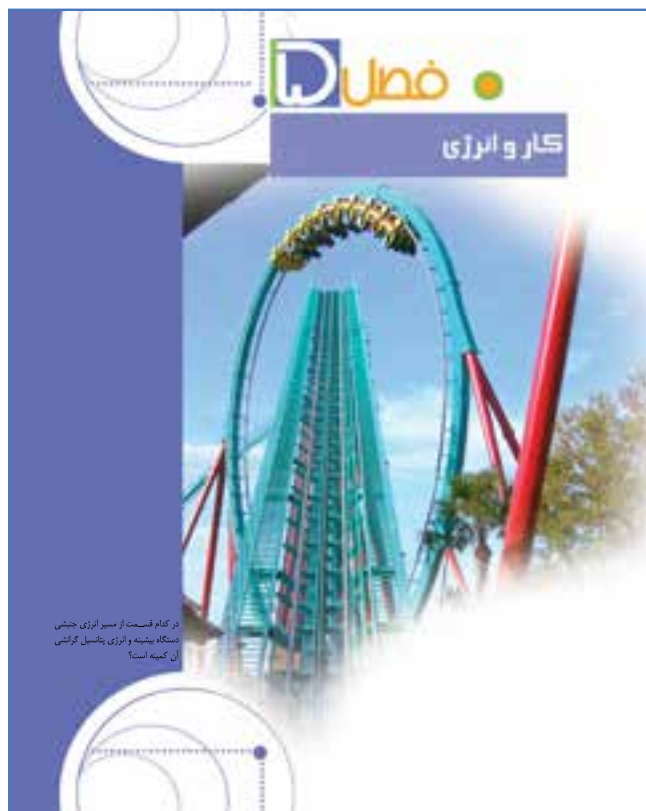


## فصل پنجم

### کار و انرژی



**راهنمای تدریس:** با توجه به این که دانش آموزان از دوره‌ی راهنمایی و همچنین فیزیک (۱) و آزمایشگاه با مفهوم کیفی و کمی انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آشنا شده‌اند، ابتدا از آن‌ها بخواهید که روی پرسش مطرح شده در حاشیه‌ی تصویر شروع فصل بحث و گفت‌گو کنند. انتظار می‌رود دانش آموزان، با توجه به درکی که از رابطه‌ی انرژی پتانسیل گرانشی به دست آورده‌اند، اشاره کنند که در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر انرژی پتانسیل گرانشی کمینه است و با توجه به قانون پایستگی انرژی اشاره کنند که در وضعیتی که انرژی پتانسیل گرانشی کمینه است، انرژی جنبشی بیشینه است.

فصل پنجم کار و انرژی



پیشرفت و بقای تمدن بشری بر پایه‌ی دستیابی به انرژی و مصرف ثمریختش آن استوار است. یکی از هدف‌های بنیادی فیزیک نیز مطالعه و بررسی انرژی است که همواره درباره‌ی آن حرف می‌زنیم.

پرواز در آسمان و بر فراز دریاها، بالا بردن وسایل به طبقه‌ی فوقانی یک ساختمان، فرستادن ماهواره به مدار خاصی دور زمین، پرتاب کردن توپ بازی، فرستادن انسان به ایستگاه بین‌المللی فضایی و ... نمونه‌هایی از حرکت هستند که به انرژی نیازمندند (شکل ۱-۵). دست یافتن به منابع انرژی از ضروری‌ترین نیازهای هر کشور است و همین موضوع ملت‌هایی را وارد جنگ کرده است. جنگ‌هایی هم بوده‌اند که در نتیجه‌ی کاربرد ناگهانی و بی‌امان انرژی، از سوی یکی از طرف‌های درگیر، به پایان رسیده‌اند. در علوم دوره‌ی راهنمایی و همچنین درس فیزیک (۱) و آزمایشگاه با مفهوم انرژی و انواع آن آشنا شدیم. همچنین دیدیم که انرژی می‌تواند از نوعی به نوع دیگر تبدیل شود و در حین این تبدیل مقدار آن پایسته بماند. در این فصل علاوه بر این که با تفصیل بیشتری درباره‌ی انرژی بحث خواهیم کرد با مفهوم کار و ارتباط آن با انرژی آشنا می‌شویم.

شکل ۱-۵

۸۷

## ادامه‌ی راهنمای تدریس: پس از بررسی تصویر شروع

فصل و پیش از ورود به بخش ۵-۱، سعی کنید پرسش‌هایی مطرح کنید تا دانش‌آموزان متوجه شوند که استفاده از قانون‌های نیوتون برای بررسی و حل مسئله‌های حرکت در برخی مواقع بسیار دشوار یا غیرقابل حل خواهند بود. به همین جهت استفاده از مفاهیم مرتبط با کار و انرژی در این خصوص می‌تواند حل مسئله‌ها را بسیار ساده نماید. برای مثال، پرسش زیر را مطرح کنید تا دانش‌آموزان به پیچیدگی‌های حل مسئله از طریق قانون‌های نیوتون آشنا شوند.

### پرسش پیشنهادی

فرض کنید می‌خواهید سرعت تیری را که از کمانی رها شده است بیابید. آیا به کمک قانون‌های نیوتون به انجام این کار قادر خواهید بود؟

با توجه به این که پس از رها شدن تیر از سوی کمانگیر، زه کمان نیروی غیرثابتی بر تیر وارد می‌کند که به مکان آن بستگی دارد، لذا شتاب حرکت آن متغیر خواهد بود. در نتیجه روش‌هایی که تا کنون فرا گرفته‌ایم برای محاسبه‌ی این سرعت کفایت نمی‌کند. لذا در ادامه‌ی این فصل خواهیم گفت که چگونه استفاده از مفاهیم کار و انرژی می‌تواند در حل مسئله‌هایی با این شرایط کارساز واقع شود.

### ۱-۵ کار

## راهنمای تدریس: در این بخش انتظار می‌رود

دانش‌آموزان به این درک برسند که در فیزیک مفهوم کار تعریف دقیقی دارد و با تعریفی که در زندگی روزمره از این واژه به کار می‌بریم متفاوت است.

۱-۵ کار

واژه‌ی کار در فیزیک تعریف دقیقی دارد و با آنچه معمولاً در گفتگوهای روزمره از آن استفاده می‌کنیم متفاوت است. اگر مطابق شکل ۲-۵ نیروی ثابتی به بزرگی  $F$  در امتداد افق به جسمی وارد شود و آن را به اندازه‌ی  $d$  جابه‌جا کند، بنا به تعریف، کار نیروی ثابت  $F$  با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$W = Fd$$

یگای کار نیوتون متر (N.m) است که ژول (J) نامیده می‌شود. به این ترتیب اگر نیرویی به بزرگی ۱N جسمی را به اندازه‌ی ۱m در امتداد نیرو جابه‌جا کند، کار انجام شده برابر ۱J است.

توضیح دهید کار کمیتی نردهای است یا برداری.

۱-۵ پرسش

۱-۵ مثال

شکل ۲-۵ شخصی را نشان می‌دهد که در حال هل دادن یک اتومبیل در جاده‌ای مستقیم است. اگر بزرگی نیروی افقی لازم برای غلبه بر اصطکاک و تداوم حرکت آن ۷۵۰N باشد، چقدر کار باید توسط این شخص انجام شود تا اتومبیل ۲۰m جابه‌جا شود؟

حل: بزرگی نیروی وارد شده،  $F = 750\text{N}$  و بزرگی جابه‌جایی در جهت نیرو  $d = 20\text{m}$  است. با توجه به تعریف کار برای نیروی ثابت داریم

$$W = Fd = (750\text{N})(20\text{m}) = 15000\text{N.m} = 15000\text{J}$$

برای سادگی می‌توانید نتیجه حاصل را بر حسب کیلوژول (kJ) به صورت ۱۵kJ نیز بنویسید.

در صورتی که مطابق شکل ۳-۵ نیروی وارد شده به جسم با امتداد جابه‌جایی جسم زاویه‌ی  $\theta$  بسازد، کار نیروی ثابت  $F$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

$$W = Fd \cos\theta$$

شکل ۲-۵

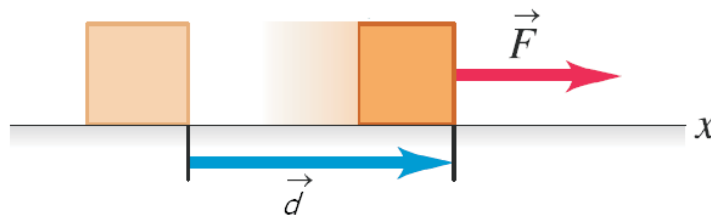
شکل ۳-۵

شکل ۴-۵

۸۸

همچنین در این کتاب تنها تعریف کار برای نیرویی با بزرگی ثابت مورد نظر است و سایر حالت‌ها در برنامه‌ی درسی این کتاب نیست.

