فصل چهارم

برداشت و مساحی

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود که :

۱ــ برداشت را تعریف کرده و منظور از انجام عملیات برداشت را بیان کند.

۲ــ برداشت سطح زمین به طریقه‌ی تجزیه‌ی زمین به مثلث‌ها را انجام دهد.

۳ــ برداشت سطح زمین به روش افست را انجام دهد.

۴ــ برداشت سطح زمین توسط دو یا چند هادی را انجام دهد.

۵ــ مساحت یک قطعه زمین را به روش تقسیم نقشه به اشکال منظم هندسی، محاسبه کند.

۶ــ مساحت یک قطعه زمین را با استفاده از پلانیمتر اندازه بگیرد.

۷ــ مساحت یک قطعه زمین را با استفاده از کاغذ میلیمتری اندازه بگیرد.

۸ــ مساحت یک قطعه زمین را به طریقه توزین اندازه‌گیری کند.

بهجت آباد
پارک ملی
بلوار کشاورز
انقلاب
DIGITAL
پادگان حمر
(باغشاه)

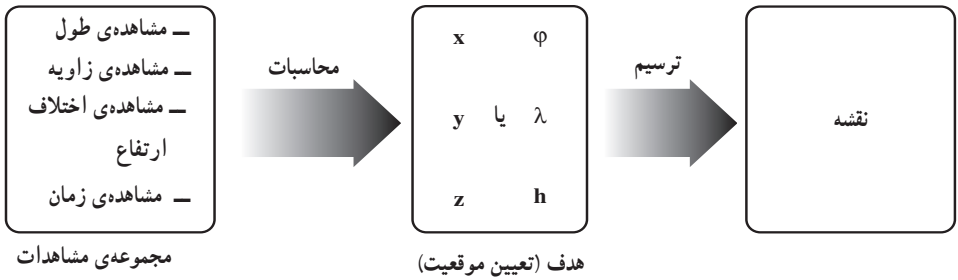
برداشت و مسّاحی[1]

برداشت چیست؟ خطوط هادی چه کاربردی دارند؟ مساحت یک قطعه زمین منحنی شکل که شکل مشخصی ندارد را چگونه محاسبه کنیم؟

برداشت یک قطعه زمین با استفاده از وسایل ساده نقشه برداری

منظور از برداشت یک قطعه زمین به دست آوردن و یادداشت کردن تمام اندازه‌های طولی و زاویه‌ای عوارض طبیعی و مصنوعی آن است که برای رسم نقشه‌ی آن زمین مورد نیاز است.

برای انجام برداشت، لازم است ابتدا به شناسایی منطقه‌ای که زمین مورد نظر در آن قرار دارد پرداخت و محدوده‌ی کار را مشخص کرد. و عوارض طبیعی و مصنوعی مرزهای زمین را بررسی و نقاط برداشت را مورد شناسایی قرار دهیم.



روشهای مختلف برداشت

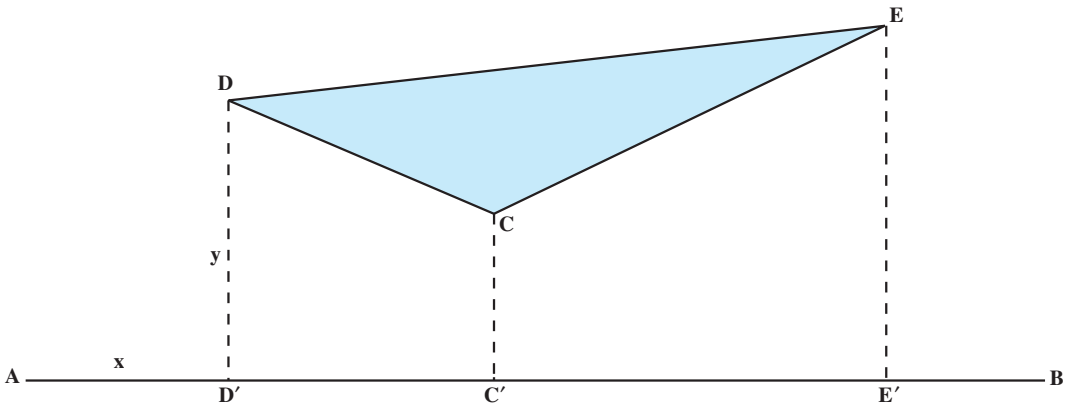
برای برداشت یک قطعه زمین به روشهای مختلف می‌توان اقدام کرد که عبارتند از :

ـ برداشت به روش افست

ـ برداشت به توسط دو یا چند خط هادی

برداشت به روش افست ـ برای اجرای این روش، یک نوار اندازه گیری و گونیای مساحی کفایت می‌کند. در این روش یک خط راست را به منزله‌ی خط هادی، یا خط مبنا انتخاب می‌کنند. سپس از رئوس کثیرالاضلاع محیط زمین عمودهایی را بر خط مزبور وارد می‌سازند (شکل ۱ـ۴). به این ترتیب برای هریک از نقاطی که می‌خواهیم آن‌ها را روی نقشه مشخص کنیم، دو طول اندازه‌گیری

۱ـ منظور، برداشت با وسایل ساده‌ی نقشه‌برداری است.



شکل ۱ــ۴

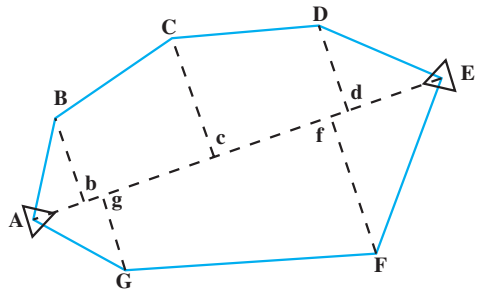
می‌شود که همان x و y آن نقاط در محور مختصات است و به کمک آن‌ها نقشه رسم می‌شود. از این دو طول در واقع یکی فاصله‌ی نقطه تا خط مبنا (y) و دیگری فاصله‌ی پای عمود تا نقطه‌ی مبدأ (x) است. اندازه‌های مذکور در جدولی مطابق جدول (۱ــ۴) یادداشت می‌شود.

