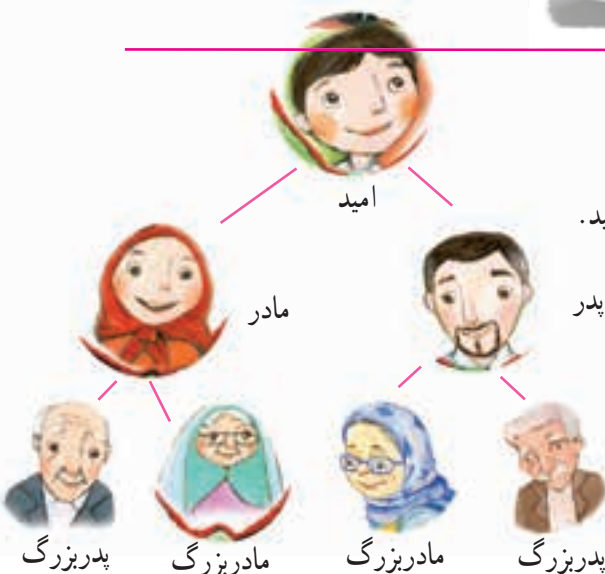


## تعریف توان

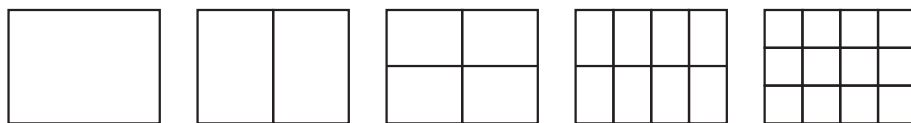


۱- امید می‌داند که نوهٔ چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجهٔ چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل زیر را کشید.

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجهٔ چند نفر است؟  
 ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نیرهٔ آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نیره می‌گویند).  
 ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبهٔ تعداد از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
	$۲ \times ۲$	پدر بزرگ و مادر بزرگ
۸		نسل سوم
	$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲$	نسل چهارم
		نسل هفتم

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در



تعداد قسمت‌ها می‌بینید؟

تعداد تا



۰

۱

۲

۳

تعداد قسمت‌ها

۱

$۲ \times ۲$

$۲ \times ۲ \times ۲$

$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲$

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای  $n$ ام چند قسمت خواهیم داشت؟

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

$$\underbrace{۲ \times ۲ \times ۲ \times \dots \times ۲}_n$$

عبارتی مانند  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$  را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت  $2^5$  می نویسیم و آن را چنین می خوانیم: ۲ به توان ۵. در عبارت  $2^5$ ، ۲ را پایه و ۵ را توان می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم.

$$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$$

عبارت	شکل ساده شده	خواننده می شود	حاصل
$7 \times 7$	$7^2$	هفت به توان ۲	۴۹
$7+7$	$2 \times 7$		
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$			
	$1^2$		
	$2 \times 1$		
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$		

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$4 \times 4 \times 4 =$$

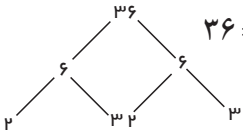
$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$$

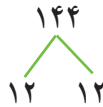
$$a \times a \times a =$$

$$b \times b =$$

۲- عدد های داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$



۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64$$

$$5^2 = 5 \times 2$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$$

$$2^2 = 3^2$$

$$9^2 = 18$$

$$(\frac{3}{1})^2 = \frac{4}{81}$$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$$

$$5^2 = 2^5$$

$$(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4}$$

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a =$$

$$b^2 =$$

$$(\frac{a}{b})^2 =$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} =$$

$$x \times x =$$

$$(y + x)(y + x) =$$

$$(ab)^2 =$$

$$\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} =$$

۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم

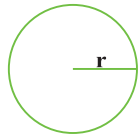
می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	$2 \times 2$				
به صورت توان دار	$2^1$	$2^2$				

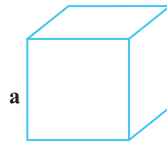
۱- با توجه به شکل‌های زیر مساحت و حجم‌های خواسته شده را با عبارت‌های توان‌دار جبری نمایش دهید.



