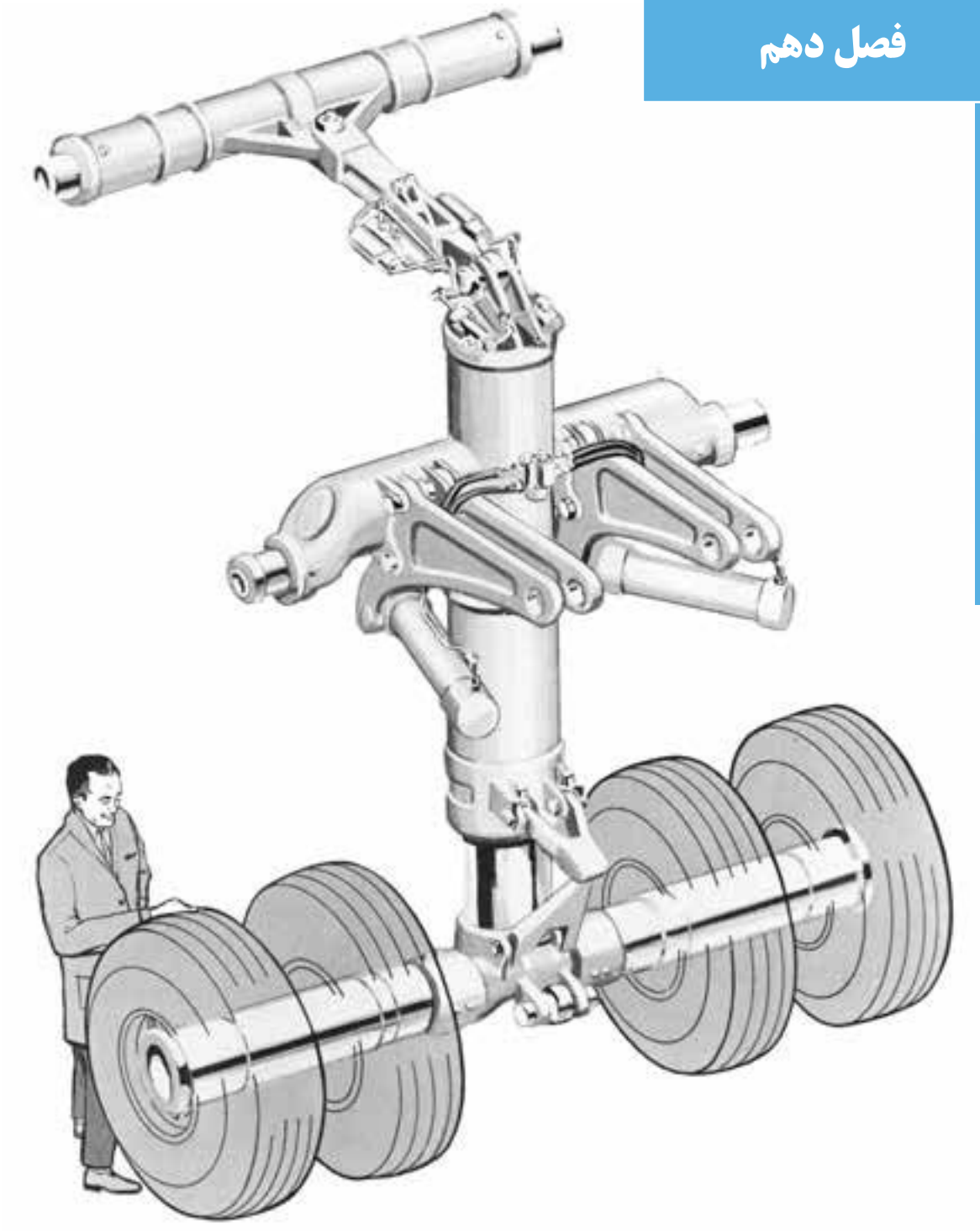
فصل دهم



هر حجم طبیعی یا مصنوعی را می‌توان به اجسام ساده‌تری تجزیه کرد.

اجسام هندسی

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

۱ــ جسم را با روش خاص هندسهٔ ترسیمی نمایش دهد؛

۲ــ نمایش جسم را در هندسهٔ ترسیمی و رسم فنی با هم مقایسه کند؛

۳ــ منشورها، هرم‌ها و چند وجهی‌های منتظم را تعریف کند.

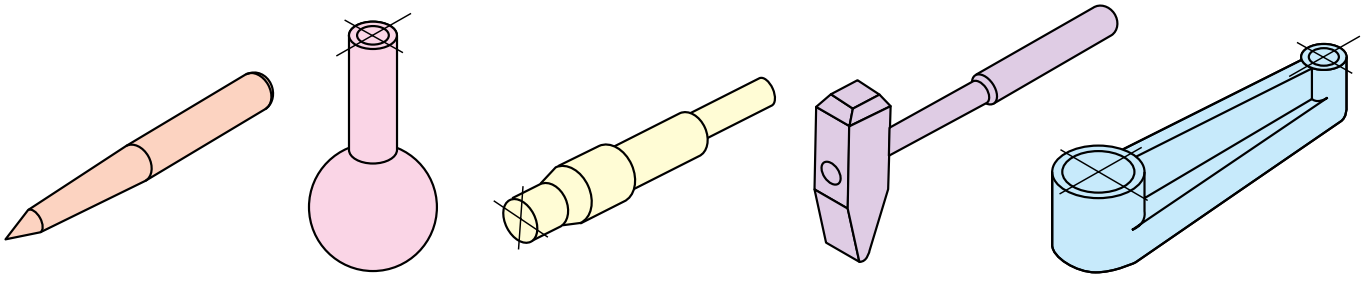
۱ــ۰ ۱ــ تعریف

محدوده‌ای از فضا را که توسط چند سطح، محصور شده باشد، «جسم» می‌نامند. همچنین حجم، مقدار فضایی است که جسم، اشغال می‌کند[۱].

سطوح تشکیل‌دهندهٔ جسم ممکن است تخت یا خمیده باشند. با نگاهی کوتاه به پیرامون خود متوجه می‌شوید که اجسام و احجام به صورت‌هایی بسیار گوناگون، در شکل‌ها و اندازه‌های گوناگون شما را احاطه کرده‌اند. کوه، درخت، سنگ، صندلی، میز، کتاب، لیوان و غیره نمونه‌هایی آشنا هستند.

در وهلهٔ اول چنین به نظر می‌رسد که این احجام تنوعی بی‌نهایت دارند، اما با تجزیه و تحلیل آنها به زودی متوجه می‌شوید که بیشتر اجسام را می‌توان به تعداد کمی حجم تعریف شده و آشنا تجزیه کرد. برخی از این احجام را می‌شناسید؛ مانند هرم، استوانه، کره، مخروط و ... .

آشنایی با تعاریف این اجسام، چگونگی تشکیل آنها و ویژگی‌هایشان برای افراد مختلف ضروری است؛ از جمله، آنها که با کار فنی سروکار دارند و به ویژه اگر طراح و نقشه‌کش باشند. این موضوع برای هر صنعتگر جایگاه ویژه‌ای دارد، زیرا مصرف‌کننده‌ای که فراورده‌های صنعتی را به صورت‌های گوناگون مورد استفاده قرار می‌دهد، بدون نیاز به آگاهی نسبت به سطح و حجم می‌تواند از آن استفاده کند، اما یک صنعتگر نمی‌تواند بدون آگاهی از این مباحث جسم موردنظر را طراحی کند و بسازد. در شکل ۱ــ۰ ۱ نمونه‌هایی مشاهده می‌شود که به اجسام ساده‌تر تجزیه‌پذیر هستند.

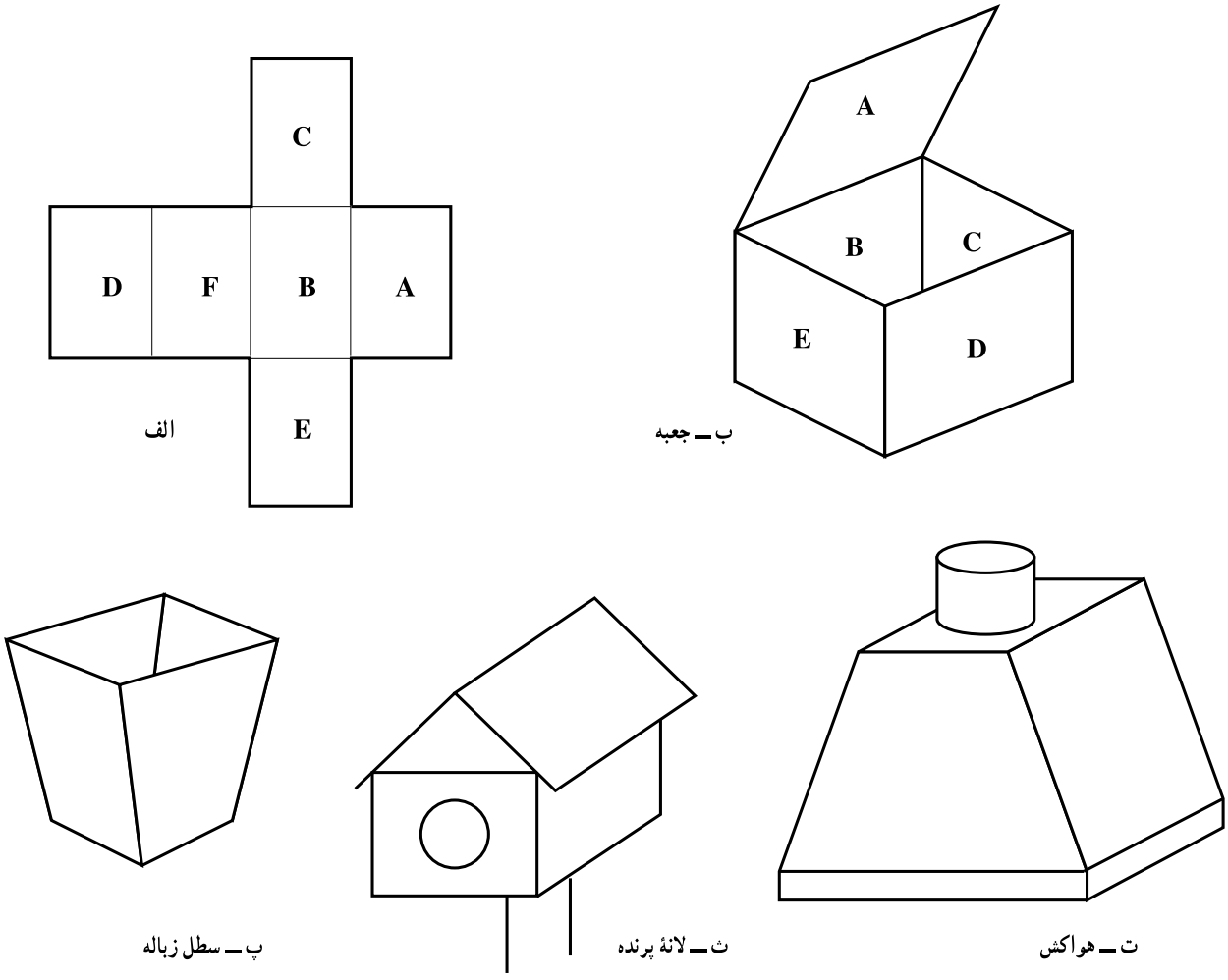


ث ــ اهرم اتصال　ت ــ چکش　پ ــ محور　ب ــ ثُنگ　الف ــ سنبه‌نشان

شکل ۱ــ۰ ۱

۱ــ بیشتر از واژه‌های جسم یا حجم به جای هم استفاده می‌کنیم که اشکال چندانی ندارد.