جدول ۱ــ۴

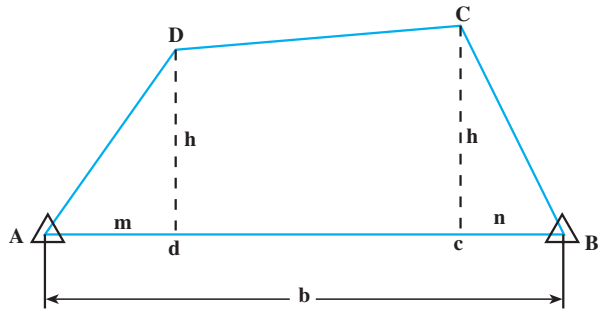
نقاط	x	y	کروکی و توضیحات
D	AD´	DD´	
C	AC´	CC´	
E	AE´	EE´	

حال با توجه به جدول مذکور می‌توان نقشه‌ی زمین را با مقیاس معین بر روی کاغذ رسم کرد.

خط هادی ممکن است در خارج از محیط قطعه زمین قرارگرفته و یا با آن نقاط مشترکی داشته باشد و یا حتی در داخل زمین انتخاب شود.

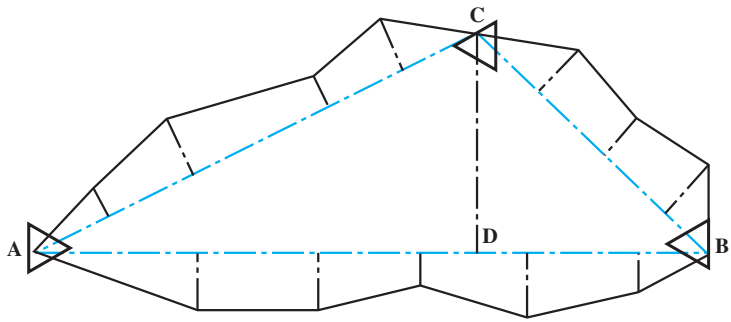


شکل ۲ــ۴



شکل ۳ــ۴

برداشت به توسط دو یا چند هادی ــ گاهی برای سهولت عملیات برداشت، به جای یک خط از دو یا چند خط هادی استفاده می‌شود. در این صورت باید وضعیت خطوط هادی را نسبت به یکدیگر اندازه‌گیری کرد. در شکل (۴ ــ۴) برداشت قطعه زمین با استفاده از سه خط هادی نشان داده شده است. هر یک از سه ضلع مثلث ABC در واقع یک خط هادی هستند و با واردکردن عمودهایی از رئوس محیط زمین بر اضلاع مثلث مذکور، می‌توانیم قطعه زمین را برداشت کنیم.



شکل ۴ــ۴

لازم به ذکر است که در موقع برداشت باید مشخصات سه خط هادی را نیز تعیین و اندازه‌گیری کرد.

شرایط انتخاب خط هادی: در انتخاب خط یا خطوط هادی باید شرایط زیر را در نظر گرفت :

۱ــ اندازه‌گیری خط هادی راحت و سریع باشد.

۲ــ از روی آن تعداد زیادی از رئوس قطعه زمین دیده شود.

۳ــ خط هادی باید نزدیک و در امتداد بزرگترین بُعد زمین باشد تا خطوط عمود بر آن کوتاه‌تر شوند.

مساحی

محاسبه‌ی مساحت تصویر افقی یک قطعه زمین را مساحی می‌گویند. برای مساحی اراضی از روش‌های مختلفی استفاده می‌شود که به شرح زیر است :

ــ محاسبه‌ی مساحت با تقسیم شکل زمین به اشکال منظم هندسی.

ــ محاسبه‌ی مساحت زمینی که قسمتی از محیط یا تمام آن منحنی است.

ــ تعیین مساحت با پلانیمتر.

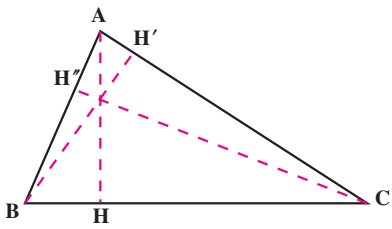
ــ تعیین مساحت با استفاده از کاغذهای میلیمتری.

ــ تعیین مساحت با وزن کردن نقشه.

الف ــ محاسبه مساحت با تقسیم نقشه به اشکال منظم هندسی : این روش در صورتی امکان‌پذیر است که کناره‌های قطعه زمین تقریباً خط مستقیم باشد. بسته به اینکه شکل زمین چگونه باشد، با استفاده از قوانین هندسه به طرق زیر مساحت آن را اندازه می‌گیرند :

۱ــ مساحی زمین مثلثی شکل: می‌دانیم که مساحت مثلث از حاصلضرب قاعده در نصف ارتفاع به دست می‌آید. در شکل (۵ــ۴) مساحت مثلث برابر است با :

$$S = BC \times \frac{AH}{۲}$$

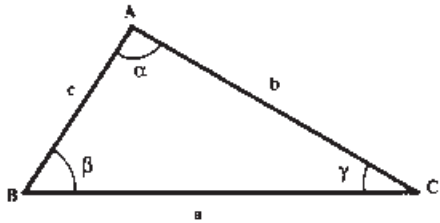


شکل ۵ــ۴

مثال : درقطعه زمین مثلث شکلی طول قاعده برابر ۱۰ متر و ارتفاع وارد بر همان قاعده (AH) برابر ۶ متر است، مساحت آن را حساب کنید.