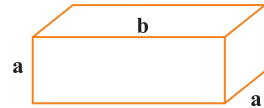
$$S = a \times a$$



$$S = \frac{3}{14} \times r \times r =$$



$$V = a \times a \times a =$$



$$V =$$

۲- جمله‌های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

□ هر عدد به توان یک برابر خودش می‌شود:  $a^1 = a$

□ یک به توان هر عدد برابر یک می‌شود:

□ مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲: = مجذور  $a$

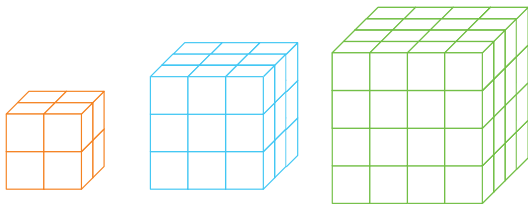
□ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳: = مکعب  $x$

□ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با.....:

۳- تعداد مکعب‌های کوچک  $1 \times 1 \times 1$  را در هر شکل با یک عدد

مکعب  $n$  تایی

توان‌دار نشان دهید.



۴- حاصل هر عبارت توان‌دار را به دست آورید.

$3^2 =$	$4^2 =$	$5^2 =$	$6^2 =$	$7^2 =$
$8^2 =$	$9^2 =$	$10^2 =$	$11^2 =$	$12^2 =$
= مجذور دو	= مجذور یک	= مکعب دو	= مکعب یک	
$\frac{2^3}{5^2} =$	$(\frac{3}{4})^3 =$	$\frac{2^4}{7} =$	$\circ/2^2 =$	
$\circ/1^2 =$	$1/1^2 =$	$2/1^2 =$	$\circ/5^2 =$	

۵- مقدار عبارت  $3^n$  را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
$3^n$	$3^1 =$	$3^2 =$		

۶- حاصل عددهای  $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$  را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد

مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می‌توانید  $2^6$  یا  $2^7$  را در دفتر خود رسم

کنید؟ چرا؟

۷- عدد  $11^{12}$  به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می شود. با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2^3 \times 4 + 1^0}{9^2 - 5^2} = \frac{\dots \times 4 + 1^0}{\dots - \dots} = \frac{\dots + 1^0}{\dots} = \dots = \dots$$

ساده کردن محاسبه جمع و تفریق محاسبه ضرب محاسبه توان ها

محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times \quad - ( \quad + 2 ) = \quad - \quad =$$

$$\frac{1^0 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{1^0 \div \quad + 9 \times 4}{\quad + \quad} = \quad + \quad =$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 =$$

$$2^5 \times 3^2 =$$

$$2^5 - 3^2 =$$

$$2^5 \div 8 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} =$$

$$5^2 - 5 \times 2 =$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$2^4 - 3^2 + 1^5 =$$

$$5^1 + 1^5 + 0^5 =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2$$

$$(4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$$

$$5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^2$$

$$2^2 \times 2^4 = 2^7$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8$$

۱- مانند نمونه عبارات‌های توان‌دار را محاسبه کنید.

$$2^2 = 2 \times 2 \times 2 = \quad (-2)^2 = (-2) \times (-2) \quad (-2)^3 =$$

$$(-2)^4 = \quad (-2)^5 = \quad (-2)^6 =$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارات‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارات‌های زیر را محاسبه کنید.

$$-2^2 = 2 \times 2 \times 2 = \quad (-2)^2 =$$

$$-2^4 = \quad (-2)^4 =$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^6 \longrightarrow 2^5 \longrightarrow 2^4 \longrightarrow 2^3 \longrightarrow 2^2 \longrightarrow 2^1 \longrightarrow 2^0$$

$$64 \longrightarrow 32 \longrightarrow 16 \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow$$

ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید.

به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

۱- حاصل عبارات‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = \quad (-5)^2 = \quad -1^5 =$$

$$(-1)^5 = \quad (-1)^4 = \quad -1^4 = \quad 7^0 =$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^0 = \quad (-9)^0 = \quad 0^5 + 1/1^0 = \quad 4 + 2^0 =$$

$$-1^5 = \quad 2^2 = \quad (-2)^2 \quad 5^0 =$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^0 \bigcirc 2^1$$

$$7^0 \bigcirc 7^1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \bigcirc 2^0$$

$$(-2) \bigcirc (-2)^1$$



۱- کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{lll} (3+2)^\circ = 2^\circ + 3^\circ & (2\frac{1}{4})^\circ > (-\frac{1}{4})^2 & (-\frac{2}{3})^\circ + (\frac{1}{3})^\circ > 1 \\ 4 + 2^\circ = 6 & 2^\circ + 3^\circ + 5^\circ = 1 & 4^\circ < (-2)^2 \end{array}$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 =$$

$$5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 =$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$$4235 = 4000 + 200 + 30 + 5 =$$

$$9207 =$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت  $4^n$  و  $n^4$  را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب

استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
$4^n$					
$n^4$					

برای  $n=1$  کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای

مثال  $2^3$  به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه

راه دیگری برای پیدا کردن جواب  $2^3$  وجود دارد؟



۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2$$

$$a^2 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2$$

۱- زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش‌آموزان مساحت مستطیل به طول  $2^4$  و عرض  $2^3$  را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت‌ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}}$$

سیما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با  $2^7$  برابر است. نتیجه‌گیری سیما را با یک تساوی نشان دهید.

$$5^2 \times 5^4 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 5^6 \quad \text{۲- مانند نمونه عمل کنید.}$$

$$\begin{aligned} 4^2 \times 4^3 &= & 7^3 \times 7^3 &= \\ x^2 \times x^3 &= & a^3 \times a^4 &= \end{aligned}$$

با توجه به تساوی‌های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارتهای توان‌دار با پایه‌های مساوی بنویسید.  
۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان‌دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان‌دار بنویسید.

$$\begin{aligned} 2^7 &= 2^5 \times 2^2 & 2^7 &= \times & 2^7 &= \times \times \\ 5^9 &= \times & 5^9 &= \times & 5^9 &= \times \times \end{aligned}$$

۱- حاصل عبارتهای زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$$\begin{aligned} 5^3 \times 5^4 &= & (-2)^4 \times (-2)^2 &= & (-4)^3 \times (-4)^5 &= \\ 7^3 \times 7 &= & \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 &= & 1/5^4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 &= \end{aligned}$$

۲- با باز کردن عبارت توان‌دار جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^2 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 9^2 \quad 2^6 = \quad 4^4 = \quad 5^4 =$$

۳- اگر  $2^{10} = 1024$  باشد حاصل  $2^{12}$  را به دست آورید.

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کرده و دوباره به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$2^3 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 10 \times 10 = 10^2 =$$

$$3^2 \times 4^2 =$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times 5^3 =$$

$$a^2 \times b^2 =$$

$$x^2 \times y^2 =$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار با توان‌های مساوی به دست آورید.

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$2^2 \times 3^4 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 3^5 =$$

$$(-2)^6 \times (-1)^6 =$$

$$(-2)^5 \times 3^5 =$$

$$x^2 \times y^2 =$$

$$(ab)^2 = a^2 \times b^2$$

$$6^5 = (2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$$

۳- به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان‌دار زیر را باز کنید.

$$15^7 =$$

$$10^4 =$$

$$12^8 =$$

$$(xy)^1 =$$

$$(xyz)^2 =$$

$$3^5 =$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^2 \times 5^4 \times 7^6 = \underline{\hspace{2cm}} \times 7^6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7^2 \times 7^3 \times 9^5 =$$

ضرب با پایه‌های مساوی      ضرب با توان‌های مساوی

$$2^2 \times 6^3 \times 3^7 \times 4^7 = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^6) =$$

$$2^a \times 2^b =$$

۲- عبارت توان‌دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

به جای a و b عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.



۱- در تساوی‌های زیر به جای  $a$  و  $b$  و  $c$  عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی‌های عددی بسازید.

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

۲- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان‌دار بنویسید.

$$۱۲۱ =$$

$$۲۵۶ =$$

$$۴۴۱ =$$

$$۱۰۰۰۰ =$$

۳- مسئله‌هایی طرح کنید که پاسخ آنها: الف)  $۲^۳$  ب)  $۲ \times ۳$  ج)  $۵^۲$  باشد.

۴- عددهای توان‌دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.  $۹^۲$  و  $۸^۱$  و  $۶^۰$  و  $۴^۱۰$  و  $۳^۵$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$۴^۳ \times ۴^۴ = ۴^{۱۲}$$

$$۳^۲ \times ۲^۳ = ۶^۵$$

$$۴^۳ + ۲^۳ = ۶^۳$$

$$۴^۳ \times ۴^۴ = ۴^۷$$

$$۳^۲ \times ۲^۲ = ۶^۲$$

$$۴^۱ + ۳^۱ = ۷^۱$$

$$(-۲)^۳ \times ۷^۳ = (-۱۴)^۳ \quad \left(\frac{۲}{۳}\right)^۰ \times \left(\frac{۲}{۳}\right)^۷ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۷$$

۶- کدام یک از عبارت‌های زیر  $\left(\frac{۲}{۳}\right)^۲$  را نشان می‌دهد؟

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲+۲+۲}{۳}$$

$$\frac{۳ \times ۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} \times ۳$$

$$\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} + ۳$$

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سؤال‌ها را جواب دهید.

