

کاربرد تشابه در نقشه برداری

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- اصطلاحات: پاره‌خط‌های متناسب، نسبت دو پاره‌خط، تناسب را شرح دهد و برای هر یک، مثالی بنویسد.
- ۲- قضیه‌ی تالس را بیان کند و درستی رابطه‌ی تالس را با یک مثال با رسم شکل شرح دهد.
- ۳- دو شکل متشابه را با رسم شکل توضیح دهد.
- ۴- حالت‌های مختلف دو مثلث متشابه را با رسم شکل شرح دهد و برای هر حالت یک مثال بیان کند.
- ۵- برای کاربرد تشابه حداقل ۷ مورد مختلف مثال عملیاتی را همراه راه حل آن‌ها بنویسد.



شکل ۳-۱- نمایش موضوع تشابه

۳-۱- پاره خط‌های متناسب

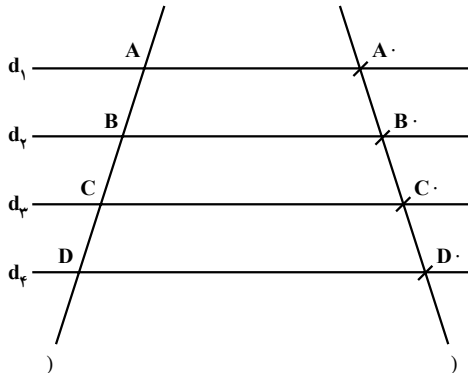
نسبت: نسبت دو مقدار از یک چیز عبارت است از خارج قسمت تقسیم اندازه‌های آن دو مقدار بر حسب یک واحد. نسبت دو مقدار عدد مطلق است؛ بنابراین، بر حسب واحد معین بیان نمی‌شود. نسبت دو مقدار را به صورت عدد کسری یا یک جفت مرتب اعداد نمایش می‌دهیم؛ مانند: $\frac{a}{b}$ (فرض $b \neq 0$) است. (و یا نسبت a به b با فرض $b \neq 0$)

نسبت دو پاره خط: نسبت دو پاره خط، نسبت اندازه‌های آن‌ها بر حسب یک واحد طول است. نسبت دو پاره خط AB و CD را به صورت $\frac{AB}{CD}$ می‌نویسیم. اگر اندازه‌ی پاره خط AB مساوی ۳ سانتی‌متر و اندازه‌ی پاره خط CD مساوی ۶ سانتی‌متر باشد، نسبت: $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ خواهد بود.

تناسب: تناسب رابطه‌ای است که تساوی دو نسبت را بیان می‌کند؛ مانند رابطه‌ی: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

۳-۲- قضایای تالس

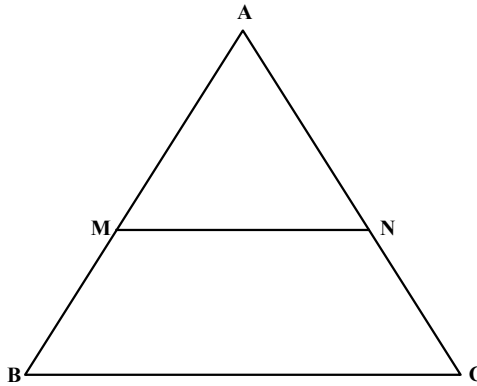
قضیه: اگر چند خط متوازی از یک صفحه یک ضلع را قطع کنند و بر آن پاره خط‌های متساوی پدید آورند بر هر خط دیگر که آن‌ها را قطع کند نیز پاره خط‌های متساوی پدید می‌آورند. یعنی اگر در شکل ۲-۳ خط‌های متوازی d_1 و d_2 ... از صفحه‌ی P خط (A, B, C, D) را در نقاط A, B, C, D و خط دیگر (A', B', C', D') را در نقاط A', B', C', D' قطع کرده باشند و $AB = BC = CD = A'B' = B'C' = C'D'$ باشند، ثابت می‌شود:



شکل ۲-۳

قضیه‌ی تالس: خطی که موازی یک ضلع مثلثی رسم شود بر دو ضلع دیگر یا بر امتداد آن‌ها پاره‌خط‌های متناظری پدید می‌آورد که با اضلاع متناظر از آن مثلث متناسبند. در شکل ۳-۳؛ برای

نمونه در مثلث ABC ، $MN \parallel BC$ فرض و حکم مثلث: $\frac{AM}{AN} \cdot \frac{BM}{CN}$ می‌باشد.



شکل ۳-۳

قضیه: خطی که موازی یک ضلع مثلثی رسم شود با دو ضلع دیگر یا با امتدادهای آن‌ها مثلثی پدید می‌آورد که ضلع‌های آن نظیر به نظیر با اضلاع همان مثلث، متناسب می‌شود. برای نمونه در

مثلث ABC ، $MN \parallel BC$ فرض و $\frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{MN}{BC}$ حکم می‌باشد.