برای نمونه یک ورق‌کار خوب می‌تواند با ترسیم گستردهٔ یک حجم بر روی ورق آن را با دقت کافی بسازد.
در شکل ۲ــ۱۰ نمونه‌ای ازساخت یک گسترده برای درست کردن یک جعبه را می‌بینید.
آیا می‌توانید چگونگی ساخت سوژه‌های دیگر را بیان کنید؟

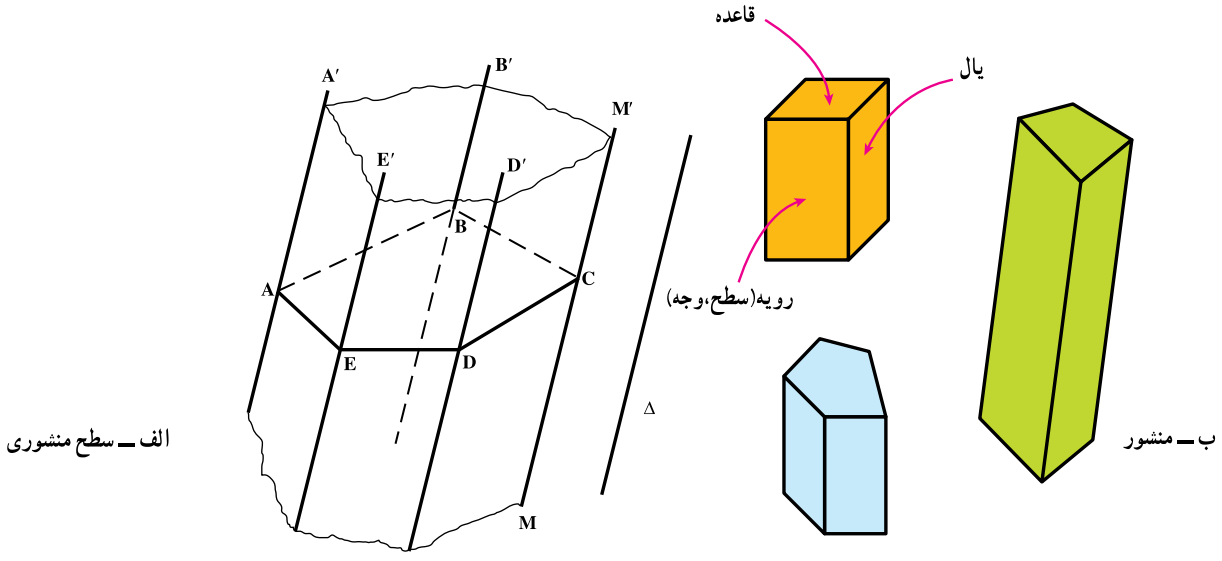


شکل ۲ــ۱۰

اکنون به کوتاهی به تعریف اجسام و سطوح مهم هندسی می‌پردازیم :

۲ــ۱۰ــ منشورها

تعریف : هرگاه خطی راست مانند MM′ در فضا چنان تغییر مکان دهد که همواره با خط راست ثابتی، مانند Δ موازی باشد و براضلاع چندضلعی مسطحی مانند ABCDE متکی باشد، سطح نامحدودی ایجاد می‌شود که آن را «سطح منشوری» می‌نامند (شکل ۳ــ۱۰).
آیا Δ می‌تواند با صفحهٔ چندضلعی موازی باشد؟



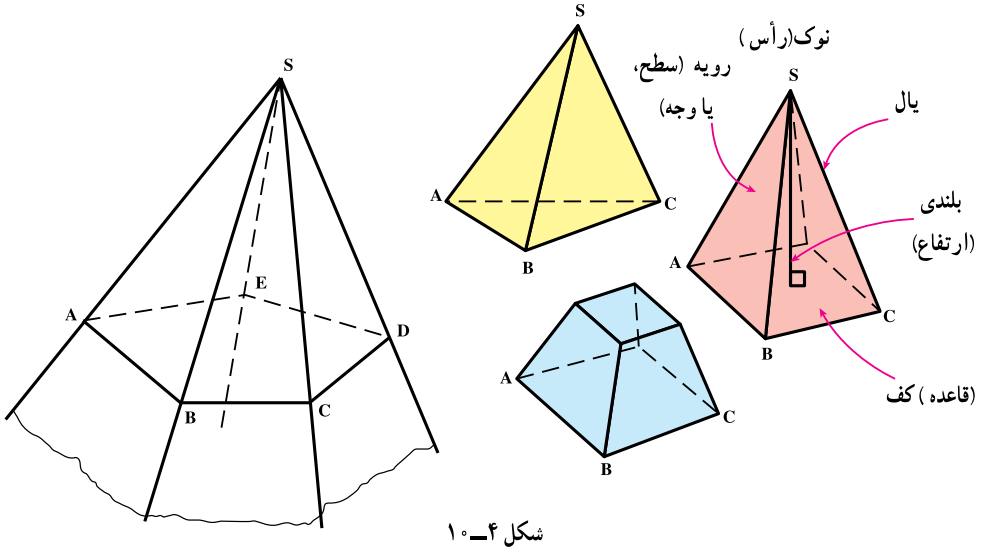
شکل ۳ــ۱۰

خط‌های مشخص مانند ´AA و ´BB، را «یال» می‌نامند. با در نظر گرفتن بخشی از این سطح که به دو صفحهٔ متوازی به نام قاعده محدود باشد، یک منشور خواهیم داشت،کف منشورممکن است یک شکل منتظم یا غیرمنتظم باشد. نام منشور معمولاً از روی شکل قاعدهٔ آن معین می‌شود؛ مانند (منشور مثلث‌القاعده، منشور مربع‌القاعده، منشور مخمس‌القاعده، منشور مسدس‌القاعده) .

اگر یال‌های منشور بر سطح قاعده عمود باشند، منشور را «قائم» می‌گویند؛ در غیر این صورت اصطلاح منشور «مایل»، به کار خواهد رفت. به‌طور معمول منظور از منشور، همان منشور قائم است.

۳ــ۱۰ــ هرم‌ها

تعریف : چند ضلعی مسطح ABCDE و نقطه S را در خارج آن صفحه در نظر می‌گیریم. جسمی که به چند ضلعی تخت گفته شده و مثلث‌های SAB، SBC، SCD، SDE و SEA محدود است، «هرم»[1] نامیده می‌شود (شکل ۴ــ۱۰).



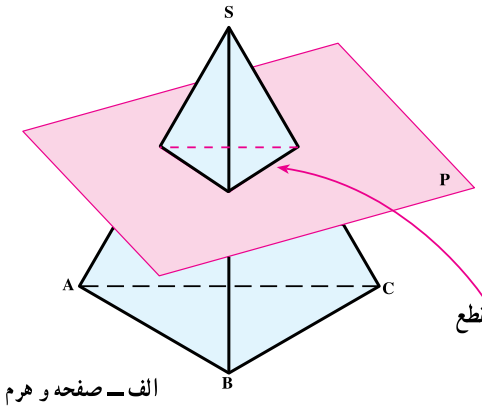
شکل ۴ــ۱۰

۱ــ می‌توان گفت : اگر خطی چنان حرکت کند که همواره از نقطهٔ ثابت S بگذرد و بر چند ضلعی مسطحی متکی باشد، یک سطح هرمی پدید می‌آید که قسمت محدودی از آن هرم است. افزوده می‌شود که چون خط نامحدود است سطح هرمی دارای دو بخش و در دو طرف S و نامحدود است.

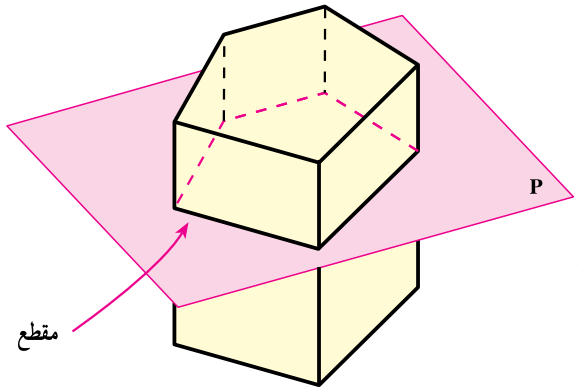
چند ضلعی ABCDE قاعدهٔ هرم و S رأس آن و مثلث‌ها سطوح (رویه‌ها، وجوه) جانبی هستند. مجموعهٔ وجوه جانبی وقاعدهٔ هرم را «سطح کل هرم» می‌نامند. خطوطی مانند SA را یال و فاصلهٔ رأس تا قاعده را «ارتفاع هرم» می‌گویند. نام هرم نیز از روی شکل قاعده معین می‌شود[1]. هرم ممکن است قائم یا مایل باشد.

یادداشت ۱ : هرگاه احجام یاد شده را با یک صفحه به موازات قاعدهٔ آنهابرش دهیم، مقطع حاصل، شکلی مشابه یا مساوی قاعده خواهد بود. در شکل ۵ــ۱۰ این مطلب دیده می‌شود.

یادداشت ۲ : هرمی را که موازی با قاعده آن بریده باشیم، «هرم ناقص» می‌نامند.



الف ــ صفحه و هرم



ب ــ صفحه و منشور

شکل ۵ــ۱۰

۴ــ۱۰ــ چند وجهی‌های منتظم

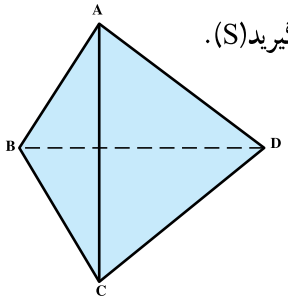
در هندسه ثابت می‌شود که فقط پنج جسم کوژ[2] وجود دارد که از صفحات متساوی منتظم ساخته شده‌اند. این چندوجهی‌ها را به طور مختصر معرفی می‌کنیم.

۱ــ۴ــ۱۰ــ چهار وجهی منتظم : این جسم از چهار مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل می‌شود (شکل ۶ــ۱۰). پس داریم :

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{CB} = \overline{CD} = \overline{BD}$$

روشن است که در یک چند وجهی منتظم همهٔ یال‌ها باید برابر باشند.

یادداشت : می‌توانید هریک از گوشه‌های A، B، C یا D را به عنوان رأس هرم در نظر بگیرید(S).



شکل ۶ــ۱۰ــ چهار وجهی منتظم

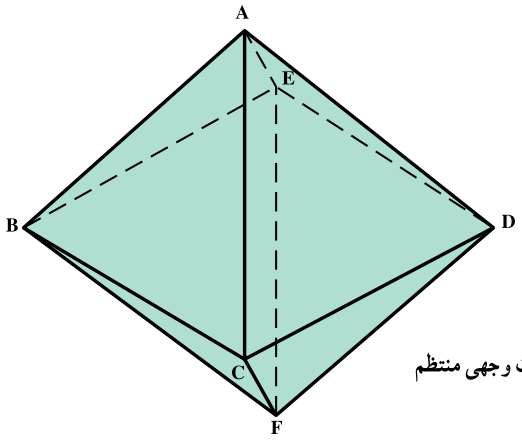
۱ــ اگر کف هرم یک چند ضلعی و ارتفاع هرم در مرکز قاعده عمود شود، هرم قائم است و با توجه به شکل کف می‌توان برای آن نام‌هایی چون، هرم (مثلث‌القاعده)، هرم (مربع‌القاعده) و ... برگزید.

۲ــ کوژ = محدب، بدون گودی، برآمده

۲ــ۴ــ۱۰ــ شش‌وجهی منتظم یا مکعب : این جسم از ۶ مربع ساخته می‌شود که با آن آشنا هستید.

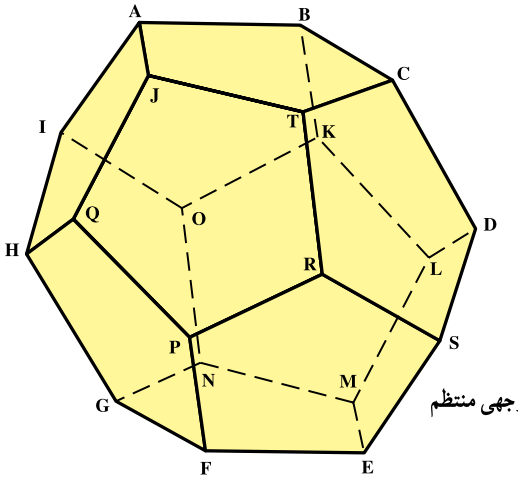
۳ــ۴ــ۱۰ــ هشت وجهی منتظم : این جسم از هشت مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته می‌شود (شکل ۷ــ۱۰).

یادداشت ــ در اینجا هم، همهٔ یال‌ها برابرند و می‌توان هر یک از گوشه‌ها را، نوک هشت وجهی دانست.



شکل ۷ــ۱۰ هشت وجهی منتظم

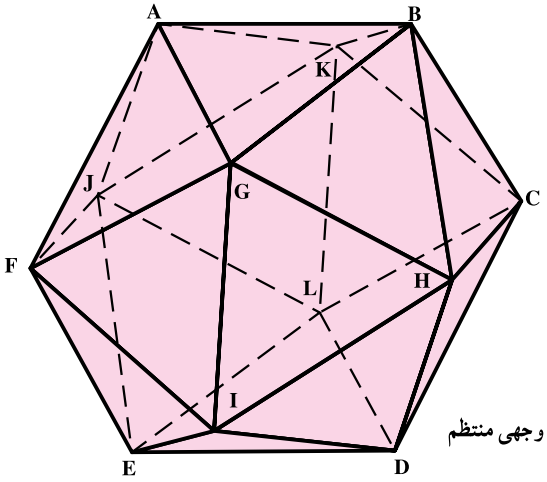
۴ــ۴ــ۱۰ــ دوازده وجهی منتظم : این جسم دارای ۱۲ رویه (وجه) می‌باشد. این سطوح همه پنج ضلعی‌های منتظم هستند (شکل ۸ــ۱۰).



شکل ۸ــ۱۰ دوازده وجهی منتظم

۵ــ۴ــ۱۰ــ بیست وجهی منتظم : این جسم نیز از بیست مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته می‌شود (شکل۹ــ۱۰).

چند وجهی‌های یاد شده به «چندوجهی‌های منتظم کوژ» یا «اجسام افلاطونی» معروف هستند و هرکدام می‌توانند در یک کره محاط شوند؛ یعنی «در یک کره قرار گیرند، به گونه‌ای که همهٔ گوشه‌های آنها بر سطح کره واقع باشند».



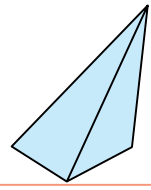
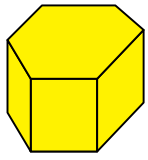
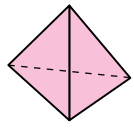
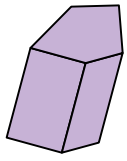
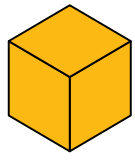
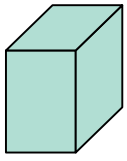
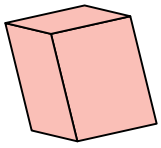
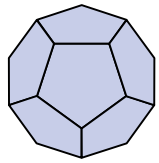
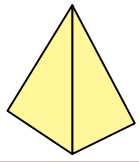
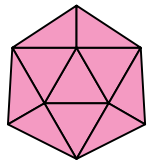
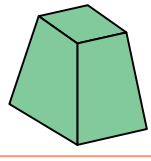
شکل ۹ــ ۱۰ بیست وجهی منتظم

جدول ۱ــ۱۰ آگاهی‌هایی دربارهٔ چند وجهی‌های منتظم می‌دهد.