حل : با توجه به شکل $S = BC \times \frac{AH}{۲}$ پس خواهیم داشت :

$$S = ۱۰ \times \frac{۶}{۲} = ۳۰$$ متر مربع



شکل ۶ــ۴

اگر اندازه‌گیری ارتفاعات مقدور نباشد، می‌توان با داشتن اندازه دو ضلع و یک زاویه‌ی مثلث مساحت آن را از فرمول‌های زیر با توجه به شکل (۶ــ۴) محاسبه کرد :

$$S = \frac{۱}{۲} b.c \sin\alpha$$

مثال : در مثلث فرضی ABC طول اضلاع b و c به ترتیب ۴۰ و ۲۰ متر و زاویه α برابر ۳۰ درجه است، مساحت آن را حساب کنید.

$$S = \frac{۱}{۲} b.c \sin\alpha$$

حل :

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۴۰ \times ۲۰ \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow S = ۲۰۰$$ متر مربع

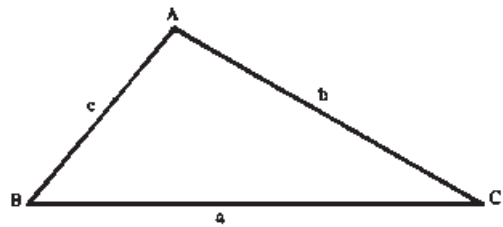
اگر به جای زوایا فقط طول سه ضلع مثلث در دست باشد می‌توان از فرمول زیر مساحت مثلث را محاسبه کرد :

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

در فرمول مذکور مقدارP در واقع نصف محیط مثلث است، یعنی :

$$P = \frac{a+b+c}{۲}$$

در این فرمول a و b و c طول اضلاع مثلث هستند(مطابق شکل ۷ــ۴).



شکل ۷ــ۴

مثال : زمینی است به شکل مثلث که طول اضلاع آن عبارتند از $a = ۶۵$ و $b = ۵۰$ و $c = ۳۳$ متر، مساحت آن را حساب کنید.

حلّ : ابتدا مقدار P را به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{a+b+c}{۲} \Rightarrow P = \frac{۶۵+۵۰+۳۳}{۲} = ۷۴$$

اکنون در فرمول $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ مقدار آن‌ها را قرار می‌دهیم :

$$S = \sqrt{۷۴(۷۴-۶۵)(۷۴-۵۰)(۷۴-۳۳)}$$

$S = ۸۰۹/۵۳$ متر مربع

۲ــ مساحی زمین چهار گوش: مساحت مستطیل از حاصلضرب طول در عرض آن و مساحت ذوزنقه از حاصلضرب مجموع دو قاعده در نصف ارتفاع آن به دست می‌آید. پس در شکل (۸ــ۴) مساحت ذوزنقه ازفرمول $S = (AB+DC)\frac{AH}{۲}$ به دست می‌آید، و برای این کار لازم است که طول اضلاع AB و DC و ارتفاع AH اندازه گیری شوند.

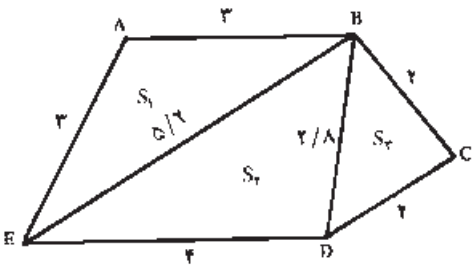
شکل ۸ــ۴

مثال : زمینی است به شکل ذوزنقه که طول دو قاعده‌ی آن به ترتیب برابر ۱۲ و ۲۰ متر و ارتفاع وارد بر آن‌ها ۱۰ متر است، مساحت آن را حساب کنید.

حلّ :

$S = (۲۰+۱۲)\times\frac{۱۰}{۲} \Rightarrow S = ۱۶۰$ متر مربع

اگر زمین به شکل چند ضلعی غیر منتظم باشد، (شکل ۹ــ۴) می‌توان به روش مثلث بندی با تبدیل آن به دو یا چند مثلث و با استفاده از فرمول‌هایی که قبلاً ذکر شد، مساحت آن را به دست آورد.



شکل ۹ــ۴

مثال : در شکل (۹ــ ۴) یک پنج ضلعی به سه مثلث تقسیم شده و اضلاع مثلث‌ها داده شده است، مساحت این پنج ضلعی را حساب کنید.

حلّ :

$$P_۱ = \frac{۳+۳+۵/۲}{۲} \Rightarrow P_۱ = \frac{۱۱/۲}{۲} = ۵/۶$$

$$S_۱ = \sqrt{۵/۶(۵/۶-۳)(۵/۶-۳)(۵/۶-۵/۲)} = \sqrt{۱۵۱۴} = ۳/۸۹\text{m}$$

$$P_۲ = \frac{۴+۲/۸+۵/۲}{۲} \Rightarrow P_۲ = \frac{۱۲}{۲} = ۶$$

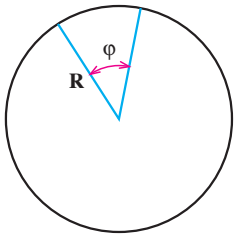
$$S = \sqrt{۶(۶-۴)(۶-۲/۸)(۶-۵/۲)} = \sqrt{۳۰/۷۲} = ۵/۵۴\text{m}$$

$$P_۳ = \frac{۲+۲+۲/۸}{۲} \Rightarrow P_۳ = \frac{۶/۸}{۲} = ۳/۴$$

$$S_۳ = \sqrt{۳/۴(۳/۴-۲)(۳/۴-۲)(۳/۴-۲/۸)} = \sqrt{۴} = ۲ \quad \text{مترمربع}$$

$$S_۱ + S_۲ + S_۳ = ۳/۸۹ + ۵/۵۴ + ۲ = ۱۱/۴۳ \quad \text{مترمربع (کل مساحت)}$$

۳ــ مساحی زمینی که قطاع یک دایره است : همان طوری که می‌دانید مساحت دایره برابر است با : $S = \pi R^۲$ ، اما برای محاسبه‌ی سطح قطاع یک دایره مطابق شکل (۱۰ــ۴) بایستی از فرمول $S = \frac{\pi R^۲}{۳۶۰}\varphi$ استفاده شود که در آن S مساحت و R شعاع و φ زاویه‌ی مرکزی قطاع است.



شکل ۱۰ــ۴

مثال : اگر زمینی قطاع دایره‌ای باشد که شعاع آن دایره برابر ۱۵ متر و زاویه‌ی φ مساوی ۴۵ درجه باشد، سطح قطاع آن را حساب کنید.