افزون بر این‌ها، توجه دانش‌آموزان را به این نکته‌ی اساسی جلب کنید که هر چند کار با استفاده از دو کمیت برداری (نیرو و جابه‌جایی) محاسبه می‌شود (شکل ۱)، ولی خود یک کمیت نرده‌ای است. برای مثال، با توجه به تعریف کار برای نیروی ثابت،  $W = Fd$ ، یک نیروی  $10$  نیوتونی به سمت شرق، که بر جسمی که  $2\text{m}$  به سمت شرق حرکت می‌کند، وارد می‌شود، دقیقاً همان مقدار کاری را انجام می‌دهد که یک نیروی  $10$  نیوتونی به سمت شمال که بر جسمی که  $2\text{m}$  به سمت شمال حرکت می‌کند وارد می‌شود. این موضوع در پرسش ۵-۱ کتاب درسی نیز مطرح شده است.



شکل ۱

### پرسش پیشنهادی

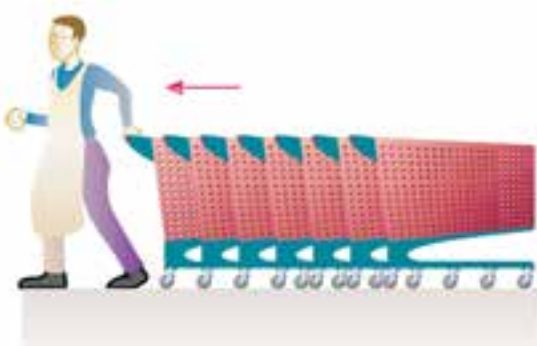
شکل ۲ افرادی را در حال هل دادن اتومبیلی نشان می‌دهد که خراب شده است. آیا این افراد در حال انجام کار هستند؟ توضیح دهید در چه صورت پاسخ شما مثبت و در چه صورت پاسخ شما منفی است.



شکل ۲

### تمرین پیشنهادی

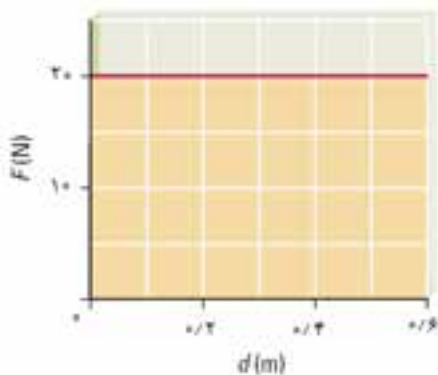
یک کارگر فرودگاه تعدادی چرخ دستی را با سرعت ثابت و با اعمال نیروی افقی به بزرگی  $95\text{N}$  می‌کشد (شکل ۳). پس از  $16$  متر جابه‌جایی چرخ دستی‌ها در امتداد نیروی وارد شده، چه قدر کار انجام می‌شود؟ پاسخ خود را بر حسب کیلوژول ( $\text{kJ}$ ) بیان کنید.



شکل ۳

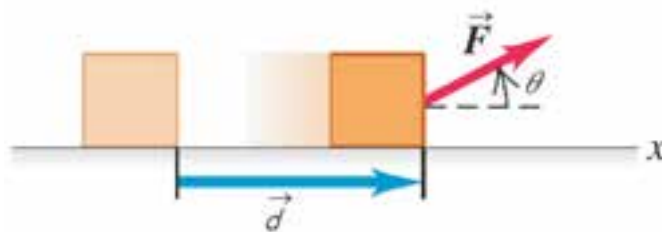
## پرسش پیشنهادی

سطح زیر نمودار شکل ۴ چه کمیتی را نشان می‌دهد؟



شکل ۴

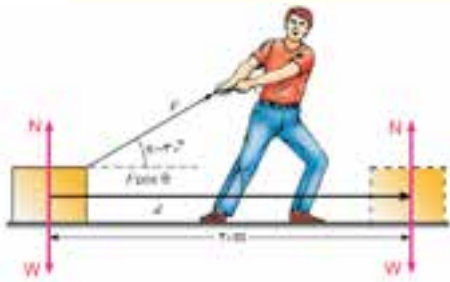
**ادامه‌ی راهنمای تدریس:** پس از آشنا شدن دانش آموزان با تعریف کار نیروی ثابت (برای حالتی که جهت نیرو و جابه‌جایی یکسان است) در ادامه، آن را برای حالت کلی‌تری، که راستای نیرو با راستای جابه‌جایی زاویه  $\theta$  می‌سازد (شکل ۵)، تعریف کنید و به حل چند مثال و ارائه‌ی چند تمرین پردازید.



شکل ۵

## تمرین ۱-۵

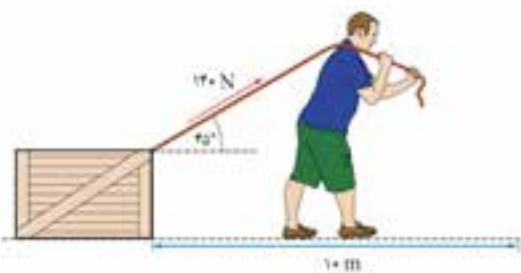
**پاسخ:** چون نیروهای  $\vec{W}$  و  $\vec{N}$  در حین جابه‌جایی جسم بر راستای آن عمودند (شکل ۶)، کار انجام شده توسط هر یک از این نیروها صفر است.



شکل ۶

## تمرین پیشنهادی

شکل ۷ شخصی را در حال کشیدن جعبه‌ای به جرم  $100\text{ kg}$  نشان می‌دهد. پس از  $10$  متر جابه‌جایی، کار انجام شده توسط نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند چه قدر است؟



شکل ۷

## پرسش پیشنهادی

در شکل ۸ به جز طول طناب‌ها، بقیه شرایط کاملاً یکسان است. در کدام حالت کارگر برای جابه‌جایی صندوق به مقدار معین  $d$ ، باید نیروی کوچک‌تری به صندوق وارد کند؟ توضیح دهید.



شکل ۸

## تمرین پیشنهادی

شکل ۹ پسر بچه‌ای را نشان می‌دهد که با نیروی افقی  $50\text{N}$  جعبه‌ای را در امتداد سطح بدون اصطکاکی هل می‌دهد. بزرگی نیرویی که پسر وارد می‌کند  $80\text{N}$  و با راستای حرکت زاویه  $45^\circ$  می‌سازد. پس از ۴ متر جابه‌جایی جعبه:

الف) کار انجام شده توسط دختر بچه چه قدر است؟


ب) کار انجام شده توسط پسر چه قدر است؟

پ) کار کل انجام شده چه قدر است؟

## تمرین پیشنهادی

جسمی را در امتداد قائم  $120\text{ cm}$  بلند می‌کنیم و سپس به محل اولیه بر می‌گردانیم. اگر وزن جسم  $90\text{N}$  باشد،

چه قدر کار انجام شده است؟



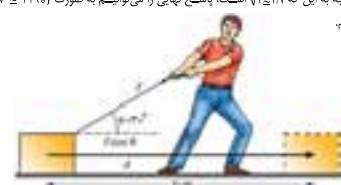
جیمز ژول (۱۸۱۸-۱۸۸۹) فیزیکدان انگلیسی که نشان داد گرما صورتی از انرژی است. بکای انرژی در SI به افتخار فعالیت‌های او ژول (J) است.

**مثال ۵-۲**

شکل ۵-۲ شخصی را نشان می‌دهد که با نیروی ثابت  $200\text{ N}$  در حال کشیدن جسمی روی یک سطح افقی است. کار انجام شده پس از جابه‌جایی جسم به اندازه  $7\text{ m}$  چقدر است؟

**حل:** بزرگی نیروی ثابت وارد شده به جسم  $F = 200\text{ N}$ ، جابه‌جایی جسم  $d = 7\text{ m}$  و زاویه‌ای که راستای نیرو با امتداد جابه‌جایی جسم می‌سازد  $\theta = 30^\circ$  است. پس داریم  $W = Fd \cos \theta = (200\text{ N})(7\text{ m})(\cos 30^\circ) = 1196\text{ J}$

با توجه به این که  $\sqrt{3} \approx 1.7$  است، پاسخ نهایی را می‌توانیم به صورت  $W \approx 1190\text{ J}$  بنویسیم.



شکل ۵-۲

**تمرین ۵-۱**

همان‌طور که از فصل سوم فرا گرفته‌ایم نیروی وزن  $\vec{W}$  و نیروی عمودی تکیه‌گاه  $\vec{N}$  بر جسم شکل ۵-۲ وارد می‌شود. در حین جابه‌جایی جسم در امتداد افق، کار انجام شده توسط هر یک از این دو نیرو چقدر است؟

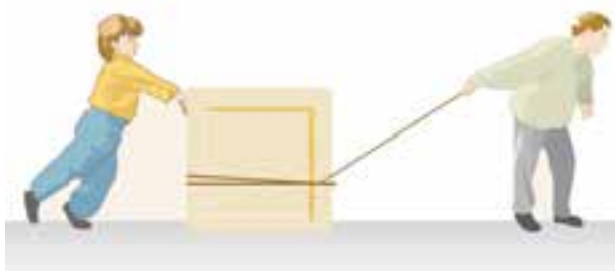
در مواردی که بیش از یک نیروی ثابت به جسم وارد می‌شود، می‌توان کار انجام شده توسط هریک از نیروها را به طور جداگانه به دست آورد. در مثال ۵-۳ این موضوع برای جسمی به جرم  $m$  که دو نیروی ثابت به طور همزمان به آن وارد می‌شود بررسی شده است.

