تغییر دهند. ضمناً، با مطالعه‌ی کتاب کار دانش‌آموز، دانش‌آموزان ضعیف را به صفحات موردنظر در آن کتاب رجوع دهید.

آموزش صفحه‌ی ۵

فعالیت ۱-۱ به سادگی اجرا می‌شود (فردی یا گروهی). با توجه به محل اختصاص داده شده برای رسم خط، لازم است دانش‌آموز خطی افقی رسم کند. پس از مرحله‌ی ۶ این فعالیت، محورهایی در جهات مختلف رسم شده است تا هرگونه شبهه و ابهام رفع شود.

در اجرای فعالیت ۱-۲، توجه شود که :

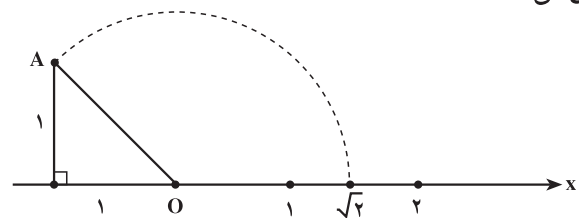
۱- به کمک خط‌کش مدرج عدد مربوط به هر نقطه مشخص و روی شکل (۵-۱) نوشته شود. بدیهی است که عدد مربوط به هر نقطه حداکثر تا یک رقم اعشار یا به صورت کسری مشخص می‌شود.

۲- دانش‌آموزان را آزاد بگذارید تا نقاط مربوط به اعداد را مشخص کنند. واضح است که اکثر آن‌ها با توجه به روابط زیر عمل خواهند کرد :

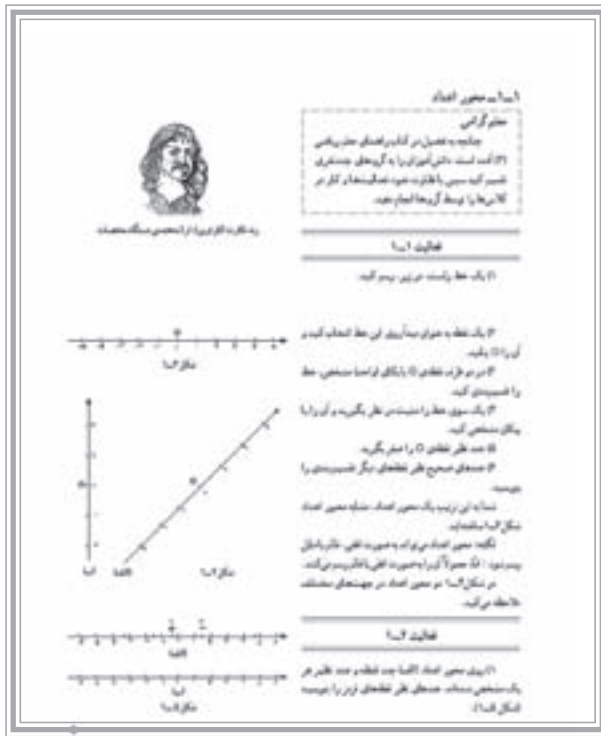
$$-\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4} \quad , \quad -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4}$$

در مورد $\sqrt{2}$ ممکن است متفاوت عمل کنند.

۳- از روش‌های مختلف تعیین نقطه‌ی مربوط به $\sqrt{2}$ اطلاع حاصل کنید. برخی که اطلاع ریاضی بیشتری دارند و نحوه‌ی رسم طولی به اندازه‌ی $\sqrt{2}$ را به‌خاطر دارند. چنین عمل می‌کنند :



دانش‌آموز می‌داند که اندازه‌ی طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای که طول هر ضلع آن یک سانتی‌متر باشد، $\sqrt{2}$ سانتی‌متر خواهد بود. لذا، اگر محوری با یکای یک سانتی‌متر داشته باشید پس از رسم مثلث قائم‌الزاویه‌ی مذکور با انتقال طول وتر آن به وسیله‌ی پرگار نقطه‌ی مربوط به $\sqrt{2}$ مشخص می‌شود.



البته برای دانش‌آموزان فنی و حرفه‌ای این روش مورد نظر نیست و روشی که در مرحله‌ی ۴ فعالیت ۱-۲ توضیح داده شده است بیشتر مورد نظر است، زیرا عملی‌تر است.

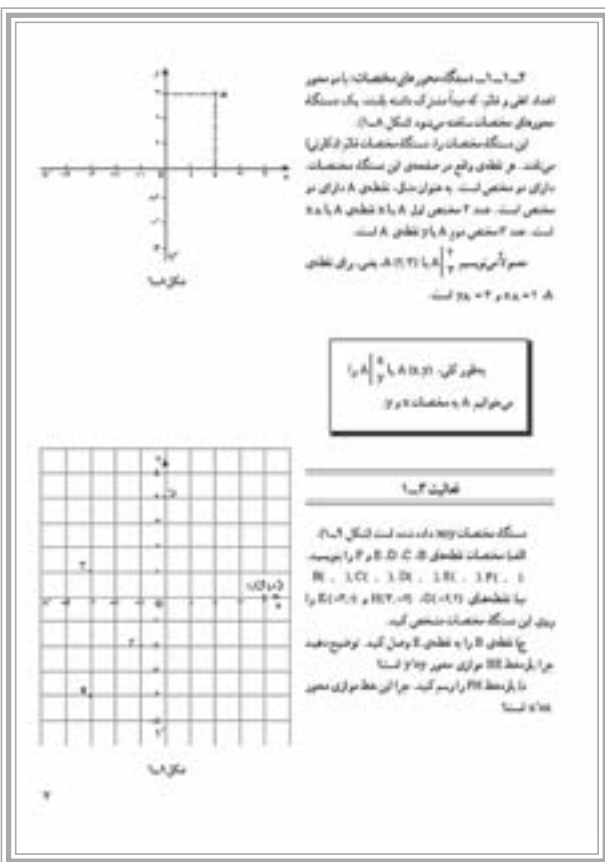
۴- این مرحله روشی کلی و تقریبی برای مشخص کردن نقطه‌ی متناظر با اعداد غیرگویا ارائه می‌دهد که عملی‌تر است و بر کاربرد ماشین حساب نیز تأکید دارد. از این به بعد از این روش استفاده می‌کنیم.

۵- دانش‌آموزان را آزاد بگذارید تا به ابتکار خود عمل کنند. هدف آن است که دریابند یکای محور در اختیار آن‌هاست و مثلاً می‌توانند یک سانتی‌متر را معادل عدد 10^3 بگیرند! و براساس آن بقیه‌ی اعداد را روی محور مشخص نمایند. گاهی اوقات اعداد مطابق شکل روبه‌رو مشخص می‌شوند که باز هم معادل بودن یکای محور را با 10^3 نشان می‌دهد.



دانش آموز گفته شده است :

لذا، از گفتن «طول نقطه» احتراز کنید و بگویید x نقطه.



عدد x_A و تصویر A روی محور $y'Oy$ عدد y_A را مشخص می‌کند (در بعضی کتاب‌ها که اصرار به فارسی‌گرایی داشته‌اند x_A را «خُفَتِ A» و y_A را «رُستِ A» نامیده‌اند). لذا، سعی کنید از بیان عبارات طول نقطه‌ی A ، عرض نقطه‌ی A ، طول و عرض نقطه‌ی A و A به طول ۳، A به عرض ۴ - احتراز کنید و به جای آن‌ها بگوید:

نقطه‌ی A با $x_A = 3$ ، نقطه‌ی A با $y_A = -4$.

آموزش فعالیت ۱-۳

مطابق آنچه خواسته شده است، داریم:

الف) $F(-1, -2)$ و $E(-3, 1)$ و $D(0, 4)$ و $C(4, 0)$ و

$B(-3, -4)$

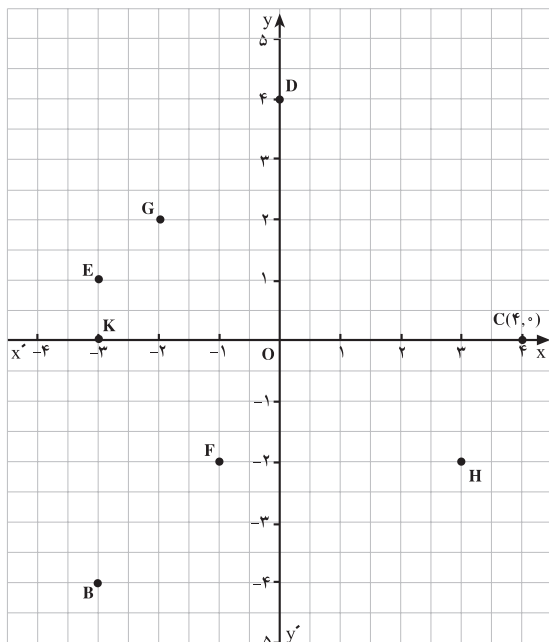
ب) نقطه‌ها روی دستگاه مختصات مشخص شده‌اند.

ج) چون $x_E = x_B = -3$ خط BE موازی با محور

$y'Oy$ است.

د) چون $y_F = y_H = -2$ پاره خط FH موازی محور

$x'Ox$ است.



روش آموزش صفحه‌ی ۸

اجرای فعالیت ۱-۴

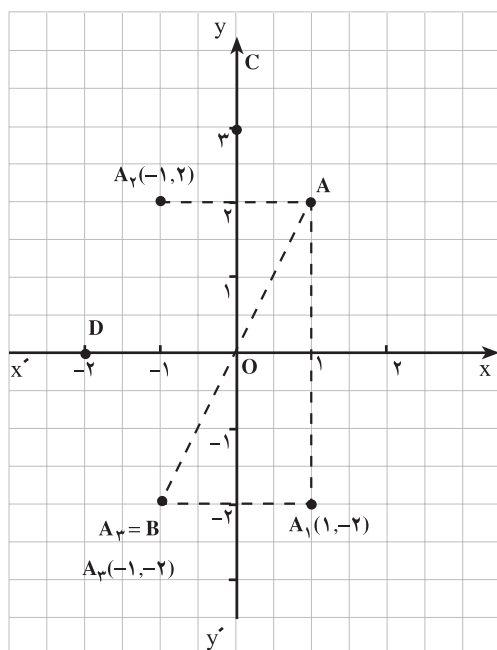
هدف از اجرای این فعالیت تعیین قرینه‌ی نقاط داده شده

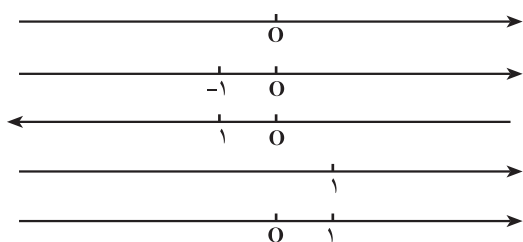
نسبت به محورها و مبدأ مختصات است. دانش‌آموزان باید پس

از تعیین قرینه‌ی نقاط، رابطه‌ی بین مختصات نقاط قرینه نسبت

به محورها و مبدأ را دریابند و از این به بعد، در صورت لزوم، به

کار بندند. اجرای این فعالیت را در روبه‌رو ملاحظه می‌کنید.





علت		
یکا ندارد	×	الف
با داشتن نقطه ۱- یکا دارد	✓	ب
جهت محور از راست به چپ است	✓	ج
مبدأ و یکا ندارد	×	د
تمام ویژگی‌های محور را دارد.	✓	هـ

یک خط مستقیم سودار (جهت‌دار) که یک نقطه به عنوان مبدأ و یک یکا روی آن مشخص شده باشد محور اعداد نامیده می‌شود.

اجرای کار در کلاس ۱-۱

به‌طور کلی پس از پرداختن به فعالیت‌های قبل از هرکار، هر دانش‌آموز باید قادر باشد که در کلاس پاسخ‌گوی سؤالات مطرح شده‌ی در آن کار باشد. حل آن‌ها را در کلاس در زیر ملاحظه می‌کنید.

۱- در روبه‌رو شکل مندرج در کتاب دانش‌آموز و جدول تکمیل‌شده‌ی مربوط به آن را ملاحظه می‌کنید.

۲- جمله‌ی کامل در روبه‌رو نوشته شده است.

$$x_F = x_D = 2 \quad 3-$$

$$y_B = -1 \quad 4-$$

آموزش صفحه‌ی ۹

۵- نقاط روی محور $y'oy$ دارای x صفر هستند :

۶- نقاط روی محور $x'ox$ دارای y صفر هستند :

۷- برای این که $A(m+1, 2)$ روی محور $y'oy$

باشد باید :

۸- برای این که $B(1, 2k-1)$ روی محور $x'ox$

باشد باید :

۹- برای این که نقطه‌ی $C(S, t-1)$ بر نقطه‌ی

$D(2, 3)$ منطبق باشد باید :

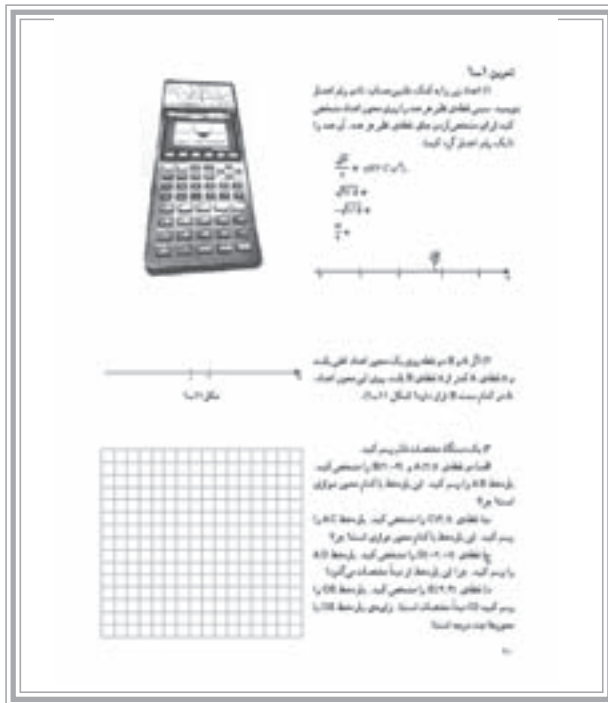
$$m+1=0 \Rightarrow \boxed{m=-1}$$

$$2k-1=0 \Rightarrow \boxed{k=\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{S=2}, \quad t-1=3 \Rightarrow \boxed{t=4}$$

حل تمرین ۱-۱ از صفحه‌ی ۱۰

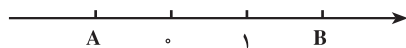
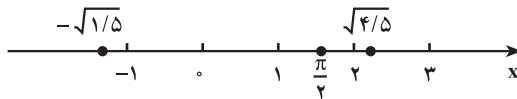
در این تمرین کلیه‌ی مطالب آموزش داده شده در ۵ صفحه‌ی قبل مورد بررسی مجدد قرار می‌گیرد. هم‌چنین برخی از مطالب مربوط به محورهای مختصات و ویژگی هندسی آن‌ها بررسی خواهند شد.



$$\sqrt{4/5} \approx 2/12 \approx 2/1$$

$$-\sqrt{1/5} \approx -1/22 \approx -1/2$$

$$\frac{\pi}{2} \approx 1/57 \approx 1/6$$



$$x_A < x_B \Rightarrow \text{در سمت چپ B قرار دارد}$$



$$x_A < x_B \Rightarrow ?$$

جواب کلی: B بین A و جهت محور قرار دارد.