جدول ۱ــ۱۰ــ چندوجهی‌های منتظم کوژ

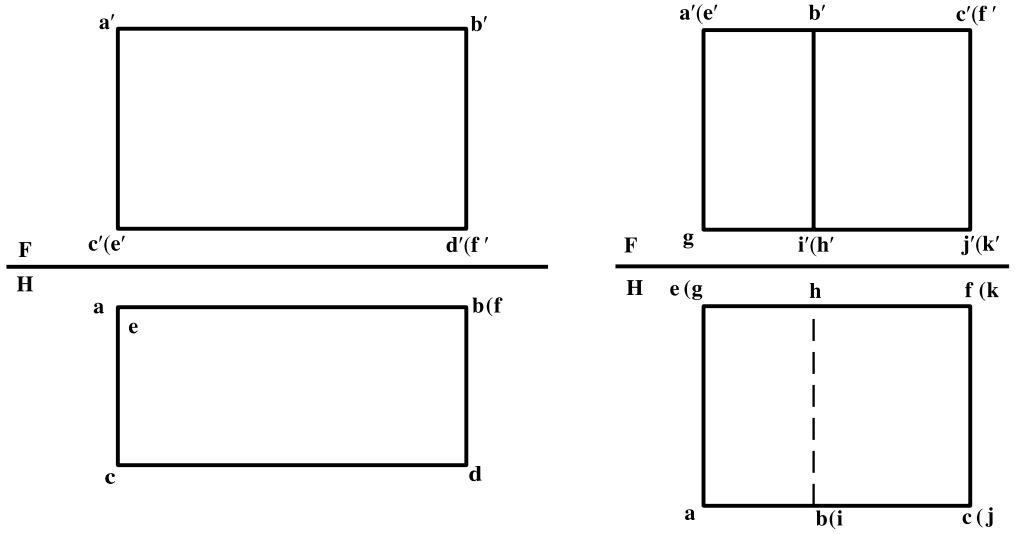
چند وجهی	عدهٔ اضلاع هر وجه	عدهٔ یال‌های منتهی به هر رأس	تعداد رأس‌های جسم	تعداد یال‌های جسم
چهار وجهی	۳	۳	۴	۶
مکعب	۴	۳	۸	۱۲
هشت‌وجهی	۳	۴	۶	۱۲
دوازده وجهی	۵	۳	۲۰	۳۰
بیست وجهی	۳	۵	۱۲	۳۰

در جدول ۲ــ۱۰، گروهی از احجام با سطوح تخت داده شده است.

نام	جسم	نام	جسم
هرم مایل		منشور قائم یال‌ها عمود بر قاعده	
چهار وجهی منتظم		منشور مایل	
مکعب یا شش وجهی منتظم		مکعب مستطیل	
هشت وجهی منتظم		متوازی‌السطوح	
دوازده وجهی منتظم		هرم	
بیست وجهی منتظم		هرم ناقص	

۵ــ۱۰ــ نمایش جسم به روش ترسیمی

نظر به اینکه در تصویر ترسیمی هر نقطه نام ویژه‌ای دارد، از این‌رو همهٔ گوشه‌های موجود در یک جسم نیز نام ویژه‌ای دارند. به دو نمونهٔ داده شده در شکل ۱۰ــ۱۰ نگاه کنید :



الف ب

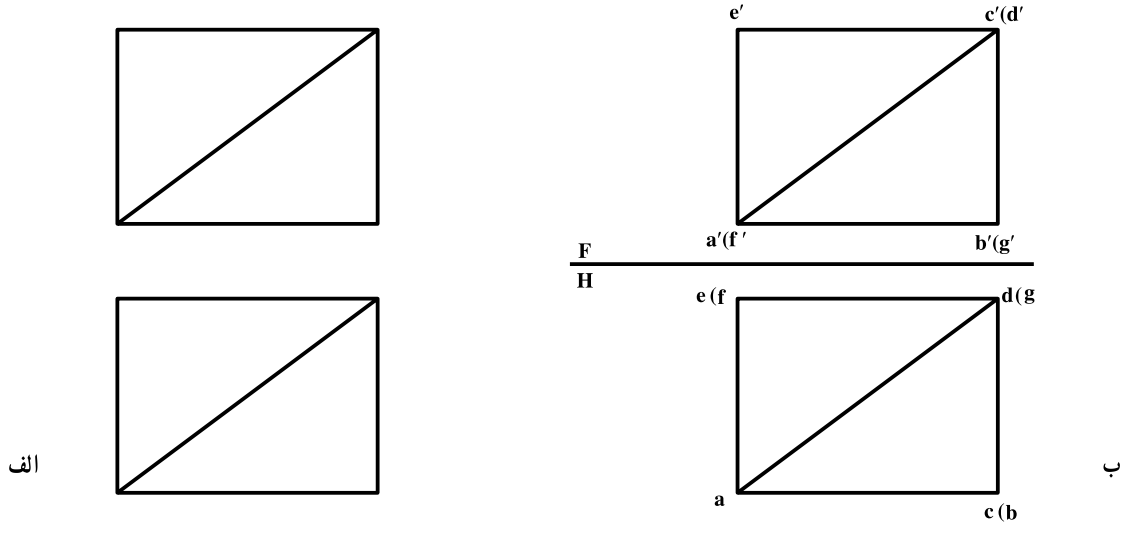
شکل ۱۰ــ۱۰

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، نامگذاری همهٔ گوشه‌ها تا حدودی نقشه را شلوغ کرده است. این مسئله، به ویژه هنگامی به صورت یک مشکل درخواهد آمد که نقشه دارای جزئیات بسیار باشد.

۶ــ۱۰ــ مقایسهٔ تصویر ترسیمی و رسم فنی

در شکل ۱۱ــ۱۰ جسمی را به دو روش «ترسیمی» و «رسم‌فنی» رسم کرده‌ایم.

آنچه در وهلهٔ نخست جلب توجه می‌کند، سادگی رسم تصاویر در رسم فنی، یعنی شکل الف ۱۱ــ۱۰می‌باشد. برای همین سادگی است که طراحان ترجیح می‌دهند که تصاویر را به این روش رسم کنند.



الف ب

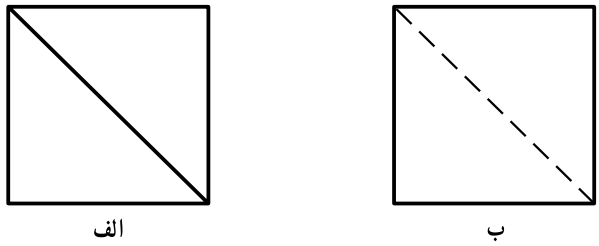
شکل ۱۱ــ۱۰

به طور خلاصه :

۱ــ تصویر رسم فنی ساده رسم می‌شود؛

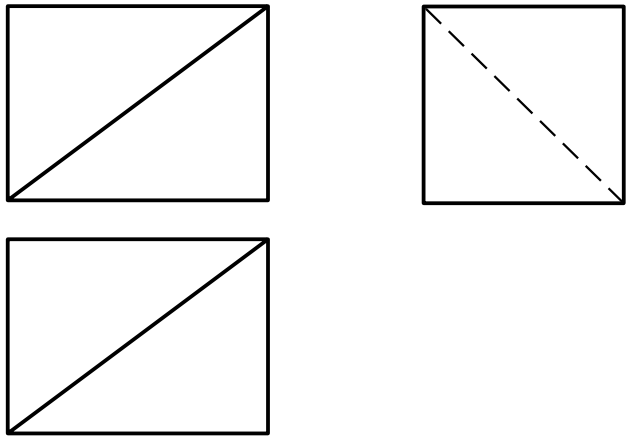
۲ــ با توجه به حذف جزئیات، یعنی حروف و خط زمین، خواندن آن آسان‌تر است.

با این وجود، گاه تصاویر دوگانه برای معرفی جسم کافی نیستند؛ پس نیاز به نمای سوم هست. در مورد نمونهٔ شکل الف ۱۱ــ۱۰ توجه کنید که برای تصویر سوم می‌توان جواب‌هایی مانند آنچه در شکل ۱۲ــ۱۰ آمده، تعیین کرد.



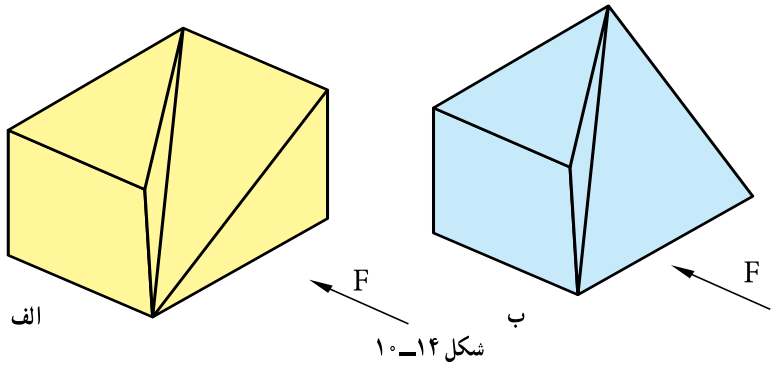
شکل ۱۲ــ۱۰

به این ترتیب، دیده می‌شود که دو تصویر رسم فنی گاهی همیشه گویا نیست و باید از سه تصویر یا حتی بیشتر استفاده کرد. برای نمونه، جسم مورد بحث حتی با سه تصویر هم کاملاً مشخص نخواهد شد (شکل ۱۳ــ۱۰).



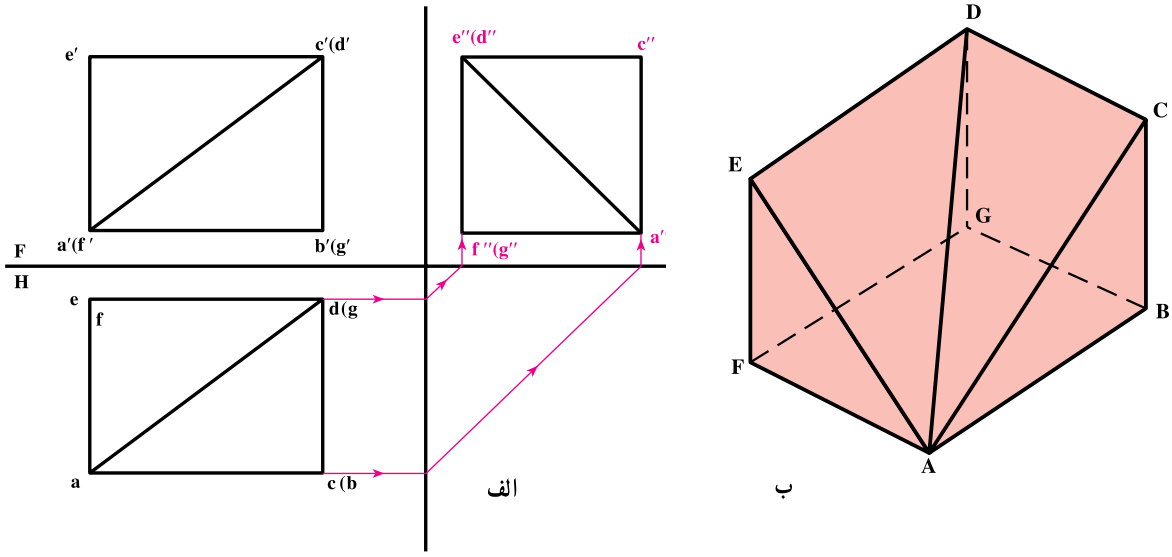
شکل ۱۳ــ۱۰

ببینید که با وجود سه نما می‌توان جواب‌های مختلفی داشت (شکل ب و الف ۱۴ــ۱۰). بنابراین، در این‌جا چهار تصویر ضروری خواهد بود.



شکل ۱۴ــ۱۰

اکنون تصویر سوم را به روش ترسیمی به دست می‌آوریم (شکل ۱۵ــ۱۰).



شکل ۱۵ــ۱۰

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این مسئله، نمای سوم تنها یک جواب خواهد داشت که این به معنی تواناتر بودن دو تصویر برای نمایش جسم، به روش ترسیمی است؛ یعنی این تصاویر با قاطعیت شکل ب ۱۵ــ۱۴ را معرفی کرده است پس :

۱ــ در روش هندسهٔ ترسیمی می‌توان جسم را با دو تصویر بهتر مشخص نمود (جسم دارای سطوح تخت).

۲ــ با نامگذاری نقاط، تصویر مجهول با اطمینان بیشتری به دست می‌آید.