۳-۳- تشابه دو شکل

به دو شکل ۱-۳ نگاه کنید. چه شباهت‌ها و تفاوت‌هایی بین آن‌ها وجود دارد؟

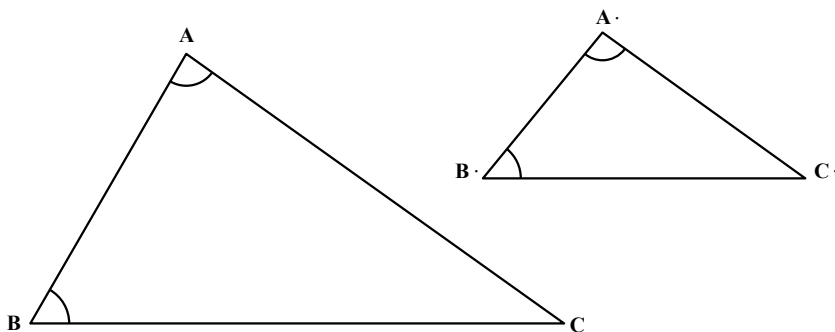
هر دو در واقع یک تصویر، اما با اندازه‌های مختلف هستند. این شکل‌های شبیه به هم را «متشابه» گویند. می‌بینید که تناسب بین بزرگی و کوچکی و فاصله‌های قسمت‌های مختلف در هر دو صورت یکی است و تفاوت فقط در اندازه‌های آن‌هاست. شکل‌های متشابه کاربردهای بسیاری در زندگی معمولی ما دارند.

برای مثال، یکی از بهترین راه‌های دادن نشانی (آدرس) به افراد، استفاده از نقشه است. نقشه، تصویری از دنیای واقعی در ابعاد کوچک‌تر و تشابه با آن است؛ هم‌چنین برای ساختن یک ساختمان یا یک وسیله، طراحی ماکت آن که مشابه با ساختمان یا وسیله‌ی اصلی است، کمک مهمی به حساب می‌آید.

تشابه دو شکل هندسی: دو شکل هندسی را وقتی با هم «متشابه» گویند که اضلاع متناظر، متناسب باشند و زوایای نظیر به نظیر، مساوی یکدیگر باشند.

تشابه دو مثلث:

قضیه: هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر مساوی باشند آن دو مثلث متشابه اند (شکل ۳-۴).

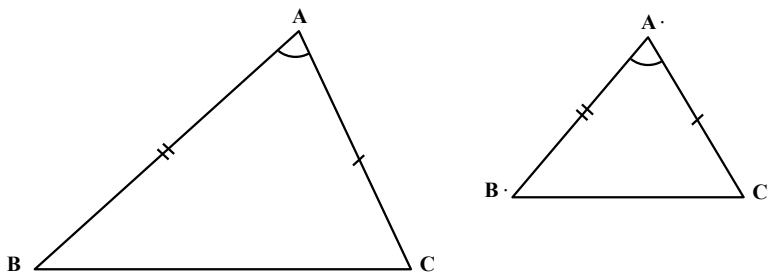


شکل ۳-۴

فرض: $\angle A = \angle A'$ و $\angle B = \angle B'$

حکم: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

قضیه: هرگاه یک زاویه از مثلثی با یک زاویه از مثلث دیگر متساوی و اضلاع این زاویه‌ها متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند (شکل ۳-۵).

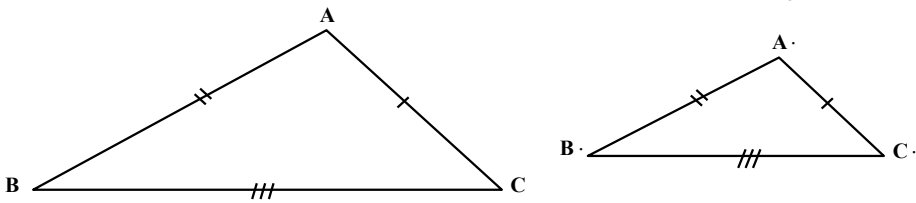


شکل ۳-۵

فرض: $\angle A = \angle A'$ و $\frac{A.B.}{AB} = \frac{A.C.}{AC}$

حکم: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

قضیه : هرگاه سه ضلع مثلثی با سه ضلع مثلث دیگر نظیر به نظیر متناسب باشند ؛ دو مثلث متشابه اند (شکل ۳-۶).



شکل ۳-۶

$$\text{فرض : } \frac{A.B.}{AB} \cdot \frac{A.C.}{AC} \cdot \frac{B.C.}{BC}$$

$$\text{حکم : } ABC \sim A.B.C.$$

۳-۴ کاربرد تشابه

کاربرد در سینما (شکل ۳-۷)



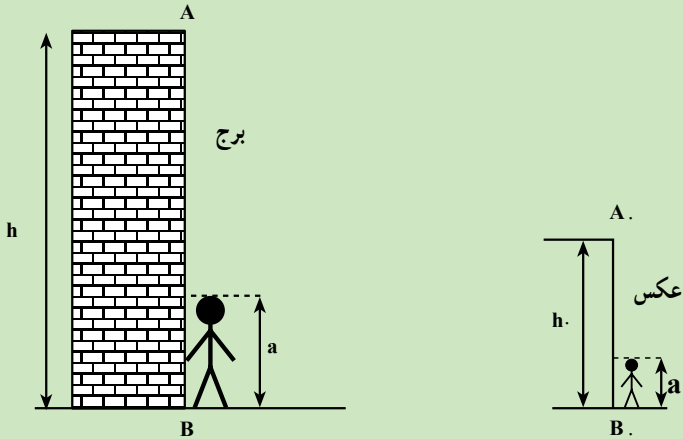
شکل ۳-۷

مثال ۳-۱- ارتفاع برج AB را با روش عکسبرداری (تشابه) به دست آورید.
 راهکار کلی: اگر بخواهیم ارتفاع برج AB را به وسیله فن عکاسی تعیین کنیم برای این منظور شخصی در کنار برج می ایستد و سپس از برج و آن شخص عکس می گیریم اندازه‌ی ارتفاع برج و قد شخص را مطابق شکل به ترتیب h و a می نامیم و در عکس اندازه‌ی ارتفاع برج و قد شخص را (از روی عکس با خط کش) اندازه گیری می کنیم و آن‌ها را به ترتیب h و a می نامیم و هم چنین طول قد