**مثال ۵-۳**

جسمی به جرم  $m = 2\text{ kg}$  را مطابق شکل ۵-۳ با نیروی ثابت و رو به بالای  $\vec{F}$  و با حرکت یکنواخت  $1/2\text{ m}$  بالا می‌بریم. با فرض این که  $g = 10\text{ N/kg}$  است،

الف) کار هریک از نیروهای وارد شده به جسم را به طور جداگانه حساب کنید.

ب) کار برابند نیروهای وارد بر جسم را به دست آورید.



شکل ۹

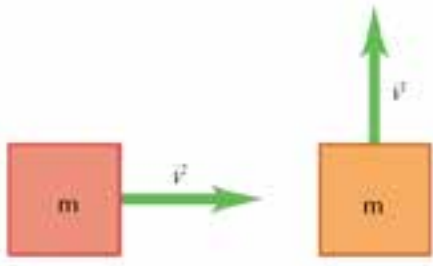
## ۵-۲ کار و انرژی جنبشی

**راهنمای تدریس:** هر چند دانش آموزان در فیزیک

(۱) و آزمایشگاه به طور کمی با مفهوم انرژی جنبشی و حل مسئله‌های مرتبط با آن آشنا شده‌اند ولی در این بخش به جهت ارتباطی که بین انرژی جنبشی و کار انجام شده وجود دارد یا به عبارت دیگر برای بیان قضیه‌ی کار-انرژی به آن نیازمندیم. پیش از بیان قضیه‌ی کار-انرژی، ابتدا با حل چند مثال و طرح چند تمرین و پرسش ذهن دانش آموزان را برای مطرح کردن قضیه‌ی کار-انرژی آماده سازید. دانش آموزان باید توجه کنند که قضیه‌ی کار-انرژی در واقع رابطه‌ی بین کار و تغییر انرژی جنبشی جسم است که در حل مسئله‌های مختلفی می‌تواند بسیار سودمند واقع شود.

### پرسش پیشنهادی

با رسم شکل ۱۰ روی تابلو، از دانش آموزان بخواهید که انرژی جنبشی آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کنند.



شکل ۱۰

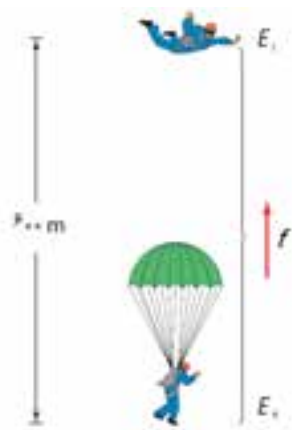
### تمرین پیشنهادی

چتر بازی به جرم کل ۷۵kg از بالونی که در ارتفاع ۶۰۰ متری سطح زمین قرار دارد به بیرون می‌پرد و لحظه‌ای کوتاه پس از آن چترش باز می‌شود (شکل ۱۱). اگر چتر باز با سرعت ۴m/s به زمین برخورد کند،

الف) انرژی پتانسیل گرانشی چتر باز را، درست پیش از پرش از بالون، به دست آورید  $(g = ۱۰ \text{ N/kg})$ .

ب) انرژی جنبشی چتر باز را، درست پیش از برخورد به سطح زمین، به دست آورید.

پ) نیروی مقاومت هوا (f) چه مقدار کار روی چتر باز انجام می‌دهد؟



شکل ۱۱

**حل:** با توجه به این که جسم به طور یکنواخت رو به بالا حرکت می‌کند، از فصل سوم می‌دانیم که باید برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد. به عبارت دیگر باید بزرگی نیروی رو به بالای  $\vec{F}$  با بزرگی وزن جسم که به طرف پایین بر آن وارد می‌شود یکسان باشد، یعنی،  $F=W$ . از آنجا که وزن جسم  $W=mg=(۱۰ \text{ N/kg}) \cdot ۲۰ \text{ N}=۲۰۰ \text{ N}$  است، داریم  $F=۲۰۰ \text{ N}$ . الف) ابتدا کار نیروی ثابت  $\vec{F}$  را پیدا می‌کنیم، چون جابه‌جایی جسم در جهت نیروی  $\vec{F}$  است  $(\theta = 0)$ ، کار انجام شده توسط این نیرو برابر است با:

$$W=Fdcos\theta = (۲۰۰ \text{ N}) (۱/۲ \text{ m}) (\cos 0^\circ) = ۱۰۰ \text{ J}$$

توجه کنید  $\cos 0^\circ = 1$ .

از آنجا که نیروی وزن بر خلاف جهت جابه‌جایی جسم است  $(\theta = 180^\circ)$ ، کار انجام شده توسط نیروی وزن برابر است با:

$$W=Fdcos\theta = (۲۰۰ \text{ N}) (۱/۲ \text{ m}) (\cos 180^\circ) = -۱۰۰ \text{ J}$$

ب) با توجه به شکل ۴-۵ دو نیرو بر جسم وارد شده است، نیروی  $\vec{F}$  رو به بالا و نیروی وزن  $\vec{W}$  رو به پایین، چون بزرگی این دو نیرو یکسان است، برآیند آن‌ها صفر خواهد شد. بنابراین کار برآیند این دو نیرو نیز صفر می‌شود (چرا؟).

**۵-۲ کار و انرژی جنبشی**

در فیزیک (۱) و آزمایشگاه دیدیم که انرژی متناظر با حالت حرکت جسم، انرژی جنبشی نامیده می‌شود و مقدار آن برای جسمی که در حال سکون باشد، صفر است. برای جسمی به جرم  $m$  که با سرعت  $v$  در حرکت است، داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

**مثال ۵-۴**

اتومبیلی به جرم  $۱۲۰۰ \text{ kg}$  که با سرعت  $۱۵ \text{ m/s}$  در حرکت است با فرمز شدن چراغ به آرامی ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی متوقف می‌شود (شکل ۵-۷). تغییر انرژی جنبشی اتومبیل را در این دو وضعیت پیدا کنید.

**حل:** سرعت اتومبیل در وضعیت اول  $v_1 = ۱۵ \text{ m/s}$  و در وضعیت دوم که به حال سکون در می‌آید  $v_2 = 0$  است.

بنابراین انرژی جنبشی اتومبیل در این دو وضعیت برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(۱۲۰۰ \text{ kg})(۱۵ \text{ m/s})^2 = ۱۳۵۰۰۰ \text{ J}$$

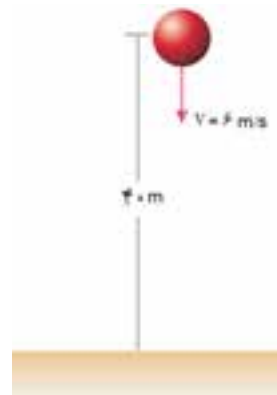
$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(۱۲۰۰ \text{ kg})(0)^2 = 0$$

شکل ۴-۵ اتومبیلی را به طور یکنواخت در راستای قائم جابه‌جا می‌کنیم.

شکل ۵-۷ اتومبیلی با فرمز شدن چراغ متوقف می‌شود.

## تمرین پیشنهادی

گلوله‌ای به جرم  $2\text{ kg}$  را با سرعت اولیه‌ی  $6\text{ m/s}$  از ارتفاع  $40\text{ متری}$  و در امتداد قائم به طرف پایین پرتاب می‌کنیم (شکل ۱۲). با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی سرعت جسم را در لحظه‌ی برخورد با زمین حساب کنید. ( $g = 10\text{ N/kg}$  و مقاومت هوا را نادیده بگیرید.)



شکل ۱۲

## تمرین پیشنهادی

اسکی بازی به جرم  $60\text{ kg}$  از نقطه‌ی A که در ارتفاع  $60\text{ متری}$  نقطه‌ی B قرار دارد شروع به حرکت می‌کند (شکل ۱۳). اگر سرعت اسکی باز در نقطه‌ی B برابر  $18\text{ m/s}$  باشد، کار نیروی وزن را پیدا کنید. فرض کنید  $g = 10\text{ N/kg}$  و همچنین مقاومت و هر گونه اصطکاکی را نادیده بگیرید.

فصل پنجم کار و انرژی

اگر تغییر انرژی جنبشی اتومبیل را به صورت  $K_2 - K_1 = \Delta K$  نشان دهیم، خواهیم داشت:  
 $\Delta K = 0 - 125000\text{ J} = -125000\text{ J}$   
 علامت منفی نشان می‌دهد انرژی جنبشی اتومبیل کاهش یافته است.

**پرسش ۵-۴**

روزانه شاهد تغییر انرژی جنبشی اجسام مختلف در اطراف خود هستیم. مثال‌هایی را در این مورد به کلاس ارائه دهید.

بین کار و تغییر انرژی جنبشی یک جسم رابطه‌ای وجود دارد که به آن قضیه‌ی کار - انرژی گفته می‌شود. بنابراین قضیه، کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم در آن جابه‌جایی. به عبارت دیگر، اگر انرژی جنبشی جسمی در دو وضعیت متفاوت به ترتیب  $K_1$  و  $K_2$  باشد، داریم:

$$W = K_2 - K_1$$

که در آن  $W$  کار برآیند نیروهای وارد بر جسم است.

با توجه به رابطه‌ی بالا می‌توان دریافت که انرژی جنبشی اجسام چگونه تغییر می‌کند. اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی مثبت باشد،  $K_2 > K_1$  است و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد. اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی منفی باشد،  $K_2 < K_1$  است و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد. سرانجام اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد،  $K_2 = K_1$  است و انرژی جنبشی آن تغییر نمی‌کند.