۱- باز هم کاربرد ماشین حساب مورد نظر است و این که

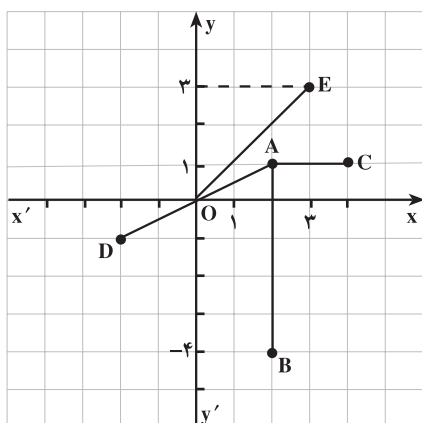
برای تعیین محل تقریبی نقطه‌ی نمایش یک عدد آن عدد را تا یک رقم اعشار گرد می‌کنیم (دانش‌آموزان گرد کردن را باید بدانند). جواب این تمرین را در مقابل ملاحظه می‌کنید.

۲- با توجه به شکل ۱-۱۱ جواب آن است که A در

سمت چپ B قرار دارد اگر $x_A < x_B$.

دانش‌آموزان را آزاد بگذارید تا با انتخاب نقاط نتیجه‌گیری

کنند. سپس مطابق شکل روبه‌رو جهت محور را عوض کنید و سؤال را مجدداً مطرح کنید.



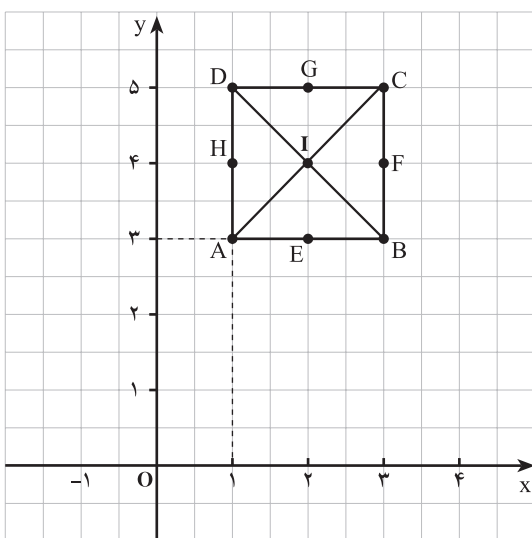
۳- این تمرین را پس از رسم دستگاه مختصات حل می‌کنیم.

الف) AB موازی $y'Oy$ است زیرا، $x_A = x_B$.

ب) AC موازی محور $x'Ox$ است زیرا، $y_A = y_C$.

پ) AD از مبدأ می‌گذرد چون مختصات A و B قرینه‌ی یکدیگرند.

ت) چون $x_E = y_E$ زاویه‌ی OE با هر دو محور ۴۵ درجه است.



۴- هدف این تمرین خواندن مختصات از روی شکل است.

الف) $D \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix}$ ، $C \begin{vmatrix} 3 \\ 5 \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} 3 \\ 3 \end{vmatrix}$

ب) $H \begin{vmatrix} 1 \\ 4 \end{vmatrix}$ ، $G \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$ ، $F \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$ ، $E \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix}$

د) $I \begin{vmatrix} 2 \\ 4 \end{vmatrix}$ محل تلاقی قطرهای مربع.

۵- در این تمرین با توجه به ویژگی‌های نقاط روی محورها و نیمسازها مجهول‌های مربوط به نقاط به دست می‌آیند.

الف) نقاط روی محور $y'Oy$ مساوی صفر است. پس:

$$a - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$2b + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{b = -\frac{1}{2}}$$

$$2c = c - 1 \Rightarrow \boxed{c = -1}$$

$$\begin{cases} e + 1 = d - 1 \\ d - e = e \end{cases} \Rightarrow d + 1 = d + e - 1 \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} e = 2 \\ d = 4 \end{matrix}}$$

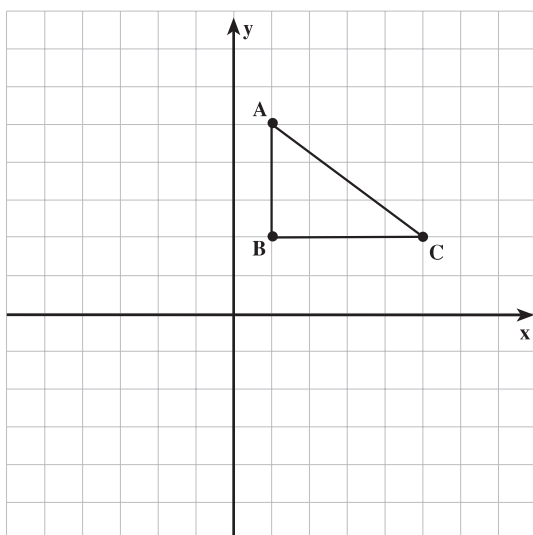
ب) نقاط روی محور $x'Ox$ مساوی صفر است. پس:

ج) x و y نقاط روی نیمساز ربع اول و سوم متساوی‌اند.

پس:

د) دو نقطه‌ی F و G برهم منطبق‌اند اگر $x_F = x_G$ و

$y_F = y_G$ بنابراین:



۶- هدف بررسی برخی ویژگی‌های مثلث از روی شکل است.

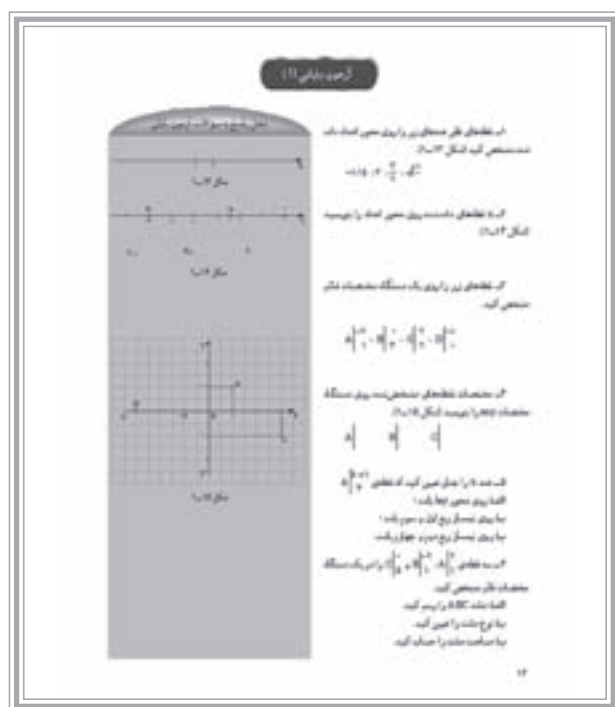
الف) با توجه به این که $AB \parallel oy$ و $BC \parallel ox$ مثلث قائم‌الزاویه است.

ب) با توجه به طول پاره‌خط‌های AB و BC داریم :

$$S_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

پ) BC طول = ۳ و AB طول = ۴

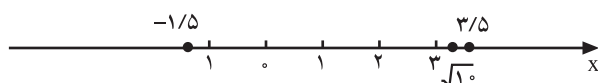
$$AC \text{ طول} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$



حل آزمون پایانی (۱) (ص ۱۲)

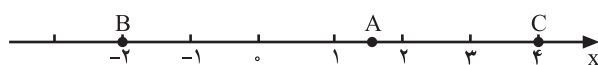
هدف اصلی ارزش‌یابی دانش‌آموزان می‌باشد. انتظار می‌رود که تمامی دانش‌آموزان بیش از ۸۰ درصد سؤالات را پاسخ‌گو باشند.

جواب سؤالات این آزمون به‌طور خلاصه داده شده است.



۱- نقطه‌های زیر روی محور مشخص شده‌اند :

$$-1/5, 3, \frac{7}{4} = 3/5, \sqrt{10} \approx 3/2$$



۲- x نقطه‌های مشخص شده روی محور نوشته شده

است.

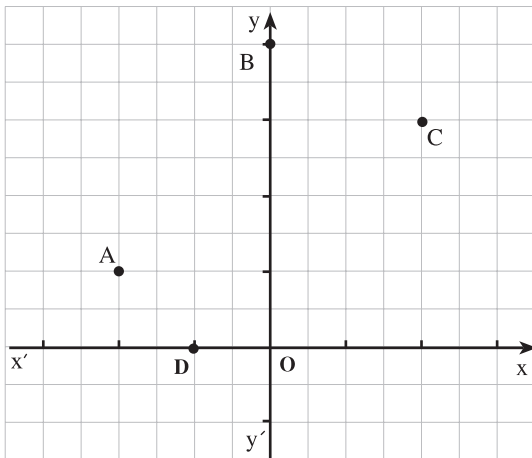
$$X_A = 1/5$$

$$X_B = -2$$

$$X_C = 4$$

۳- نقطه‌های زیر روی محورهای مختصات مشخص

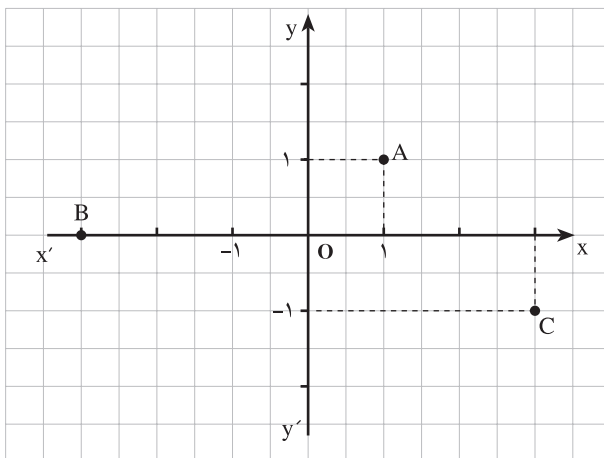
شده‌اند.



$$A \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix}, C \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

۴- مختصات نقطه‌های مشخص شده روی دستگاه

محورهای مختصات در زیر نوشته شده است.



$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}, C \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$$

۵- می‌خواهیم b را طوری تعیین کنیم که $A \begin{vmatrix} b+1 \\ 3 \end{vmatrix}$

الف) روی محور y باشد : باید x_A صفر باشد :

$$x_A = b+1 = 0 \Rightarrow \boxed{b = -1}$$

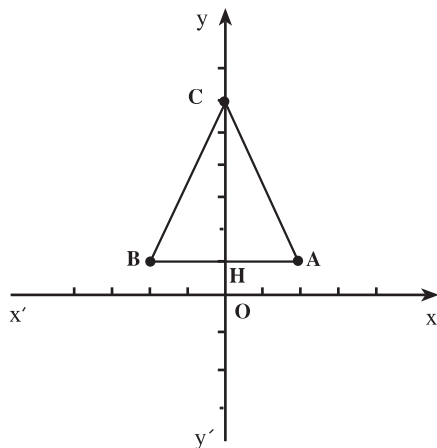
ب) روی نیمساز ربع اول و سوم باشد : باید $x_A = y_A$:

$$b+1 = 3 \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

پ) روی نیمساز ربع دوم و چهارم باشد : باید

$$b+1 = -3 \Rightarrow \boxed{b = -4}$$

$$x_A = -y_A$$



۶- سه نقطه ی $A \left| \begin{smallmatrix} ۲ \\ ۱ \end{smallmatrix} \right|$ ، $B \left| \begin{smallmatrix} -۲ \\ ۱ \end{smallmatrix} \right|$ و $C \left| \begin{smallmatrix} ۰ \\ ۵ \end{smallmatrix} \right|$ در یک دستگاه

مختصات مشخص شده اند.

الف) مثلث ABC رسم شده است.

ب) با توجه به مختصات رئوس مثلث، این مثلث

متساوی الساقین است.

(می توان نوشت: $AC = BC = \sqrt{۴^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۲۰}$)

پ) چون $AB = ۴$ و $CH = ۴$ پس،

$$\text{مساحت } \triangle ABC = \frac{۴ \times ۴}{۲} = ۸$$

آموزش صفحه ی ۱۳

همان طور که در بخش رویکرد به محتوای کتاب به آن

اشاره شد، یکی از موضوعات مهم، جذاب، انگیزه بخش و غرور آفرین، تاریخ علمی هر کشور است. در ایران نیز دانشمندان فراوانی وجود داشته اند که سهم به سزایی در ابداع و گسترش مفاهیم علمی، از جمله ریاضیات، داشته اند. شایان ذکر است در زمانی که این دانشمندان می زیسته اند زبان جهان اسلام در اکثر سرزمین ها عربی بود. از این رو کتاب هایشان به زبان عربی تألیف شده است. بنابراین کسانی مانند کرجی و خوارزمی از دانشمندان ایرانی هستند.

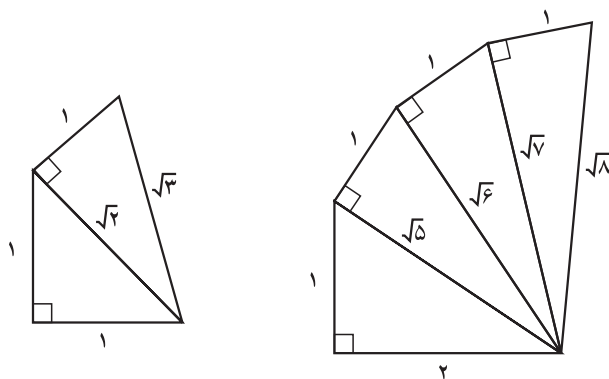


دانستنی‌های لازم برای مدرسان

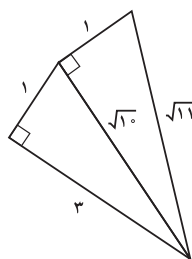
یکی از هدف‌های تدوین راهنمای معلم برای هر کتاب درسی، بالا بردن سطح دانش حرفه‌ای معلمان آن درس و کمک به آن‌ها در پاسخ‌گویی به سؤالات گوناگون است چه سؤالات دانش‌آموزان و چه سؤالاتی که اولیای دانش‌آموزان یا دوستان آن‌ها گاهی اوقات مطرح می‌کنند و توسط دانش‌آموزان با معلم درس در میان می‌گذارند. دیرانی که درس ریاضی ۳ را آموزش می‌دهند و اصولاً هر دیر ریاضی دبیرستان بایستی اطلاع کافی در زمینه‌ی رسم‌پذیری برخی اعداد داشته باشند. این که مثلاً نمی‌توان با خط‌کش و پرگار طولی به اندازه‌ی $\sqrt[3]{2}$ رسم کرد^۱ و یا اگر پاره‌خط‌هایی به طول‌های a و b داشته باشیم چگونه می‌توان پاره‌خط‌هایی به طول $\frac{b}{a}$ یا ab رسم کرد. در این قسمت سعی می‌کنیم با بیانی ساده به این مطالب پردازیم. تأکید می‌کنیم که این مطالب صرفاً برای اطلاع مدرسان محترم است و به هیچ وجه نباید آن‌ها را آموزش دهید بلکه اگر مورد سؤال واقع شدید مشروحاً به سؤال‌کننده توضیح دهید. در این صورت دانش‌آموزان نسبت به اطلاعات علمی شما اطمینان بیشتری پیدا می‌کنند.

لذا، مختصری در مورد رسم پاره‌خط‌هایی با طول‌های برخی اعداد گنگ و با داشتن پاره‌خط‌هایی با طول‌های a و b به رسم پاره‌خطی به طول $\frac{b}{a}$ ، $\frac{1}{a}$ و ab می‌پردازیم.