شخص را که همان پارامتر a می باشد اندازه می گیریم با توجه به این که عکس با شکل اصلی متشابه است رابطه تشابه (که اضلاع متناظر متناسبند) را می نویسیم.

$$\frac{h}{a} = \frac{h}{a} \cdot a.h = ah \cdot \boxed{h \cdot \frac{ah}{a}}$$

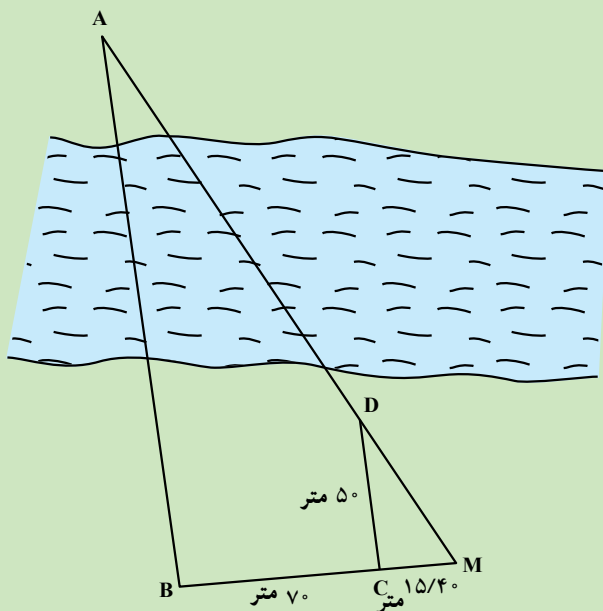
با معلوم بودن مقادیر a و h مقدار h از فرمول فوق به دست می آید.



شکل ۳-۸

روش حل: با داشتن مقادیر a ارتفاع شخص و a ارتفاع شخص روی عکس و h ارتفاع برج روی عکس ارتفاع برج یعنی h به دست می آید.
 بحث و بررسی: تشابه در حل مسائل نقشه برداری و فتوگرامتری کاربرد فراوان دارد.

مثال ۳-۲- برای اندازه گیری فاصله دو نقطه A و B که در دو طرف رودخانه قرار دارند و مترکشی به صورت مستقیم امکان پذیر نیست به ترتیب زیر عمل می کنیم (شکل ۳-۹) از نقطه B عمودی به طول 70° متر بر امتداد AB توسط گونیای مساحی روی زمین مشخص می کنیم و آن را C می نامیم و سپس از نقطه C عمود CD را به طول 50° متر از نقطه C بر امتداد CB رسم می کنیم از تقاطع دو امتداد AD و BC نقطه M به دست می آید و طول MC را اندازه گیری کرده $15/40^\circ$ متر می شود مطلوب است محاسبه طول AB .



شکل ۳-۹

راهکار کلی: برای حل این مسائل از خاصیت دو مثلث متشابه استفاده می‌کنیم در این شکل

دو مثلث MBA و MCD باهم متشابه‌اند زیرا زاویه M در هر دو مشترک و زاویه $\hat{C} . \hat{B} . 90^\circ$ و طبق قضیه هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند آن دو مثلث متشابه‌اند بنابراین رابطه تشابه را می‌نویسیم

$$\frac{MC}{MB} = \frac{CD}{AB}$$

با توجه به شکل ۲ $MB . MC . CB$

مقدار AB را می‌توان با قراردادن پارامترهای معلوم به دست آورد.

روش حل: در رابطه ۱ و ۲ به جای MC و CB و CD به ترتیب مقادیر $15/40$ متر و 70 متر

و 50 متر را قرار می‌دهیم

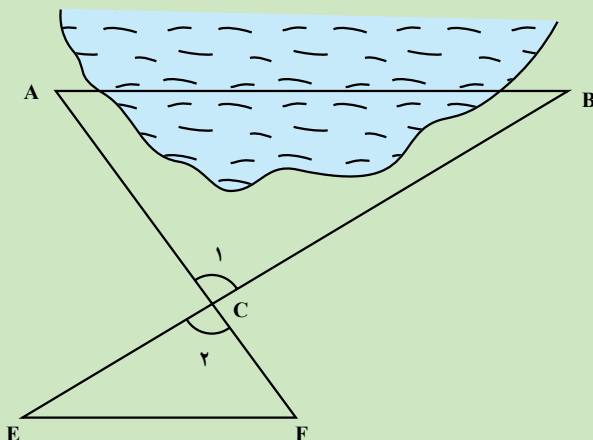
$$\frac{15/40}{85/40} = \frac{50}{AB} \quad 15/40 \times AB = 50 \times 85/40$$

$$AB = \frac{50 \times 85/40}{15/40} = 277/27 \text{ متر}$$

طول AB به دست می‌آید.