چکیده :

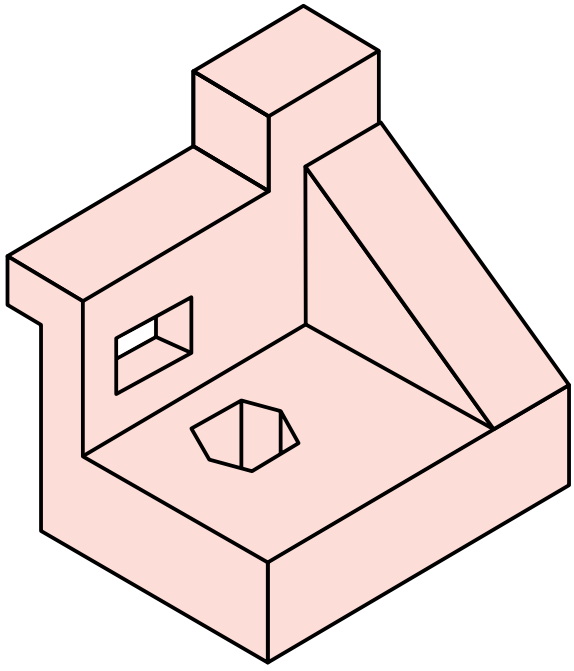
در موارد عادی از تصاویر به صورت رسم فنی، یعنی «ساده شدهٔ ترسیمی» استفاده می‌کنیم و تنها در مواردی که به دست آوردن مجهول پیچیده و امکان اشتباه وجود داشته باشد از تصاویر به روش ترسیمی استفاده خواهد شد. چنان که در ادامهٔکتاب خواهیم دید.

ارزشیابی

۱ــ جسم را تعریف کنید.

۲ــ آیا می‌توان اجسام پیچیده را به اجزایی ساده‌تر تجزیه کرد؟

۳ــ اجزای جسم معرفی شده در شکل ۱۶ــ۱۰ را نام ببرید.



شکل ۱۶ــ۱۰

۴ــ آیا داشتن اطلاعاتی راجع به اجسام، برای هر صنعتگر ضروری است؟

۵ــ منشور را با رسم شکل دستی تعریف کنید.

۶ــ اجزای منشور چه نام دارد؟

۷ــ چه موقع منشور را «قائم» گویند؟

۸ــ هرم را با رسم شکل دستی تعریف کنید.

۹ــ هرم را چگونه نامگذاری می‌کنند؟

۱۰ــ برش منشور و هرم به موازات قاعده کدام ویژگی را دارد؟

۱۱ــ چندوجهی‌های منتظم را نام ببرید.

۱۲ــ هر یک از چندوجهی‌های منتظم را تعریف کنید.

۱۳ــ به طور کلّی چه سطوحی در ساخت چند وجهی‌های منتظم کوژ مورد استفاده هستند؟

۱۴ــ جسم محیطی اجسام افلاطونی چه می‌تواند باشد؟

۱۵ــ عدهٔ اضلاع، یال‌های منتهی به گوشه، تعداد گوشه و تعداد یال‌های یک بیست وجهی را از جدول استخراج و بنویسید.

۱۶ــ نام احجام مهم هندسی را از جدول در آورید و یادداشت کنید.

۱۷ــ یک جسم انتخابی را به روش‌های رسم فنی و نیز ترسیمی نمایش دهید.

۱۸ــ دو شکلی را که رسم کرده‌اید از نظر روش بیان جزئیات، با یکدیگر مقایسه کنید.

۱۹ــ آیا تصاویر دوگانه همیشه برای نمایش اجسام تخت کافی است؟

۲۰ــ مزایای نمایش قطعه به روش رسم فنی چیست؟

۲۱ــ معایب روش رسم فنی چیست؟

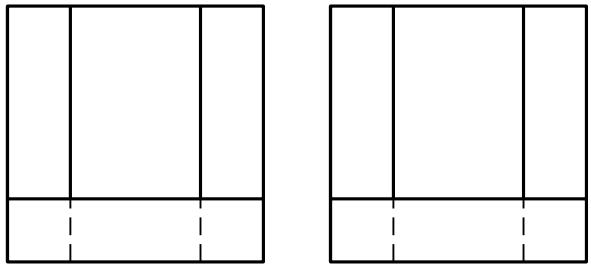
۲۲ــ مزایای روش ترسیمی چیست؟

اجسام زیر به صورت رسم فنی معرفی شده‌اند، هنرجویان ابتدا مطابق خواسته‌ها کار می‌کنند، سپس اشکال توسط استاد محترم نام‌گذاری و تبدیل به روش ترسیمی می‌شود که دوباره هنرجویان پاسخ را تعیین می‌کنند که در نهایت مقایسه انجام خواهد شد.

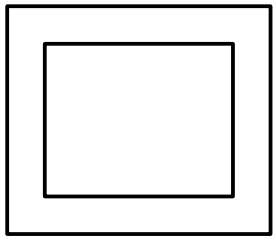
۲۳ــ با توجه به دو نمای رسم شده، نمای سوم را معین کنید. برای مسئله چند پاسخ به دست می‌آورید؟ (شکل ۱۷ــ۱۰).

شکل ۱۷ــ۱۰

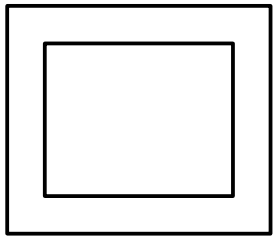
۲۴ــ با توجه به دو نمای داده شده، حداقل چهار جواب برای نمای سوم معین کنید (شکل ۱۸ــ۱۰).



شکل ۱۸ــ۱۰



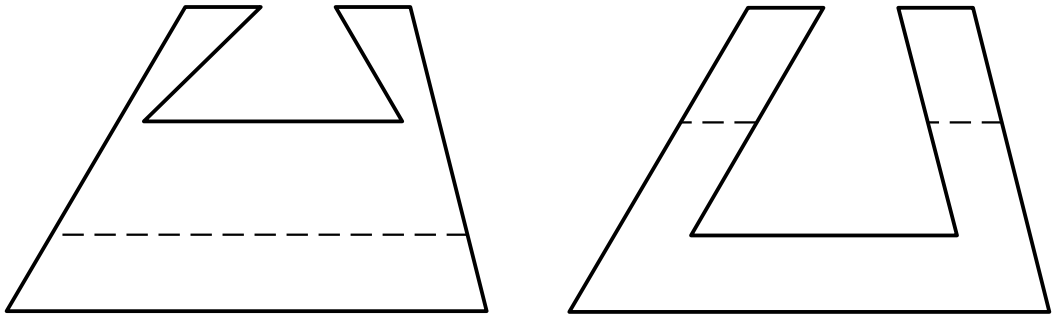
۲۵ــ در شکل روبه‌رو دو نما از قطعه‌ای داده شده است که نمای سوم آن پاسخ‌های گوناگونی دارد. شما دو جواب را که از سطوح تخت تشکیل می‌شوند به دست آورید، مقیاس ترسیم ۱ :۲ (شکل ۱۹ــ۱۰).



شکل ۱۹ــ۱۰

برای مطالعه

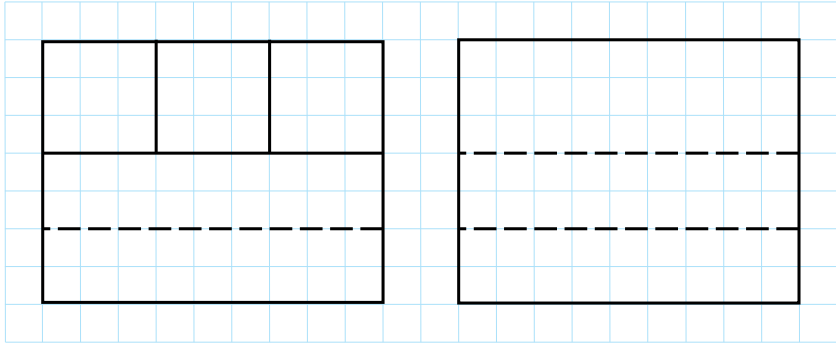
۱ــ با توجه به تصاویر داده شده بگویید بدنهٔ اصلی این جسم چه نوع حجمی است؟ سپس تصویر افقی را معین کنید مقیاس ترسیم ۱ :۲ (شکل ۲۰ــ۱۰). آیا می‌توانید با تشکیل یک جدول انواع و تعداد خطوط و سطوح موجود در این جسم را شناسایی کنید؟



شکل۲۰ــ۱۰

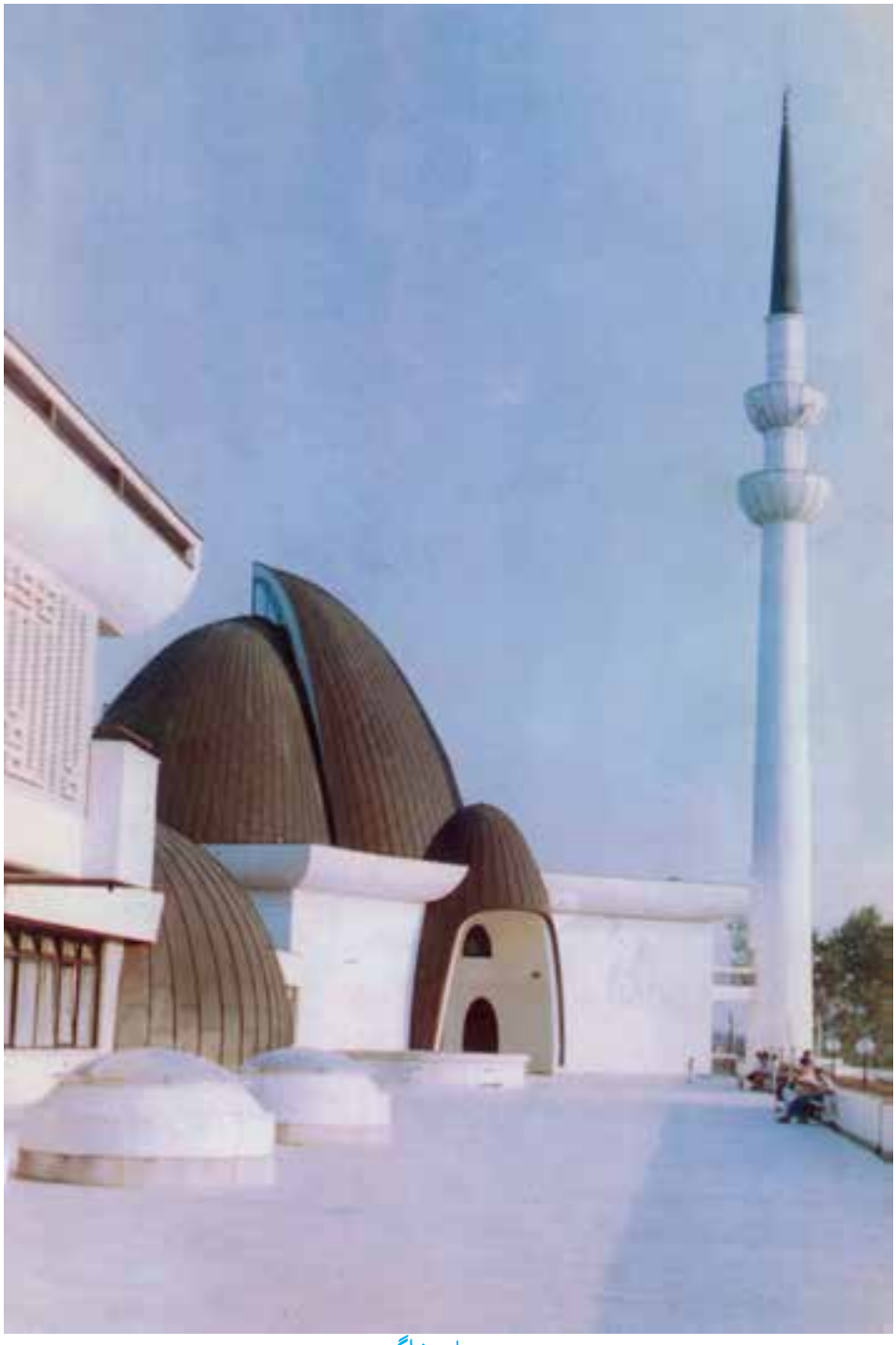
۲ــ آیا می‌توانید با قاطعیت بگویید که دو نمای بالا، دقیقاً جسم را معرفی کرده‌اند؟ در صورتی که پاسخ شما آری است، این نقشه را با نقشهٔ شکل ۱۸ــ۱۰ مقایسه کنید و دلیلی برای پاسخ‌های گوناگون آن و تک پاسخ بودن این بگویید.

۳ــ برای نقشهٔ داده شده می‌توانید چند نمای افقی به دست آورید. اگر گوشه‌ها را نام‌گذاری کنیم، آیا باز هم نماهای افقی گوناگون خواهیم داشت؟



شکل۲۱ــ۱۰

فصل یازدهم



مسجد جامع زاگرب

برخورد یک خط یا یک صفحه را با جسم، فصل مشترک نامند.

بررسی برخورد خط، صفحه با جسم

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

۱ــ با انتخاب نقطه‌ای از یک جسم «در یک نمای دلخواه»، تصاویر دیگر آن را معین کند.

۲ــ نقاط برخورد یک خط، «ورود و خروج آن را» با یک جسم معین کند.

۳ــ برخورد خط و جسم را دید و ندید نماید.

۴ــ برخورد یک صفحه و یک جسم را معین کند.

۵ــ برخورد صفحه و جسم را دید و ندید نماید.

۶ــ اندازهٔ حقیقی مقطع را معین کند.