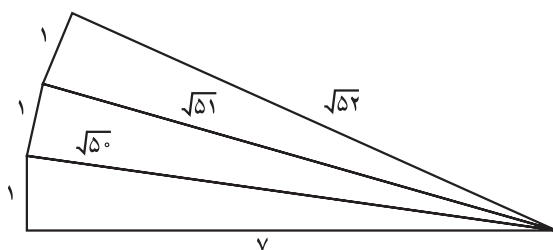
الف) رسم \sqrt{n} که n عددی طبیعی است و مربع کامل نیست. در شکل زیر چگونگی رسم پاره‌خط‌هایی به طول‌های $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{7}$ و $\sqrt{8}$ را ملاحظه می‌کنید (روی جلد کتاب‌های راهنمایی سال‌های قبل چنین شکل‌هایی ملاحظه می‌شد).



به همین ترتیب اگر n عددی طبیعی باشد و $k, m \in \mathbb{N}$ و $n = m^2 + k$ که $k = 1, \dots, 2m$ می‌توان ابتدا طولی برابر m رسم کرد و بعد به روشی که گفته شد پاره‌خطی به طول n رسم کرد. در زیر $\sqrt{11}$ و $\sqrt{52}$ رسم شده است.



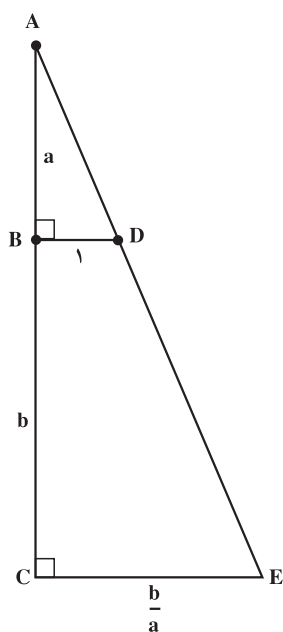
$$11 = 3^2 + 2, \quad n = 11, \quad m = 3, \quad k = 2$$



$$52 = 49 + 3, \quad n = 51, \quad m = 7, \quad k = 3$$

ب) فرض کنید پاره خط AB به طول a و پاره خط AC به طول b معلوم هستند، پاره خطی به طول $\frac{b}{a}$ رسم کنید.

شکل روبه رو نحوه ی رسم $\frac{b}{a}$ را نشان می دهد. (البته راه های دیگری هم وجود دارد).



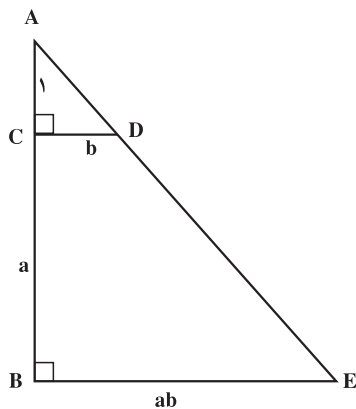
$\triangle ABD$ با $\triangle ACE$ متشابه است.

$$\frac{AC}{AB} = \frac{b}{a} = \frac{CE}{BD} = \frac{CE}{1} = CE$$

$$CE = \frac{b}{a}$$

ج) فرض کنید AB به طول a و CD به طول b معلومند پاره خطی به طول a.b رسم کنید.

پس از رسم AB، c را طوری تعیین می کنیم که $AC = 1$ و CD را بر AB عمود و به اندازه ی b می گیریم، AC را رسم می کنیم تا خط عمود بر AB از نقطه ی B را در E قطع کند، $BE = ab$. (شکل را در حالتی که b و a هردو از یک کم تر باشند رسم کنید).



$$AB = a, \quad AC = 1$$

$$CD = b$$

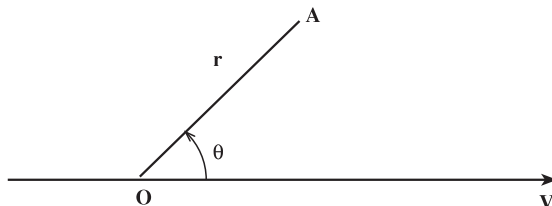
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{a}{1} = \frac{BE}{b}$$

$$BE = ab$$

مختصات قطبی^۱

ممکن است از شما سؤال شود «آیا می‌توان نقاط یک صفحه را با استفاده از فقط یک محور مشخص کرد؟» که پاسخ مثبت است. با داشتن یک محور می‌توان هر نقطه از صفحه را با دو شناسه r و θ مشخص کرد.



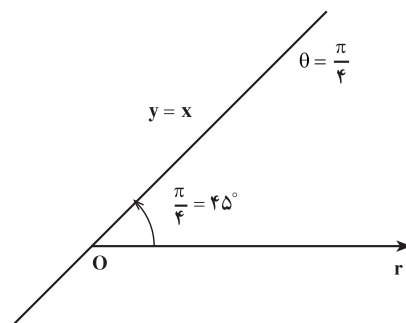
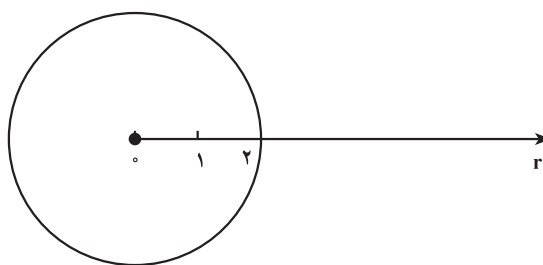
همان‌طور که می‌بینید، ارتباط r و θ با x_A و y_A به قرار زیر است:

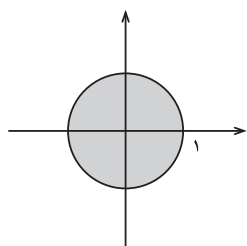
$$x_A = r \cos \theta$$

$$y_A = r \sin \theta$$

r فاصله‌ی نقطه‌ی A تا مبدأ O و θ زاویه‌ی بین بردار \vec{OA} و جهت مثبت محور ox است.

در بسیاری از کاربردهای مهندسی از مختصات قطبی، به جهت این که برای بعضی سطوح و منحنی‌ها شکل ساده‌تری دارند، استفاده می‌شود. مثلاً فرمول دایره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع ۲ در مختصات قطبی $r=2$ است! و یا معادله‌ی خط $y=x$ در دستگاه قطبی عبارت است از:





یا معادله‌ی قرصی به شعاع واحد $r \leq 1$ است. البته نمایش قطبی بعضی از منحنی‌ها در صفحه بسیار مشکل‌تر از نمایش کارترین آن‌هاست. مثلاً نمایش قطبی خط $y = \frac{1}{2}x + 1$ به صورت زیر درمی‌آید!

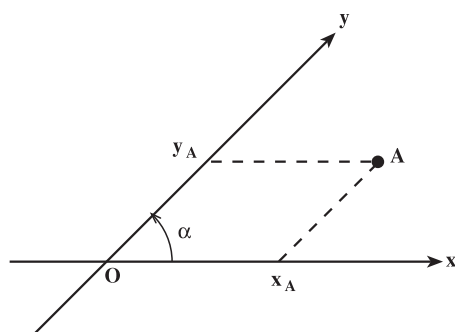
$$2r \sin \theta = r \cos \theta + 2$$

برای اطلاع بیش‌تر از مختصات قطبی و کاربردهای آن به یکی از کتاب‌های ریاضی عمومی دانشگاهی مراجعه کنید.

دستگاه مختصات مایل

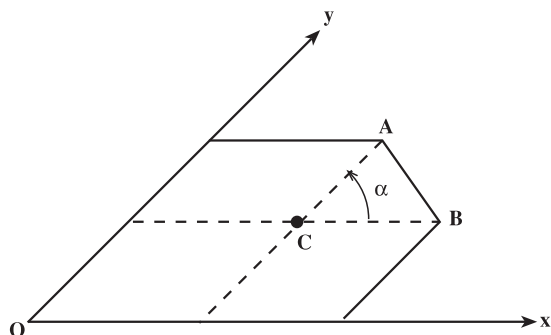
سؤال دیگری که ممکن است با آن مواجه شوید این است: «آیا می‌توان دو محور داشت که برهم عمود نباشند؟» که باز هم پاسخ مثبت است. مطابق شکل زیر می‌توان دستگاه مختصاتی داشت که زاویه‌ی بین دو محور α باشد.

همانند دستگاه دکارتی برای تعیین مختصات یک نقطه در صفحه از آن نقطه به موازات محورها رسم می‌کنیم. واضح است که کار کردن با محورهای مایل از نظر محاسباتی مشکل‌تر است. ولی دانش‌آموزانی که این سؤال را مطرح نمودند می‌توانند جست‌وجوگر و خلاق باشند، لذا باید حس کنجکاوی آن‌ها را ارضا نمود و با دادن تمرین‌های خاص آن‌ها را متقاعد کرد که کاربرد دستگاه دکارتی مناسب‌تر است. سؤالات می‌توانند به قرار زیر باشند (جواب‌ها در مقابل هستند):
الف) فاصله‌ی A تا مبدأ O را با استفاده از x_A و y_A حساب کنید.



$$\text{الف) } OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + 2x_A y_A \cos \alpha}$$

ب) فاصله‌ی دو نقطه را در دستگاه مختصات مایل برحسب مختصات آن‌ها حساب کنید.



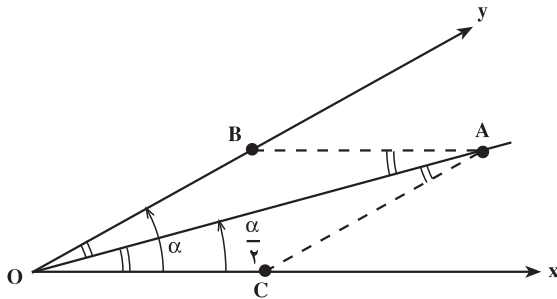
$$\overline{AC} = |y_A - y_B|, \quad \overline{BC} = |x_A - x_B|$$

در مثلث ABC داریم:

$$\overline{AB} = \sqrt{(\overline{AC})^2 + (\overline{BC})^2 - 2(\overline{AC})(\overline{BC}) \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 - 2|x_A - x_B||y_A - y_B| \cos \alpha}$$

ج) معادله‌ی نیمساز ربع اول و سوم یک دستگاه مختصات مایل را بنویسید.



واضح است که چون OA نیمساز زاویه‌ی xoy است

داریم : $AB = AC$

یعنی متوازی الاضلاع ABOC لوزی است و $x_A = y_A$

لذا، معادله‌ی OA به صورت $y = x$ است!

حل

حل: نقاط روی نیمساز ربع دوم و چهارم به صورت

$(x, -x)$ هستند پس باید داشته باشیم :

$$2a - 1 = a \Rightarrow a = 1$$

حل: دو نقطه M و N نسبت به محور x ها قرینه هستند و

هرگاه :

$$\begin{cases} x_N = x_M \\ y_N = -y_M \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = 1 - b \Rightarrow b = 0 \\ 2a = -2 \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$

حل: $M \left| \begin{smallmatrix} x' \\ y' \end{smallmatrix} \right|$ و $N \left| \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \right|$ وقتی برهم منطبق اند که $x = x'$ و

$y = y'$ بنابراین باید :

$$\begin{cases} a - 1 = b + 1 \\ b = a - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ a - b = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 2, a = 4$$

حل: باید $x_A = 0$ یعنی $t = \frac{1}{2} \Rightarrow 2t - 1 = 0$ بنابراین :

$$2t + 1 = 2 \times \frac{1}{2} + 1 = 2$$

حل مسائل بیش تر

۱- مقدار a را چنان بیابید که نقطه‌ی $A(-a, 2a - 1)$

روی نیمساز ربع دوم و چهارم باشد.

۲- مقدار a و b را طوری تعیین کنید که دو نقطه‌ی

$M(1, 2)$ و $N(1 - b, 2a)$ نسبت به محور x ها قرینه باشند.

۳- مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که دو نقطه‌ی

$M(a - 1, b)$ و $N(b + 1, a - b)$ برهم منطبق باشند.

۴- اگر نقطه‌ی $A(2t - 1, t + 3)$ روی محور $y'o'y$

باشد حاصل $2t + 1$ را به دست آورید.

با ریاضیدانان نامی آشنا شوید

ابوبکر بن محمد بن حسین یا حسن کرجی، ریاضیدان بزرگ در اواخر سده دهم میلادی/ چهارم قمری تا اوایل قرن یازدهم میلادی/ پنجم قمری می زیسته است. تاریخ وفات کرجی را حدود سال ۱۰۲۹/۴۲۰ تعیین کرده اند. کرجی در تاریخ ریاضیات جایگاه مهمی دارد. کار عمده ی کرجی عملیات بر روی عبارت های جبری است. وویکه می گوید :

او مهم ترین و کمایش تنها نظریه ی حساب جبری در میان دانشمندان عرب زبان را تا به امروز بیان کرده است. کرجی جبر را یکی از روش های حساب می داند و حساب را در مقدمه الفخری چنین تعریف می کند :

چنین دریافتیم که موضوع علم حساب، درباره ی استخراج مجهول ها از روی معلوم ها در انواع آن است و بی بردم که واضح ترین راه به سوی آن و نخستین وسیله برای رسیدن به آن صنعت جبر و مقابله است.

کرجی با آغاز شرح نظریه ی حساب جبری در بین جبردانان (خوارزمی و ابوکامل) رویکرد جدیدی را به کار گرفت. هدف مهم آن درک به صورت مستقل بود. تا پیش از کرجی همه مفاهیم ریاضیات از جمله جبر در سایه ی هندسه با معنی بود زیرا ریاضیاتی که از یونان آمده بود، قضایا باید به روش هندسی اثبات می شد. از نظر کرجی همچون خوارزمی جبر، روش بیان عملیات جبری بود و از نمادهایی مانند x و y استفاده نمی شد و به جای آن واژه هایی مخصوص به کار می بردند. مثلاً شیء (x یا مقدار مجهول)، مال (توان دوم)، کعب (توان سوم)، مال مال (توان چهارم) مقدار مجهول یا x^4 و مال کعب (توان پنجم مقدار مجهول یا x^5) و ... و عدد یا درهم (مقدار معلوم). اثرش به نام الفخری نخستین شرح جبر چند جمله ای بود.

کرجی در الفخری ابتدا توان های جبری را منظم می کند و سپس به کاربرد عملیات حساب و اصطلاحات جبری می پردازد. کرجی کوشش کرد که عملیات حساب را در مورد عبارات و جمله های غیر گویا به کار بندد. از راه کاربرد منظم اعمال حساب در بازه، مبنای تازه ای برای جبر پی نهاد و این کار در اثر آشنایی با جبر خوارزمی و خواندن آثار دیوفانتوس در حساب امکان پذیر شد. رهیافت جدید به همت جانشینان کرجی، به ویژه سموئل بسط یافت. برخی از دانشمندان اعتقاد دارند که ممکن است بر لئوناردو فیبوناتچی و لوی بن گرسون تأثیر گذاشته باشد.