بحث و بررسی: با استفاده از خاصیت تشابه می توان مقادیر مجهول دیگر را نیز به دست آورد، مثلاً MA را (چگونه)؟

مثال ۳-۳ - مطابق شکل زیر برای اندازه گیری طول AB به روش مستقیم به علت وجود مانع امکان پذیر نیست لذا نقطه دلخواه C را طوری انتخاب می کنیم که طول های AC و BC روی خشکی قابل اندازه گیری باشند و مقدار آن ها به ترتیب برابر است با متر ۱۵۷/۴۶ و BC . ۱۱۲/۲۴ و AC . و سپس از نقطه C طول CE را مساوی نصف BC در امتداد آن می کشیم و هم چنین طول CF را نصف AC در امتداد AC ترسیم می کنیم و فاصله EF را اندازه گیری کرده مقدار آن ۹۵/۲۵ متر شده است مطلوب است محاسبه طول AB.



شکل ۳-۱۰

راهکار کلی: برای حل مسئله فوق از خاصیت تشابه استفاده می کنیم.

دو مثلث CAB و CEF متشابهند زیرا $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ دو زاویه متقابل به رأس باهم برابرند و اضلاع متناظر مجاور به زاویه C متناسبند. با استفاده از قضیه (هرگاه دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب و زاویه بین آن ها مساوی باشند دو مثلث متشابهند)

$$\frac{FC}{CA} \cdot \frac{EC}{CB} \cdot \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}$$

رابطه تشابه را می نویسیم

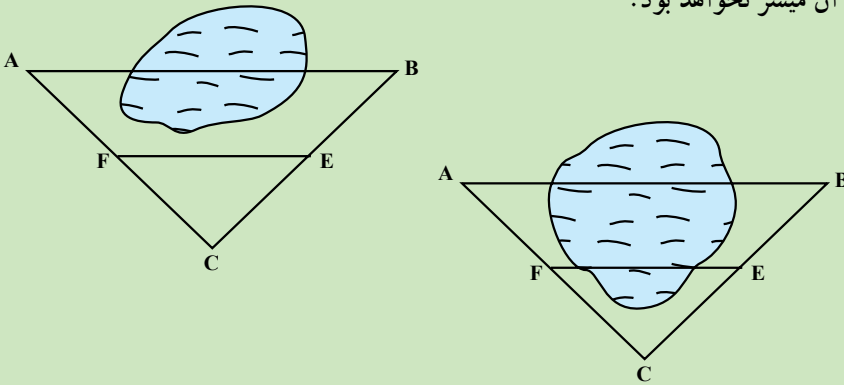
با داشتن طول EF طول AB از رابطه فوق به دست می آید.

روش حل: در رابطه $\frac{1}{2} \cdot \frac{EF}{AB}$ به جای EF مقدار اندازه گیری آن یعنی $\frac{95}{25}$ متر را قرار

می دهیم

$$\text{متر } \frac{95/25}{AB} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB = 2 \times 95/25 = 190/5$$

بحث و بررسی: می توان امتداد CE و CF را به جای آن که به امتداد دو ضلع اضافه کنیم، بر روی دو ضلع CA و CB پیاده نماییم. لازم به ذکر است که طول EF نباید داخل مانع قرار بگیرد زیرا مترکشی آن میسر نخواهد بود.



شکل ۳-۱۱

مثال ۳-۴- با یک هواپیما با ارتفاع پرواز 2500 متر (نسبت به سطح متوسط زمین) از

منطقه ای عکس گرفته شده است. اگر فاصله کانونی دوربین عکس برداری 100 میلی متر و ابعاد قاب

دوربین 60×60 میلی متر باشد ابعاد سطح مشاهده شده روی

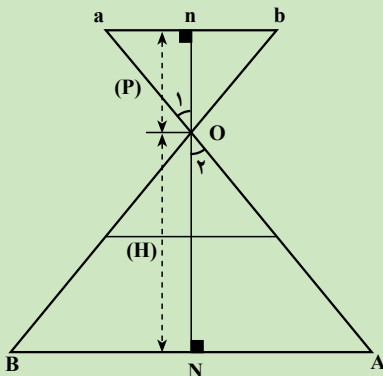
زمین چه قدر است؟

راهکار کلی: در شکل مقابل طول تصویر ab از

روی عکس اندازه گیری می شود و طول ON ارتفاع پرواز

و طول on فاصله کانونی می باشد می خواهیم طول زمین

یعنی AB را به دست آوریم.



شکل ۳-۱۲

دو مثلث $o\Delta n$ و $O\Delta N$ به علت دو زاویه برابر متشابه می‌شوند زیرا دو زاویه \hat{O}_1 . \hat{O}_2 متقابل به رأس هستند (باهم برابرند) و زوایای درجه 90° . N . n # به فرض (امتداد نادیر noN عمود بر سطح متوسط زمین است) و بنابراین اضلاع متناظر متشابهند می‌توان نوشت:

$$\frac{ab}{AB} \cdot \frac{on}{ON} \cdot \frac{f}{H} \cdot \text{مقیاس عکس}$$

نتیجه می‌شود $AB \times f \cdot ab \times H$

که f فاصله کانونی دوربین و H ارتفاع پرواز می‌باشد. $AB \cdot \frac{ab \times H}{f}$ در نتیجه

