

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

# حسابان

سال سوم آموزش متوسطه

رشته ریاضی و فیزیک

## وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری

نام کتاب: حسابان - ۲۵۸/۱

عضای شورای برنامه‌ریزی ریاضی: بهمن اصلاح‌پذیر، دکتر علی ایرانمنش، امین باشی‌زاده، ناهید بریری، دکتر محمد حسن

بیژن‌زاده، طیبه حمزه‌بیگی، محسن جمالی، اصغر جوادی، مینو رحیمی، حسین رودسری،

دکتر احمد شاهورانی، جعفر شهاب‌زاده، دکتر وحید عالمیان، سعید قریشی، سمیه سادات

میر معینی و دکتر محمدکاظم نائینی

مؤلفان: بهمن اصلاح‌پذیر، دکتر ناصر بروجردیان، دکتر ابراهیم ریحانی، محمد تقی طاهری تنجانی و دکتر وحید عالمیان

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار: ۰۹۲۶۶۰۸۸۳، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وب سایت: [www.chap.sch.ir](http://www.chap.sch.ir)

مدیر مور فنی و چاپ: سید احمد حسینی

مدیر هنری: مجید ذاکری یونسی

طرح گر فیک و جلد: محمد عباسی

رسم: مریم دهقان‌زاده

صفحه‌آر: مریم نصرتی

حروفچین: زهرا ایمانی نصر

مصصح: سیف‌الله بیگ‌محمددلیوند، رضا جعفری

مورآماده‌سازی خبر: ناهید خیام باشی

مور فنی ریانه ی: حمید ثابت کلاچاهی، فاطمه رئیسیان فیروزآباد

ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران - تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)

تلفن: ۵-۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۰۴۴۹۸۵۱۶، صندوق پستی: ۱۳۹-۳۷۵۱۵

چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ چهارم ۱۳۹۲

حق چاپ محفوظ است.



اگر بخواهید بی خوف و هراس در مقابل باطل  
بایستید و از حق دفاع کنید و ابر قدرت‌ها و سلاح‌های  
پیشرفته آنان و شیاطین و توطئه‌های آنان در روح شما  
اثر نگذارد و شما را از میدان به در نکند خود را به  
ساده زیستن عادت دهید و از تعلق قلب به مال و منال  
و جاه و مقام بپرهیزید.

امام خمینی (ره)

## فهرست

۱	فصل ۱: محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات
۲	مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی
۶	تقسیم چندجمله‌ای‌ها و بخش پذیری
۸	بسط دوجمله‌ای غیاث‌الدین جمشیدکاشانی
۱۱	بزرگترین مقسوم‌علیه و کوچکترین مضرب مشترک چندجمله‌ای‌ها
۱۵	معادلات
۱۸	ماکزیمم و مینیمم توابع درجه دوم
۲۴	معادلات شامل عبارات گویا
۲۸	معادلات شامل عبارات گنگ
۳۱	حل معادلات به روش هندسی
۳۳	قدر مطلق و ویژگی‌های آن
۳۵	معادلات قدر مطلق
۳۹	نامعادلات - نامعادلات قدر مطلق
۴۱	حل نامعادلات از طریق نموداری (هندسی)
۴۳	فصل ۲: تابع
۴۴	تابع: یادآوری و تکمیل
۴۸	تساوی دو تابع
۵۰	توابع چند ضابطه‌ای
۵۱	معادلات و توابع
۵۴	رسم نمودار توابع
۶۴	اعمال جبری روی توابع
۶۹	ترکیب توابع

۷۶	توابع زوج و توابع فرد و توابع صعودی و توابع نزولی
۸۵	توابع یک به یک و تابع وارون
۸۶	توابع یک به یک
۸۹	محاسبه تابع وارون
۹۰	یافتن ضابطه تابع وارون
۹۶	توابع چندجمله‌ای و توابع متناوب
۹۹	توابع پله‌ای و تابع جزء صحیح
۱۰۳	<b>فصل ۳ : مثلثات</b>
۱۰۴	توابع مثلثاتی
۱۰۶	توابع تانژانت و کتانژانت
۱۱۰	اتحادهای مثلثاتی
۱۱۸	معادلات مثلثاتی
۱۱۹	حل معادلات مثلثاتی
۱۲۴	وارون توابع مثلثاتی
۱۳۱	<b>فصل ۴ : حد و پیوستگی توابع</b>
۱۳۲	حد توابع
۱۳۷	حد چپ و حد راست
۱۴۰	همسایگی‌های یک نقطه
۱۴۵	قضایای حد توابع
۱۵۰	محاسبه حد در توابع کسری
۱۵۴	پیوستگی توابع
۱۵۹	<b>فصل ۵ : مشتق توابع</b>
۱۶۰	خط مماس بر منحنی‌ها و مشتق توابع
۱۷۰	روش‌های محاسبه مشتق توابع
۱۷۵	آهنگ تغییرات
۱۸۲	مشتق توابع مثلثاتی
۱۸۴	مشتق توابع وارون و توابع مرکب
۱۹۱	تمرین‌های دوره‌ای
۱۹۶	مراجع