**مثال ۵-۵**

توبی به جرم  $500\text{ گرم}$  را از ارتفاع  $2\text{ متری}$  سطح زمین رها می‌کنیم (شکل ۸-۵). با استفاده از قضیه‌ی کار - انرژی، انرژی جنبشی توب را وقتی به زمین می‌رسد پیدا کنید. مقاومت هوا را نادیده بگیرید و شتاب گرانش را  $10\text{ N/kg}$  فرض کنید.

**حل:** در این مثال تنها نیروی وزن بر جسم وارد می‌شود. کار این نیرو برابر است با:

$$W - Fd \cos 0^\circ = mgh \cos 0^\circ$$

$$= (0.5\text{ kg})(10\text{ N/kg})(2) = 10\text{ J}$$

چون توب از ارتفاع  $2\text{ متری}$  رها شده است، انرژی جنبشی اولیه‌ی آن صفر است. بنا بر این قضیه‌ی کار - انرژی داریم:

$$W = K_2 - K_1$$

$$10\text{ J} = K_2 - 0 \Rightarrow K_2 = 10\text{ J}$$

**پیش‌تر بدانید**

- انرژی و فناوری
- مقایسه‌ی انرژی جنبشی و مکانی

شکل ۸-۵ انرژی جنبشی توب در لحظه‌ی رها شدن صفر است.

شکل ۱۳



فصل پنجم/ کار و انرژی

### تمرین ۵-۲

بازیکنی توپ فوتبالی به جرم ۴۵۰ گرم را از نقطه‌ی پناهی با سرعت ۱۸m/s به طرف دروازه شوت و توپ با سرعت ۱۵m/s به دست‌های دروازه‌بان برخورد می‌کند. اگر سرعت توپ تنها به دلیل مقاومت هوا کاهش یافته باشد، کار انجام شده برای غلبه بر نیروی مقاومت هوا چقدر است؟

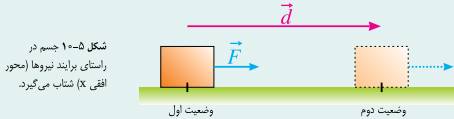
### مطالعه‌ی آزاد

#### اثبات قضیه کار-انرژی

برای اثبات قضیه کار-انرژی، جسمی به جرم  $m$  را مطابق شکل ۵-۱ در نظر بگیرید که برابند نیروهای وارد بر آن ثابت و برابر  $F$  است. اگر جسم تحت‌تاثیر این نیرو به اندازه‌ی  $d$  جابه‌جا شود، کار انجام شده برابر است با

$$W = Fd$$

چون  $F$  بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم است، از قانون دوم نیوتون داریم



شکل ۵-۱ جسم در راستای برابند نیروها (محور افقی  $x$ ) شتاب می‌گیرد.

$$F = ma \quad (1)$$

چون بر اثر اعمال نیروی ثابت  $F$ ، جسم با شتاب ثابت  $a$  حرکت می‌کند، بنابراین پس از جابه‌جایی  $d$ ، سرعت آن از مقدار  $v_1$  (در وضعیت اول) به مقدار  $v_2$  (در وضعیت دوم) می‌رسد. به این ترتیب با توجه به معادله‌های

حرکت با شتاب ثابت که در فصل دوم آشنا شدیم، داریم

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad$$

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \quad (2)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (۲) در رابطه‌ی (۱) داریم

$$F = m \left( \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \right)$$

$$Fd = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow W = K_2 - K_1$$

عبارت بالا همان رابطه‌ی مربوط به قضیه کار-انرژی است، یعنی  $W = K_2 - K_1$ .

۹۳

تیرک ۲

### مثال ۵-۴

یک اتومبیل مسابقه‌ای به جرم ۶۰۰ kg با سرعت ۲۸۸ km/h در حرکت است. این اتومبیل برای توقف سریع علاوه بر ترمز کردن از چتری که در پشت آن قرار دارد استفاده می‌کند (شکل ۵-۹). کار نیروهایی را که سبب توقف سریع اتومبیل می‌شوند پیدا کنید.



شکل ۵-۹

حل: سرعت اتومبیل قبل از ترمز گرفتن برابر است با

$$v_1 = 288 \text{ km/h} = 288 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 80 \text{ m/s}$$

در نتیجه انرژی جنبشی آن در این وضعیت برابر است با

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} (600 \text{ kg}) (80 \text{ m/s})^2 = 1920000 \text{ J}$$

وقتی اتومبیل ترمز می‌گیرد نیروی اصطکاک از طرف زمین به آن وارد می‌شود. همچنین وقتی چترش را باز می‌کند نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر نیروی اصطکاک و نیروی مقاومت هوا بر خلاف جهت حرکت اتومبیل بر آن وارد و سبب توقف سریع اتومبیل مسابقه‌ای می‌شوند. اگر کار این دو نیروی مقاوم در برابر حرکت را با  $W_f$  نشان دهیم، کار برابند نیروهای وارد بر اتومبیل برابر است با

$$W = W_f + W_{mg} \quad (\text{کار برابند نیروها})$$

که در آن  $W_{mg}$  کار نیروی عمودی تکیه‌گاه و  $W_{mg}$  کار نیروی وزن اتومبیل است. چون نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن عمود بر راستای جابه‌جایی اتومبیل‌اند، کار ناشی از آن‌ها صفر است (چرا؟). بنابراین با توجه به قضیه کار - انرژی داریم

$$W = K_2 - K_1 \quad \text{و} \quad W = W_f + 0 \Rightarrow W_f = K_2 - K_1$$

$$W_f = 0 - 1920000 \text{ J} = -1920000 \text{ J}$$

علامت منفی نشان می‌دهد کار نیروهای مقاوم سبب کاهش انرژی جنبشی جسم می‌شوند.

۹۲

### تمرین ۵-۲

حل: ابتدا انرژی جنبشی توپ را در دو وضعیت ذکر شده به دست می‌آوریم، و سپس از قضیه کار-انرژی

استفاده می‌کنیم.

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} (0.45 \text{ kg}) (15^2 - 18^2) = -22 \text{ J}$$

به این ترتیب، کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W = K_2 - K_1 = -22 \text{ J}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که کار نیروی مقاومت هوا منفی است و با حرکت جسم مخالفت می‌کند. در واقع

می‌توان گفت ورزشکار ۲۲J از کاری که انجام داده را صرف غلبه بر مقاومت هوا کرده است.



### ۳-۵ پایستگی انرژی مکانیکی

#### راهنمای تدریس: دانش آموزان در این بخش با

رابطه‌ی انرژی مکانیکی، که به صورت  $E = K + U$  بیان می‌شود، آشنا می‌شوند.

در اینجا ضرورت دارد که دانش آموزان توجه کنند در صورتی می‌توانند از رابطه‌ی  $E_1 = E_2 = \dots$  استفاده کنند که الزاماً انرژی مکانیکی جسم در حین حرکت پایسته بماند. به عبارت دیگر رابطه

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = \dots$$

تنها برای وضعیتی که انرژی مکانیکی پایسته باشد برقرار است.

در شکل ۱۴ پایستگی انرژی مکانیکی در دو نقطه از مسیر حرکت یک توپ در نبود مقاومت هوا رسم شده است. با رسم این شکل بر روی تابلو، از دانش آموزان بخواهید تا در خصوص آن به بحث و تبادل نظر بپردازند.

**۳-۵ پایستگی انرژی مکانیکی**

در فیزیک (۱) و آزمایشگاه دیدیم که انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی‌ای است که جسم به علت ارتفاعش از سطح زمین دارد. یعنی اگر جسمی مطابق شکل ۱۱-۵ در ارتفاع  $h$  از سطح زمین باشد، دارای انرژی پتانسیل گرانشی است که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$U = mgh$$

هنگامی که جسم از ارتفاع  $h$  رها می‌شود، انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آن در حین سقوط تغییر می‌کند. در حین سقوط، انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد ولی مجموع این دو انرژی (در صورت نادیده گرفتن اثر مقاومت هوا) در هر لحظه پایسته (ثابت) می‌ماند.

مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل انرژی مکانیکی نامیده می‌شود. این انرژی را معمولاً با  $E$  نمایش می‌دهند. بنابراین داریم

$$E = K + U$$

به این ترتیب نتیجه می‌گیریم که در نبود مقاومت هوا انرژی مکانیکی یک جسم در حین سقوط آزاد پایسته است.

**مثال ۵-۷**

از ارتفاع ۴ متری سطح زمین گلوله‌ای را در شرایط خلأ با سرعت  $10 \text{ m/s}$  به طرف بالا پرتاب می‌کنیم (شکل ۱۲-۵) با فرض  $g = 10 \text{ N/kg}$ ، مطلوب است

(الف) بیش‌ترین ارتفاع گلوله نسبت به سطح زمین،

(ب) بزرگی سرعت گلوله هنگام برخورد به سطح زمین.