روش حل: در فرمول بالا به جای f فاصله کانونی یعنی 10° میلی‌متر را قرار می‌دهیم و به جای

ab ابعاد قاب دوربین یعنی 6° میلی‌متر را قرار می‌دهیم، طول AB به دست می‌آید.

$$AB \cdot \frac{6^\circ \text{mm} \times 25000 \text{m}}{100 \text{mm}} \cdot 1500 \text{ متر}$$

بحث و بررسی: تشابه در فتوگرامتری کاربرد فراوان دارند. در این مثال وسعت منطقه پوشش

یک عکس با مقیاس $\frac{1}{25000}$ برابر 1500×1500 متر یا 255 هکتار به دست می‌آید. به طور کلی این

روش برای محاسبه مقدار زمینی D یک طول اندازه‌گیری شده در روی عکس d کاربرد دارد.

$$\frac{d}{D} \cdot \frac{f}{H} \cdot D \cdot \frac{dH}{f} \cdot d \times \frac{H}{f}$$

همان عدد مقیاس عکس است که در این مثال برابر 25000 می‌باشد بنابراین برای طول

$$D \cdot 6^\circ \text{mm} \times 25000 \cdot 1500000 \text{mm} \cdot 1500 \text{m} \cdot 6^\circ \text{ میلی‌متر}$$

مطالعه‌ی آزاد

مثال ۳-۵- اگر طول تصویر یک تیر برق در روی عکس هوایی $1/5$ میلی‌متر و

فاصله تصویر نوک تیر تا مرکز عکس قائم 10° میلی‌متر و ارتفاع پرواز تا سطح زمین

2400 متر باشد ارتفاع تیر برق را به دست آورید.

راهکار کلی: ابتدا مفروضات و مجهولات مسأله را طبق شکل زیر می‌نویسیم.

فاصله کانونی $op = f =$

طول تصویر تیر برق $ab \dots r$

فاصله نوک تیر تا مرکز عکس $bp = r =$

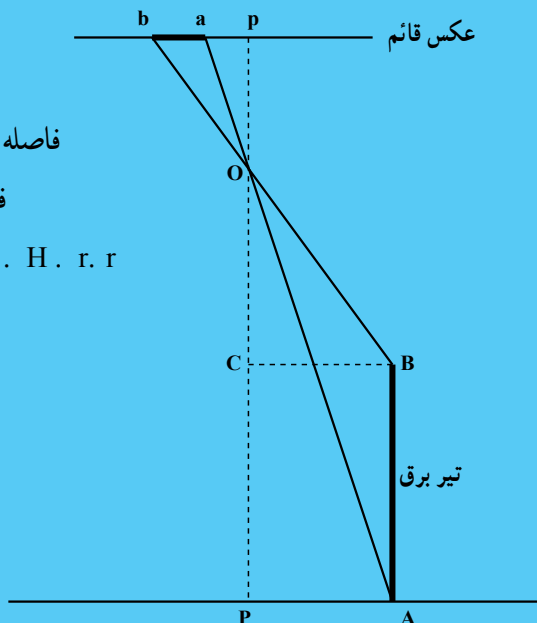
فاصله پای تیر تا مرکز عکس $ap =$

$op =$ ارتفاع پرواز تا سطح زمین $H \dots r \dots r$

$AB =$ ارتفاع تیر برق $h = ?$

$OC \dots OP \dots PC \dots H \dots h$

$BC = AP = D$



شکل ۳-۱۳

مطابق شکل دو مثلث obp و OBC باهم متشابه هستند زیرا زاویه \hat{O} در هر دو

مشترک و زاویه \hat{p} و \hat{C} برابر 90° است لذا دو مثلث به حالت دو زاویه برابر باهم متشابه هستند.

$$\frac{bp}{op} \cdot \frac{BC}{OC} = \frac{r}{f} \cdot \frac{D}{H \cdot h} \quad \text{۱} \quad fD \cdot rH \cdot rh$$

هم‌چنین مطابق شکل دو مثلث oap و OAP باهم متشابه هستند زیرا زاویه \hat{O}

در هر دو مشترک و زاویه \hat{p} و \hat{P} برابر 90° است لذا دو مثلث به حالت دو زاویه برابر باهم متشابه هستند.

$$\frac{ap}{op} \cdot \frac{AP}{OP} = \frac{r \dots r}{f} \cdot \frac{D}{H} \quad \text{۲} \quad fD \cdot rH \dots rH$$

یا تساوی روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌شود:

$$fD \cdot rH \cdot rh \cdot rH \dots rH \cdot rh \dots rH \cdot h \cdot \frac{r}{r}$$

روش حل: در رابطه بالا داریم: $1/5\text{mm}$. طول تصویر تیر برق r .

100mm . فاصله نوک تیر تا مرکز عکس $r =$

2400m . ارتفاع پرواز تا سطح زمین $H =$

36m . ارتفاع تیر $h = \frac{r}{R} H = \frac{1/5\text{mm}}{100\text{mm}} \times 2400\text{m}$.