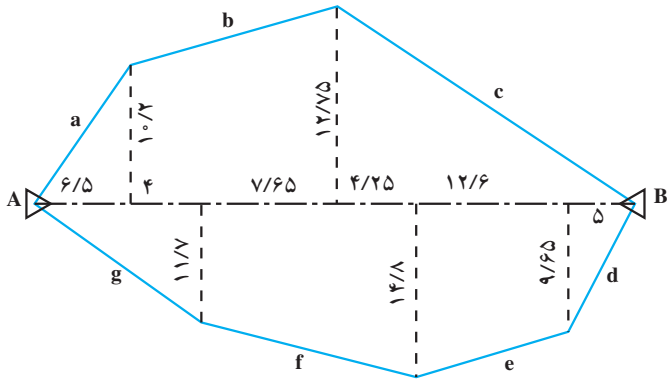
حلّ :

$$S = \frac{\pi R^۲}{۳۶۰} \times \varphi \Rightarrow S = \frac{۳/۱۴ \times ۱۵^۲}{۳۶۰} \times ۴۵ \Rightarrow S = ۸۸/۳۱$$

۴ــ مساحی زمینی که شکل غیر منتظم دارد : معمولاً شکل اراضی زراعی به صورت غیرمنتظم است و شکل هندسی مشخصی ندارد. برای محاسبه‌ی مساحت این گونه اراضی، ابتدا باید آن را به چندین شکل هندسی منتظم تقسیم کرد و سپس مساحت هر یک از اشکال هندسی حاصله را محاسبه و با هم جمع می‌کنیم.

مثال : زمین شکل (۱۱ــ۴) را از طریق رسم خطوط هادی به ۷ قطعه با اشکال مثلث یا ذوزنقه تقسیم کرده‌ایم که به راحتی می‌توان مساحت هریک را با اندازه‌گیری قاعده‌ها و ارتفاع‌ها محاسبه و

در جدول ۲ــ۴ درج کرده و بالاخره مساحت کل زمین را به دست می‌آوریم.



شکل ۱۱ــ۴

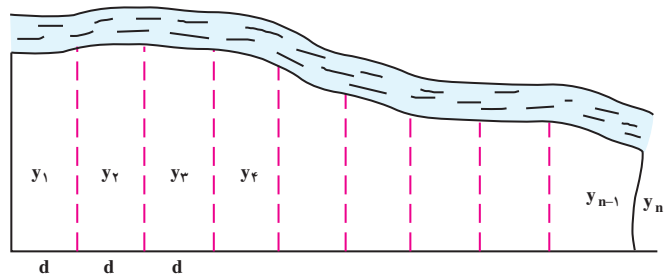
جدول ۲ــ۴

شماره‌ی بلوک :	تاریخ :	عامل :	کمک عامل :		
کروکی و ملاحظات	مساحت به متر	قاعده به متر	ارتفاع به متر	شکل قطعه	شماره‌ی قطعه
	۳۳/۱۵	۶/۵	۱۰/۲	مثلث	۱
	۱۳۳/۶۸	۱۰/۲+ ۱۲/۷۵	۱۱/۶۵	ذوزنقه	۲
	۱۳۹/۲۹	۲۱/۸۵	۱۲/۷۵	مثلث	۳
	۲۴/۱۲	۵	۹/۶۵	مثلث	۴
	۱۵۴/۰۳	۹/۶۵+ ۱۴/۸	۱۲/۶	ذوزنقه	۵
	۱۵۷/۶۷	۱۴/۸+ ۱۱/۷	۱۱/۹	ذوزنقه	۶
	۶۱/۴۲	۱۰/۵	۱۱/۷	مثلث	۷
مساحت کل قطعه زمین ۷۰۳/۳۶ متر مربع					

ب ــ محاسبه‌ی مساحت زمینی که قسمتی از محیط یا تمام محیط آن به شکل منحنی است: اگر زمینی به شکل (۱۲ــ۴) باشد و دقت زیادی برای اندازه‌گیری مساحت آن مورد نیاز

نباشد، می‌توان آن را به تعدادی ذوزنقه هم ارتفاع تقسیم کرده، سپس با استفاده از فرمول زیر مساحت آن را محاسبه می‌کنیم :

$$S = d(\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + ...y_{n-1} + \frac{y_n}{2})$$



شکل ۱۲ــ۴

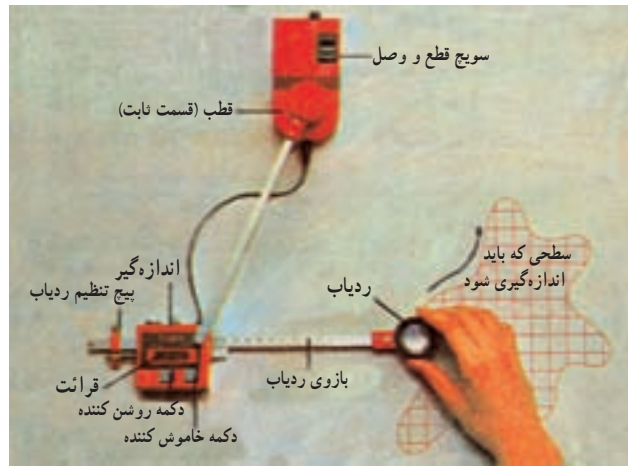
مثال : اگر در شکل(۱۲ــ۴) مقدار d = ۱۰ متر و مقادیر yها به ترتیب برابر اعداد ۲۵، ۲۵، ۲۵، ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۹، متر باشد، مساحت زمین را حساب کنید.