کار مهم کرجی در ریاضیات و جبر، بررسی و حل معادله های سیال (جبر نامعین) است که آن ها را براساس کتاب دیوفانتوس آغاز کرد و تا معادله های درجه بالاتر از معادلات حل شده توسط دیوفانتوس ادامه داد. کرجی معادله یک، دو و سه مجهولی، دو معادله تک مجهولی، دو معادله دو مجهولی، دو معادله سه مجهولی، سه معادله دو مجهولی و سه معادله سه مجهولی را محاسبه کرده است. تمام آثار کرجی درباره ی حساب است. آثار مهم کرجی عبارت اند از :

۱) الفخری فی الجبر و المقابله ۲) الکافی فی الحساب ۳) البدیع فی الحساب ۴) علل حساب و الجبر و المقابله و شرح ها ۵) مختصر فی الحساب و المساحه ۶) فی حساب الهند ۷) فی الاستقراء ۸) الاجذار ۹) المسائل و الاجوبه فی الحساب ۱۰) انباط المیاه الخفیه ۱۱) العقود و الابنيه ۱۲) المدخل فی علم النجوم ۱۳) نوادر الاشکال ۱۴) الدور و الوصایا

بخش دوم

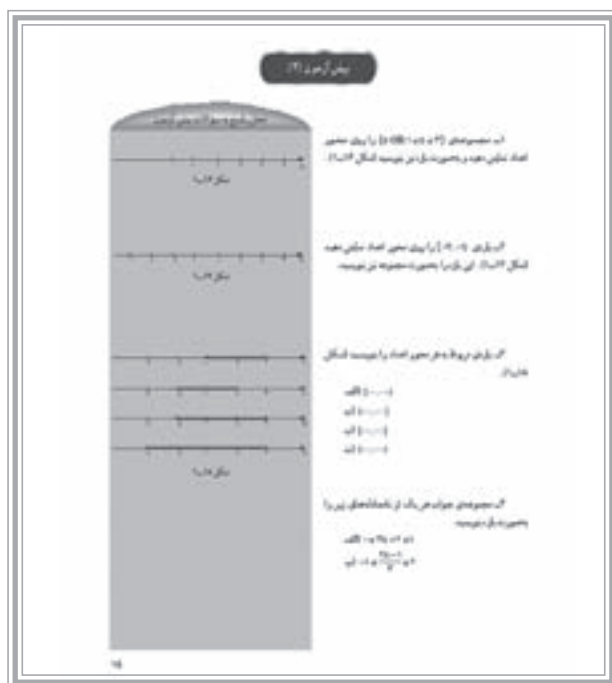
راهنمای آموزش فصل دوم از بخش اول کتاب دانش آموز

شامل:

- آموزش صفحات ۱۵ تا ۳۰
- دانستنی‌های لازم برای مدرسان
- حل مسائل بیش‌تر

آموزش صفحه‌ی ۱۵

از دانش‌آموزان بخواهید که در کلاس، پیش‌آزمون (۲) را اجرا کنند. با توجه به شناختی که تاکنون از کلاس خود به دست آورده‌اید، زمان اجرای پیش‌آزمون را بین ۲۰ تا ۳۵ دقیقه اعلام کنید. حل دانش‌آموزانی را که زودتر جواب می‌دهند کنترل کنید. اگر بعضی از دانش‌آموزان در حل پرسش ۴، یعنی تعیین جواب نامعادله‌ها مشکل داشتند، آن‌ها را به صفحات مربوط از کتاب کار دانش‌آموز مراجعه دهید.



آموزش صفحه‌ی ۱۶

هدف از آموزش این صفحه نمایش مجموعه‌ی کلیه اعدادی است که بین دو عدد قرار دارند. در صورتی که ابزار یا مفاهیم دیگری، غیر از آنچه در صفحه‌ی ۱۵ آمده است، می‌شناسید از آن‌ها کمک بگیرید تا مفهوم بازه بهتر در ذهن دانش‌آموزان شکل بگیرد.

از دانش‌آموزان بخواهید که صفحه‌ی ۱۵ را مطالعه کنند و با گردش در کلاس به سؤالات آن‌ها پاسخ دهید (با توجه به این که قبلاً در مورد بازه و کاربردهای آن در ریاضیات ۱ و ۲ مطالبی خوانده‌اند سؤال چندانی نخواهند داشت).



حل کار در کلاس ۱-۲ (صفحه ۱۷)

این کار در کلاس در این صفحه حل شده است.

۱- هر یک از بازه‌های زیر را به صورت مجموعه بنویسید.

$$[-2, 100] = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 100\}$$

$$(1, \sqrt{2}) = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < \sqrt{2}\}$$

$$\left[-1/5, \frac{3}{7}\right] = \left\{x \in \mathbb{R} : -1/5 \leq x \leq \frac{3}{7}\right\}$$

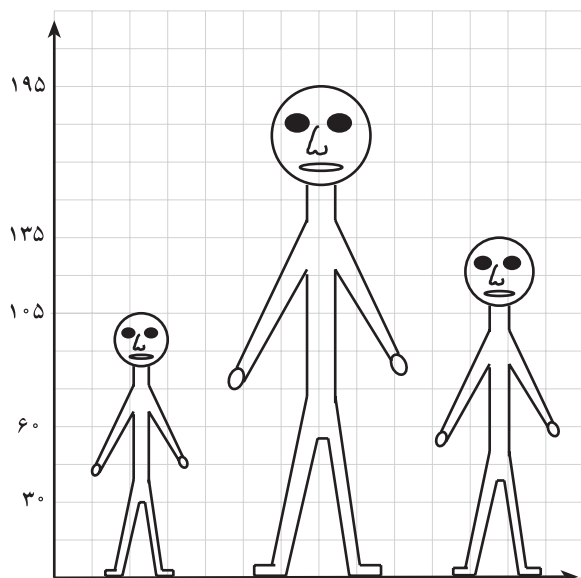
۲- مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 2\} = (-1, 2]$$

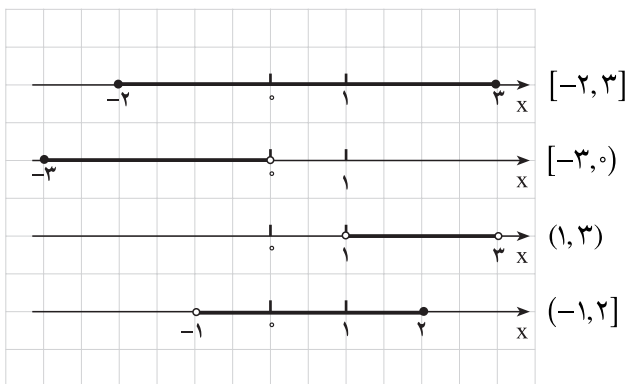
$$\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{5}\} = [\sqrt{2}, \sqrt{5}]$$

۳- با توجه به یکای شکل ۱-۲۵، اندازه‌ی قد آدمک‌های

آن شکل را بنویسید.

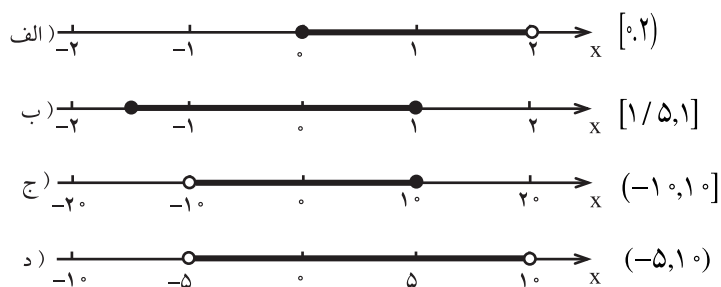


۴- هر بازه را روی محور اعداد نمایش دهید.



۵- بازه‌ی مربوط به هر شکل را با نماد بازه بنویسید

(شکل ۱-۲۷).



درباره‌ی صفحه‌ی ۱۸

با توجه به پرسش‌های تمرین ۱-۲ و کوچک شده‌ی صفحه‌ی ۱۸ که در مقابل ملاحظه می‌کنید، جواب‌ها را می‌نویسیم.

۱- مجموعه‌ی جواب نامعادله $x^2 < 4$ عبارت است از:

$$(-2, 2) = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 2\}$$



۲- محیط شکل (الف) $2 \times 2 + 2 \times 3 / 5x = 4 + 7x =$

محیط شکل (ب) $x + 2 \times 1 / 5x + 2(x + 3) = 6x + 6 =$

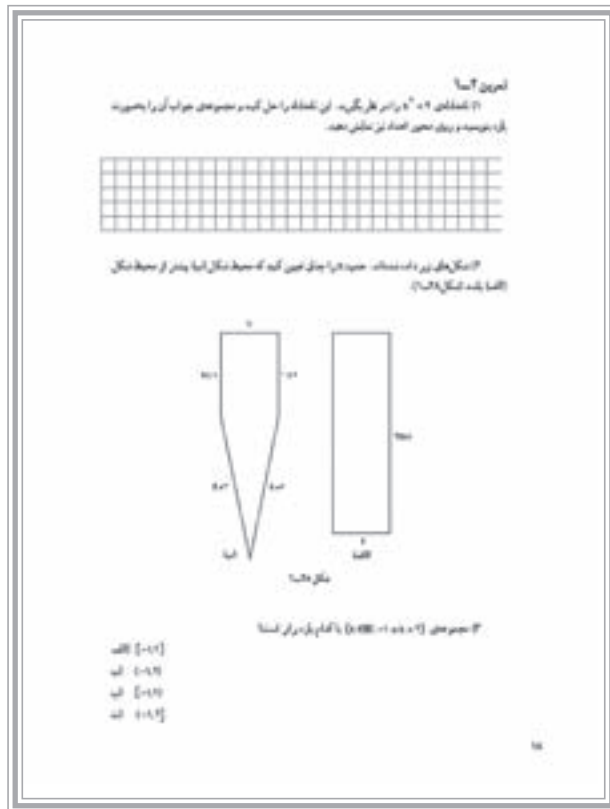
باید داشته باشیم:

پس، با توجه به این که x طول یک ضلع از شکل (ب)

است،

۳- همان‌طور که می‌بینید $\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 2\}$ با

بازه‌ی $[-1, 2)$ برابر است و جواب گزینه‌ی (ج) است.



درباره‌ی صفحه‌ی ۱۹

۴- جواب: $(-\sqrt{2}, 1/5]$

۵-

۶- بازه‌ی $(\alpha - r, \alpha + r)$ را یک همسایگی به مرکز a

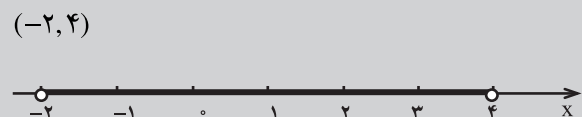
و شعاع r نیز می‌گویند. مرکز و شعاع بازه‌ها در زیر مشخص شده است.

الف) $(-2, 0)$, $a = \frac{-2+0}{2} = -1$, $r = \frac{0-(-2)}{2} = 1$

ب) $(-4, 1)$, $a = \frac{-4+1}{2} = -3/2$, $r = \frac{1-(-4)}{2} = 5/2$

پ) $(1, 5)$, $a = \frac{1+5}{2} = 3$, $r = \frac{5-1}{2} = 2$

ت) $(\sqrt{2}, 2+\sqrt{2})$, $a = \frac{\sqrt{2}+2+\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}+1$, $r = 1$



آموزش صفحه‌ی ۲۰

هدف از آموزش این صفحه آماده کردن ذهن دانش‌آموزان برای درک مفهوم بی‌نهایت است. توجه کنید که نمی‌توان انتظار داشت که دانش‌آموزان به سادگی به مفهوم ریاضی بی‌نهایت پی ببرند!

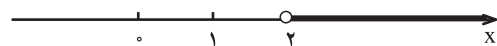
زیرا، این مفهوم به مفاهیم عمیق‌تری نظیر دنباله‌ها، حد دنباله‌ها، بی‌کرانی مجموعه اعداد حقیقی و ... وابسته است. در انتهای این فصل مطالبی در مورد بی‌نهایت آمده است.

درباره‌ی فعالیت ۱-۶

۱- هدف آن است کمک کنیم تا دانش‌آموزان به زبان خودشان مفهوم بی‌نهایت را بیان کنند تا با تصور آن‌ها از این مفهوم آشنا شویم. این کار، دانش‌آموزان را در رسیدن به نتیجه‌ی نهایی، که در کادر این صفحه آمده است، کمک می‌کند.

۲- انتظار می‌رود که دانش‌آموزان عبارات جالبی در مورد بی‌نهایت بیان کنند که هریک گویای درک آن‌ها از مفهوم بی‌نهایت است. وظیفه‌ی معلم آن است که با شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان و ریشه‌یابی آن‌ها، با درایت این بدفهمی‌ها را مرتفع کند.

۳- جواب نامعادله‌ی $x > 2$ روی محور اعداد زیر نمایش داده شده است.



۴- پرسش‌های این مرحله برای نزدیک کردن ذهن دانش‌آموزان به مفهوم بی‌نهایت ریاضی است نه بی‌نهایت به عنوان واژه‌ای متداول برای خیلی زیاد، خیلی بزرگ و

توضیح این که نمی‌توان بزرگ‌ترین عدد را که در نامساوی $x > 2$ صدق می‌کند ارائه کرد یا نام برد. اگر کسی بگوید a بزرگ‌ترین عددی است که در $x > 2$ صدق می‌کند می‌گوییم $a + 1 > a > 2$ از a بزرگ‌تر است و $a + 1 > 2$ و a نمی‌توان بزرگ‌ترین عدد صادق در $x > 2$ باشد.