بحث و بررسی: به روش فتوگرامتری حتی با یک عکس می توان ارتفاع اجسام را از روی اندازه گیری طول کشیدگی تصویر آن ها در روی عکس به دست آورد. مثال فوق فاصله ی پای تیر تا تصویر مرکز عکس روی زمین نیز قابل محاسبه است:

$$D = \frac{r(H + h)}{f} = \frac{H(r + r)}{f}$$

برای این منظور نیاز به دانستن فاصله کانونی f می باشد. اگر فاصله کانونی برابر 100 میلی متر باشد آنگاه فاصله تیر تا تصویر مرکز عکس در روی زمین برابر خواهد بود با:

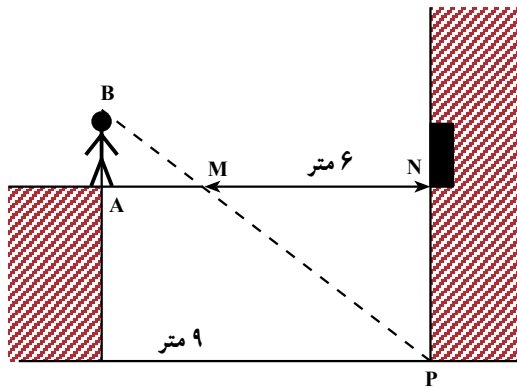
$$D = \frac{100\text{mm} \times (2400\text{m} + 36\text{m})}{100\text{mm}} = \frac{100\text{mm} \times 2436\text{m}}{100\text{mm}} = 2436\text{m}$$

خودآزمایی

۱- دو قسمت مختلف یک کارخانه به وسیله‌ی یک پل هوایی به هم مرتبط شده‌اند، پرویز برای پیدا کردن ارتفاع این پل مانند شکل ۳-۱۴ انتهای آن ایستاد و شعاع دید خود را بر رأس زاویه‌ی بین سطح زمین و ساختمان یعنی نقطه‌ی P قرار داد.

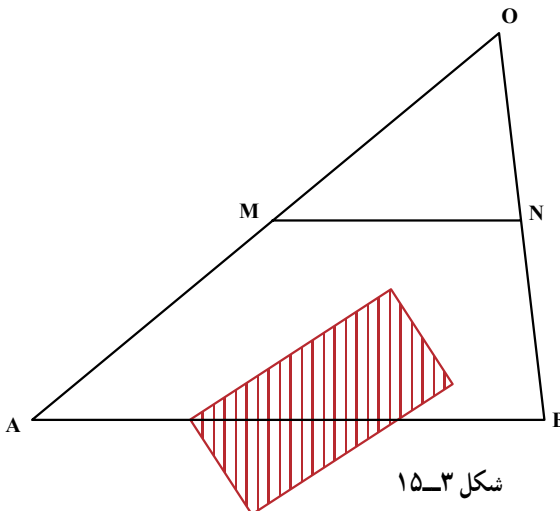
الف) چرا دو مثلث ABM و MNP با هم متشابه‌اند؟

ب) با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل و طول قد پرویز که 18° سانتی‌متر است ارتفاع پل یعنی NP را به دست آورید.



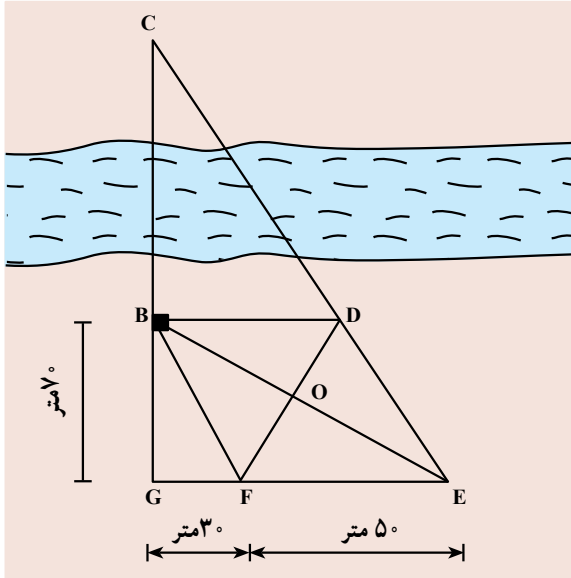
شکل ۳-۱۴

۲- برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B مطابق شکل ۳-۱۵ با مانع دید یک ساختمان مواجه شده‌ایم؛ بنابراین؛ نقطه‌ی O را خارج ساختمان - به گونه‌ای که نقاط A و B از آن دیده شوند -



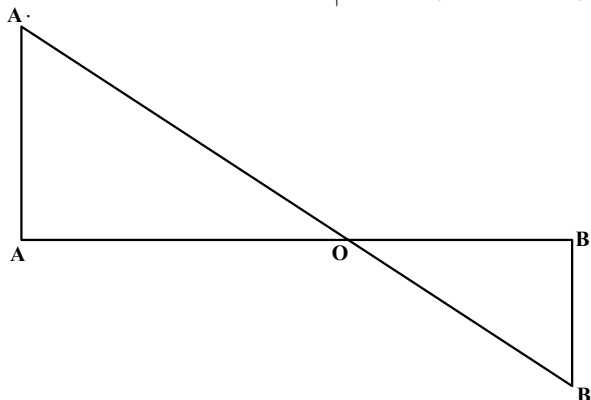
شکل ۳-۱۵

۵- در شکل ۱۸-۳ چهارضلعی BDEF یک متوازی الاضلاع است (قطرها، یکدیگر را نصف کرده‌اند). اگر طول متر ۷۰، BG، GF، ۳۰ و متر ۵۰، FE باشد طول BC را محاسبه کنید.