حلّ :

$$S = ۱۰(\frac{۲۵}{۲} + ۲۵ + ۲۵ + ۲۵ + ۲۰ + ۱۵ + ۱۰ + ۱۰ + ۱۰ + \frac{۹}{۲})$$

$$S = ۱۰(\frac{۳۴}{۲} + ۱۴۰) = ۱۵۷۰ m^۲$$

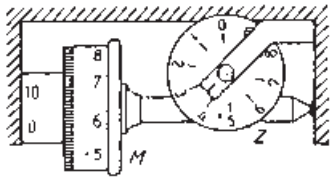
ج ــ تعیین مساحت با پلانیمتر[۱]ــ در روش‌هایی که تاکنون ذکر شد، فرض براین بود که زمین از خطوط مستقیم یا قوسی از دایره تشکیل شده باشند. حال اگر کناره‌ی زمین از منحنی‌هایی نامشخص تشکیل یافته باشد، استفاده از این روش مشکل خواهد بود. در این گونه مواقع می‌توان از دستگاهی به نام پلانیمتر یا مساحت‌سنج استفاده کرد (شکل۱۳ــ۴).



شکل ۱۳ــ۴

۱ــ Planimeter

طرز کار پلانیمتر: برای تعیین مساحت یک سطح ابتدا وزنه را در خارج از شکل نقشه قرار می‌دهیم، به طوری که سوزن بتواند در جهت عقربه‌های ساعت تمام طول محیط سطح مورد نظر را به راحتی دور بزند. حال پس از کنترل چرخ و کنتور، ارقام کنتور را صفر می‌کنیم. با استفاده از دستگیره، سوزن را در روی محیط شکل به پیش می‌بریم، پس از اتمام دور اول گردش سوزن، مجدداً این کار را تکرار می‌کنیم. عملاً ده بار منحنی دور نقشه را طی کرده و در خاتمه رقم کنتور را که در واقع ده برابر محیط شکل است قرائت کرده و آن را به ده تقسیم می‌کنیم. به این ترتیب عدد حاصله میانگین ارقام حاصل از ده بار اندازه‌گیری محیط شکل و از دقت بیشتری برخوردار خواهد بود. حال اگر این رقم به دست آمده را به ثابت پلانیمتر ضرب کنیم مساحت زمین مورد نظر به دست خواهد آمد.



قرائت دستگاهی شمارش : ۳۵۸۴

شکل ۱۴ــ۴

برای به دست آوردن عدد ثابت پلانیمتر که توسط کارخانه‌ی سازنده دستگاه برای مقیاس‌های مختلف بر روی قاب آن حک شده به این ترتیب عمل می‌کنند که ابتدا با حرکت یک دور کامل سوزن بر روی محیط مربعی که با توجه به مقیاس ترسیم شده و محیط آن معلوم است رقم کنتور را قرائت می‌کنیم (M). حال اگر مساحت مربع مذکور مثلاً ۱۰۰۰ متر مربع باشد، عدد ثابت پلانیمتر برابر $\alpha = \frac{۱۰۰۰}{M}$ خواهد بود.

درشکل (۱۴ــ۴) دستگاه شمارش یا کنتور یکی از انواع پلانیمتر را مشاهده می‌کنید. در این شکل عدد ۳ در روی صفحه‌ی Z و عدد ۵۸ در روی چرخ M و عدد ۴ در روی ورنیه خوانده می‌شود. پس عدد کامل قرائت شده ۳۵۸۴ خواهد بود.

مثال : دور شکل زمینی را بر روی نقشه‌ای با پلانیمتر اندازه‌گیری کرده‌ایم و با محاسبه‌ی هر دور شکل عدد ۵۲ به دست آمده است. حال اگر عدد ثابت پلانیمتر ۵۰ متر مربع باشد، حساب کنید مساحت این زمین چقدر است ؟

حلّ : $S = ۵۲ \times \alpha \Rightarrow S = ۵۲ \times ۵۰ = ۲۶۰۰$ متر مربع

د ــ تعیین مساحت با استفاده از کاغذ میلیمتری (روش ترسیمی) : یکی از راه‌های اندازه‌گیری مساحت نقشه این است که یک کاغذ میلیمتری شفاف روی نقشه قرار داده و خطوط محیط نقشه را بر روی کاغذ میلیمتری انتقال می‌دهیم. سپس با شمردن تعداد خانه‌های مربعی شکل کاغذ میلیمتری که در محدوده‌ی شکل موردنظر قرار گرفته‌اند مساحت آن به دست می‌آید. برای سهولت کار بهتر است بزرگترین ضلع نقشه را روی یک خط راست کاغذ میلیمتری منطبق کرد.

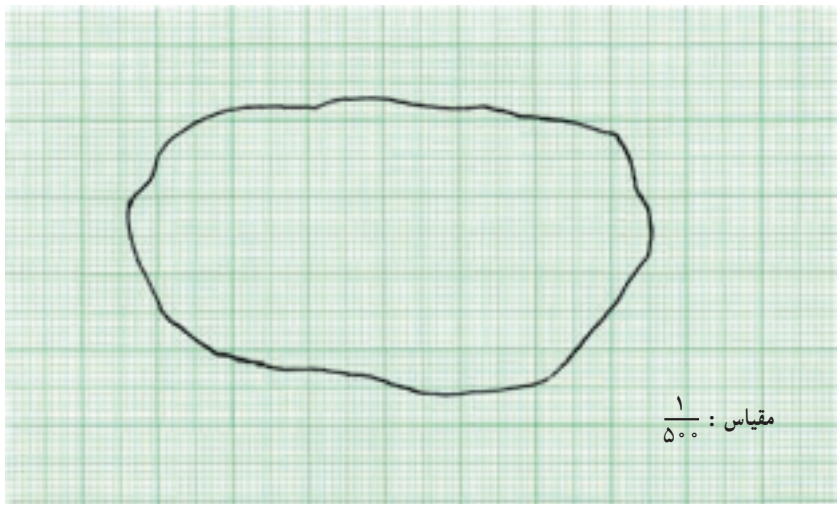
مثال : مقیاس نقشه‌ای $\frac{۱}{۵۰۰}$ است (شکل۱۶ــ۴)، کاغذ شفاف با تقسیمات میلیمتری را