۱-۶-۱-۱-۲-۳-۴-۵-۶-۷-۸-۹-۱۰-۱۱-۱۲-۱۳-۱۴-۱۵-۱۶-۱۷-۱۸-۱۹-۲۰-۲۱-۲۲-۲۳-۲۴-۲۵-۲۶-۲۷-۲۸-۲۹-۳۰-۳۱-۳۲-۳۳-۳۴-۳۵-۳۶-۳۷-۳۸-۳۹-۴۰-۴۱-۴۲-۴۳-۴۴-۴۵-۴۶-۴۷-۴۸-۴۹-۵۰-۵۱-۵۲-۵۳-۵۴-۵۵-۵۶-۵۷-۵۸-۵۹-۶۰-۶۱-۶۲-۶۳-۶۴-۶۵-۶۶-۶۷-۶۸-۶۹-۷۰-۷۱-۷۲-۷۳-۷۴-۷۵-۷۶-۷۷-۷۸-۷۹-۸۰-۸۱-۸۲-۸۳-۸۴-۸۵-۸۶-۸۷-۸۸-۸۹-۹۰-۹۱-۹۲-۹۳-۹۴-۹۵-۹۶-۹۷-۹۸-۹۹-۱۰۰-۱۰۱-۱۰۲-۱۰۳-۱۰۴-۱۰۵-۱۰۶-۱۰۷-۱۰۸-۱۰۹-۱۱۰-۱۱۱-۱۱۲-۱۱۳-۱۱۴-۱۱۵-۱۱۶-۱۱۷-۱۱۸-۱۱۹-۱۲۰-۱۲۱-۱۲۲-۱۲۳-۱۲۴-۱۲۵-۱۲۶-۱۲۷-۱۲۸-۱۲۹-۱۳۰-۱۳۱-۱۳۲-۱۳۳-۱۳۴-۱۳۵-۱۳۶-۱۳۷-۱۳۸-۱۳۹-۱۴۰-۱۴۱-۱۴۲-۱۴۳-۱۴۴-۱۴۵-۱۴۶-۱۴۷-۱۴۸-۱۴۹-۱۵۰-۱۵۱-۱۵۲-۱۵۳-۱۵۴-۱۵۵-۱۵۶-۱۵۷-۱۵۸-۱۵۹-۱۶۰-۱۶۱-۱۶۲-۱۶۳-۱۶۴-۱۶۵-۱۶۶-۱۶۷-۱۶۸-۱۶۹-۱۷۰-۱۷۱-۱۷۲-۱۷۳-۱۷۴-۱۷۵-۱۷۶-۱۷۷-۱۷۸-۱۷۹-۱۸۰-۱۸۱-۱۸۲-۱۸۳-۱۸۴-۱۸۵-۱۸۶-۱۸۷-۱۸۸-۱۸۹-۱۹۰-۱۹۱-۱۹۲-۱۹۳-۱۹۴-۱۹۵-۱۹۶-۱۹۷-۱۹۸-۱۹۹-۲۰۰-۲۰۱-۲۰۲-۲۰۳-۲۰۴-۲۰۵-۲۰۶-۲۰۷-۲۰۸-۲۰۹-۲۱۰-۲۱۱-۲۱۲-۲۱۳-۲۱۴-۲۱۵-۲۱۶-۲۱۷-۲۱۸-۲۱۹-۲۲۰-۲۲۱-۲۲۲-۲۲۳-۲۲۴-۲۲۵-۲۲۶-۲۲۷-۲۲۸-۲۲۹-۲۳۰-۲۳۱-۲۳۲-۲۳۳-۲۳۴-۲۳۵-۲۳۶-۲۳۷-۲۳۸-۲۳۹-۲۴۰-۲۴۱-۲۴۲-۲۴۳-۲۴۴-۲۴۵-۲۴۶-۲۴۷-۲۴۸-۲۴۹-۲۵۰-۲۵۱-۲۵۲-۲۵۳-۲۵۴-۲۵۵-۲۵۶-۲۵۷-۲۵۸-۲۵۹-۲۶۰-۲۶۱-۲۶۲-۲۶۳-۲۶۴-۲۶۵-۲۶۶-۲۶۷-۲۶۸-۲۶۹-۲۷۰-۲۷۱-۲۷۲-۲۷۳-۲۷۴-۲۷۵-۲۷۶-۲۷۷-۲۷۸-۲۷۹-۲۸۰-۲۸۱-۲۸۲-۲۸۳-۲۸۴-۲۸۵-۲۸۶-۲۸۷-۲۸۸-۲۸۹-۲۹۰-۲۹۱-۲۹۲-۲۹۳-۲۹۴-۲۹۵-۲۹۶-۲۹۷-۲۹۸-۲۹۹-۳۰۰-۳۰۱-۳۰۲-۳۰۳-۳۰۴-۳۰۵-۳۰۶-۳۰۷-۳۰۸-۳۰۹-۳۱۰-۳۱۱-۳۱۲-۳۱۳-۳۱۴-۳۱۵-۳۱۶-۳۱۷-۳۱۸-۳۱۹-۳۲۰-۳۲۱-۳۲۲-۳۲۳-۳۲۴-۳۲۵-۳۲۶-۳۲۷-۳۲۸-۳۲۹-۳۳۰-۳۳۱-۳۳۲-۳۳۳-۳۳۴-۳۳۵-۳۳۶-۳۳۷-۳۳۸-۳۳۹-۳۴۰-۳۴۱-۳۴۲-۳۴۳-۳۴۴-۳۴۵-۳۴۶-۳۴۷-۳۴۸-۳۴۹-۳۵۰-۳۵۱-۳۵۲-۳۵۳-۳۵۴-۳۵۵-۳۵۶-۳۵۷-۳۵۸-۳۵۹-۳۶۰-۳۶۱-۳۶۲-۳۶۳-۳۶۴-۳۶۵-۳۶۶-۳۶۷-۳۶۸-۳۶۹-۳۷۰-۳۷۱-۳۷۲-۳۷۳-۳۷۴-۳۷۵-۳۷۶-۳۷۷-۳۷۸-۳۷۹-۳۸۰-۳۸۱-۳۸۲-۳۸۳-۳۸۴-۳۸۵-۳۸۶-۳۸۷-۳۸۸-۳۸۹-۳۹۰-۳۹۱-۳۹۲-۳۹۳-۳۹۴-۳۹۵-۳۹۶-۳۹۷-۳۹۸-۳۹۹-۴۰۰-۴۰۱-۴۰۲-۴۰۳-۴۰۴-۴۰۵-۴۰۶-۴۰۷-۴۰۸-۴۰۹-۴۱۰-۴۱۱-۴۱۲-۴۱۳-۴۱۴-۴۱۵-۴۱۶-۴۱۷-۴۱۸-۴۱۹-۴۲۰-۴۲۱-۴۲۲-۴۲۳-۴۲۴-۴۲۵-۴۲۶-۴۲۷-۴۲۸-۴۲۹-۴۳۰-۴۳۱-۴۳۲-۴۳۳-۴۳۴-۴۳۵-۴۳۶-۴۳۷-۴۳۸-۴۳۹-۴۴۰-۴۴۱-۴۴۲-۴۴۳-۴۴۴-۴۴۵-۴۴۶-۴۴۷-۴۴۸-۴۴۹-۴۵۰-۴۵۱-۴۵۲-۴۵۳-۴۵۴-۴۵۵-۴۵۶-۴۵۷-۴۵۸-۴۵۹-۴۶۰-۴۶۱-۴۶۲-۴۶۳-۴۶۴-۴۶۵-۴۶۶-۴۶۷-۴۶۸-۴۶۹-۴۷۰-۴۷۱-۴۷۲-۴۷۳-۴۷۴-۴۷۵-۴۷۶-۴۷۷-۴۷۸-۴۷۹-۴۸۰-۴۸۱-۴۸۲-۴۸۳-۴۸۴-۴۸۵-۴۸۶-۴۸۷-۴۸۸-۴۸۹-۴۹۰-۴۹۱-۴۹۲-۴۹۳-۴۹۴-۴۹۵-۴۹۶-۴۹۷-۴۹۸-۴۹۹-۵۰۰-۵۰۱-۵۰۲-۵۰۳-۵۰۴-۵۰۵-۵۰۶-۵۰۷-۵۰۸-۵۰۹-۵۱۰-۵۱۱-۵۱۲-۵۱۳-۵۱۴-۵۱۵-۵۱۶-۵۱۷-۵۱۸-۵۱۹-۵۲۰-۵۲۱-۵۲۲-۵۲۳-۵۲۴-۵۲۵-۵۲۶-۵۲۷-۵۲۸-۵۲۹-۵۳۰-۵۳۱-۵۳۲-۵۳۳-۵۳۴-۵۳۵-۵۳۶-۵۳۷-۵۳۸-۵۳۹-۵۴۰-۵۴۱-۵۴۲-۵۴۳-۵۴۴-۵۴۵-۵۴۶-۵۴۷-۵۴۸-۵۴۹-۵۵۰-۵۵۱-۵۵۲-۵۵۳-۵۵۴-۵۵۵-۵۵۶-۵۵۷-۵۵۸-۵۵۹-۵۶۰-۵۶۱-۵۶۲-۵۶۳-۵۶۴-۵۶۵-۵۶۶-۵۶۷-۵۶۸-۵۶۹-۵۷۰-۵۷۱-۵۷۲-۵۷۳-۵۷۴-۵۷۵-۵۷۶-۵۷۷-۵۷۸-۵۷۹-۵۸۰-۵۸۱-۵۸۲-۵۸۳-۵۸۴-۵۸۵-۵۸۶-۵۸۷-۵۸۸-۵۸۹-۵۹۰-۵۹۱-۵۹۲-۵۹۳-۵۹۴-۵۹۵-۵۹۶-۵۹۷-۵۹۸-۵۹۹-۶۰۰-۶۰۱-۶۰۲-۶۰۳-۶۰۴-۶۰۵-۶۰۶-۶۰۷-۶۰۸-۶۰۹-۶۱۰-۶۱۱-۶۱۲-۶۱۳-۶۱۴-۶۱۵-۶۱۶-۶۱۷-۶۱۸-۶۱۹-۶۲۰-۶۲۱-۶۲۲-۶۲۳-۶۲۴-۶۲۵-۶۲۶-۶۲۷-۶۲۸-۶۲۹-۶۳۰-۶۳۱-۶۳۲-۶۳۳-۶۳۴-۶۳۵-۶۳۶-۶۳۷-۶۳۸-۶۳۹-۶۴۰-۶۴۱-۶۴۲-۶۴۳-۶۴۴-۶۴۵-۶۴۶-۶۴۷-۶۴۸-۶۴۹-۶۵۰-۶۵۱-۶۵۲-۶۵۳-۶۵۴-۶۵۵-۶۵۶-۶۵۷-۶۵۸-۶۵۹-۶۶۰-۶۶۱-۶۶۲-۶۶۳-۶۶۴-۶۶۵-۶۶۶-۶۶۷-۶۶۸-۶۶۹-۶۷۰-۶۷۱-۶۷۲-۶۷۳-۶۷۴-۶۷۵-۶۷۶-۶۷۷-۶۷۸-۶۷۹-۶۸۰-۶۸۱-۶۸۲-۶۸۳-۶۸۴-۶۸۵-۶۸۶-۶۸۷-۶۸۸-۶۸۹-۶۹۰-۶۹۱-۶۹۲-۶۹۳-۶۹۴-۶۹۵-۶۹۶-۶۹۷-۶۹۸-۶۹۹-۷۰۰-۷۰۱-۷۰۲-۷۰۳-۷۰۴-۷۰۵-۷۰۶-۷۰۷-۷۰۸-۷۰۹-۷۱۰-۷۱۱-۷۱۲-۷۱۳-۷۱۴-۷۱۵-۷۱۶-۷۱۷-۷۱۸-۷۱۹-۷۲۰-۷۲۱-۷۲۲-۷۲۳-۷۲۴-۷۲۵-۷۲۶-۷۲۷-۷۲۸-۷۲۹-۷۳۰-۷۳۱-۷۳۲-۷۳۳-۷۳۴-۷۳۵-۷۳۶-۷۳۷-۷۳۸-۷۳۹-۷۴۰-۷۴۱-۷۴۲-۷۴۳-۷۴۴-۷۴۵-۷۴۶-۷۴۷-۷۴۸-۷۴۹-۷۵۰-۷۵۱-۷۵۲-۷۵۳-۷۵۴-۷۵۵-۷۵۶-۷۵۷-۷۵۸-۷۵۹-۷۶۰-۷۶۱-۷۶۲-۷۶۳-۷۶۴-۷۶۵-۷۶۶-۷۶۷-۷۶۸-۷۶۹-۷۷۰-۷۷۱-۷۷۲-۷۷۳-۷۷۴-۷۷۵-۷۷۶-۷۷۷-۷۷۸-۷۷۹-۷۸۰-۷۸۱-۷۸۲-۷۸۳-۷۸۴-۷۸۵-۷۸۶-۷۸۷-۷۸۸-۷۸۹-۷۹۰-۷۹۱-۷۹۲-۷۹۳-۷۹۴-۷۹۵-۷۹۶-۷۹۷-۷۹۸-۷۹۹-۸۰۰-۸۰۱-۸۰۲-۸۰۳-۸۰۴-۸۰۵-۸۰۶-۸۰۷-۸۰۸-۸۰۹-۸۱۰-۸۱۱-۸۱۲-۸۱۳-۸۱۴-۸۱۵-۸۱۶-۸۱۷-۸۱۸-۸۱۹-۸۲۰-۸۲۱-۸۲۲-۸۲۳-۸۲۴-۸۲۵-۸۲۶-۸۲۷-۸۲۸-۸۲۹-۸۳۰-۸۳۱-۸۳۲-۸۳۳-۸۳۴-۸۳۵-۸۳۶-۸۳۷-۸۳۸-۸۳۹-۸۴۰-۸۴۱-۸۴۲-۸۴۳-۸۴۴-۸۴۵-۸۴۶-۸۴۷-۸۴۸-۸۴۹-۸۵۰-۸۵۱-۸۵۲-۸۵۳-۸۵۴-۸۵۵-۸۵۶-۸۵۷-۸۵۸-۸۵۹-۸۶۰-۸۶۱-۸۶۲-۸۶۳-۸۶۴-۸۶۵-۸۶۶-۸۶۷-۸۶۸-۸۶۹-۸۷۰-۸۷۱-۸۷۲-۸۷۳-۸۷۴-۸۷۵-۸۷۶-۸۷۷-۸۷۸-۸۷۹-۸۸۰-۸۸۱-۸۸۲-۸۸۳-۸۸۴-۸۸۵-۸۸۶-۸۸۷-۸۸۸-۸۸۹-۸۹۰-۸۹۱-۸۹۲-۸۹۳-۸۹۴-۸۹۵-۸۹۶-۸۹۷-۸۹۸-۸۹۹-۹۰۰-۹۰۱-۹۰۲-۹۰۳-۹۰۴-۹۰۵-۹۰۶-۹۰۷-۹۰۸-۹۰۹-۹۱۰-۹۱۱-۹۱۲-۹۱۳-۹۱۴-۹۱۵-۹۱۶-۹۱۷-۹۱۸-۹۱۹-۹۲۰-۹۲۱-۹۲۲-۹۲۳-۹۲۴-۹۲۵-۹۲۶-۹۲۷-۹۲۸-۹۲۹-۹۳۰-۹۳۱-۹۳۲-۹۳۳-۹۳۴-۹۳۵-۹۳۶-۹۳۷-۹۳۸-۹۳۹-۹۴۰-۹۴۱-۹۴۲-۹۴۳-۹۴۴-۹۴۵-۹۴۶-۹۴۷-۹۴۸-۹۴۹-۹۵۰-۹۵۱-۹۵۲-۹۵۳-۹۵۴-۹۵۵-۹۵۶-۹۵۷-۹۵۸-۹۵۹-۹۶۰-۹۶۱-۹۶۲-۹۶۳-۹۶۴-۹۶۵-۹۶۶-۹۶۷-۹۶۸-۹۶۹-۹۷۰-۹۷۱-۹۷۲-۹۷۳-۹۷۴-۹۷۵-۹۷۶-۹۷۷-۹۷۸-۹۷۹-۹۸۰-۹۸۱-۹۸۲-۹۸۳-۹۸۴-۹۸۵-۹۸۶-۹۸۷-۹۸۸-۹۸۹-۹۹۰-۹۹۱-۹۹۲-۹۹۳-۹۹۴-۹۹۵-۹۹۶-۹۹۷-۹۹۸-۹۹۹-۱۰۰۰-۱۰۰۱-۱۰۰۲-۱۰۰۳-۱۰۰۴-۱۰۰۵-۱۰۰۶-۱۰۰۷-۱۰۰۸-۱۰۰۹-۱۰۱۰-۱۰۱۱-۱۰۱۲-۱۰۱۳-۱۰۱۴-۱۰۱۵-۱۰۱۶-۱۰۱۷-۱۰۱۸-۱۰۱۹-۱۰۲۰-۱۰۲۱-۱۰۲۲-۱۰۲۳-۱۰۲۴-۱۰۲۵-۱۰۲۶-۱۰۲۷-۱۰۲۸-۱۰۲۹-۱۰۳۰-۱۰۳۱-۱۰۳۲-۱۰۳۳-۱۰۳۴-۱۰۳۵-۱۰۳۶-۱۰۳۷-۱۰۳۸-۱۰۳۹-۱۰۴۰-۱۰۴۱-۱۰۴۲-۱۰۴۳-۱۰۴۴-۱۰۴۵-۱۰۴۶-۱۰۴۷-۱۰۴۸-۱۰۴۹-۱۰۵۰-۱۰۵۱-۱۰۵۲-۱۰۵۳-۱۰۵۴-۱۰۵۵-۱۰۵۶-۱۰۵۷-۱۰۵۸-۱۰۵۹-۱۰۶۰-۱۰۶۱-۱۰۶۲-۱۰۶۳-۱۰۶۴-۱۰۶۵-۱۰۶۶-۱۰۶۷-۱۰۶۸-۱۰۶۹-۱۰۷۰-۱۰۷۱-۱۰۷۲-۱۰۷۳-۱۰۷۴-۱۰۷۵-۱۰۷۶-۱۰۷۷-۱۰۷۸-۱۰۷۹-۱۰۸۰-۱۰۸۱-۱۰۸۲-۱۰۸۳-۱۰۸۴-۱۰۸۵-۱۰۸۶-۱۰۸۷-۱۰۸۸-۱۰۸۹-۱۰۹۰-۱۰۹۱-۱۰۹۲-۱۰۹۳-۱۰۹۴-۱۰۹۵-۱۰۹۶-۱۰۹۷-۱۰۹۸-۱۰۹۹-۱۱۰۰-۱۱۰۱-۱۱۰۲-۱۱۰۳-۱۱۰۴-۱۱۰۵-۱۱۰۶-۱۱۰۷-۱۱۰۸-۱۱۰۹-۱۱۱۰-۱۱۱۱-۱۱۱۲-۱۱۱۳-۱۱۱۴-۱۱۱۵-۱۱۱۶-۱۱۱۷-۱۱۱۸-۱۱۱۹-۱۱۲۰-۱۱۲۱-۱۱۲۲-۱۱۲۳-۱۱۲۴-۱۱۲۵-۱۱۲۶-۱۱۲۷-۱۱۲۸-۱۱۲۹-۱۱۳۰-۱۱۳۱-۱۱۳۲-۱۱۳۳-۱۱۳۴-۱۱۳۵-۱۱۳۶-۱۱۳۷-۱۱۳۸-۱۱۳۹-۱۱۴۰-۱۱۴۱-۱۱۴۲-۱۱۴۳-۱۱۴۴-۱۱۴۵-۱۱۴۶-۱۱۴۷-۱۱۴۸-۱۱۴۹-۱۱۵۰-۱۱۵۱-۱۱۵۲-۱۱۵۳-۱۱۵۴-۱۱۵۵-۱۱۵۶-۱۱۵۷-۱۱۵۸-۱۱۵۹-۱۱۶۰-۱۱۶۱-۱۱۶۲-۱۱۶۳-۱۱۶۴-۱۱۶۵-۱۱۶۶-۱۱۶۷-۱۱۶۸-۱۱۶۹-۱۱۷۰-۱۱۷۱-۱۱۷۲-۱۱۷۳-۱۱۷۴-۱۱۷۵-۱۱۷۶-۱۱۷۷-۱۱۷۸-۱۱۷۹-۱۱۸۰-۱۱۸۱-۱۱۸۲-۱۱۸۳-۱۱۸۴-۱۱۸۵-۱۱۸۶-۱۱۸۷-۱۱۸۸-۱۱۸۹-۱۱۹۰-۱۱۹۱-۱۱۹۲-۱۱۹۳-۱۱۹۴-۱۱۹۵-۱۱۹۶-۱۱۹۷-۱۱۹۸-۱۱۹۹-۱۲۰۰-۱۲۰۱-۱۲۰۲-۱۲۰۳-۱۲۰۴-۱۲۰۵-۱۲۰۶-۱۲۰۷-۱۲۰۸-۱۲۰۹-۱۲۱۰-۱۲۱۱-۱۲۱۲-۱۲۱۳-۱۲۱۴-۱۲۱۵-۱۲۱۶-۱۲۱۷-۱۲۱۸-۱۲۱۹-۱۲۲۰-۱۲۲۱-۱۲۲۲-۱۲۲۳-۱۲۲۴-۱۲۲۵-۱۲۲۶-۱۲۲۷-۱۲۲۸-۱۲۲۹-۱۲۳۰-۱۲۳۱-۱۲۳۲-۱۲۳۳-۱۲۳۴-۱۲۳۵-۱۲۳۶-۱۲۳۷-۱۲۳۸-۱۲۳۹-۱۲۴۰-۱۲۴۱-۱۲۴۲-۱۲۴۳-۱۲۴۴-۱۲۴۵-۱۲۴۶-۱۲۴۷-۱۲۴۸-۱۲۴۹-۱۲۵۰-۱۲۵۱-۱۲۵۲-۱۲۵۳-۱۲۵۴-۱۲۵۵-۱۲۵۶-۱۲۵۷-۱۲۵۸-۱۲۵۹-۱۲۶۰-۱۲۶۱-۱۲۶۲-۱۲۶۳-۱۲۶۴-۱۲۶۵-۱۲۶۶-۱۲۶۷-۱۲۶۸-۱۲۶۹-۱۲۷۰-۱۲۷۱-۱۲۷۲-۱۲۷۳-۱۲۷۴-۱۲۷۵-۱۲۷۶-۱۲۷۷-۱۲۷۸-۱۲۷۹-۱۲۸۰-۱۲۸۱-۱۲۸۲-۱۲۸۳-۱۲۸۴-۱۲۸۵-۱۲۸۶-۱۲۸۷-۱۲۸۸-۱۲۸۹-۱۲۹۰-۱۲۹۱-۱۲۹۲-۱۲۹۳-۱۲۹۴-۱۲۹۵-۱۲۹۶-۱۲۹۷-۱۲۹۸-۱۲۹۹-۱۳۰۰-۱۳۰۱-۱۳۰۲-۱۳۰۳-۱۳۰۴-۱۳۰۵-۱۳۰۶-۱۳۰۷-۱۳۰۸-۱۳۰۹-۱۳۱۰-۱۳۱۱-۱۳۱۲-۱۳۱۳-۱۳۱۴-۱۳۱۵-۱۳۱۶-۱۳۱۷-۱۳۱۸-۱۳۱۹-۱۳۲۰-۱۳۲۱-۱۳۲۲-۱۳۲۳-۱۳۲۴-۱۳۲۵-۱۳۲۶-۱۳۲۷-۱۳۲۸-۱۳۲۹-۱۳۳۰-۱۳۳۱-۱۳۳۲-۱۳۳۳-۱۳۳۴-۱۳۳۵-۱۳۳۶-۱۳۳۷-۱۳۳۸-۱۳۳۹-۱۳۴۰-۱۳۴۱-۱۳۴۲-۱۳۴۳-۱۳۴۴-۱۳۴۵-۱۳۴۶-۱۳۴۷-۱۳۴۸-۱۳۴۹-۱۳۵۰-۱۳۵۱-۱۳۵۲-۱۳۵۳-۱۳۵۴-۱۳۵۵-۱۳۵۶-۱۳۵۷-۱۳۵۸-۱۳۵۹-۱۳۶۰-۱۳۶۱-۱۳۶۲-۱۳۶۳-۱۳۶۴-۱۳۶۵-۱۳۶۶-۱۳۶۷-۱۳۶۸-۱۳۶۹-۱۳۷۰-۱۳۷۱-۱۳۷۲-۱۳۷۳-۱۳۷۴-۱۳۷۵-۱۳۷۶-۱۳۷۷-۱۳۷۸-۱۳۷۹-۱۳۸۰-۱۳۸۱-۱۳۸۲-۱۳۸۳-۱۳۸۴-۱۳۸۵-۱۳۸۶-۱۳۸۷-۱۳۸۸-۱۳۸۹-۱۳۹۰-۱۳۹۱-۱۳۹۲-۱۳۹۳-۱۳۹۴-۱۳۹۵-۱۳۹۶-۱۳۹۷-۱۳۹۸-۱۳۹۹-۱۴۰۰-۱۴۰۱-۱۴۰۲-۱۴۰۳-۱۴۰۴-۱۴۰۵-۱۴۰۶-۱۴۰۷-۱۴۰۸-۱۴۰۹-۱۴۱۰-۱۴۱۱-۱۴۱۲-۱۴۱۳-۱۴۱۴-۱۴۱۵-۱۴۱۶-۱۴۱۷-۱۴۱۸-۱۴۱۹-۱۴۲۰-۱۴۲۱-۱۴۲۲-۱۴۲۳-۱۴۲۴-۱۴۲۵-۱۴۲۶-۱۴۲۷-۱۴۲۸-۱۴۲۹-۱۴۳۰-۱۴۳۱-۱۴۳۲-۱۴۳۳-۱۴۳۴-۱۴۳۵-۱۴۳۶-۱۴۳۷-۱۴۳۸-۱۴۳۹-۱۴۴۰-۱۴۴۱-۱۴۴۲-۱۴۴۳-۱۴۴۴-۱۴۴۵-۱۴۴۶-۱۴۴۷-۱۴۴۸-۱۴۴۹-۱۴۵۰-۱۴۵۱-۱۴۵۲-۱۴۵۳-۱۴۵۴-۱۴۵۵-۱۴۵۶-۱۴۵۷-۱۴۵۸-۱۴۵۹-۱۴۶۰-۱۴۶۱-۱۴۶۲-۱۴۶۳-۱۴۶۴-۱۴۶۵-۱۴۶۶-۱۴۶۷-۱۴۶۸-۱۴۶۹-۱۴۷۰-۱۴۷۱-۱۴۷۲-۱۴۷۳-۱۴۷۴-۱۴۷۵-۱۴۷۶-۱۴۷۷-۱۴۷۸-۱۴۷۹-۱۴۸۰-۱۴۸۱-۱۴۸۲-۱۴۸۳-۱۴۸۴-۱۴۸۵-۱۴۸۶-۱۴۸۷-۱۴۸۸-۱۴۸۹-۱۴۹۰-۱۴۹۱-۱۴۹۲-۱۴۹۳-۱۴۹۴-۱۴۹۵-۱۴۹۶-۱۴۹۷-۱۴۹۸-۱۴۹۹-۱۵۰۰-۱۵۰۱-۱۵۰۲-۱۵۰۳-۱۵۰