$۴^۰$	$۴^۱$	$۴^۲$	$۴^۳$	$۴^۴$	$۴^۵$	$۴^۶$	$۴^۷$	$۴^۸$
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶

حاصل عبارت  $۴۰۹۶ \times ۶۵۵۳۶$  را به صورت توان‌دار بنویسید.

تعداد رقم‌های  $۴^۱۰$  را پیش‌بینی کنید.  $۴^۲۰$  چند رقمی می‌شود؟ چرا؟

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می‌کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$$۳^۲ - ۱^۲ = ( )^۲ \quad ۶^۲ - ۳^۲ = ( )^۲ \quad ۱۰^۲ - ۶^۲ = ( )^۲ \quad ۲۱^۲ - ۱۵^۲ = ( )^۲$$

۹- در جای خالی یکی از عمل‌های + یا - یا  $\times$  یا  $\div$  را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$$۲^۵ \square ۸ = ۴$$

$$۳^۲ \square ۷^۲ = ۵۸$$

$$(-۷)^{\square} ۸^۱ = ۳^۲$$

$$۲^۶ \square ۱۶ = ۲^{\square} \square ۳^۲$$

۱- یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های  $۲۵ \times ۵۰$  سانتی‌متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۲- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳		$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{7}{4}$		$\frac{0}{9}$
مساحت مربع	۹	۱۶			۸۱		$\frac{121}{36}$	۴۰۰

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

$$x^2 = 15$$

با کمک ماشین حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به جای  $x$  قرار داد.

در تساوی  $۳^۲ = ۹$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می‌نامند. آیا ۳- نیز

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	
ریشه دوم	۳ و -۳			۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-۳)^۲=۹$ $۳^۲=۹$			

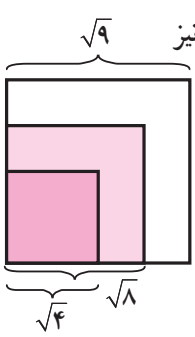
توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با ۳<sup>۲</sup> و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با (-۳)<sup>۲</sup> نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشهٔ دوم از نماد  $\sqrt{\quad}$  (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.  
 ریشه‌های دوم عدد ۹ را با  $\sqrt{9}$  و  $-\sqrt{9}$  نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر  $\sqrt{9} = 3$  و  $-\sqrt{9} = -3$ .

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{16} = & -\sqrt{16} = & \sqrt{36} = & -\sqrt{81} = \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = & -\sqrt{\frac{9}{25}} = & \sqrt{49} = & \sqrt{\frac{1}{81}} = \end{array}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{25} > 5 & \sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} = 5 \times 2 & \sqrt{25} = 25 \\ \sqrt{25} = 5^2 & \sqrt{25} = -5 & -\sqrt{25} = -5 & \sqrt{25} < 5 \end{array}$$



۱- مربع به مساحت‌های ۴، ۸ و ۹ سانتی‌متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.  
 $\sqrt{8} <$   
 به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
	۱۷		
	۶۱		
			$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

۱- می‌خواهیم مقدار تقریبی  $\sqrt{28}$  را به دست آوریم.

الف)  $\sqrt{28}$  بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک‌تر است؟ چرا؟

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید:  $\sqrt{28} \cong$

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجذور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{20} \cong$$

$$\sqrt{14} \cong$$

$$\sqrt{8} \cong$$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی‌معناست؟  $\sqrt{-25} = ?$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست‌اند؟

$$\sqrt{5} > 4$$

$\sqrt{6}$  بین ۷ و ۵ است

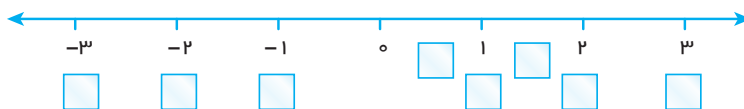
$$\sqrt{15} < \sqrt{21}$$

$$\sqrt{12} < 4$$

$\sqrt{40}$  بین ۷ و ۵ است

$$\sqrt{3} > 2$$

۳- به جای  $\square$  در محور اعداد زیر یکی از عددهای  $\sqrt{9}$ ،  $-\sqrt{4}$ ،  $\sqrt{1}$ ،  $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ،  $-\sqrt{1}$ ،  $\sqrt{\frac{9}{4}}$  و  $-\sqrt{9}$  را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و  $-\sqrt{7}$  ریشه‌های ..... هستند. ب) مجذور عدد صفر همان ..... است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه ..... است.