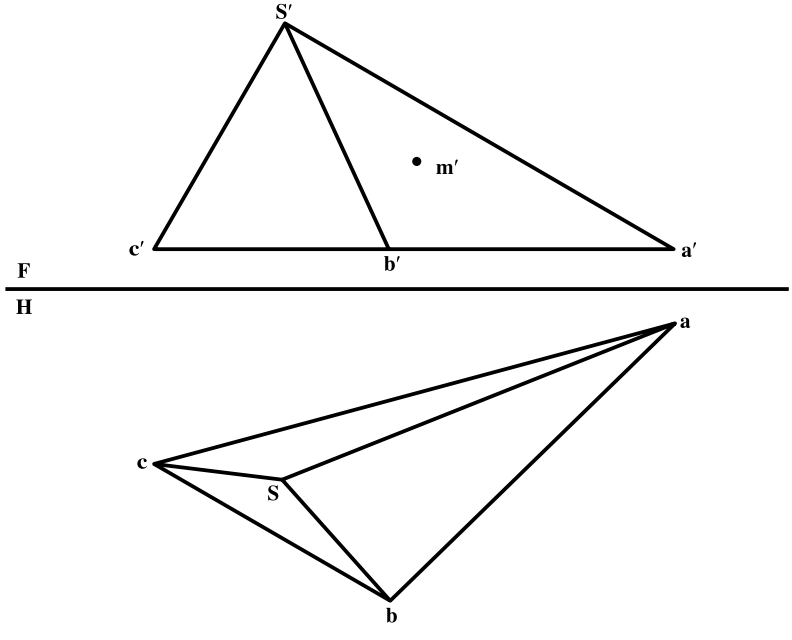
۱ــ۱۱ــ مقدمه

در این فصل با در نظر گرفتن جسم به عنوان اصل مطلب، وضعیت نقطه، خط و صفحه را با آن مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۲ــ۱۱ــ تعیین تصاویر نقطه

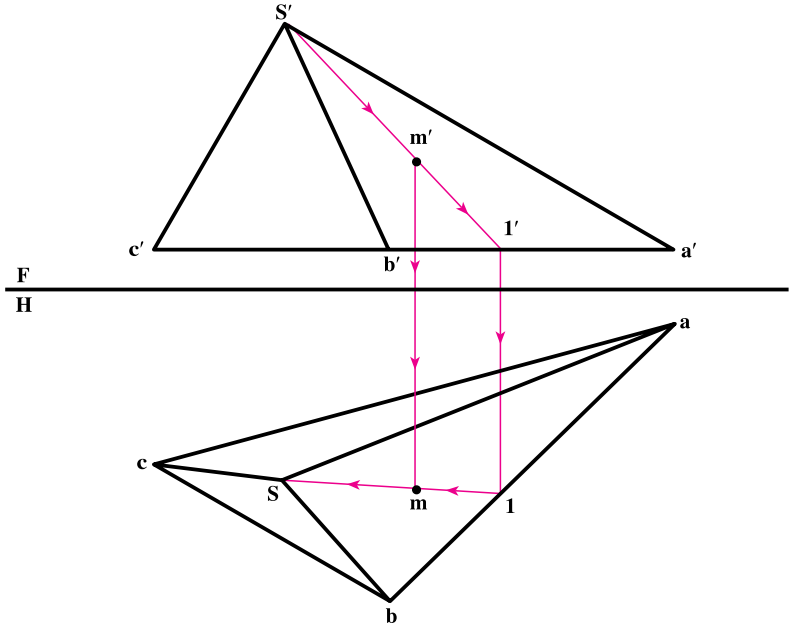
همان‌گونه که می‌دانید هر جسم مثل منشور یا هرم در حقیقت از تعدادی صفحه تشکیل می‌شود که اگر نقطه‌ای را روی سطح آن در نظر بگیریم، در حقیقت این نقطه روی یک صفحه قرار دارد؛ چنان که پیش از این نیز دیده‌ایم که چگونه نقطهٔ واقع بر یک صفحه در تصاویر دیگر معین می‌شود.

نمونه : دو نمای جسمی معین است و تصویر روبه‌روی نقطه‌ای از آن واقع بر سطح SAB در دست است، هدف تعیین نمای افقی آن، یعنی m است (شکل ۱ــ۱۱).



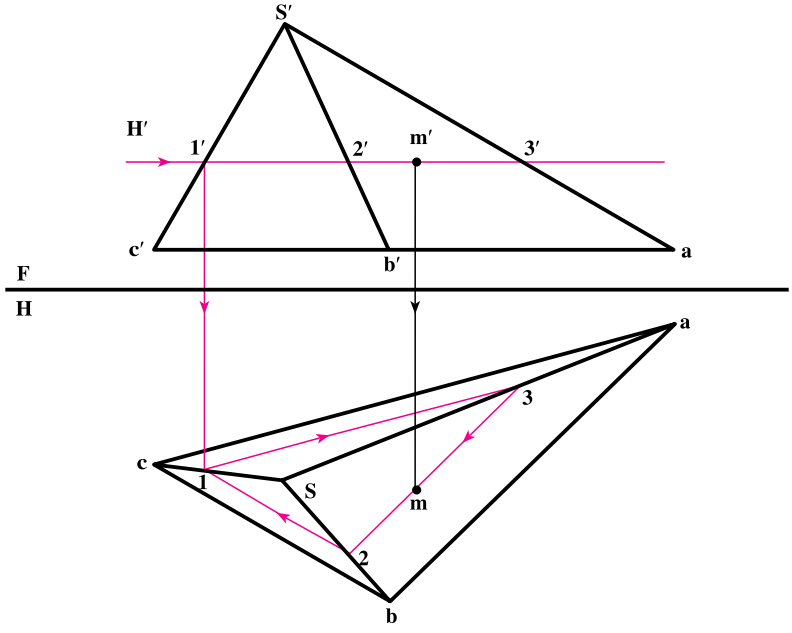
شکل ۱ــ۱۱

۱ــ۲ــ۱۱ــ روش اول : همان‌گونه که می‌دانید یک روش تعیین نقطه استفاده از خط کمکی است که پیشتر گفته شد. با این حال یادآوری می‌شود که مطابق شکل ۲ــ۱۱ می‌توان خطی را از صفحه SAB مانند ′s′1، که بر ′m می‌گذرد، در نظر گرفت. آنگاه نمای افقی آن یعنی sl را به دست آورد و سپس به کمک رابط، m را پیدا کرد.



شکل ۲ــ۱۱

۲ــ۲ــ۱۱ــ روش دوم : در این مورد روش سادهٔ دیگری موجود است که آن را «روش صفحهٔ کمکی» می‌نامیم. بر طبق این روش نیاز هست که جسم را با یک صفحهٔ فرضی برش دهیم به گونه‌ای که این صفحه از ′m بگذرد. پس از این کار، در نمای افقی اثر این برش را تعیین و m را پیدا می‌کنیم (شکل ۳ــ۱۱).



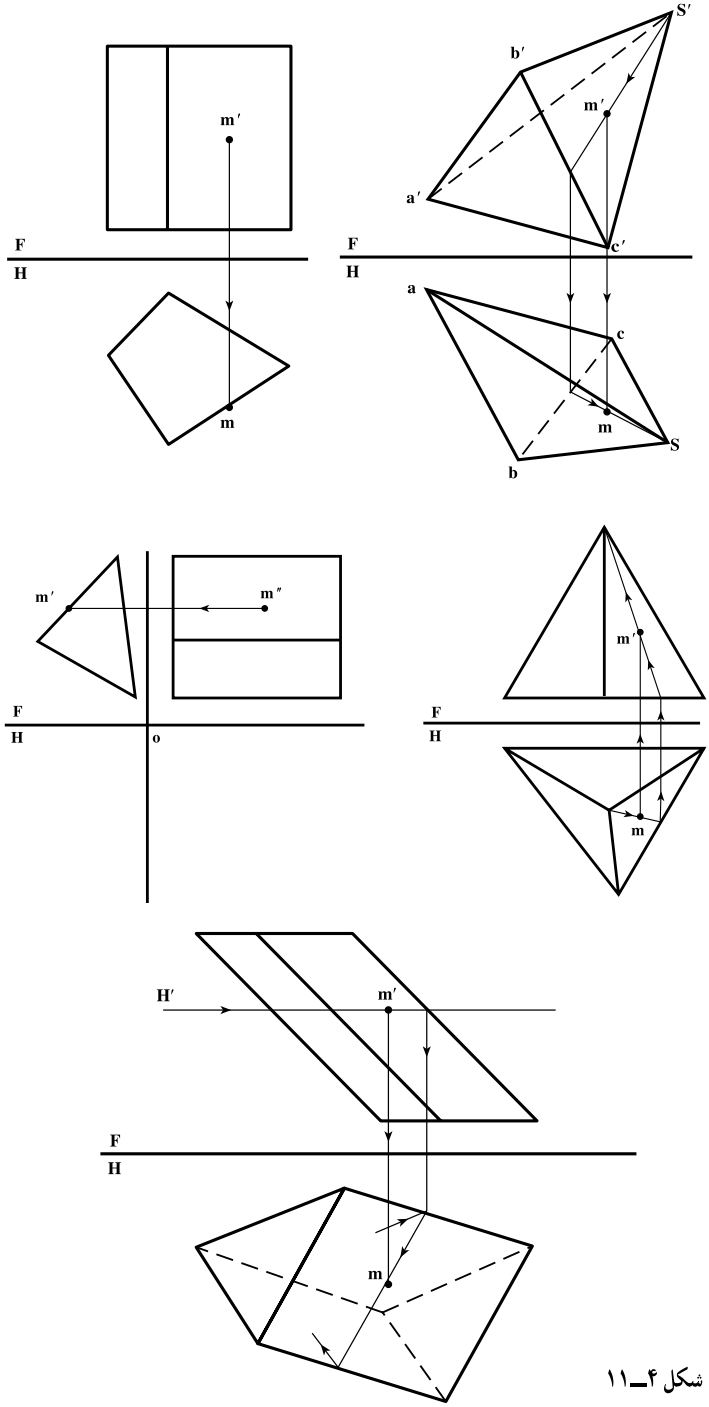
شکل ۳ــ۱۱

چکیده :

ــ چون کف جسم یک سطح افقی است، برای برش از صفحه‌ای افقی به نام H' و به موازات کف استفاده کردیم.

ــ همان‌گونه که می‌دانید اگر جسمی به موازات قاعده‌اش بریده شود، شکل مقطع با قاعده مشابه می‌باشد؛ پس کافی است با تعیین نقطه‌ای مانند $1'$ و انتقال آن به تصویر افقی، مثلث ۳ و ۲ و ۱ را رسم و در نتیجه m را تعیین کنیم. (شکل ۳ــ۱۱)

نمونه : در شکل ۴ــ۱۱، نماهای اجسامی داده شده و هم‌چنین تصاویر مجهول نقطه‌های واقع بر آن‌ها مشخص شده است. آیا می‌توانید در هر مورد چگونگی تعیین تصویر مجهول را توضیح دهید؟

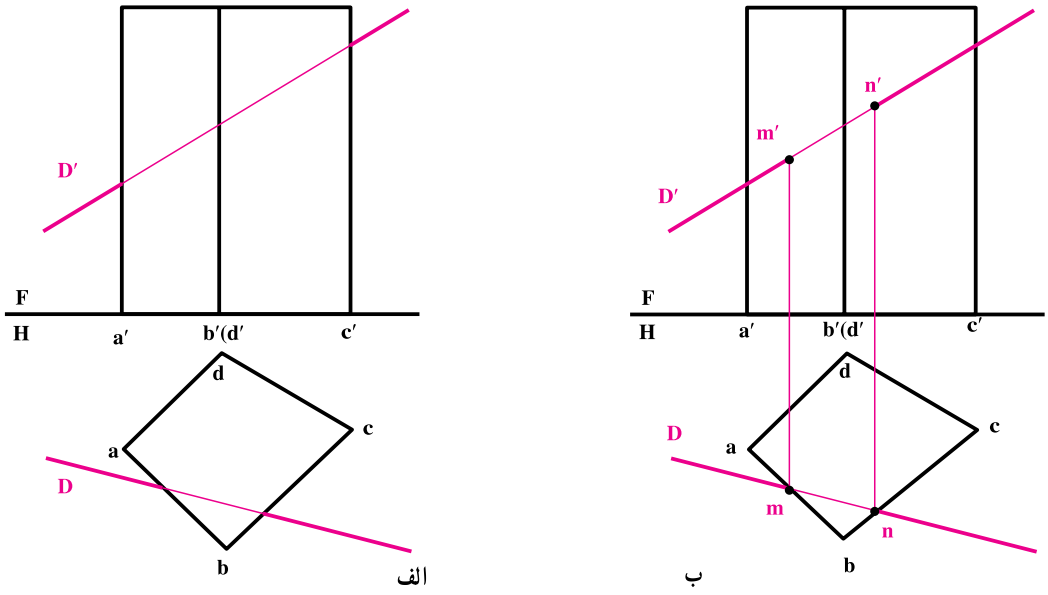


شکل ۴ــ۱۱

۳ــ۱۱ــ برخورد خط و جسم

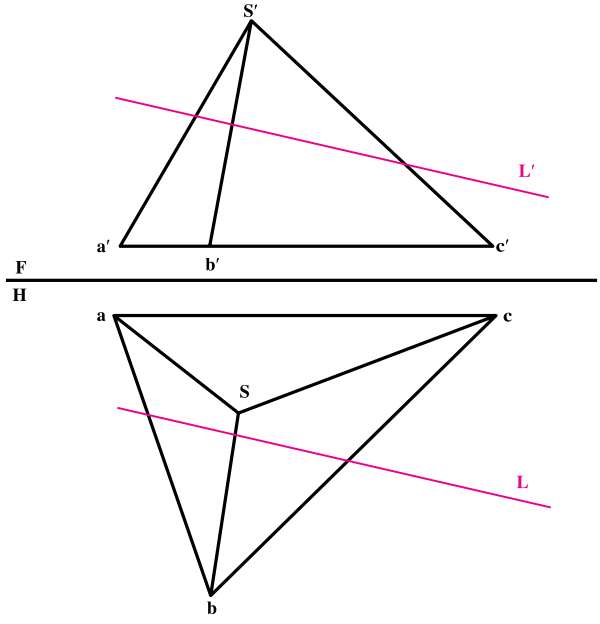
هر خط می‌تواند در دو نقطه با یک جسم برخورد کند. به عبارت دیگر، از یک نقطه وارد و از نقطهٔ دیگر خارج شود. به شکل الف ۵ــ۱۱ نگاه کنید.