شکل ۱۸-۳

۶- برای تعیین حجم عملیات خاکی باید محل تقاطع خط زمین و خط پروژه در پروفیل طولی که آنرا نقطه‌ی صفر می‌گویند، پیدا نمود. مطابق شکل ۱۹-۳، AA_۱ و BB_۱ که تقاطع عرضی هستند مقدار آن‌ها برابر است با S_۱ و AA_۲ و BB_۲ و فاصله‌ی d است. فاصله‌های OA و OB را بر حسب پارامترهای معلوم، محاسبه کنید.

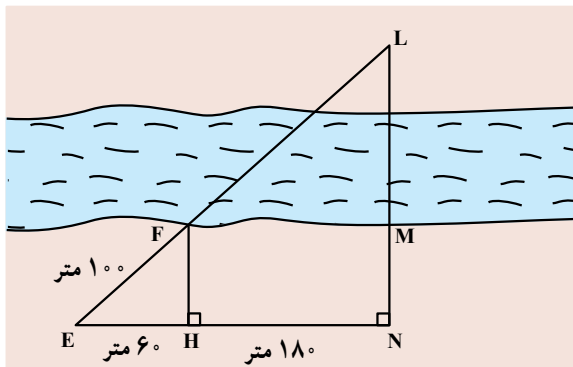


شکل ۱۹-۳

اگر فاصله‌ی متر ۳۱ AB و مساحت، متر مربع ۳۰ S_۲ و متر مربع ۵۰ S_۱ باشد فواصل OA و OB چه قدر است؟

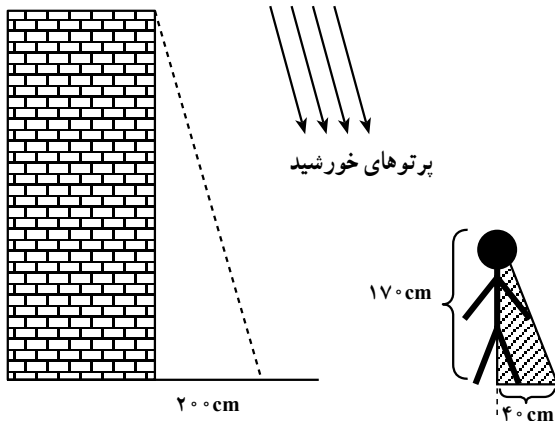
مسائل

مسئله‌ی ۱: دهکده‌ای در یک سوی رودخانه و دکل‌های سراسری انتقال نیرو در سوی دیگر رودخانه واقع است؛ با توجه به فاصله‌های داده شده در شکل ۳-۲ طول سیم لازم برای برق‌رسانی به دهکده یعنی EL را محاسبه کنید.



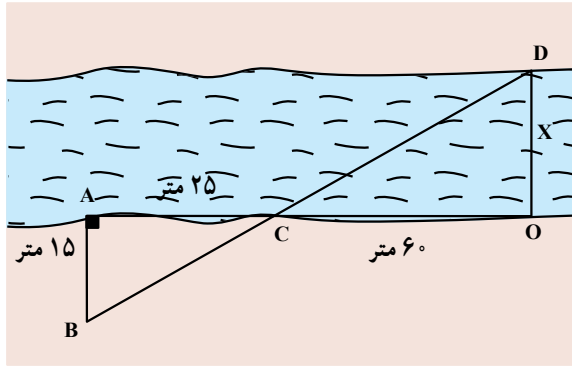
شکل ۳-۲

مسئله‌ی ۲: ارتفاع یک ساختمان را مطابق شکل ۳-۲۱ با توجه به امتداد و سایه‌ی آن و امتداد سایه‌ی یک شخص به قد معلوم و سایه‌ی شخص در یک زمان از تابش پرتوهای خورشید، اندازه‌گیری کنید.



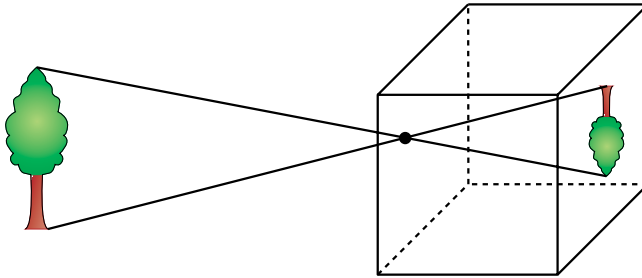
شکل ۳-۲۱

مسأله‌ی ۳: شکل زیر را یک نقشه بردار برای محاسبه‌ی عرض رودخانه عرض رودخانه رسم نموده است. به کمک اندازه‌های مشخص شده در شکل، عرض رودخانه را حساب کنید.



شکل ۳-۲۲

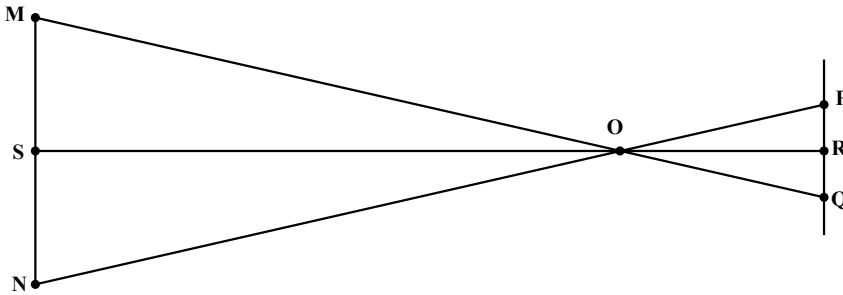
مسأله‌ی ۴: (مربوط به پاره خط‌های متناسب در دو مثلث متشابه): مطابق شکل ۳-۲۳ با ایجاد سوراخی در مرکز دیواره‌ی یک جعبه‌ی مکعب شکل و قراردادن یک کاغذ مات در درون جعبه - درست رو به روی سوراخ - می‌توان آن را به یک دوربین عکاسی ساده به نام جعبه‌ی تاریک تبدیل نمود.