آموزش صفحه‌ی ۲۱

هدف از آموزش این صفحه نزدیک کردن ذهن دانش‌آموزان به مفهوم $-\infty$ و نمایش مجموعه‌ی اعداد حقیقی به صورت یک بازه است.

آموزش فعالیت ۷-۱

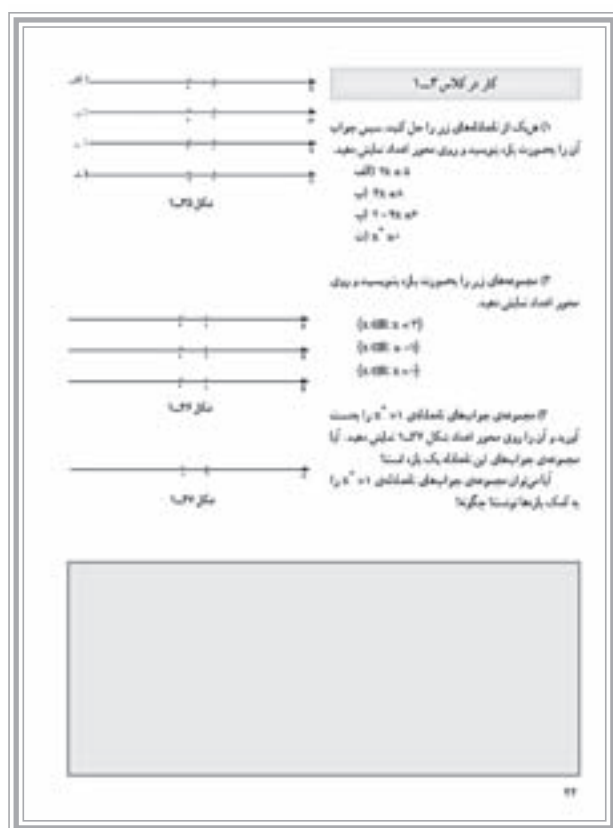
آموزش مراحل مختلف این فعالیت مشابه آموزش فعالیت ۱-۶ است. البته درک مفهوم $-\infty$ - مشکل تر از درک مفهوم $+\infty$ است و مراحل ۱ و ۲ از فعالیت ۱-۶ رانمی توان در مورد $-\infty$ داشت! با روشن شدن نسبی مفهوم $+\infty$ برای دانش آموزان درک مفهوم $-\infty$ ، با انجام کامل فعالیت ۱-۷ نیز میسر می شود. این که دانش آموزان درک کنند $+\infty$ و $-\infty$ عدد نیستند، بسیار مهم است.



آموزش صفحه‌ی ۲۲

با توجه به فعالیت‌های اجرا شده، انتظار می‌رود دانش‌آموزان در انجام کار در کلاس ۳-۱ مشکل نداشته باشند. فقط در مرحله‌ی ۳ باید توجه داشت که مجموعه‌ی جواب‌های $x^2 > 1$ عبارت است از $\{x < -1\}$ یا $\{x > 1\}$ که به صورت $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ نمایش داده می‌شود.

قسمت آبی پایین صفحه برای درج تمرین یا یادداشت است.



حل تمرین ۳-۱ (صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

الف) $C = (-1, +\infty)$ -۱

ب) $D = [-2, 2)$

پ) $B = [-1, \sqrt{3})$

ت) $A = (-\infty, 2]$

الف) $(-2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x\}$ -۲

ب) $[-2, \sqrt{2}) = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < \sqrt{2}\}$

پ) $[-4, 3] = \{x \in \mathbb{R} : -4 \leq x \leq 3\}$

ت) $(-\infty, 5] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 5\}$

-۳

الف) $(1, 4]$



ب) $(-\infty, 1]$



پ) $[2, +\infty)$



ت) $(-5, 2)$



الف) $[-1, +\infty)$ -۴

ب) $[-1, 2]$

پ) $(-\infty, -1)$

-۵

الف) $3x > 0 \Rightarrow x > 0$

$\Rightarrow \{x \in \mathbb{R} : x > 0\} = (0, +\infty)$

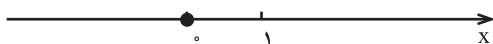


ب) $3x + 1 < 7 \Rightarrow x < 2$

$= \{x \in \mathbb{R} : x < 2\} = (-\infty, 2)$



پ) $x^2 \leq 0 \Rightarrow x = 0 = \{x \in \mathbb{R} : x = 0\} = \{0\}$



ت) $2x - 1 < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2} = \{x \in \mathbb{R} : x < \frac{1}{2}\} = (-\infty, \frac{1}{2})$



ث) $x^2 + 1 < 5 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow -2 < x < 2$

$\Rightarrow \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 2\}$



ج) $(x-1)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 1$

$= \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 1\} = (-2, 1)$



$$۶- ۱۲x + ۳x^2 = ۴x(۳x + ۳) = ۱۲x^2 + ۱۲x \text{ مساحت شکل (الف)}$$

$$\text{ب) مساحت شکل} = ۲ \times \left[\frac{۳ \times ۴}{۲} \right] = ۱۲$$

$$۱۲x^2 + ۱۲x > ۱۲ \Rightarrow x^2 + x > ۱ \Rightarrow$$

$$\left(-\infty, \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, +\infty \right)$$

$$۷- \text{ضخامت} \times \text{سطح} = \text{حجم آلومینیوم}$$

$$\text{میلی متر مکعب} = \frac{\text{وزن}}{\text{چگالی}} = \frac{۲۷۰۰۰}{۲/۷} = ۱۰/۰۰۰ = \text{حجم آلومینیوم}$$

$$\text{میلی متر مربع} = ۵۰۰۰ \Rightarrow \frac{۱۰/۰۰۰}{۲} = ۲ \text{ میلی متر} = \text{ضخامت}$$

$$\text{میلی متر مربع} = ۱۰۰۰ \Rightarrow \frac{۱۰/۰۰۰}{۱۰} = ۱۰ \text{ میلی متر} = \text{ضخامت}$$

بنابراین، میلی متر مربع $۵۰۰۰ \leq$ مساحت ورقها ≤ ۱۰۰۰ میلی متر مربع

$$۸- ۳x - ۱ \leq ۱۱ \Rightarrow x < ۴ = (-\infty, ۴) \text{ (الف)}$$

$$\text{ب) } ۲ - ۳x \leq ۱۴ \Rightarrow -۴ \leq x = [-۴, +\infty)$$

$$\text{ج) } x^2 \leq ۱۶ \Rightarrow -۴ < x < ۴ = (-۴, ۴)$$

آموزش صفحه‌ی ۲۵

هدف از آموزش این صفحه تمرین روی عملیات بر بازه‌ها،

یعنی اجتماع، اشتراک و تفاضل دو بازه است.