در این شکل منشوری که وجوه جانبی آن صفحات قائم هستند معرفی شده که یک خط ´DD با آن برخورد کرده است. مطابق شکل ب ۵ــ۱۱ نقاط ورود و خروج در تصویر افقی n و m و در نمای روبه‌رو ´m و ´n خواهد بود.



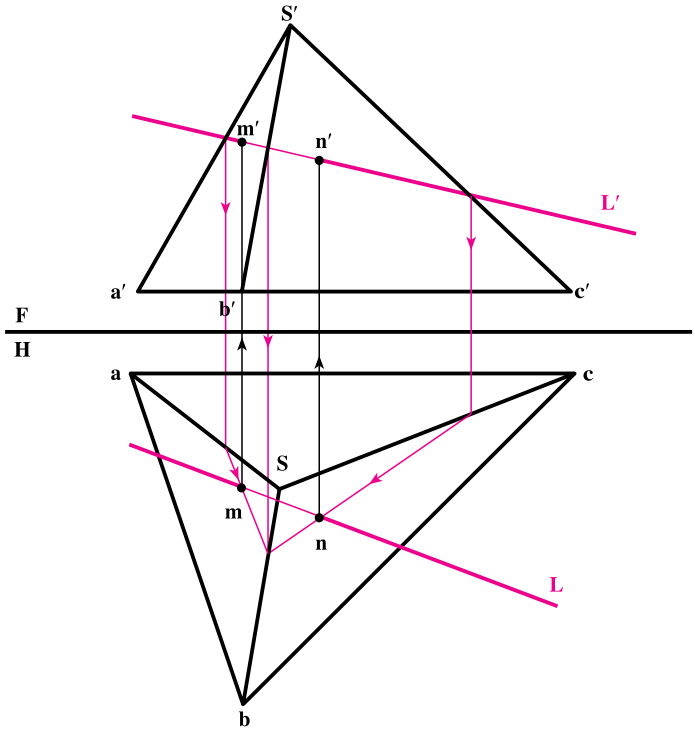
شکل ۵ــ۱۱

در شکل ۶ــ۱۱ یک هرم و یک خط ´LL نشان داده شده است. نقاط برخورد را به دو روش می‌توان معین نمود :



شکل ۶ــ۱۱

۱ــ۳ــ۱۱ــ روش اول ــ روش خط کمکی : در این روش از خط کمکی استفاده می‌شود؛ به این ترتیب که ابتدا برخورد خط با صفحهٔ SAB و سپس با صفحهٔ SBC معین می‌شود. شکل ۷ــ۱۱ نتیجه را که همان نقاط M و N هستند نشان می‌دهد.



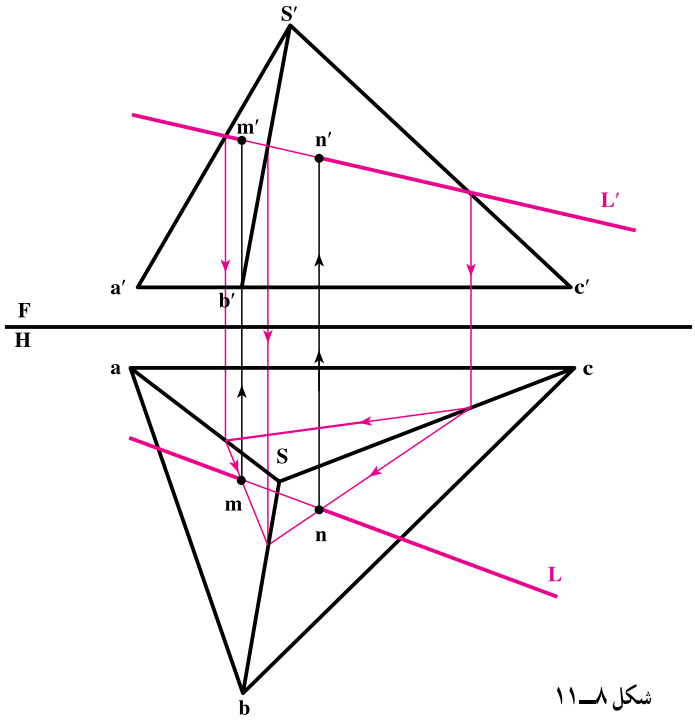
شکل ۷ــ۱۱

چکیده :

با فرض L′ در صفحهٔ SAB نقطهٔ M و با فرض آن در صفحهٔ SBC نقطهٔ N را معین کردیم.

۲ــ۳ــ۱۱ــ روش دوم ــ روش صفحهٔ کمکی :

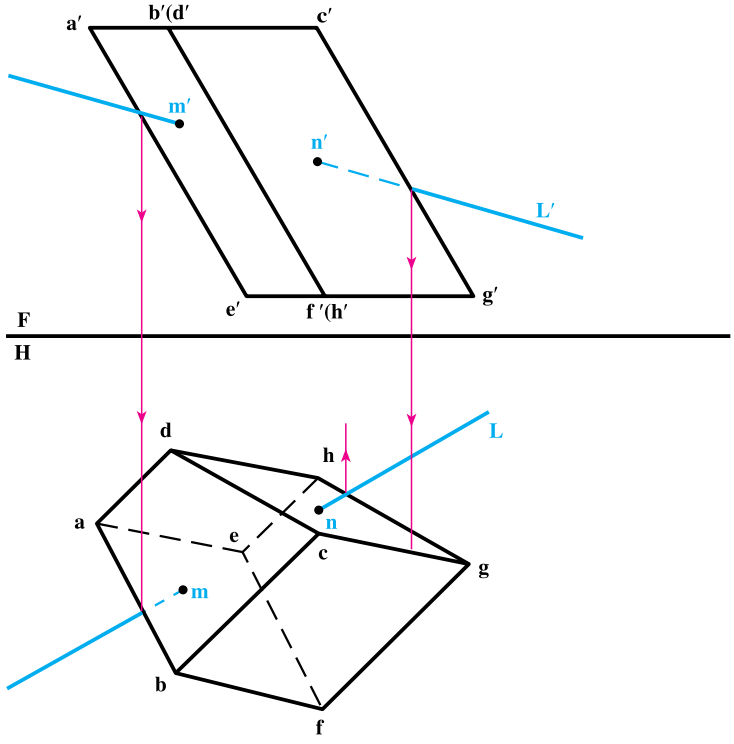
در این صورت می‌توان یک صفحهٔ منتصب گذرنده بر L′ در نظر گرفت و آن‌گاه مقطع آن را با جسم تعیین نمود. این مقطع یک مثلث خواهد بود که از برخورد اضلاع این مثلث با L، m و n معین می شود (شکل ۸ــ۱۱). همچنین می‌توان با در نظر گرفتن صفحهٔ کمکی قائم و شروع از تصویر افقی مسئله را حل کرد.



شکل ۸ــ۱۱

۴ــ۱۱ــ دید و ندید

هنگامی که یک خط با یک جسم برخورد می‌کند ممکن است پیش از ورود و پس از خروج در تصاویر افقی و روبه‌رو دیده شود؛ مانند ´LL در شکل ۸ــ۱۱. همچنین ممکن است به علت واقع شدن بخشی از خط در پشت برخی از صفحات تشکیل‌دهندهٔ جسم، قسمتی از خط ندید باشد[۱]. به شکل ۹ــ۱۱ توجه کنید.



شکل ۹ ــ ۱۱

پس از تحقیق در مورد تقاطع ´LL با منشور، نقاط M و N واقع بر صفحات ABFE و CDHG تعیین می‌شود. از پاره‌خط MN که در داخل جسم واقع می‌شود، صرف‌نظر می‌کنیم و تنها بخش‌هایی از خط که بیرون از محدودهٔ جسم است، موردنظر خواهد بود. اکنون از نقطه تقاطع ظاهری خط با ´a´e رابط می‌کنیم، چون دیده می‌شود که بعد خط بیشتر است، بخش سمت چپ m در تصویر روبه‌رو دید خواهد بود. با همین بررسی، در مورد نقطهٔ ظاهری برخورد خط با ´c´g ، به نتیجه می‌رسیم که قسمت سمت راست ´n ندید است.

اگر این بررسی برای نقطهٔ تقاطع ظاهری خط در تصویر افقی با خطوط hg و ab هم انجام شود بخش‌های دید و ندید خط در تصویر افقی هم معین می‌شود. در این‌جا مشاهده می‌شود که از n به‌طرف راست دید و از m به‌طرف چپ ندید است.

۵ــ۱۱ــ برخورد صفحه با جسم

نظر به این که صفحه را می‌توان به صورت‌های مختلف در نظر گرفت، مسئله شکل‌های گوناگونی خواهد داشت. برای تعیین برش جسم با یک صفحه روش کار به این ترتیب خواهد بود :

ــ ابتدا نقاط برخورد همهٔ یال‌های جسم را با صفحه، در صورت وجود برخورد، تعیین می‌کنیم؛

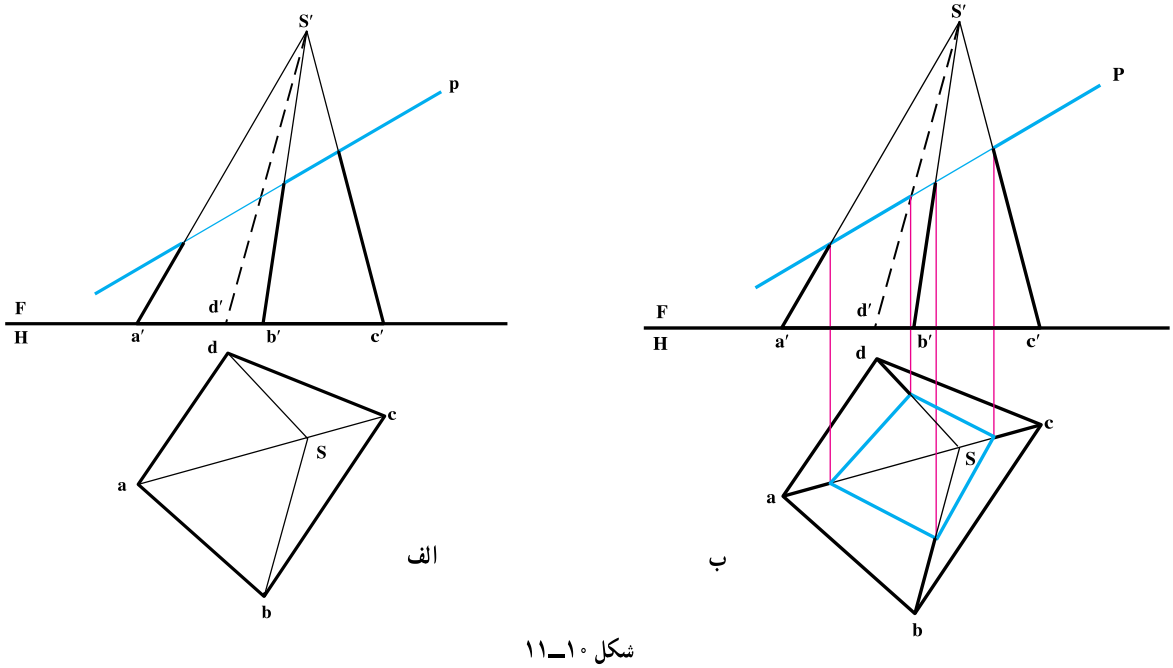
۱ــ توجه کنید که در مورد برخورد یک خط به تنهایی با یک جسم، بخشی از خط که داخل جسم است مورد توجه نیست.

ـ سپس نقاط برخورد خطوط تشکیل دهندهٔ صفحه را با صفحات جسم معین می‌نماییم.