شکل ۳-۲۳

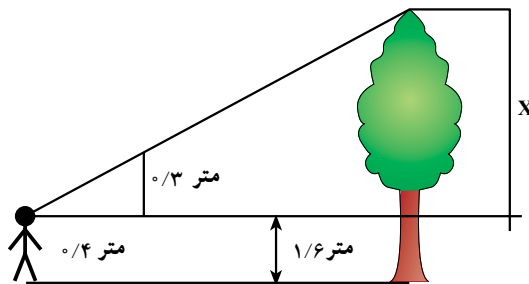
همان‌گونه که در شکل ۳-۲۳ می‌بینید تصویری که از یک شیء در جعبه‌ی تاریک بر روی صفحه‌ی مات ایجاد می‌شود وارونه است. پرتوهای نور که از شیء می‌تابند و از سوراخ جعبه عبور می‌نمایند دو مثلث ایجاد می‌کنند که در شکل ۳-۲۴ نشان داده شده است. طول تصویری که در جعبه‌ی تاریک ایجاد می‌گردد با فاصله‌ی شیء از سوراخ متناسب است. این فاصله، ارتفاع OS از

مثلث OMN است. فاصله‌ی سوراخ با صفحه‌ی مات نیز ارتفاع OR از مثلث OPQ است. اگر دو ارتفاع OS و OR، نیز طول تصویر را بدانیم آیا می‌توان طول شیء را به‌دست آورد؟



شکل ۳-۲۴

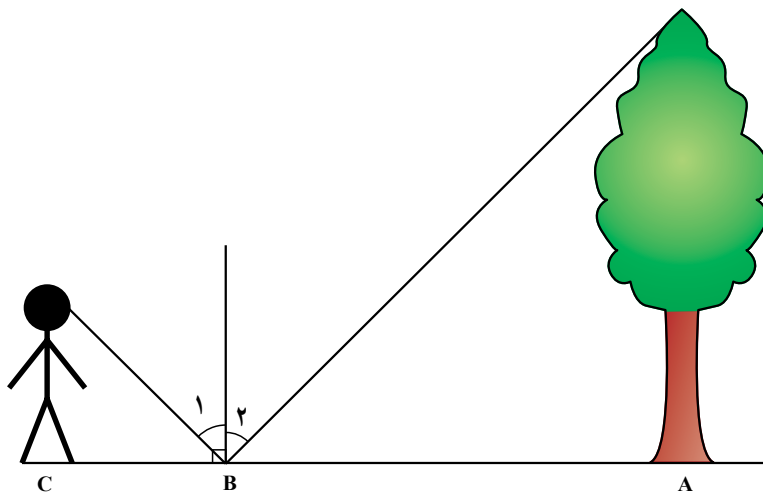
مسئله‌ی ۵: رضا برای پیدا کردن ارتفاع درخت مقابل خانه‌ی خود یک تکه مقوا به شکل مثلث قائم‌الزاویه با اندازه‌ی اضلاع زاویه‌ی قائمه مطابق شکل ۳-۲۵، $\frac{1}{3}$ متر و $\frac{1}{4}$ متر ساخت؛ اگر او در فاصله‌ی $\frac{8}{8}$ متر از درخت بایستد، می‌تواند با نگاه کردن در امتداد وتر مثلث نوک درخت را ببیند. فاصله‌ی چشم او از زمین $\frac{1}{6}$ متر است. ارتفاع درخت چه قدر است؟



شکل ۳-۲۵

مسئله‌ی ۶: محاسبه‌ی ارتفاع درخت به‌وسیله‌ی سایه، یک متر فلزی که قائم بر زمین قرار گرفته است سایه‌ای به طول ۲m دارد درحالی‌که طول سایه‌ی یک برج رادیویی ۸m است؛ ارتفاع برج رادیویی چه قدر است؟

مسأله‌ی ۷: شخص باهوشی که چشمانش ۲m بالاتر از زمین قرار دارند می‌خواهد ارتفاع درختی را بیابد او آینه‌ای را به فاصله‌ی ۲۰m از این درخت و به‌طور افقی روی زمین می‌گذارد و ملاحظه می‌کند که اگر از نقطه‌ی C که ۲m از آینه‌ی B فاصله دارد بایستد می‌تواند بازتاب نوک درخت را بیند ارتفاع درخت چه قدر است؟ (شکل ۳-۲۶).



شکل ۳-۲۶

کارگروهی دانش‌آموزان

مانند فصول قبل اعضای گروه با زبان خود درس را برای یکدیگر بازگو کنند و برای سنجش میزان یادگیری اعضای سؤالاتی طرح کنند، اعضا به سؤالات پاسخ دهند و با تصحیح سؤالات از یادگیری همه اعضا مطمئن شوید.