اجرای فعالیت ۱-۸

$$۱- [۱, ۴] \cap (۰, ۲) = [۱, ۲]$$

$$۲- (۰, ۲) \cup [۱, ۴] = (۰, ۴]$$

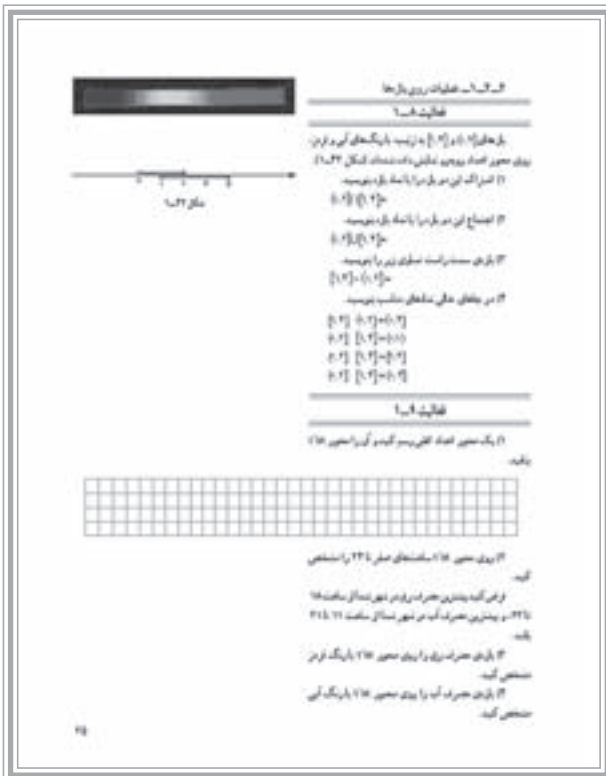
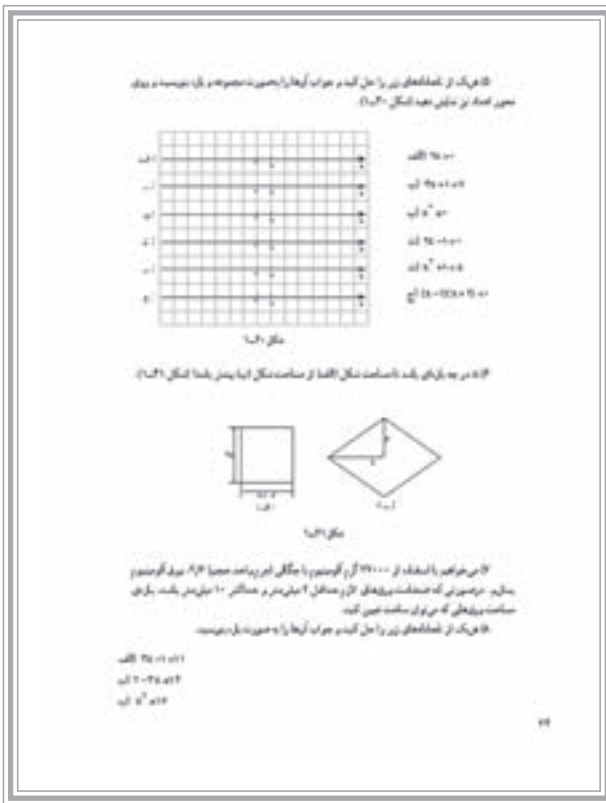
$$۳- [۱, ۴] - (۰, ۲) = (۲, ۴]$$

$$۴- [۱, ۴] \cup (۰, ۲) = (۰, ۴]$$

$$(۰, ۲) - [۱, ۴] = (۰, ۱)$$

$$(۰, ۲) \cap [۱, ۴] = [۱, ۲]$$

$$(۰, ۲) \cup [۱, ۴] = (۰, ۴]$$



اجرای فعالیت ۹-۱

یکی از هدف‌های این فعالیت آموزش صرفه‌جویی در مصرف آب و برق است. بستن شیر آب وقتی از آب استفاده نمی‌شود و خاموش کردن چراغ اتاق، کلاس یا هر جای بسته توسط آخرین فردی که آن محل را ترک می‌کند، از آموزش‌های اولیه در این مورد است.



$$[11, 21] \cap [18, 23] = [18, 21] \quad \text{۵-}$$



$$[11, 21] \cup [18, 23] = [11, 23] \quad \text{۶-}$$



اجرای کار در کلاس ۴-۱ (صفحه ۲۶)

$$A = [8, 13:15] \quad \text{۱-}$$

$$B = [1^\circ, 14:30] \quad \text{۲-}$$

$$A \cap B = [1^\circ, 13:15] \quad \text{۳-}$$

$$A - B = [8, 1^\circ) \quad \text{۴-}$$

$$B - A = (13:15, 14:30] \quad \text{۵-}$$

۶- توأمأ در (۳)، (۴) و (۵) انجام شده است.

کار در کلاس ۴-۱

احمد در ساعت ۸ صبح در شهر نشانی سوار اتوبوس شد. رضا در ساعت ۱۰ صبح در چگون سوار اتوبوس شد. احمد ساعت ۱۵:۱۵ در گرج پیاده شد. رضا در ساعت ۱۴:۴۰ به تهران رسید. شکل ۱-۴۴

(۱) بازنویسی زمانی را که احمد در اتوبوس بوده است بنویسید. این کار را با بزنید.

(۲) بازنویسی زمانی را که رضا در اتوبوس بوده است بنویسید. این کار را با بزنید.

(۳) در چه بازه‌ای زمانی احمد و رضا هر دو در اتوبوس بوده‌اند؟

(۴) در چه بازه‌ای زمانی احمد بدون رضا در اتوبوس بوده است؟

(۵) در چه بازه‌ای زمانی رضا بدون احمد در اتوبوس بوده است؟

(۶) بازنویسی زمانی (۳)، (۴) و (۵) را با استفاده از شکل بازنویسی کنید.

آموزش صفحه ۲۷

تمرین ۴-۱ مجموعه‌ای از مسائل است که دانش‌آموزان، با توجه به فعالیت‌هایی که در این زمینه داشته‌اند، مشکلی در حل آن‌ها ندارند. جواب این تمرین‌ها به‌طور خلاصه چنین است:

تمرین ۴-۱

(۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۱۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۲۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۳۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۴۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۵۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۶۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۷۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۸۹) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۰) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۱) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۲) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۳) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۴) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۵) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۶) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۷) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۸) مجموعه‌ای از مسائل

(۹۹) مجموعه‌ای از مسائل

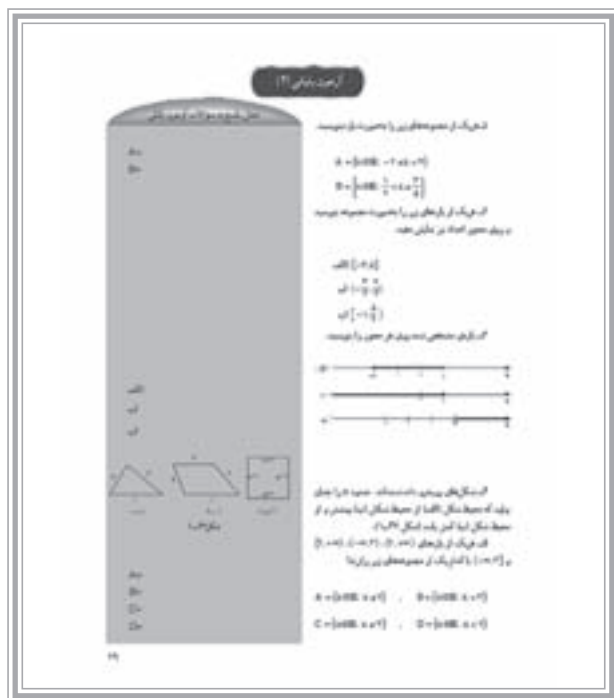
(۱۰۰) مجموعه‌ای از مسائل

۱- الف)

پ) $A \cap B = (1, 4]$ گزینه ی (پ)

ت) $A \cup B = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$ گزینه ی (ب)

اجرای آزمون پایانی (۲) (صفحه های ۲۹ و ۳۰)



(۱) $2x < 3 \Rightarrow x < 1/5 \Rightarrow C = (-\infty, 1/5)$

(۲) $3 - 4x \leq 4 \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq x \Rightarrow D = \left[-\frac{1}{4}, +\infty\right)$

ب) $C \cap D = \left[-\frac{1}{4}, 1/5\right)$

پ) $\left[-\frac{1}{4}, +\infty\right)$

ت) $[-\infty, 1/5)$

ث) $C \cup B = (-\infty, +\infty)$

ج) $\mathbb{R} - C = [1/5, +\infty)$

۲- الف) $[0, 2] \cup (0, 1) = [0, 2], [0, 2] \cap (0, 1) = [0, 1]$

ب) $[-1, 3) \cup (0, 4] = [-1, 4], [-1, 3) \cap (0, 4] = (0, 3)$

پ) $[-2, 1] \cup [1, 3) = [-2, 3), [-2, 1] \cap [1, 3) = [1, 1] = \{1\}$

۳- الف) $A \cup B = [-1, 3]$

ب) $A \cap B = (0, 2]$

پ) $A - B = [-1, 0]$

ت) $B - A = (2, 3]$

۴- الف)



ب)



۱- $A = [-2, 4)$

$B = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{5}\right]$

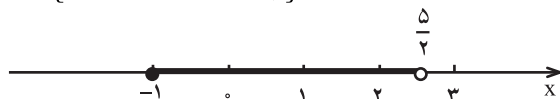
۲- الف) $\{x \in \mathbb{R} : -4 \leq x \leq 5\}$

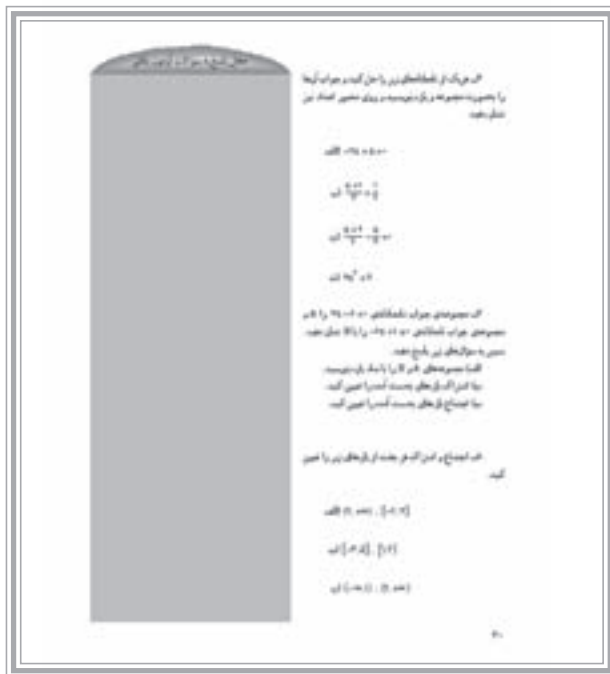


ب) $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{3}{2} < x < \frac{7}{2}\right\}$



پ) $\left\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < \frac{5}{2}\right\}$





۳- الف) $[-2, 1]$

ب) $(-\infty, 1]$

پ) $(3, +\infty)$

۴- محیط شکل الف) $= 4(x+1) = 4x + 4$

ب) محیط شکل $= 5 + 8 + 6 + 6 = 25$

پ) محیط شکل $= 5 + 7 + 8 = 20$

باید داشته باشیم :

$$20 < 4x + 4 < 25$$

$$4 < x < \frac{21}{4}$$

۵- $A = [2, +\infty)$

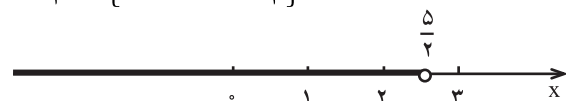
$B = (-\infty, 3]$

$C = (-\infty, 3]$

$D = (2, +\infty)$

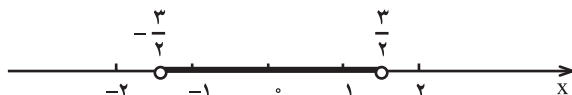
۶- الف) $-2x + 5 > 0 \Rightarrow x < \frac{5}{2}$

$$(-\infty, \frac{5}{2}) = \left\{ x \in \mathbb{R} : x < \frac{5}{2} \right\}$$



ت) $4x^2 < 9 \Rightarrow x^2 < \frac{9}{4} \Rightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$

$$(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}) = \left\{ x \in \mathbb{R} : -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2} \right\}$$



۷- الف) $A = (-\infty, 2)$, $B = [\frac{1}{2}, +\infty)$

ب) $A \cap B = [\frac{1}{2}, 2)$

پ) $A \cup B = \mathbb{R}$

۸- الف) $(2, +\infty) \cup [-2, 4] = [-2, +\infty)$

$(2, +\infty) \cap [-2, 4] = [2, 4]$

ب) $[-3, 5] \cup [1, 6] = [-3, 6]$

$[-3, 5] \cap [1, 6] = [1, 5]$

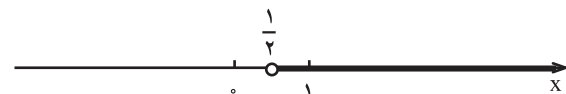
خودش $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

$(-\infty, 1) \cap (2, +\infty) = \emptyset$ (تهی) \Rightarrow

وقتی اشتراک در بازه تهی باشد اجتماع آن‌ها بازه نیست.

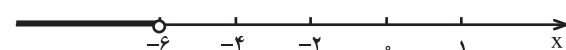
ب) $\frac{x+1}{3} > \frac{1}{2} \Rightarrow x+1 > \frac{3}{2} \Rightarrow x > \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2}, +\infty) = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2} < x \right\}$$



پ) $\frac{x+2}{2} - \frac{x}{3} < 0 \Rightarrow 3x+6-2x < 0$

$$\Rightarrow x < -6 \Rightarrow (-\infty, -6) = \{ x \in \mathbb{R} : x < -6 \}$$



دانشتنی‌های لازم برای مدرسان و غیر ضروری برای دانش آموزان

افراد عادی خیلی راحت از واژه‌ی بی‌نهایت استفاده می‌کنند. اما بی‌نهایت ریاضی به سادگی قابل درک نیست. به ویژه این که در این بی‌نهایت‌های ریاضی مراتبی وجود دارد. به این معنا که مجموعه اعداد طبیعی بی‌نهایت عضو دارد و در بازه‌ی $(0, 1)$ نیز بی‌نهایت عدد وجود دارد، اما این دو بی‌نهایت یکسان نیستند! می‌دانید که اگر مجموعه‌ای n عضو داشته باشد مجموعه‌ی توان آن، یعنی مجموعه زیر مجموعه‌های آن، 2^n عضو دارد.

لذا، نشان داده می‌شود که اگر کاردینال یا عدد ترانسفینی^۱ مجموعه اعداد طبیعی را با N (بخوانید الف صفر) نمایش دهیم عدد ترانسفینی بازه‌ی $(0, 1)$ و \mathbb{R} یعنی مجموعه‌ی اعداد حقیقی، هر دو 2^{N^0} است! و بین این دو عدد ترانسفینی عدد ترانسفینی دیگری وجود ندارد^۲. اما ممکن است دانش‌آموزی از شما بخواهد که ثابت کنید یا نشان دهید که در بازه‌ی $(0, 1)$ بی‌نهایت عدد گویا وجود دارد. کافی است مجموعه‌ی زیر را به او نشان دهید.

$$\left\{ \frac{1}{n} : 1 < n \in N \right\}$$

به عبارت دیگر، تمام اعداد $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ گویا و بین 0 و 1 هستند.