۶ـ۱۱ـ حالات خاص برخورد صفحه و جسم

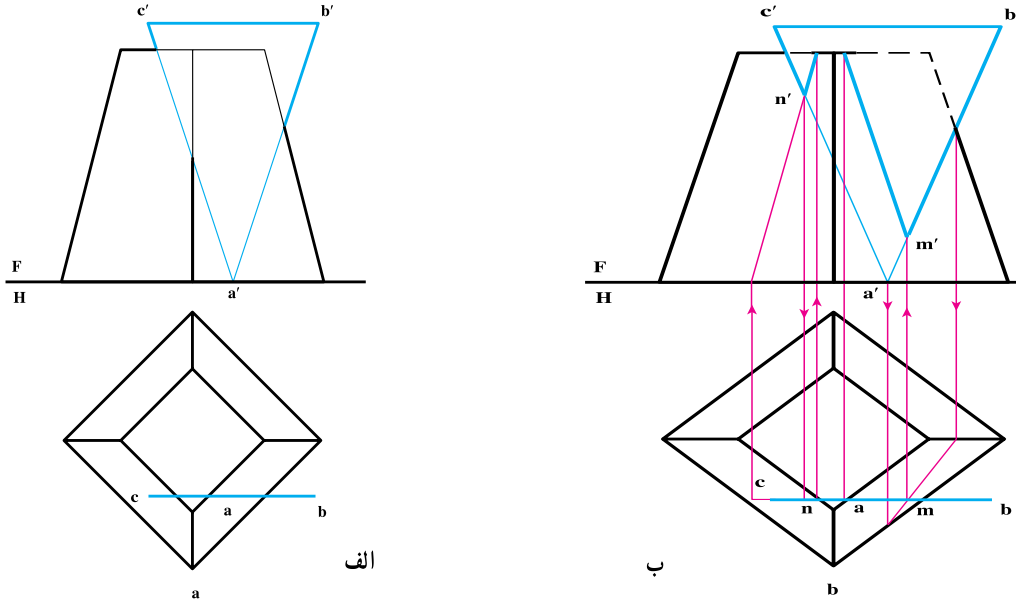
در شکل الف ۱۰ـ۱۱ یک هرم با یک صفحهٔ منتصب برخورد کرده است. (صفحهٔ منتصب نامحدود)

برخورد به سادگی و فقط به کمک خطوط رابط به دست می‌آید. در این‌جا توجه کنید که به علت نامحدود بودن صفحه، تنها تعیین برخورد یال‌های جسم با صفحه برای تعیین مقطع کافی است (شکل ب ۱۰ـ۱۱)



شکل ۱۰ـ۱۱

در نمونه‌ای دیگر، یک هرم ناقص با یک صفحهٔ سه‌گوش جبهی برخورد می‌کند. (شکل الف ۱۱ـ۱۱)



شکل ۱۱ـ۱۱

چکیده :

ــ با شروع از تصویر روبه‌رو، برخورد AB را با سطح جانبی هرم به صورت ′mm معین کردیم؛

ــ با شروع از تصویر افقی، برخورد CA با هرم، به صورت ′nn را به دست آوردیم؛

ــ نقاط برخورد اضلاع قاعدهٔ بالایی هرم با مثلث نیز بسادگی به دست می‌آید؛

ــ با ترسیم خطوط حاصل از برخورد و ندید رسم کردن آنچه پشت ABC در تصویر روبه‌رو هست، حلّ کامل می‌شود.

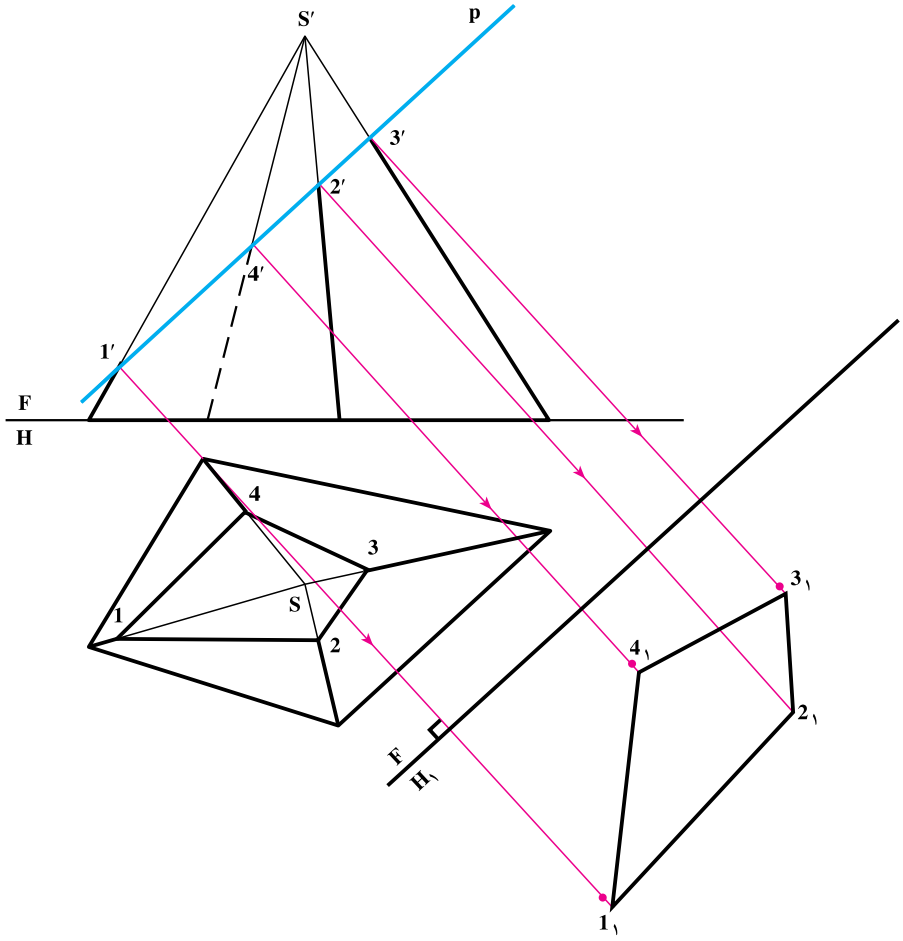
۷ــ۱۱ــ اندازهٔ حقیقی سطوح برش خورده

مقطعی که توسط صفحه، از جسم پدید می‌آید دو حالت دارد :

ــ جزء صفحات خاص است که در حالات منتصب، قائم و مواجه با یک تغییر صفحه اندازهٔ حقیقی معین می‌شود؛

ــ مقطع صفحه‌ای غیرخاص است که در آن صورت دو تغییر صفحه برای نمایش اندازهٔ حقیقی لازم است (که اکنون وارد آن بحث نمی‌شویم).

برای حالت نخست، مسئلهٔ حل شده‌ای شبیه شکل ۱۱ــ۱۰ را در نظر می‌گیریم، آنگاه با یک تغییر صفحهٔ افقی اندازهٔ حقیقی آن را معین می‌کنیم؛ باید گفته شود که تعیین اندازهٔ حقیقی مقطع در بسیاری موارد، مانند ساخت جسم از ورق، لازم است (شکل ۱۲ــ۱۱).



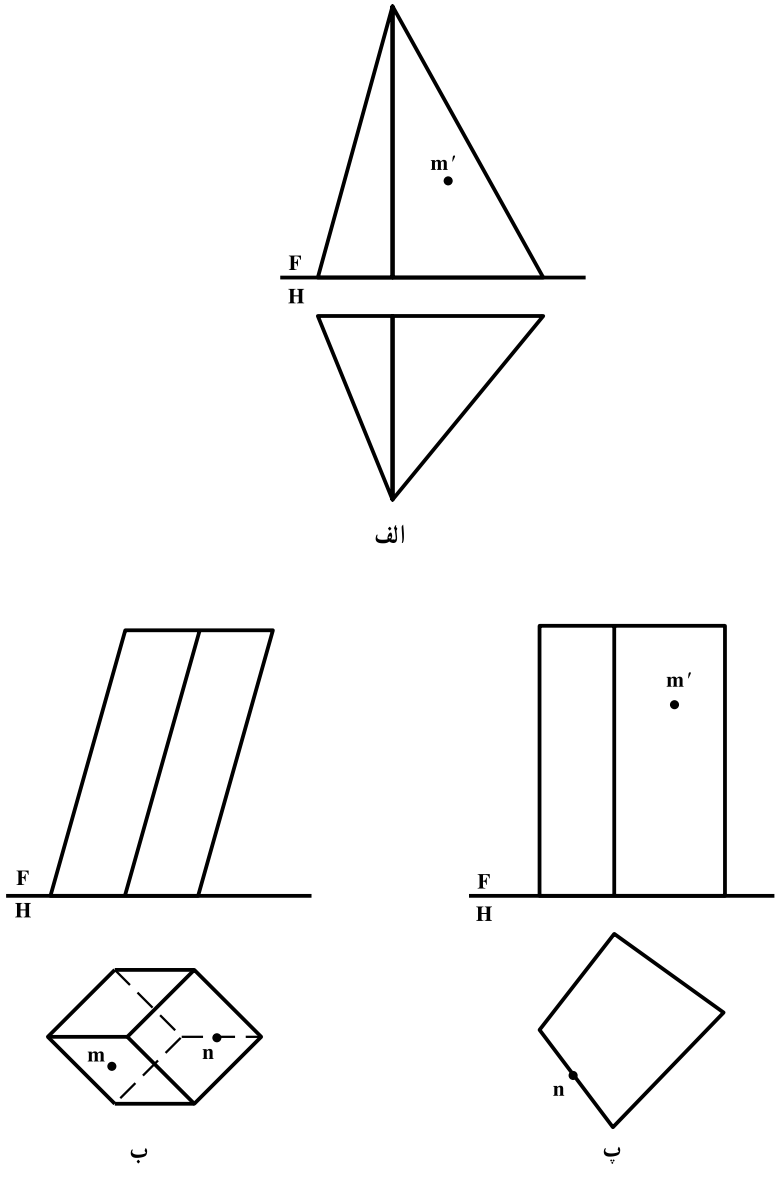
شکل ۱۲ــ۱۱

ارزشیابی

۱ــ برای تعیین یک نقطهٔ واقع بر سطح جسم در تصاویر دیگر، چه روش‌هایی می‌شناسید؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.

۲ــ برای تعیین نقطهٔ برخورد خط با جسم چه روش‌هایی می‌شناسید؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.

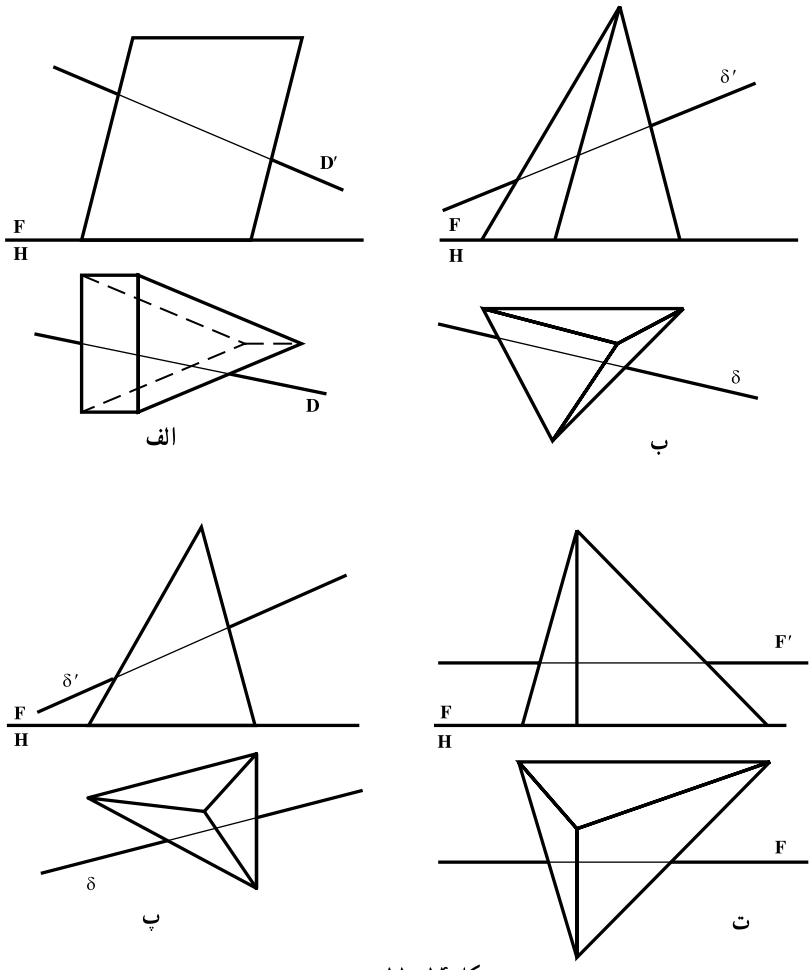
۳ــ در شکل ۱۳ــ ۱۱ــ الف تا پ یک یا دو نقطه واقع بر سطح یک جسم در یک تصویر داده شده است. تصویر دیگر نقطه را معین کنید. همچنین در تعداد پاسخ‌های ممکن بحث کنید. (در صورت نیاز، نام‌گذاری گوشه‌ها را خود انجام دهید)



الف ب پ

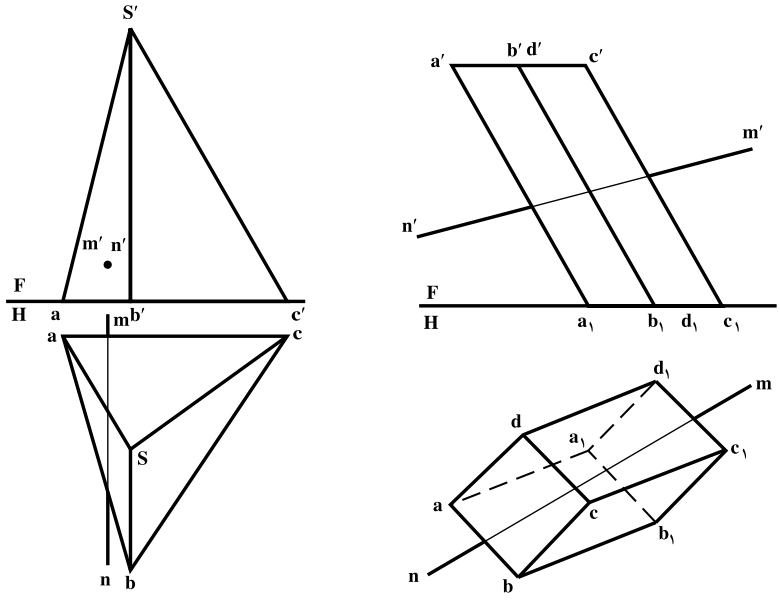
شکل ۱۳ــ۱۱

۴ــ در شکل ۱۴ــ۱۱ الف تا ت نقاط برخورد خط را با جسم معین و دید و ندید کنید.