**حل:** در لحظه‌ی پرتاب گلوله، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن به ترتیب برابر  $K_1$  و  $U_1$  است. هنگامی که گلوله به بیش‌ترین ارتفاع از سطح زمین می‌رسد، سرعت آن صفر و در نتیجه  $K_2 = 0$  است. اگر انرژی پتانسیل گلوله را در ارتفاع بیشینه با  $U_2$  نشان دهیم، چون انرژی مکانیکی گلوله پایسته است (چرا؟)، داریم

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = 0 + mgh_2$$

با حذف جرم  $m$  از دو طرف معادله داریم

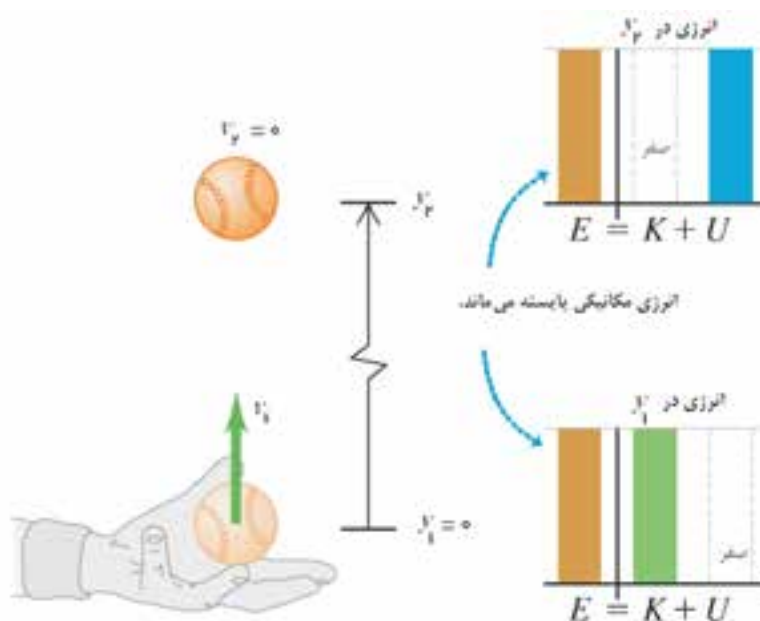
$$\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = 0 + gh_2$$

$$\frac{1}{2} \times (10 \text{ m/s})^2 + (10 \text{ N/kg}) \times (4 \text{ m}) = (10 \text{ N/kg}) h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 9 \text{ m}$$

شکل ۱۱-۵ هر جسمی به دلیل ارتفاعش از سطح زمین دارای انرژی پتانسیل گرانشی است.

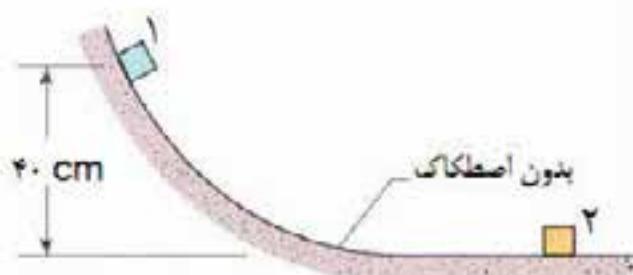
شکل ۱۲-۵



شکل ۱۴

## تمرین پیشنهادی

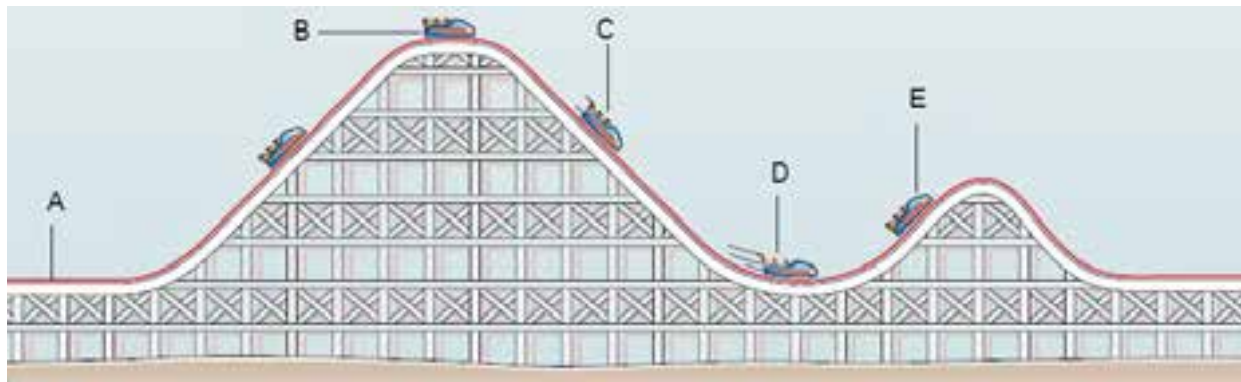
جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  از بالای سطحی بدون اصطکاک (مطابق شکل ۱۵) شروع به حرکت می‌کند. با توجه به پایسته بودن انرژی مکانیکی جسم در طول حرکت، سرعت جسم در نقطه ۲ چه قدر است؟



شکل ۱۵

## پرسش پیشنهادی

شکل ۱۶ مسیر حرکت یک ماشین تفریحی را نشان می‌دهد. در نقطه‌ی A این ماشین شروع به حرکت می‌کند و تنها دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. در هر یک از نقاط B تا E نوع انرژی ماشین تفریحی را بنویسید و بگویید که چه نوع از انرژی‌ای به نوع دیگری از انرژی تبدیل می‌شود.



شکل ۱۶

فصل پنجم کار و انرژی

ب) هنگام برخورد گلوله به سطح زمین، انرژی پتانسیل آن صفر خواهد شد، یعنی  $U_1 = 0$ ، بنابراین

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

با حذف جرم  $m$  از دو طرف معادله داریم

$$\frac{1}{2}v_1^2 + gh = \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \times (10 \text{ m/s})^2 + (10 \text{ N/kg}) \times (4 \text{ m}) = \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{180} \text{ m/s} \approx 13.4 \text{ m/s}$$

**مثال ۸-۵**

جسمی را از ارتفاع  $h$  نسبت به سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌کنیم. نمودار تغییرات انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی مربوط به یک جسم در حال سقوط را بر حسب ارتفاع آن رسم کنید.

**حل:** انرژی پتانسیل جسم در حال سقوط به صورت رابطه‌ی  $U = mgh$  بر حسب ارتفاع تغییر می‌کند (خط آبی در نمودار شکل ۱۳-۵). با توجه به این که انرژی مکانیکی جسم در حین سقوط پایسته می‌ماند داریم

$$K + U = E \Rightarrow K = E - mgh$$

بنابراین نمودار انرژی جنبشی جسم در حال سقوط بر حسب ارتفاع به صورت خط قرمز در نمودار شکل ۱۳-۵ است. توجه کنید انرژی مکانیکی جسم پایسته و مقدار آن همواره برابر  $mgh$  است. (رنگ سبز در نمودار شکل ۱۳-۵)

**تمرین ۳-۵**

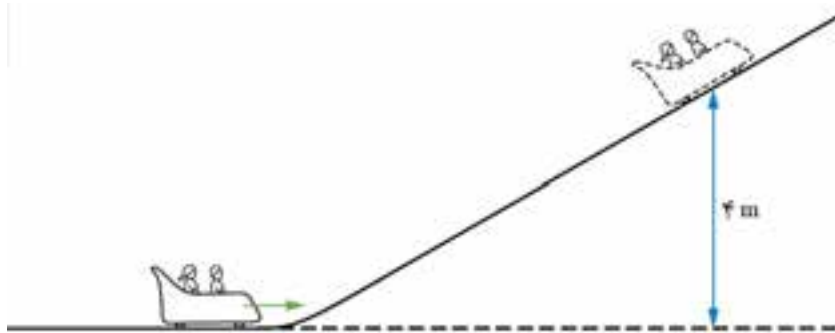
جسمی به جرم  $200 \text{ گرم}$  از نقطه‌ی A که  $2 \text{ متر}$  بالاتر از نقطه‌های B و C است از حال سکون شروع به حرکت می‌کند (شکل ۱۴-۵). مسیر بدون اصطکاک است و در مسیر BC حدود  $20 \text{ درصد}$  انرژی جسم صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود. با استفاده از قانون پایستگی انرژی، سرعت جسم را در هر یک از نقطه‌های B و C پیدا کنید.

شکل ۱۳-۵

شکل ۱۴-۵

## تمرین پیشنهادی

شکل ۱۷ قسمتی از مسیر یک ماشین تفریحی را نشان می‌دهد. جرم کل ماشین با بچه‌های درون آن  $500 \text{ kg}$  است. اگر انرژی جنبشی ماشین در پایین شیب راه  $25 \text{ kJ}$  باشد، با نادیده گرفتن هرگونه اتلاف انرژی: الف) انرژی پتانسیل گرانشی ماشین در ارتفاع  $4$  متری چه قدر است؟ ب) کار انجام شده توسط نیروی گرانشی روی ماشین برای رسیدن تا این ارتفاع را به دست آورید.