البته می‌توان از این هم فراتر رفت و ثابت کرد بین هر دو عدد حقیقی بی‌نهایت عدد گویا و بی‌نهایت عدد گنگ وجود دارد.

فرض کنید a و b دو عدد حقیقی باشند و $a < b$. چون $0 < b - a$ و $\frac{1}{n} \rightarrow 0$ پس عدد طبیعی چون n هست

که $\frac{1}{n} < b - a$. قرار می‌دهیم:

$$m = [na] \Rightarrow m \leq na < m + 1$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} \leq a < \frac{m+1}{n} = \frac{m}{n} + \frac{1}{n} < a + (b-a) = b$$

بنابراین $a < \frac{m+1}{n} < b$ و به این ترتیب می‌توان عددی گویا بین b و $\frac{m+1}{n}$ به دست آورد و ادامه داد.

۱. Transfinite number

۲. جمالی، علیرضا، نظریه مجموعه‌ها، چاپ دانشگاه پیام‌نور.

حل مسائل بیش تر

۱- اگر $A = [-2, 3]$ و $B = [1, 4]$

اولاً: مرکز و شعاع بازه A را به دست آورید.

ثانیاً: $A \cup B$ ، $A - B$ را به صورت بازه نمایش دهید.

۲- اگر $A = \{x: x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 2\}$ و $B = [-1, 1]$

حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف - $A - B$

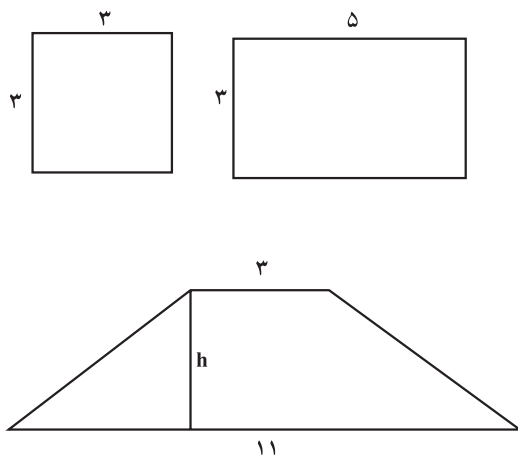
ب - $A \cup B$

پ - مرکز A

۳- حدود h را به صورت بازه چنان بیابید که مساحت

دوزنقه از مساحت مربع بزرگ تر و از مساحت مستطیل کوچک تر

باشد سپس مرکز این بازه را به دست آورید.



۴- اگر $A = [-1, 2]$ و $B = \{x | x \in \mathbb{R}, 0 < x \leq 3\}$

باشند حاصل $(A \cup B) - (A \cap B)$ را تعیین کنید.

حل

حل: مرکز بازه $A = \frac{-2+3}{2} = 0.5$

شعاع بازه $= \frac{3-(-2)}{2} = 2.5$

$A \cup B = [-2, 4]$

$A - B = [-2, 1)$

الف) $A - B = [1, 2]$

ب) $A \cup B = [-1, 2]$

مرکز $A = \frac{2+(-1)}{2} = 0.5$ پ)

حل: در زیر مساحت سه شکل داده شده حساب شده

است و براساس صورت مسئله نامساوی ها نوشته و حل شده اند.

مساحت مربع $= 3 \times 3 = 9$

مساحت مستطیل $= 3 \times 5 = 15$

مساحت دوزنقه $= \frac{h}{2} (3 + 11) = 7h$

پس باید داشته باشیم: $9 < 7h < 15$ و یا:

$\frac{9}{7} < h < \frac{15}{7}$. حدود h بازه $(\frac{9}{7}, \frac{15}{7})$ و مرکز آن $\frac{12}{7}$ است.

حل: داریم: $A \cup B = [-1, 3]$

$A \cap B = (0, 2]$

$(A \cup B) - (A \cap B) = [-1, 0] \cup (2, 3]$

بخش دوم

راهنمای آموزش فصل سوم از بخش اول کتاب دانش آموز

شامل:

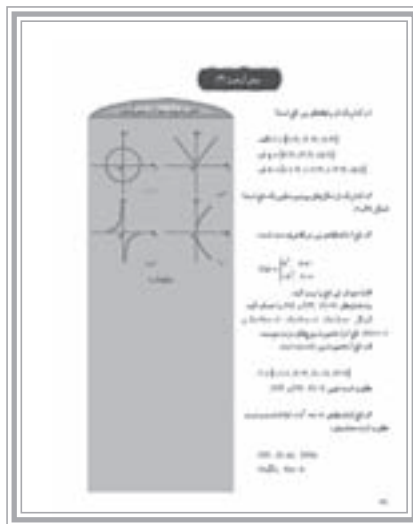
- آموزش صفحات ۳۲ تا ۵۲
- دانستنی‌های لازم برای مدرسان
- حل مسائل بیش‌تر

آموزش پیش آزمون (۳) (صفحات ۳۲ و ۳۳)

هدف اصلی این پیش آزمون مشخص کردن میزان اطلاعات دانش آموزان از ویژگی‌های تابع است که در ریاضیات ۱ و ۲ آن‌ها را آموخته‌اند (یا بایست می‌آموختند). زمان اجرای این پیش آزمون بین ۵۰ تا ۷۰ دقیقه است. دانش آموزان را آزاد بگذارید تا آن‌چه به‌خاطر می‌آورند بنویسند.

به هیچ‌وجه لازم نیست که به کار آن‌ها نمره بدهید. فراموش نکنید که نتیجه‌ی این پیش آزمون باید راهنمای شما در آموزش صفحات این فصل و تأکید بیش‌تر مفاهیم آن و یا بررسی گذرای آن باشد.

با شناختی که تاکنون از دانش آموزان کلاس خود پیدا کرده‌اید پاسخ برخی از آن‌ها را به دقت بررسی کنید و به دانش آموزان اطمینان دهید که ضعف‌ها و بدفهمی‌های آن‌ها را، در تدریس صفحات بعدی، رفع خواهید نمود.



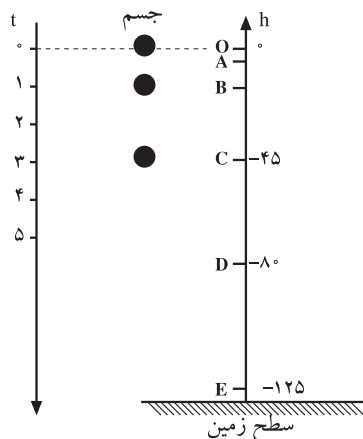
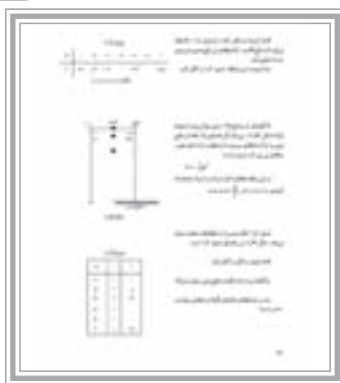
آموزش صفحه‌ی ۳۴

مطالب این صفحه نشان می‌دهد که ده‌ها سال طول کشیده است تا مفهوم تابع برای دانشمندان ریاضی جایفتد. این مفهوم از نمودار شروع شده و به مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب رسیده است. لذا، در این فصل انواع روش‌های نمایش تابع، به‌ویژه با استفاده از نمودار و جدول، مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در صورتی که دانش آموزان علاقه‌مندی نشان دهند می‌توان در روز ریاضیات ۲۸ اردیبهشت هر سال (تاریخ تولد خیام) یا در دهه‌ی ریاضیات (اول تا دهم آبان هر سال) در مورد بعضی از این دانشمندان ریاضی مطالبی ارائه نمود یا نمایشگاهی از آثار آن‌ها تشکیل داد.



آموزش صفحه‌های ۳۵ و ۳۶

هدف آموزش تابع با استفاده از ضابطه‌ی آن است. با استفاده از اطلاعات قبلی، فرمول‌های آشنا برای دانش‌آموزان به کار رفته است. ضمناً به استخراج فرمول (ضابطه) از جدول نیز اشاره شده است. البته این کار بسیار با اهمیت است و در حالت کلی پیدا کردن تابعی، که مقدار آن در چند نقطه از دامنه‌ی آن مشخص است، کاری ساده نیست ولی بسیار اهمیت دارد و با واژه‌هایی از قبیل برازش منحنی^۱، درونیابی^۲ و تابع تقریب^۳ در ارتباط است (در انتهای این فصل به این موضوعات، بیش‌تر پرداخته می‌شود).



نقطه	t	h
O	۰	۰
A	۱	-۵
B	۲	-۲۰
C	۳	-۴۵
D	۴	-۸۰
E	۵	-۱۲۵

برای انجام کار در کلاس ۵-۱ راهنمایی‌های لازم را به عمل آورید و در صورت نیاز در مورد استخراج فرمول از جدول ۲-۱ توضیح دهید. جواب قسمت (ب) $L = 0/13$ است.

در مورد پرسش ۳: جواب‌ها در زیر داده شده است: الف) جدول و شکل، با رنگ قرمز، کامل شده است. ب) پاسخ $t = 5$ است (که در جدول هم داده شده است).

پ) $t^2 \times 10 \times \frac{1}{4} = -80$ پس $t^2 = 16$ یا $t = 4$.

آموزش صفحه ۳۷

هدف از تمرین ۵-۱ تعیین ضابطه‌ی برخی از توابع است که در تمرین‌های متنوع گنجانده شده‌اند.



(۱) با توجه به شکل حل قسمت‌های مختلف را ملاحظه می‌کنید :

$$S(x) = 50x \text{ (الف)}$$

$$P(x) = 2(x + 50) \text{ (ب)}$$

(پ) برای این که مستطیلی به عرض x داشته باشیم باید :

$$0 < x < 50$$

زیرا معمولاً عرض از طول کم‌تر است.

(۲) اگر کرایه اتومبیل را با k نشان دهیم، داریم :

$$k = 40/000 + 150x$$

که x مسافت طی شده برحسب کیلومتر است.

$$S(x) = 3 \times 2\pi x = 6\pi x \text{ (الف)}$$

که x شعاع قاعده برحسب متر است.

$$V(x) = 3 \times \pi x^2 = 3\pi x^2 \text{ (ب)}$$

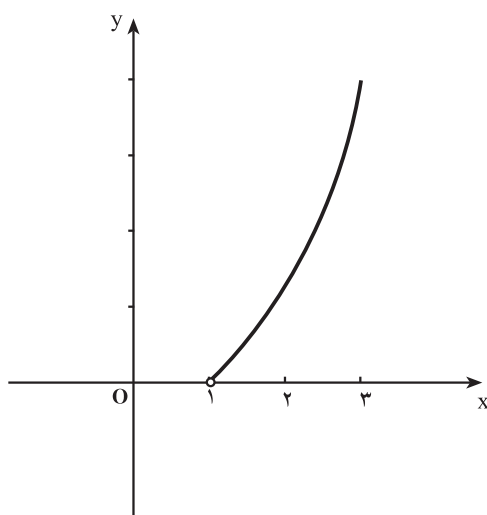
(۴) با توجه به آنچه در مورد لوزی می‌دانیم داریم :

$$f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{2} = \frac{x^2-1}{2} \text{ (الف)}$$

(ب) طول قطرهای لوزی عددهای مثبت هستند پس، باید

$$x-1 > 0 \text{ یعنی } x > 1$$

(پ) نمودار $y = f(x)$ را در روبرو ملاحظه می‌کنید.



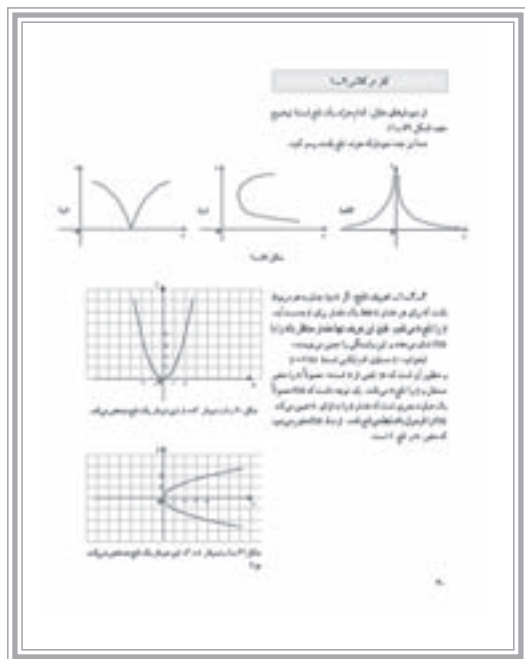
آموزش صفحه‌ی ۳۸

اساس آموزش این صفحه ویژگی مهم نمودار یک تابع است، این که هر خط موازی oy نمودار $y = f(x)$ را در حداکثر یک نقطه قطع می‌کند. مثلاً با این ویژگی می‌توان گفت که مجموعه‌ی تهی یک تابع است! زیرا مجموعه‌ی تهی دارای نموداری نیست و لذا، هر خط موازی oy آن را قطع نمی‌کند. ضمناً، با در نظر گرفتن این ویژگی به سادگی می‌توان تابع نبودن را از روی نمودار مشخص کرد.

آموزش صفحه‌ی ۴۰

کار در کلاس ۱-۷ با توجه به آموزش صفحه‌ی ۳۹ اجرا می‌شود. بدیهی است که نمودار (ب) معرف یک تابع نیست.

گرچه در عمل بیش‌تر با توابعی سروکار داریم که دارای ضابطه نیستند ولی در تعریف تابع حالتی در نظر گرفته می‌شود که ضابطه‌ای وجود دارد. قابل ذکر است که برخی توابع دارای چند ضابطه هستند، یعنی در هر زیر بازه از دامنه‌ی متغیر دارای یک ضابطه‌اند.



معمولاً در بین دانش‌آموزان وحشتی از این نوع توابع وجود دارد. با ارائه‌ی مثال‌های ملموس و کار بیش‌تر با این نوع توابع می‌توان این حساسیت و ترس را از بین برد.

در این صفحه از توابعی صحبت می‌شود که برای آن‌ها ضابطه‌ای وجود ندارد بلکه مقادیر تابع در بعضی از نقاط، با آزمایش یا اندازه‌گیری، معلوم است (معمولاً به‌طور تقریبی و نه دقیق!). مثلاً درجه حرارت یک بیمار به عوامل متعددی، که یکی از آن‌ها زمان است، بستگی دارد.

کار در کلاس ۱-۶ بسیار با اهمیت است و با استفاده از آن می‌توان دانش‌آموزان را رده‌بندی کرد (از لحاظ درک موضوع درسی).

آموزش صفحه‌ی ۳۹

از نظر تاریخی اولین بار تابع با نمودار مورد بررسی قرار گرفته است. بسیاری از ویژگی‌های تابع، نظیر ماکسیمم، مینیمم، نقاط بحرانی و ... به سادگی، و با یک نگاه به نمودار تابع، قابل دریافت است. مثلاً از نوار قلب افراد می‌توان تا حدود زیادی به سلامت قلب آن‌ها یا بیماری قلبی آن‌ها پی برد. روند افزایشی یا کاهش‌ی بودن تولیدات کشاورزی و صنعتی را نیز می‌توان به سادگی در زمان‌های مختلف با نمودار مشخص کرد و روند تغییرات آن‌ها را ملاحظه نمود.