روی شکل قرارداده و سانتیمترها و میلیمترهای موجود در داخل محیط شکل را شمرده‌ایم، تعداد آن‌ها ۲۰ سانتیمترمربع و ۱۵ میلیمترمربع است. سطح زمین مورد نظر چقدر است ؟

حلّ :

$$S=\frac{d}{D}\Rightarrow\frac{۱}{۵۰۰}=\frac{۱^{cm}}{D}\Rightarrow D=۵۰۰^{cm}$$

مقدار طول در روی زمین بازای یک سانتیمتر $D=۵^{m}$



شکل ۱۵ــ۴

از روی مقیاس می‌توان گفت که یک سانتیمترمربع مساحت روی نقشه برابر ۲۵ مترمربع بر روی زمین است. پس :

$$۲۰\times۲۵=۵۰۰^{m^۲}$$

$$S=\frac{d}{D}\Rightarrow\frac{۱}{۵۰۰}=\frac{۱^{mm}}{D}\Rightarrow D=۵۰۰^{mm}=۰/۵^{m}$$

همچنین از روی مقیاس نتیجه می‌گیریم که یک میلیمترمربع مساحت روی نقشه برابر است با ۰/۲۵متر مربع روی زمین. پس :

$$۰/۲۵\times۱۵=۳/۷۵^{m^۲}$$

و مساحت کل زمین خواهد بود :

$$۵۰۰+۳/۷۵=۵۰۳/۷۵^{m^۲}$$

هـ ــ تعیین مساحت نقشه با وزن کردن آن (روش توزینی) : برای محاسبه‌ی مساحت نقشه از وزن کردن نیز می‌توان استفاده کرد. برای این منظور ابتدا مساحت معینی از کاغذ رسم

نقشه را در یک ترازوی بسیار دقیق وزن کرده و سپس حدود نقشه را دقیقاً بر روی کاغذ مشابه کاغذ توزین شده رسم می‌کنند، آن را از بقیه‌ی کاغذ بریده و جدا و وزن می‌کنند. حال با تناسب ساده، مساحت نقشه تعیین می‌شود. البته این روش چندان دقیق نیست.

مثال : نقشه زمینی را روی کاغذ رسم کرده، محیط آن را بریده سپس وزن کرده‌ایم. برابر ۱۰ گرم شده است. اگر مساحت هر ۱۰۰ گرم از آن کاغذ برابر ۱۰/۰۰۰ سانتیمتر مربع و مقیاس نقشه $\frac{۱}{۱۰۰/۰۰۰}$ باشد، مساحت زمین را حساب کنید.

حلّ :

۱۰^{gr} $۱۰۰۰۰^{cm^۲}$

۱۰ $x=\frac{۱۰\times ۱۰۰۰۰}{۱۰۰}=۱۰۰۰^{cm^۲}$

یعنی مساحت زمین در روی کاغذ ۱۰۰۰ سانتیمتر مربع است. حال اگر آن را به مقیاس تبدیل کنیم می‌شود :

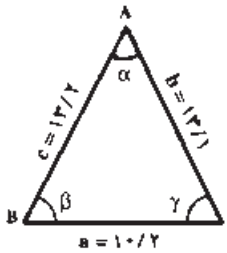
$$S=۱۰۰۰+(\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰})^۲=۱۰۰۰\times ۱۰^{-۱۰}=۱۰^{-۱۳}cm^۲$$

$۱۰^{-۱۳}\times ۱۰^{-۴}=۱۰^{-۹}$ متر مربع

مسائل

۱ــ اضلاع یک زمین مثلثی شکل را اندازه‌گیری کرده‌ایم، اعداد $a=۱۰/۲$ و $b=۱۳/۱$ و $c=۱۳/۲$ متر به دست آمده‌اند.

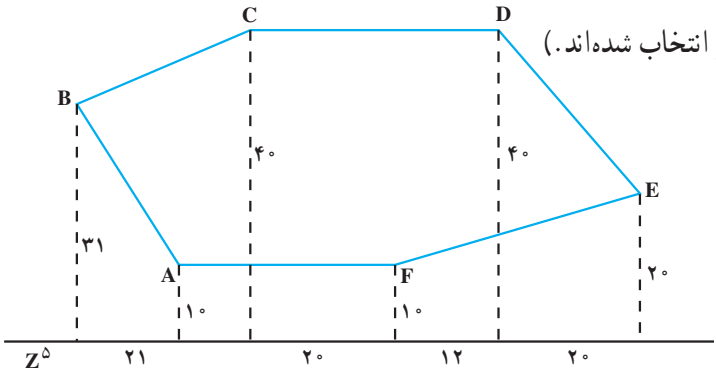
این مثلث را با مقیاس $\frac{۱}{۲۰۰}$ رسم کنید (شکل ۱۶ــ۴).



شکل ۱۶ــ۴

۲ــ قطعه زمینی مطابق شکل (۱۷ــ۴) موجود است، مشخصات آن به طریقه‌ی استفاده از خط هادی برداشت شده است، نقشه آن را با مقیاس $\frac{۱}{۵۰۰}$ رسم کنید.

(واحدها بر حسب متر انتخاب شده‌اند.)



شکل ۱۷ــ۴

۳ــ دور شکل زمینی را با پلانیمتر اندازه گرفته‌ایم، میانگین رقم خوانده شده برای هر دور ۱۶۵ است. اگر ثابت پلانیمتر ۱۰۰ متر مربع باشد، مساحت زمین مذکور را حساب کنید.

۴ــ نقشه زمینی را روی کاغذ کالک رسم کرده و محیط آن را بریده سپس وزن کرده‌ایم برابر ۲۰ گرم شده است. اگر مساحت هر ۱۰۰ گرم از آن کاغذ برابر یک متر مربع و مقیاس نقشه $\frac{۱}{۱۰۰/۰۰۰}$ باشد، مساحت زمین را حساب کنید.

۵ــ یکی از مزارع و یا ساختمان‌های هنرستان را به روش افست برداشت نمایید.

۶ــ با اندازه گیری مساحت نقشه مربوط به قسمتی از هنرستان خود توسط پلانیمتر و اندازه‌گیری مستقیم آن از روی زمین دقت کار خود را کنترل نمایید.