شکل ۱۷

### تمرین ۳-۵

با توجه به فرض‌های مسئله در نقطه‌های A و B داریم:

$$E_A = E_B$$

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A}$$

$$v_B = \sqrt{2(10 \text{ N/kg})(2 \text{ m})} = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

انرژی جسم در نقطه‌ی B برابر است با:

$$E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}(50 \text{ kg})(40 \text{ m}^2/\text{s}^2) = 1000 \text{ J}$$

چون ۲۰ درصد انرژی جسم در مسیر BC صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود، انرژی جسم در نقطه‌ی C برابر است

با:

$$E_C = 0.8E_B = 800 \text{ J}$$

به این ترتیب، سرعت جسم در نقطه‌ی C برابر است با:

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = 800 \text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2}(50 \text{ kg})v_C^2 = 800 \text{ J}$$

$$v_C = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

## ۴-۵ توان

**راهنمای تدریس:** پیش از تدریس بحث «توان» به

دانش آموزان، آنرا با یک مثال از مبحث کار شروع کنید. برای مثال، اشاره کنید هرگاه جسمی به وزن  $20\text{ N}$  را به فاصله‌ی قائم  $2\text{ m}$  با سرعت ثابت جابه‌جا کنید، کار انجام شده برابر  $40\text{ J} = (20\text{ N})(2\text{ m})$  است.

سپس توجه دانش آموزان را به این نکته جلب نمایید که کار مذکور، خواه در  $1$  ثانیه و خواه در  $1$  ساعت انجام شده باشد مقدار آن تفاوتی ندارد. از آنجا که اغلب نیاز داریم بینیم کاری چه قدر سریع انجام شده است کمیتی به نام توان را تعریف می‌کنیم. در واقع، توان میزان سریع انجام شدن کاری را توصیف می‌کند. دانش آموزان کم و بیش در دوره‌ی راهنمایی و همچنین در دبیرستان (فیزیک ۱) و آزمایشگاه) با مفهوم توان آشنا شده‌اند. در اینجا توان را می‌توانید به صورت آهنگ انجام کار یا به صورت مقدار کار  $W$ ، که در بازه‌ی زمانی  $t$  انجام شده است، تعریف کنید. به این ترتیب بر روی تابلوی کلاس می‌توان نوشت:

$$\text{توان} = \frac{\text{مقدار کار انجام شده}}{\text{زمان انجام کار}}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

سپس برای تبیین بهتر مفهوم توان شکل ۱۸ را برای هر دو وضعیت الف و ب رسم کنید و توان را در هر حالت با هم مقایسه کنید. همان طور که دیده می‌شود کار انجام شده در هر دوی این وضعیت‌ها یکسان ولی توان آن‌ها متفاوت است.



شکل ۵-۱۶: جیمز وات (۱۸۱۶ - ۱۷۳۶) دانشمند اسکاتلندی، با وجود این که زندگی‌اش با فقر و تهیدستی قرین بود، توانست ماشین بخاری بسازد که بازده و سرعت عمل خوبی داشت. واحد توان در SI به احترام او وات (W) نامیده می‌شود.

**۴-۵ توان**

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های هر ماشین، مدت زمانی است که طول می‌کشد تا کار معینی را انجام دهد. برای مثال هرچه موتور یک اتومبیل قوی‌تر باشد راحت‌تر و سریع‌تر می‌تواند از تپه‌ای بالا رود. بنابراین توان یک ماشین را به صورت مقدار کاری که ماشین در یک مدت معین می‌تواند انجام دهد تعریف می‌کنیم. به عبارت دیگر توان (P) برابر نسبت کار انجام شده (W) به زمان انجام کار (t) است. یعنی:

$$P = \frac{W}{t}$$

یا

$$\text{کار انجام شده} = \text{توان} \times \text{زمان انجام کار}$$

یکی از توان در SI ژول بر ثانیه (J/s) است که به دلیل اصلاح و تکمیل ماشین بخار توسط جیمز وات دانشمند اسکاتلندی در قرن هجدهم، وات (W) نامیده می‌شود.

**مثال ۵-۴**

از یک بالابر برقی برای بالا کشیدن باری به جرم  $300\text{ kg}$  تا بالای ساختمانی به ارتفاع  $10\text{ m}$  استفاده می‌شود (شکل ۵-۱۵). اگر  $15$  ثانیه طول بکشد تا این بار با سرعت ثابت به بالای ساختمان منتقل شود، توان بالابر چقدر است؟ (شتاب گرانش را  $10\text{ N/kg}$  و هرگونه اتلاف انرژی را نادیده بگیرید.)

**حل:** کاری که بالابر انجام می‌دهد تا بار را به بالای ساختمان منتقل کند به صورت انرژی پتانسیل در آن ذخیره می‌شود. بنابراین کار انجام شده توسط بالابر برابر است با

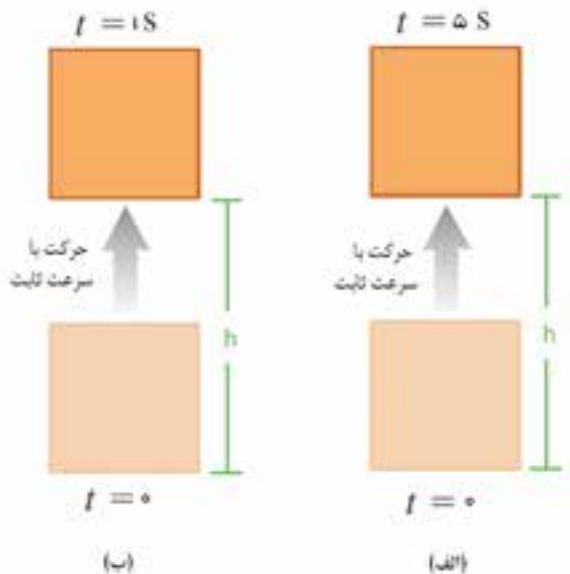
$$W = mgh = (300\text{ kg})(10\text{ N/kg})(10\text{ m}) = 3 \times 10^4\text{ J}$$

با توجه به تعریف توان داریم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{3 \times 10^4\text{ J}}{15\text{ s}} = 2000\text{ W}$$

**تمرین ۵-۴**

یک تلمبه برقی با توان  $1500\text{ W}$  در چه مدت  $2000$  لیتر آب را از چاهی به عمق  $25$  متر به سطح زمین منتقل می‌کند؟ توجه کنید جرم هر لیتر آب برابر  $1\text{ kg}$  است. (شتاب گرانش را  $10\text{ N/kg}$  و هرگونه اتلاف انرژی را نادیده بگیرید.)



شکل ۱۸

## تمرین پیشنهادی

شخصی به وزن ۶۰۰ نیوتون در مدت ۸ ثانیه با سرعت ثابت از پله‌های ساختمانی به ارتفاع ۳m بالا می‌رود (شکل ۱۹).

الف) کار انجام شده توسط این شخص در مقابل نیروی گرانشی چه قدر است؟  
ب) توان این شخص را حساب کنید.



شکل ۱۹

## تمرین ۴-۵

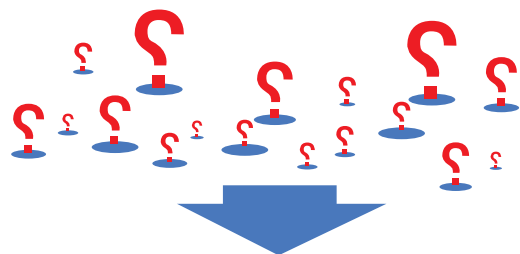
کار مورد نیاز برای بالا کشیدن ۲۰۰۰ لیتر آب از عمق ۲۵ متری چاه به سطح زمین برابر است با:

$$W = mgh = (2000 \text{ kg})(10 \text{ N/kg})(25 \text{ m}) = 5 \times 10^5 \text{ J}$$

با توجه به تعریف توان، داریم:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow 1500 \text{ W} = \frac{5 \times 10^5 \text{ J}}{t}$$

$$t = \frac{1}{3} \times 10^3 \text{ s} \approx 5/5 \text{ دقیقه}$$



## راهنمای پاسخ‌یابی پرسش‌ها و مسئله‌های فصل ۵

### پرسش‌های مفهومی

۱- چون جسم در جهت هیچ کدام از نیروها جابه‌جا نمی‌شود پس کار انجام‌شده توسط هر یک از آن‌ها صفر است.

۲- همان طور که در شکل ۵-۱۷ کتاب درسی نیز مشخص است، راستای جابه‌جایی بر جهت هر دو نیروی  $\vec{F}$  و  $\vec{mg}$  عمود است. پس در حین جابه‌جایی شخص هیچ یک از دو نیروی ذکر شده کاری انجام نمی‌دهند.

۳- الف) کار انجام می‌شود. نیروهای وارد شده بر یک دوچرخه‌ی در حال حرکت در شکل ۲۰ نشان داده شده است. با توجه به این که جابه‌جایی در راستای نیروهای  $\vec{F}$  و  $\vec{R}$  انجام می‌شود، کار نیروهای  $\vec{F}$  مثبت و کار نیروی  $\vec{R}$  صفر است.

توجه کنید نیروی  $\vec{R}$  شامل نیروی اصطکاک و مقاومت هواست.

**..... پرسش‌های مفهومی ..... فصل پنجم کار و انرژی**

۱- جبهه‌ای را مطابق شکل ۵-۱۶ با نیروی قائم  $F$  می‌فشاریم. کار انجام شده توسط هریک از نیروهای نشان داده شده چقدر است؟ توضیح دهید.