---

---

مسلان محترم، صاحب نظران سیدانش آموزان عزیز و اولیای آنان می توانند نظر اصلاحی خود را در باره مطالب

این کتاب از طریق نامه به نشانی تهران - صندوق پستی ۱۵۸۵۵/۳۶۳ - گروه درسی مربوط و یا پیام نگار (Email)

talif@talif.sch.ir ارسال نمایند.

دکتر تالیف کتاب های درسی ابتدایی و متوسطه نظری

---

---

## سخنی با معلم

کتاب حاضر با کتاب پیشین از لحاظ روش‌های آموزشی تفاوت‌های مهمی دارد. روش آموزش اصلی این کتاب اصطلاحاً «روش حل مسئله» نام دارد. منظور از روش حل مسئله آن است که برای آموزش مفاهیم جدید، مسئله‌ای طرح کنید که در حل آن، مفاهیم مورد نظر حضور داشته باشند و دانش‌آموزان غیر مستقیم آن مفاهیم را تجربه کنند. سپس با یک نامگذاری و کلیت دادن به آن، مفهوم جدید رسماً ارائه می‌شود.

به همین خاطر در این کتاب علامت «حل یک مسئله» بسیار رخ می‌دهد که در اکثر آن‌ها هدف، آموزش یک مفهوم جدید است. در این گونه موارد معمولاً یک فعالیت به همراه حل یک مسئله وجود دارد که انجام آن فعالیت چگونگی حل آن مسئله را روشن می‌سازد. در کتاب مسائلی خاص و فعالیت‌های خاصی برای آموزش مفاهیم ارائه شده است، اما شما می‌توانید با توجه به تجربیات خود و دانش‌آموزانی که با آن‌ها روبه‌رو هستید مسئله‌ای دیگر یا فعالیتی دیگر طرح کنید، اما نهایتاً سعی کنید روش آموزشی کتاب را رعایت کنید و ارزشیابی‌های مستمر و نهایی خود را با اهداف موضوعی و مهارتی کتاب منطبق سازید.

از لحاظ موضوعی از حدود موضوعات مطرح شده در کتاب خارج نشوید و سطح پیچیدگی مسائلی که مطرح می‌کنید بیش‌تر از پیچیدگی‌های مثال‌ها و مسائل در کتاب نباشد. مثلاً در کتاب مفهوم تابع و دامنه و بُرد و مطرح شده است و می‌توان نسبت به آن‌ها مسائل پیچیده بسیاری مطرح کرد، اما هدف این کتاب پرداختن به این گونه پیچیدگی‌ها نیست و لازم است که فقط در همان سطحی مسائل طرح شوند که در کتاب به صورت مثال یا مسئله طرح شده است.

هدف اصلی کتاب درک معنادار از مفاهیم ریاضی، توانایی به کارگیری ریاضی در حل مسائل واقعی، یادگیری استراتژی‌های حل مسئله، توانایی استدلال و مباحثه و موشکافی است. سعی کنید طرح درس‌های شما به گونه‌ای باشد که با طرح یک مسئله، مباحثه‌ای را در میان دانش‌آموزان نسبت به آن ایجاد کنید. مشابه این مباحثات در کتاب آمده است که می‌تواند الگویی برای مباحثه در کلاس باشد. در عمل مباحثه اهداف بسیاری برآورده می‌شود و فواید بسیاری در آن است و روش مباحثه‌ای در آموزش، روشی است با آثار آموزشی و اجتماعی عالی. در این روش توانایی‌های زیر تقویت می‌شوند و به کار می‌افتند:

- ۱- همکاری اجتماعی
- ۲- دقت در بیان خود و روشن ساختن افکار خود
- ۳- سعی در درک دیگران
- ۴- تجزیه و تحلیل و موشکافی
- ۵- برقرار کردن ارتباطات منطقی بین جملات و داده‌ها
- ۶- نقادی دیگران و نقدپذیر شدن
- ۷- استفاده از تجربه دیگران و اصلاح خود
- ۸- یافتن نقاط ضعف افکار خود و دیگران

آموزش استراتژی‌های حل مسئله نیز از اهداف کتاب است که هیچ‌گاه به طور مستقیم نباید انجام شود. بلکه باید دانش‌آموزان با تجربه خود به آن‌ها دست یابند. بنابراین، با طرح مسائل مناسب و راهنمایی‌های مناسب، معلمین باید دانش‌آموزان را دچار این تجربه‌ها کنند و هر بار با تکرار آن‌ها استراتژی‌های حل مسئله را در درون آن‌ها ملکه کنند. نمونه‌هایی از این آموزش‌ها در کتاب طراحی شده است که در آن‌ها استفاده از تجربیات گذشته، بررسی مسئله در حالت‌های ساده، رسم شکل، آموزش داده شده است.