فصل پنجم

خطا و اشتباه

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود که :

۱ــ خطا را تعریف کند.

۲ــ انواع خطاها را تعریف کند.

۳ــ میانگین اندازه‌گیری را محاسبه کند.

۴ــ فرق بین خطا و اشتباه را تشخیص دهد.

۵ــ خطا و اشتباه در اندازه‌گیری مسافت را توضیح دهد.

I
ε
½ (I+II)
ε
II

خطا یعنی چه؟ چگونه به وجود می‌آید؟ فرق آن با اشتباه چیست؟ چگونه می‌توان خطا را کم کرد و از بروز اشتباهات جلوگیری کرد؟

اندازه‌گیری‌هایی که در نقشه‌برداری انجام می‌گیرند، باید تا حد ممکن بدون اشتباه بوده و خطا را به حداقل برسانیم، امّا چون پایه‌ی اندازه‌گیری‌ها به حواس انسان بستگی دارد و از طرفی چون ساختمان وسایل اندازه‌گیری به علت دقّت محدود انسان، کامل نیست، لذا این اندازه‌گیری‌ها نیز به مقدار مطلق و واقعی خود نمی‌رسند.

جدول ۱ــ۵

دفعات اندازه‌گیری	اعداداندازه‌گیری شده
۱	۳۴۷/۴۷
۲	۳۴۷/۵۲
۳	۳۴۷/۴۸
۴	۳۴۷/۴۹
۵	۳۴۷/۵۳
۶	۳۸۹/۱۰
۷	۳۴۷/۴۹
۸	۳۴۷/۵۰
۹	۳۴۷/۵۰
۱۰	۳۴۷/۵۲

اگر یک کمیت را چند بار اندازه بگیریم، ملاحظه می‌کنیم که اغلب اعداد به‌دست آمده در اندازه‌گیری‌های متعدد با یکدیگر اختلاف دارند. مثلاً طول یک قطعه زمین ده‌بار اندازه‌گیری شده و ارقام آن در جدول (۱ــ۵) درج گردیده است. همانطورکه می‌بینید اعداد اکثر اندازه‌گیری‌ها با هم برابر نیستند. یکی از اعداد اندازه‌گیری شده با اعداد دفعات دیگر، اختلاف فاحشی دارد(اعداد مربوط به بار ششم). با مقایسه‌ی این اعداد می‌توان به این نتیجه رسید که اعداد مربوط به اندازه‌گیری بار ششم نمی‌تواند قابل قبول باشد و اندازه‌ی حقیقی کمیّت مورد نظر باید با این یک عدد فاصله‌ی زیادی داشته باشد. می‌توان گفت که در این یک بار اشتباهی رخ داده‌است، و لذا باید از این رقم چشم‌پوشی کرد.

معمولاً اشتباه در اثر بی‌تجربگی، فراموشی و بی‌توجهی عامل و یا نقص دستگاه پیش می‌آید.

حال سؤال این است که اندازه حقیقی کمیّت مورد نظر چه رقمی است؟ چون اعداد با هم اختلاف دارند پس می‌توان اظهار کرد که در بسیاری از دفعات اندازه‌گیری خطا رخ داده است، به‌طوری که نمی‌شود اندازه‌ی دقیق و حقیقی را از بین این اعداد انتخاب کرد. اما برای اینکه عددی را به‌دست آوریم که به احتمال زیاد به اندازه‌ی حقیقی کمیّت نزدیکتر باشد، باید مجموع اعداد به‌دست آمده در ۹ بار اندازه‌گیری را محاسبه و به عدد ۹ (دفعات اندازه‌گیری بدون اشتباه) تقسیم کرد (طبق جدول ۲ــ۵). پس بهترین مقدار برای هر کمیّت از فرمول زیربه‌دست خواهد آمد :

$$x = \frac{\sum x_i}{n}$$

یا :

$$x = \frac{x_۱ + x_۲ + ...xn}{n}$$

در این فرمول x را میانگین اندازه‌گیری یا محتمل‌ترین مقدار و یا بهترین جواب برای یک کمیّت، و $\sum x_i$ مجموع مقادیر اندازه‌گیری و n تعداد دفعات اندازه‌گیری است :

جدول ۲ــ۵

دفعات اندازه‌گیری (n)	اعداد اندازه‌گیری شده
۱	۳۷۴/۴۷
۲	۳۴۷/۵۲
۳	۳۴۷/۴۸
۴	۳۴۷/۴۹
۵	۳۴۷/۵۳
۷	۳۴۷/۴۹
۸	۳۴۷/۵۰
۹	۳۴۷/۵۰
۱۰	۳۴۷/۵۲
مجموع مقادیر	$\sum_{xi} = ۳۱۲۷/۵$
میانگین اندازه‌گیری	$x = \frac{\sum_{xi}}{n}$ $x = \frac{۳۱۲۷/۵}{۹}$ $x = ۳۴۷/۵$

خطا

اگر اندازه حقیقی یک کمیّت برابر a و مقدار اندازه‌گیری آن کمیّت برابر a' باشد، تفاوت a و a' را خطای اندازه‌گیری آن کمیّت می‌گویند. به عبارت دیگر خطا عبارت است از میزان تفاوت بین مقدار حقیقی و مقدار اندازه‌گیری شده یک کمیّت. اگر خطا را با e نشان دهیم، مقدار آن $e = a - a'$ خواهد بود. مقدار e ممکن است مثبت و یا منفی باشد.

انواع خطاها

خطاها را بر حسب نوع به وجود آمدن آن‌ها به دو دسته تقسیم می‌کنند :

ـ خطاهای تدریجی

ـ خطاهای اتفاقی

خطاهای تدریجی یا سیستماتیک

این نوع خطاها در هر دفعه‌ی اندازه‌گیری تکرار می‌شوند و از مهمترین نوع خطاها در نقشه‌برداری هستند. زیرا جمع شونده هستند و جهت همه‌ی این خطاها یکی است. برخی از این خطاها ممکن است دارای مقدار ثابتی بوده و در هر اندازه‌گیری تکرار شوند، مانند کم یا زیاد بودن طول یک نوار فلزی که ممکن است در اثر بعضی از عوامل از قبیل درجه‌ی حرارت و فشار هوا پیش آید. بعضی دیگر ممکن است متناوباً اتفاق افتد، مانند خطایی که در اثر خارج از مرکز بودن محور دوربین تئودولیت حاصل می‌شود.