۲- شخصی مطابق شکل ۵-۱۷ جبهه‌ای به جرم  $m$  را به آرامی تا ارتفاع  $h$  بالا می‌آورد و سپس به آرامی به اندازه‌ی  $h$  جابه‌جا می‌شود. در حین جابه‌جایی شخص، کار انجام شده توسط هریک از نیروهای وارد شده به جسم چقدر است؟ توضیح دهید.

۳- در کدام یک از موارد زیر کار انجام می‌شود؟ برای پاسخ خود دلیل کافی بیاوید.

الف) دوچرخه‌سواری در طول یک خیابان رکاب می‌زند.

ب) اومبیلی ترمز می‌کند و پس از مقداری لغزیدن متوقف می‌شود.

پ) یک موتور الکتریکی باری را از روی زمین بلند می‌کند.

ت) یک آهنربا، تکه‌ای کاغذ را روی درب یخچال نگه داشته است.

۴- در شکل ۵-۱۸ نیروهایی که در امتداد جابه‌جایی یک اتومبیل مسابقه‌ای به آن وارد می‌شوند نشان داده شده‌اند. با ذکر دلیل نوع علامت کار انجام شده توسط هریک از این نیروها را تعیین کنید.



شکل ۵-۱۶



شکل ۵-۱۷



شکل ۵-۱۸

۱۷۳



شکل ۲۰

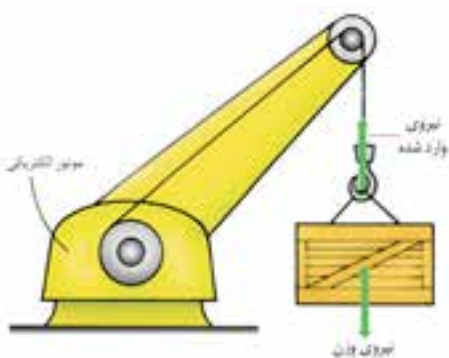
ب) کار انجام می‌شود. نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا (مطابق شکل ۲۱) برخلاف جهت جابه‌جایی اتومبیل تا لحظه‌ی توقف، به آن وارد می‌شوند.



شکل ۲۱

پ) کار انجام می‌شود. جسم در جهت نیروی وارد شده به آرامی و یکنواخت بالا می‌رود (شکل ۲۲). نیروی وارد شده به جسم روی نیروی گرانش کار انجام می‌دهد.

ت) کاری انجام نمی‌شود. با توجه به تعریف کار، در این حالت هیچ گونه جابه‌جایی صورت نمی‌گیرد.



شکل ۲۲

۴- جابه‌جایی در جهت نیروی پشیران صورت می‌گیرد و کار انجام شده توسط این نیرو مثبت است، در حالی که کار نیروی مقاومت هوا منفی است (شکل ۲۳).



شکل ۲۳



۵- کار انجام شده در هر دو حالت برابر  $W = 2Fd$  است ولی جا به جایی جسم روی سطح شیبدار هر چند در زمان طولانی‌تری صورت می‌گیرد ولی راحت‌تر است.

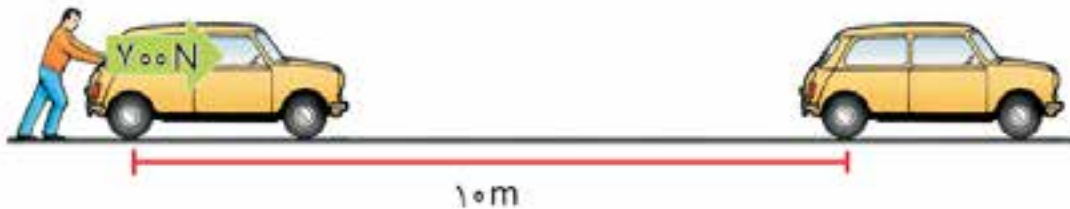
۶- چون هر سه گلوله با سرعت برابر و از ارتفاع یکسانی پرتاب شده‌اند انرژی مکانیکی آن‌ها در نقطه‌ی پرتاب برابر است. با توجه به فرض مسئله، که از مقاومت هوا چشم‌پوشی شده است، انرژی در حین حرکت پایسته می‌ماند و در نتیجه در سطح زمین نیز انرژی مکانیکی آن‌ها برابر است. به این ترتیب سرعت گلوله‌ها هنگام برخورد به زمین با یکدیگر برابر است.

۷- منظور او این است که کار مشابهی را نسبت به دوست خود در زمان کوتاه‌تری انجام می‌دهد. (توجه دانش‌آموزان را به تعریف توان جلب نمایید).

### مسئله‌ها

۱- الف) با توجه به شکل ۲۴، کار انجام شده برابر است با:

$$W = Fd = (700 \text{ N})(10 \text{ m}) = 7000 \text{ J}$$



شکل ۲۴

ب) در این حالت کار انجام شده برابر است با:

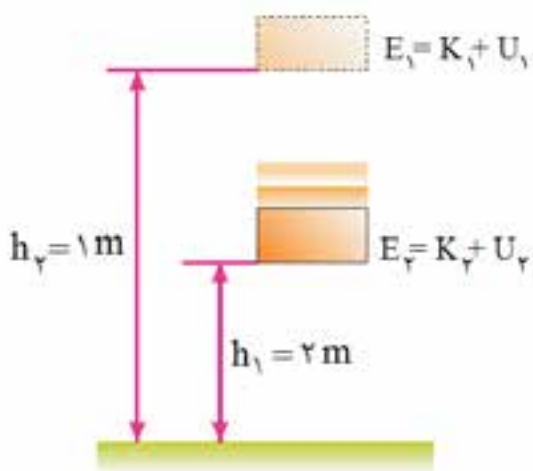
$$W = mgh = (30 \text{ kg})(10 \text{ N/kg})(1/5 \text{ m}) = 450 \text{ J}$$

۲- چون حرکت اتومبیل دارای شتاب ثابت است سرعت آن پس از ۲ ثانیه برابر است با:

$$v = at + v_0 = (2 \text{ m/s}^2)(2 \text{ s}) + 0 = 4 \text{ m/s}$$

به این ترتیب داریم:

$$\begin{aligned} \Delta K &= K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \\ &= \frac{1}{2}(1000 \text{ kg})(2 \text{ m/s})^2 - 0 = 2000 \text{ J} \end{aligned}$$



شکل ۲۵

۳- نظر به این که مقاومت هوا ناچیز فرض شده است، انرژی مکانیکی جسم در شروع حرکت و میانه‌ی راه برابر است (شکل ۲۵). به این ترتیب، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$K_1 = 0, U_1 = mgh_1 = (2\text{kg})(10\text{N/kg})(1\text{m}) = 20\text{J}$$

$$0 + 20\text{J} = K_2 + 20\text{J} \Rightarrow K_2 = 0\text{J}$$

$$E_1 = E_2 = 20\text{J}$$

۴- چون اصطکاک و مقاومت هوا ناچیز فرض شده‌اند، انرژی مکانیکی واگن تفریحی در طول مسیر حرکت پایسته است. انرژی مکانیکی واگن در شروع حرکت برابر است با:

$$E = K + U = 0 + mgh$$

$$= (500\text{kg})(10\text{N/kg})(20\text{m}) = 10^5\text{J}$$

در نقطه A داریم:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2}mv_A^2$$

پس:

$$10^5\text{J} = \frac{1}{2}(500\text{kg})v_A^2 \Rightarrow v_A^2 = 4000$$

$$\Rightarrow v_A = 20\sqrt{10}\text{m/s} \approx 63\text{m/s}$$

برای سایر نقاط نیز به همین روش عمل می‌کنیم.

۵- کار انجام شده برای جابه‌جایی جعبه برابر است با:

$$W = mgh = (200\text{kg})(10\text{N/kg})(5\text{m}) = 10^4\text{J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{10^4\text{J}}{30\text{s}} = 333\text{W} \approx 3/3\text{kW}$$



## ابو ریحان، محمد بن احمد بیرون

تولد: خوارزم، ازبکستان، ۳۵۱ شمسی (۳۶۲ ق)

وفات: غزنه، افغانستان، ۴۵۲ شمسی (۴۴۰ ق)

حوزه فعالیت: ریاضیات، نجوم، جغرافیا و تاریخ

### زندگی نامه

ابو ریحان در خوارزم، منطقه‌ای که در نزدیکی دریای آرال قرار دارد نزدیک به هزار سال پیش به دنیا آمد. در آن زمان کاث و جورجانیه دو شهر بزرگ این منطقه به شمار می‌رفتند و او در این دو شهر زندگی کرد و پرورش یافت. مطالعه و تحصیل علم را در حالی که خیلی جوان بود نزد ریاضی دان و ستاره‌شناس مشهوری به نام ابو نصر منصور آغاز کرد. وی در سال ۳۷۹ با مشاهده بیشترین ارتفاع خورشید، عرض جغرافیایی شهر کاث را محاسبه کرد. قبل از سال ۳۸۴ (وقتی که ۲۲ ساله بود) چندین اثر کوتاه از خود بر جای گذاشت. یکی از آثار موجود او با عنوان «نقشه‌کشی» اثری است که در آن به بررسی نقشه‌های جغرافیایی پرداخته است. زندگی به نسبت آرام بیرونی تا این مرحله، پایانی ناپاورانه به همراه داشت.