ارتباط با محیط پیرامونی یکی از اصولی است که در نوشتن این کتاب مورد توجه قرار داشته است. در اکثر موارد مسئله طرح شده در دنیای غیرریاضی بوده است که ابتدا با توصیف مناسب به یک مسئله ریاضی تبدیل می‌شود، سپس در دنیای ریاضی حل می‌شود و نهایتاً جواب‌های به دست آمده باید در دنیای واقعی تفسیر شوند. این روند و تکرار آن در جاهای دیگر از اهداف مهم این کتاب است و لازم است معلمین در طرح درس‌های خود به این گونه مسائل توجه جدی داشته باشند. صرف محاسبات ریاضی هرچقدر هم که پیچیده باشند، نشان‌دهنده درک واقعی از ریاضی نیست. دیدن ریاضی در طبیعت و توانایی به کارگیری ریاضی در حل مسائل واقعی، موجب می‌شود تا دانش‌آموزان درک صحیح‌تری از ریاضی بیابند و نگرش مثبتی نسبت به ریاضی پیدا کنند.

در ارزشیابی از دانش‌آموزان به اهداف اصلی کتاب توجه داشته باشید. شما باید بسنجید که دانش‌آموزان تا چه حد توانایی مدل‌سازی، حل مسئله، تفسیر جواب و محاسبات را نسبت به موضوعات مختلفی که در کتاب طرح شده است یافته‌اند. این ارزشیابی باید کاملاً در سطحی که کتاب به آن پرداخته است صورت بگیرد.

در خاتمه به مدیران مدارس و تمام کسانی که در پیاده‌سازی آموزش نقش دارند توصیه می‌شود که به این تغییرات در نگرش به ریاضی و روش‌های آموزش ریاضی اهمیت بدهند و معلمین را در پیاده‌سازی هرچه بهتر کتاب یاری دهند. در غیر این صورت نمی‌توان انتظار یک تحول آموزشی در یادگیری ریاضی را داشت.



## سخنی با دانش آموز

شما اکنون ۱ سال است که وارد مدرسه شده‌اید و درباره ریاضی مطالعه کرده‌اید. حتماً متوجه شده‌اید که فقط دروسی را توانسته‌اید به خوبی فراگیرید که فعالانه در مورد آن‌ها تفکر کرده‌اید و درباره آن با دیگران مباحثه کرده‌اید و نسبت به آن محاسباتی را انجام داده‌اید. این تجربه گران قدری است که درک و یادگیری همواره با شرکت فعالانه خود دانش آموز و تجربه کردن و تجزیه و تحلیل کردن و مباحثه کردن و موشکافی کردن و مرتبط کردن مفاهیم جدید با مفاهیم آشنا صورت می‌پذیرد.

روش آموزشی این کتاب بر مبنای عمل فعالانه شما پی‌ریزی شده است. گمان نکنید که با حفظ کردن برخی روش‌ها و راه‌های محاسباتی می‌توانید این کتاب را یاد بگیرید. در این کتاب فعالیت‌های زیادی طراحی شده است که موجب ایجاد یک تجربه مهم ریاضی در شما می‌شود. اگر این تجربیات را به خوبی انجام دهید، درک مفاهیم جدید برای شما بسیار آسان خواهد شد.

هدف این کتاب آن است که شما بتوانید، خوب ببینید، به درستی بیان کنید، مناسب استدلال کنید و خوب نتیجه‌گیری کنید. تمامی این‌ها را باید در حل مسائل انجام دهید. شما در هر جای ریاضی با مسئله‌ای روبه‌رو هستید که باید آن را حل کنید. در این کتاب علامت «حل یک مسئله» را بسیار مشاهده خواهید کرد، زیرا هر مفهوم جدیدی با بروز یک مسئله و سعی در حل آن به وجود می‌آید. بنابراین شما باید بتوانید با یک مسئله درست مواجه شوید و تجربیات خود را در حل آن به درستی به کار برید.

علاوه بر این‌ها باید بتوانید برای پاسخ به سؤالات بیشماری که در ذهن شما ایجاد می‌شود، آن‌ها را به مسائل مناسبی تبدیل کنید و سپس سعی در حل آن‌ها نمایید، یافتن این توانایی‌ها کمک زیادی به توانمند شدن در حل مسائل و مشکلات زندگی شما خواهد کرد و این همان دلیلی است که باعث می‌شود که ما باید ریاضی را پیام‌موزیم.