شکل ۱۴ــ۱۱

۵ــ نقاط برخورد خط MN را با هرم و منشور معین کنید (شکل ۱۵ــ۱۱).

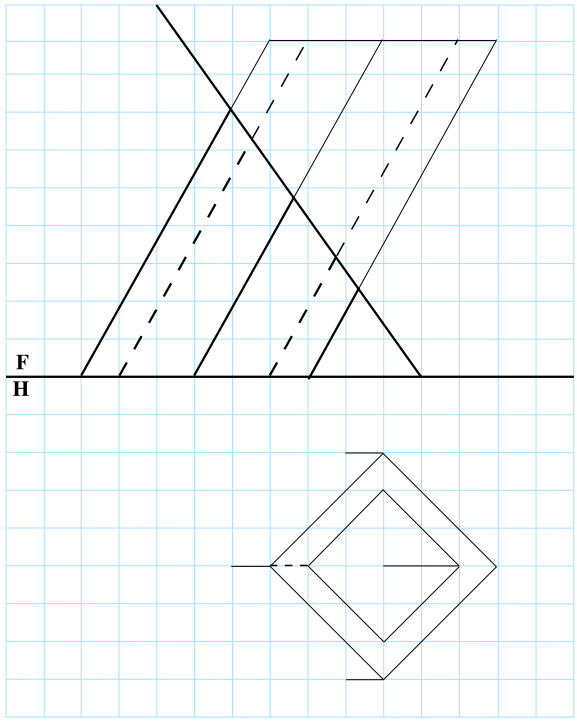


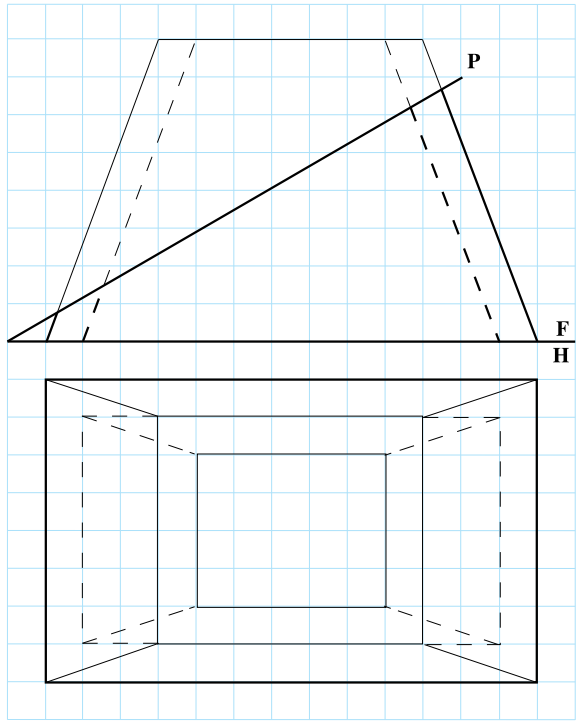
شکل ۱۵ــ۱۱

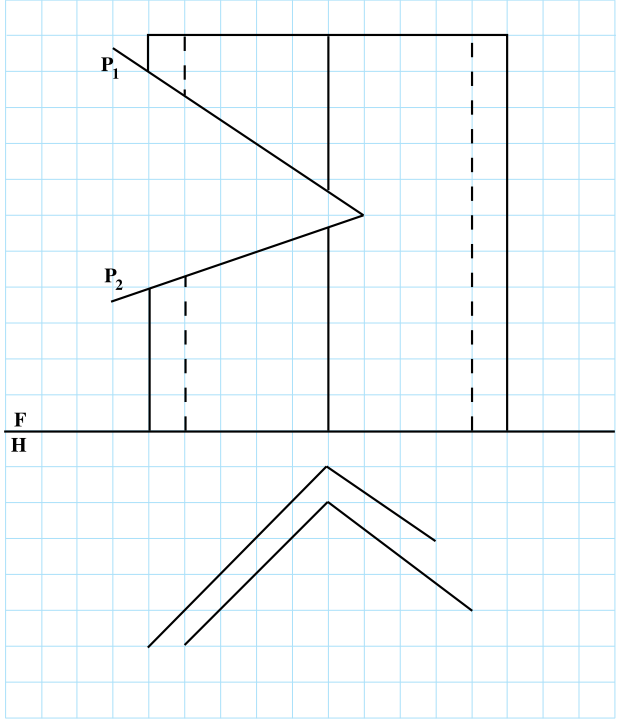
۶ــ شکل ۱۱ــ۱۱ را با مقیاس ۱ :۲ دوباره ترسیم کنید.

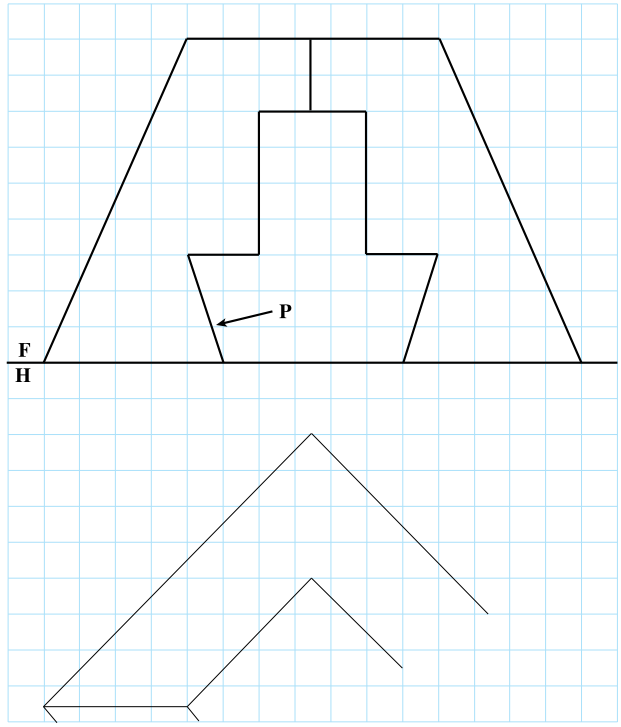
۷ــ شکل ۱۲ــ۱۱ را دوباره با مقیاس ۱ :۲ رسم و مساحت مقطع p را تعیین کنید (به mm^2).

۸ــ با در نظر گرفتن هر خانه برابر ۱۰، دو نمای کامل بکشید و در هر مورد، اندازهٔ حقیقی برش با صفحه را به دست آورید. در هر چهار نمونه، نمای روبه‌رو کامل است (شکل ۱۶ــ۱۱).





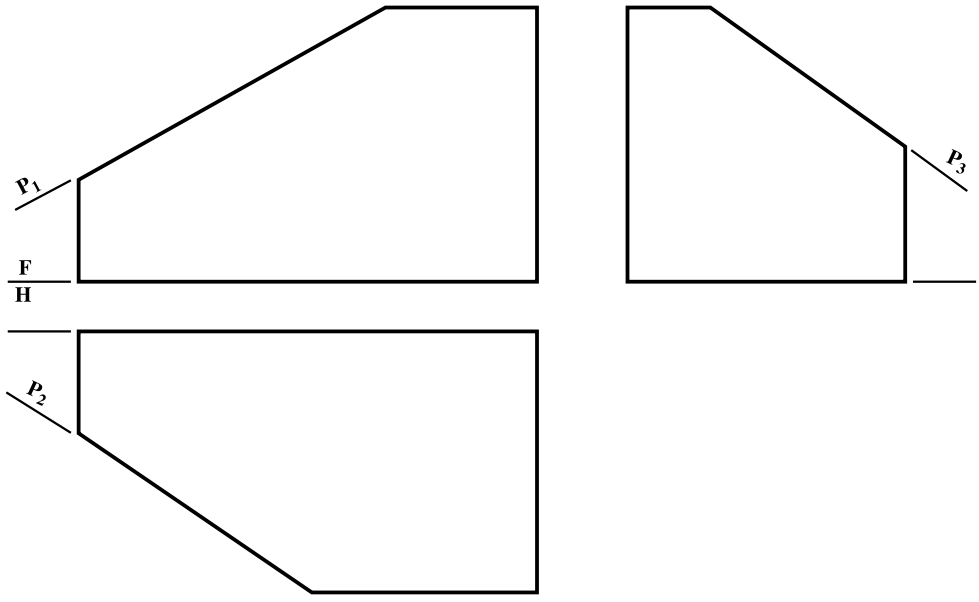




شکل ۱۶ــ۱۱

برای مطالعه

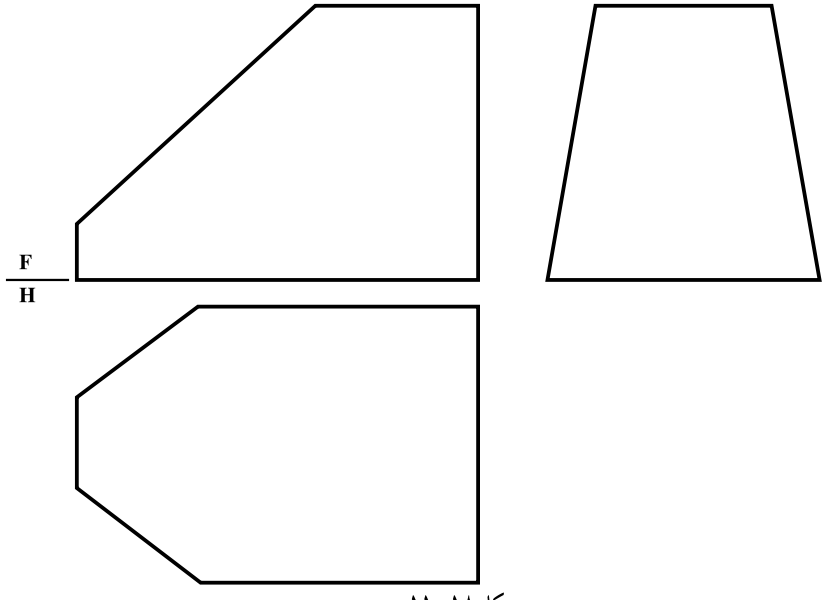
۱ــ منشور داده شده در شکل ۱۷ــ۱۱ با سه صفحهٔ منتصب P_1 و قائم P_2 و مواجه P_3 بریده شده است. سه نما را کامل کنید. آیا پیش از ترسیم می‌توانید بگویید بین سه صفحهٔ یاد شده چه اتفاقی خواهد افتاد؟ مقیاس ترسیم ۲ : ۱



شکل ۱۷ــ۱۱

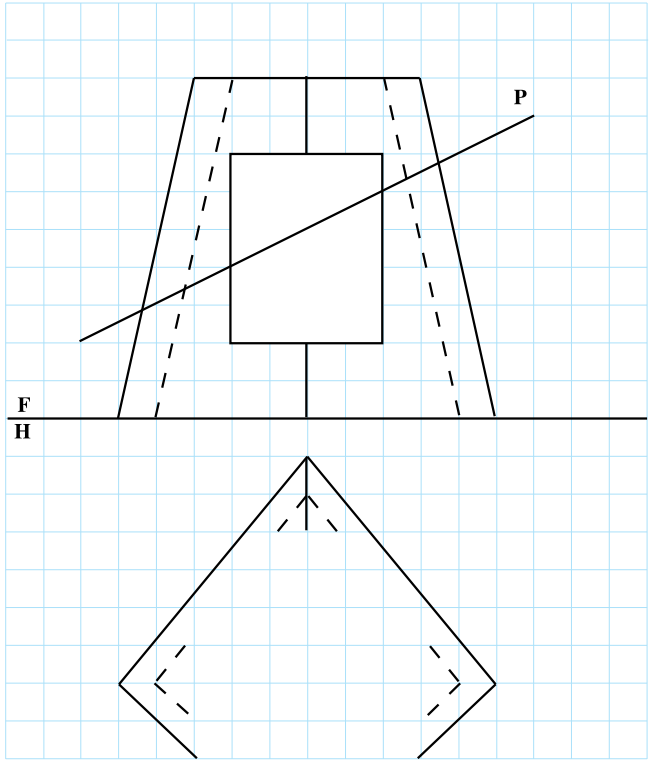
۲ــ پس از ترسیم شکل ۱۸ــ۱۱، سه نما را کامل کنید (مقیاس ۱ : ۲).

راهنمایی : جسم نخستین یک مکعب مستطیل بوده است که با ۵ صفحه بریده شده است.



شکل ۱۸ــ۱۱

۳ــ پس از تهیهٔ یک کپی از روی نقشهٔ زیر، بر روی کاغذ $A_۴$، نمایی از بالا را کامل کنید و اندازهٔ حقیقی برش با صفحهٔ منتصب P را به دست آورید. نمای روبه‌رو کامل است



شکل ۱۹ــ۱۱