برای جلوگیری از بروز خطاهای تدریجی باید هر چند وقت یک‌بار دستگاه اندازه‌گیری را با واحد مبنا کنترل کرد.

خطاهای سیستماتیک در اندازه‌گیری مسافت :در عملیات اندازه‌گیری مسافت که با وسایلی از قبیل متر یا نوار فلزی و امثال آن صورت می‌گیرد، ممکن است خطاهای مختلفی رخ دهد که در زیر به شرح انواع آن‌ها می‌پردازیم :

۱ــ خطا در اثر استاندارد نبودن طول متر : یعنی طول واقعی متر برابر اعداد نوشته شده بر روی آن نبوده و کمتر یا بیشتر از آن باشد.

۲ــ خطا در اثر امتداد گذاری : غالباً در عملیات نقشه‌برداری(با وسایل‌ساده) برای اندازه‌گیری فاصله‌ی نقاط لازم است عملیات امتدادگذاری(طبق روشهای مربوطه) صورت گیرد که به علت وجود خطاهای دستگاهی، انسانی و غیره نقاط امتدادگذاری درست در یک راستا قرار نمی‌گیرد و از امتداد اصلی خارج می‌شود.

۳ــ خطا در اثر کشش : باید دانست که هر متر فلزی در کارخانه‌ی سازنده تحت نیروی کششِ معیّنی ساخته می‌شود. لیکن در موقع مترکشی یک طول ممکن است گاهی نیرویی که به آن

وارد می‌شود، بیشتر از نیروی کشش کارخانه‌ی سازنده‌ی متر فلزی باشد که در نتیجه ممکن است باعث افزایش طول آن و ایجاد خطا شود.

۴ــ خطا در اثر تغییر دما : معمولاً هر نوار فلزی در کارخانه تحت یک درجه‌ی حرارت استانداردی ساخته می‌شود. در هنگام کار با این نوار در طبیعت، درجه حرارت محیط می‌تواند از درجه‌ی استاندارد کمتر یا بیشتر باشد، که در این صورت ممکن است طول نوار کم یا زیاد شده و باعث ایجاد خطا شود.

۵ــ خطا در اثر کمانه بودن متر : اگر دو سر نوار اندازه‌گیری با نیروی کمتر از حدّ لازم کشیده شود، در وسط آن انحنا ایجاد می‌شود و به‌نظر می‌رسد که نوار کمانه پیدا کرده است. در این حالت بین طول منحنی نوار اندازه‌گیری و طول افقی بین دو نقطه اختلافی رخ می‌دهد، که آن‌را خطا در اثر کمانه بودن متر می‌نامند.

خطاهای سیستماتیک در اندازه‌گیری زاویه : در مبحث مربوط به دوربین‌های نقشه‌برداری این موضوع شرح داده خواهد شد.

خطاهای اتّفاقی : این خطاها برخلاف خطاهای تدریجی دارای جهت مشخصی نبوده و در عمل ممکن است مجموع خطاهای اتّفاقی چند اندازه‌گیری برابر صفر و یا مقدار زیادی باشد. این نوع خطاها در اثر تعداد زیادی عوامل فوق‌العاده کوچک که می‌توان نام آن‌ها را تصادف گذاشت، اتفاق می‌افتد و نمی‌توان از آن‌ها جلوگیری کرد، و منشأ آن‌ها مشخص نیست.

در تئوری خطاها، اصل بر این است که اگر کمیّتی n بار اندازه‌گیری می‌شود، در حالتی که مقدار n زیاد باشد(تعداد دفعات اندازه‌گیری زیاد باشد) مجموع خطاهای اتفاقی برابر صفر می‌شود.

عوامل ایجاد کننده‌ی خطاها و اشتباهات

عواملی که ممکن است باعث ایجاد خطا و یا اشتباه شوند عبارتند از :

۱ــ وسایل اندازه‌گیری

۲ــ طبیعت، یعنی شرایط جوی و ساعات روز (از قبیل سردی و گرمی هوا، شب و روز و...)

۳ــ روش کار

۴ــ انسان، یعنی عامل کار

فرق بین خطا و اشتباه

با توجه به آنچه که در مورد خطا و اشتباه و عوامل ایجاد کننده‌ی آن‌ها شرح داده شد می‌توان دریافت که اشتباه در اثر عدم دقت و غفلت عامل اندازه‌گیری و یا نقص دستگاه رخ می‌دهد. در واقع خطاهای بزرگ را اشتباه می‌نامند و چون مقدار این خطا از حدّ مجاز آن (خطای ماکزیمم) تجاوز

می‌کند، لذا به هیچوجه در نقشه‌برداری قابل قبول نیستند و در صورت بروز اشتباه باید عملیات را تکرار و یا کنترل کرد.

خودآزمایی

۱ــ انواع خطاها را نام ببرید.
۲ــ کدامیک از خطاها دارای جهت مشخصی هستند؟
۳ــ فرق بین خطا و اشتباه چیست؟

مسائل

۱ــ یک فاصله را با متر فلزی، ۵ بارطبق جدول زیر اندازه‌گیری کرده‌ایم، میانگین اندازه‌گیری این فاصله را به‌دست آورید :

شماره	x_i
۱	۲۸/۳۴
۲	۲۸/۳۸
۳	۲۸/۴۱
۴	۲۸/۳۳
۵	۲۸/۳۹

۲ــ یک فاصله‌ی معینی را ۲۰ بار توسط متر اندازه‌گیری کنید و پس از رسم جدولی مطابق مسئله‌ی ۱ میانگین، خطا و اشتباه را در اندازه‌گیری‌های خود مشخص کنید.