در اواخر قرن چهاردهم و اوایل قرن پنجم در دنیای اسلام شورش بر پا شد و در منطقه‌ای که بیرونی در آن زندگی می‌کرد، جنگ‌های داخلی در گرفت. بیرونی به هنگام شروع جنگ‌های داخلی از آن منطقه گریخت اما این که برای استاد بیرونی - ابونصر منصور - چه اتفاقی افتاد، معلوم نیست. بعدها، بیرونی در مورد این وقایع نوشت: بعد از این که چند سال در آن منطقه به سختی زندگی کردم، با اجازه حاکم وقت به زادگاه خود باز گشتم، اما مرا وادار به انجام امور مادی و دنیوی کردند که موجب حسادت ورزیدن ابلهان ولی تأسف خردمندان شد. دقیقاً معلوم نیست که بیرونی به هنگام گریختن از خوارزم به کجا رفت. او باید به ری رفته باشد و بدون تردید مدتی را در شهر ری زندگی کرده است. بر اساس نوشته‌هایش، او هیچ پشتیبانی نداشت و با فقر و تنگدستی در آن شهر زندگی می‌کرد. او همچنین باید مدتی را در گیلان که دریای خزر آن را در شمال احاطه کرده است، زندگی کرده باشد چرا که در حدود همین زمان کتابی را به حاکم گیلان، ابن رستم تقدیم کرده است.

او همچنین تقریباً در سال ۳۸۹ هـ ق کتاب «آثار الباقیه» خود را به قابوس، حاکم حکومت زیاد تقدیم کرد. در طول سال‌های ۴۰۸ تا ۴۱۰ هـ ق در حالی که بیرونی از حمایت غزنوی برخوردار بود، در شهر غزنه مشاهداتی را به انجام

رسانید و بدین ترتیب توانست به طور دقیق عرض جغرافیایی آنجا را تعیین کند.

حدود سال ۴۱۲ سپاه محمود موفق شد کنترل بخش‌های شمالی کشور هند را به دست آورد و در سال ۴۱۶ سپاه او به اقیانوس هند راه پیدا کرد. بیرونی که همراه این سپاه بود توانست عرض جغرافیایی یازده شهر در اطراف پنجاب و شهرهای هم‌مرز با کشمیر را تعیین کند. او معروف‌ترین اثرش را تحت عنوان «ماللهند» زمانی ارایه داد که در آن کشور به سر می‌برد. بیرونی در این کتاب به شرح و توصیف دین و فلسفه هند، نظام طبقاتی (طبقه اجتماعی موروثی در هند) و آداب و رسوم ازدواج در هند پرداخته است.

او همچنین قبل از این که وضعیت جغرافیایی این کشور را مورد بررسی قرار دهد، دستگاه‌های نگارش و عدد‌های هندی‌ها را مطالعه کرد. علاوه بر این، بیرونی در این کتاب به ستاره‌شناسی، اخترگویی و سالنامه هندی‌ها اشاره کرده و مواردی را پیرامون این سه موضوع مورد بررسی و پژوهش قرار داده است. بیرونی حدود ۱۴۶ اثر از خود بر جای گذاشته است و در بین علوم مختلف، علاقه‌مند به آنالیز ریاضی بود و در این زمینه استعداد زیادی داشت.

«سایه‌ها» یکی از مهمترین آثار بیرونی است که در حدود سال ۴۱۱ نوشته شده است. این کتاب به شرح مقاله‌هایی که بیرونی در زمینه ریاضیات نوشته، می‌پردازد. بیرونی همچنین مقاله‌هایی در مورد زمین‌پیمایی و جغرافیا ارایه داد. او شیوه‌های اندازه‌گیری قطر زمین و فاصله‌های روی آن را از طریق مثلث‌بندی معرفی کرده است. کتاب «قانون مسعودی» شامل جدولی است که مختصات ۶۰۰ مکان را به دست می‌دهد و او در مورد همه‌ی این مکان‌ها دانش کافی داشت. بیرونی همچنین در مورد هماهنگی زمان رساله‌ای نوشته است. او چندین رساله نیز در مورد اسطرلاب نوشته است و مشاهدات جالبی در مورد سرعت نور به انجام رساند و اظهار داشت که سرعت نور در مقایسه با سرعت صوت بسیار زیادتر است. او از کهکشان راه شیری به عنوان مجموعه‌ای از اجزای بی‌شمار طبیعت ستارگان سحابی یاد کرد. همچنین ۱۸ نامه از ابوعلی سینا که در جواب سؤال‌هایی که بیرونی مطرح کرده، هم‌اکنون موجود است.

وزن هر جسم نیرویی است که از جسم بر جرم دیگری مثل سیاره، ماه، یا سیارک بر جسم مورد نظر وارد می شود. مثلاً در مورد زمین، نیرویی است که اجسام را به طرف زمین می کشد و نمی گذارد که در فضا به پرواز در می آیند. وزن هر جسم با جرم آن متناسب است و به موقعیت جسم بستگی دارد؛ و در واقع خاصیت بیرونی (عرضی) جسم است. معنی «وزن» نزد علم پیشگان و غیر علم پیشگان بسیار متفاوت است. برای علم پیشه، تعریف دقیق این است که وزن کمیتی برداری است و با  $W = mg$  بیان می شود، که در آن  $m$  جرم جسم و  $g$  شتاب سقوط آزاد جسم است. با آن که سطح زمین چارچوب مرجع لخت نیست، بردار  $g$  را می توان با تقریب خوبی از قانون نیروی گرانشی به دست آورد. مقدار این بردار در سطح زمین در حدود  $9.8 \text{ m/s}^2$  و جهت آن به طرف مرکز زمین است.

وزن اجسام نوعاً با ترازوی فنری مدرج تعیین می شود. اما چون وزن با جرم متناسب است، ترازوهای فنری را می شود هم برحسب یکای وزن و هم برحسب یکای جرم مدرج کرد.

یک روش دیگر این است که ابتدا جرم جسم را به وسیله ی ترازوی حساسی، که آن را با جرم معمولی مقایسه می کند، تعیین کنیم و بعد وزن جسم را با استفاده از معادله ی بالا محاسبه نماییم. یکای وزن در دستگاه SI نیوتون است (N) که از ترکیبی از یکاهای اصلی جرم (kg)، طول (m)، و زمان (s) به دست می آید. یک نیوتون نیرویی است که برای دادن شتاب  $1 \text{ m/s}^2$  به جسمی به جرم  $1 \text{ kg}$  لازم است. یکای رایج وزن در برخی کشورها، پاوند (lb) است که مساوی است با  $4.448 \text{ N}$ .

با آن که وزن برای علم پیشگان تعریف خیلی دقیقی دارد، اما در کاربرد روزمره اش با مفاهیمی بسیار متفاوت روبه رو می شویم. اصطلاح «وزن» در تمام تاریخ مکتوب برای بیان کمیت معیار مهمی به کار رفته است. یونانیان در خرید و فروش و تجارت کالا از وزنه هایی به منزله ی معیار مشترک استفاده می کردند. مبادله ی پول، سنگ های قیمتی و فلزاتی مانند طلا و نقره برحسب وزنه های معیار صورت می گرفت.

ایرانی ها و رومی ها هم شبیه به همین وزنه های استاندارد را در بخش وسیعی از دنیا رایج کردند. اما روش مشترک

برای اندازه گیری این بود که کالاهای موضوع داد و ستد را با جرم‌های معلومی مقایسه کنند. چنین روشی این خوبی را داشت که دیگر لازم نبود معیارهای تجاری برحسب طول و عرض جغرافیایی تنظیم شوند. امروزه بیشتر کشورهای جهان دستگاه متریک را پذیرفته‌اند و یکای جرم در دستگاه SI، یعنی کیلوگرم، جای پاوند را در مبادلات کالا گرفته است.

بی‌وزنی وضعیتی است که در آن وزن یا وزن ظاهری جسم تقریباً صفر است. از آن جا که در این موارد تقریباً مقداری نیروی گرانشی یا شتاب گرانشی هم‌چنان حضور دارد، بعضی علم‌پیشگان ترجیح می‌دهند که به جای «بی‌وزنی» از اصطلاح میکروگرانی استفاده کنند. در هر حال، به دو طریق می‌شود به چنین وضعیتی رسید. یکی این که جسم در محلی واقع شود که به قدر کافی از همه‌ی چشمه‌های نیروی گرانشی دور باشد، چنان که در یک چارچوب مرجع لخت وزن آن تقریباً به صفر برسد. دیگر این که بگذاریم جسم همراه با محیط دور و برش در میدان جاذبه‌ی گرانشی سقوط آزاد داشته باشد. نمونه‌ای از این مورد اخیر، وضعیت فضانوردی است که در پایگاهی فضایی همراه با خود پایگاه، در مداری به دور زمین می‌چرخد. اگر این فضانورد سعی کند در این پایگاه روی صفحه‌ی ترازویی بایستد، هیچ نیروی خالصی بین او و ترازو وجود ندارد و در نتیجه وزن ظاهری‌اش صفر است. درست مثل این است که جسمی را که روی ترازوی حمام قرار گرفته، همراه با خود ترازو از پنجره به بیرون بیندازیم و بخواهیم در موقع سقوط هم، وزن جسم را به کمک ترازو به دست آوریم.