د) هر عدد مثبت دارای ..... ریشه دوم است که یکی از آنها ..... دیگری است.

۵- جذر تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000}$$

$$\sqrt{500}$$

$$\sqrt{30}$$

$$\sqrt{40}$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

توان • پایه • مجذور • مکعب • جذر • جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان دار
- محاسبه یک عبارت توان دار با رعایت ترتیب
- تأثیر پوانتیز در محاسبه عبارت توان دار
- محاسبه عبارت توان دار با پایه‌های منفی
- توان صفر
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
- ساده کردن یک عبارت توان دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی

## کاربرد

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

## تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$-1^2 + 2^2 \times 3^2 + (2^2 + 0^2)^1$$

۲- عبارت توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{45} = (0/25)^2$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید.

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} =$$

$$-\sqrt{25} =$$

۱- حاصل عبارت ها را پیدا کنید.

$$\frac{(+49) \times (-65)}{(+13) \times (-35)} =$$

$$\frac{(-24) \times (-35)}{(-21) \times (-20)} =$$

$$(-4-3) \div (-7) =$$

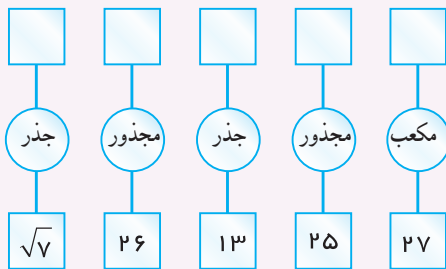
$$(7-18) \times (-2) =$$

۲- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با  $a^2$ . اگر از ضلع مربع  $20\%$  کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می شود؟

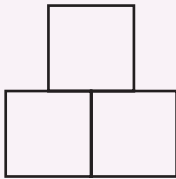
۳- الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

۵ و ۲۵ و ۱۲۵ و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_

۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۵- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند.)



۶- نقاط به مختصات  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  را پیدا کنید و پاره خط AB را رسم کنید. قرینه این پاره خط را نسبت

به محور عرض ها پیدا کنید و مختصات رأس های  $A'$  و  $B'$  را بنویسید.

۷- مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت اند از  $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  قرینه این مثلث را نسبت به

مبدأ مختصات پیدا کنید.

مختصات بردار AB را بنویسید.

جمع متناظر با بردار AC را بنویسید.

۸- مساحت جانبی استوانه ای به ارتفاع  $10^\circ$  و شعاع قاعده ۳ بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع

$10^\circ$  که قاعده اش مربعی به ضلع ۳ است؟

۹- آیا اگر هر عدد را به توان ۲ برسانیم، از خودش بزرگ تر می شود؟ چرا؟

۱۰- حاصل ضرب‌های زیر را بنویسید.

$$2x \times 3x =$$

$$-6x^2 \times 7x =$$

$$-4x \times x^2 \times 8x^3 =$$

۱۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(x+1) - 2(1-x) =$$

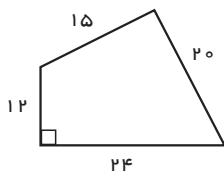
$$2(x-1) + 3x - 1 - x =$$

$$3(x^2y - xy^2) - 2(y^2x - yx^2) =$$

$$x^2 - x - 1 - 3(x-1) - 1 =$$

۱۲- با راهبرد حدس و آزمایش پاسخ معادله  $x^2 - 3x = 18$  را به دست آورید.

۱۳- قاعده یک منشور به صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور  $10^\circ$  سانتی متر باشد، حجم و مساحت جانبی و



مساحت کل آن را پیدا کنید.

۱۴- عبارت توان‌دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^7 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 =$$

۱۵- عدد  $144$  را تجزیه کنید و به صورت توان‌دار بنویسید.

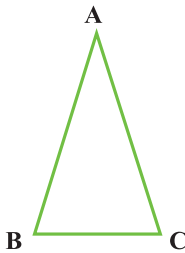
۱۶- ب.م.م و ک.م.م عددهای زیر را پیدا کنید.

۲۴ و ۳۶

۱۲ و ۴۸

۵۰ و ۳۵

۱۷- مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. نیمساز زاویه  $A$  را رسم می‌کنیم. چرا این نیمساز ضلع  $BC$  را نصف می‌کند؟



۱۸- ب.م.م و ک.م.م دو عدد  $A$  و  $B$  را به دست آورید.

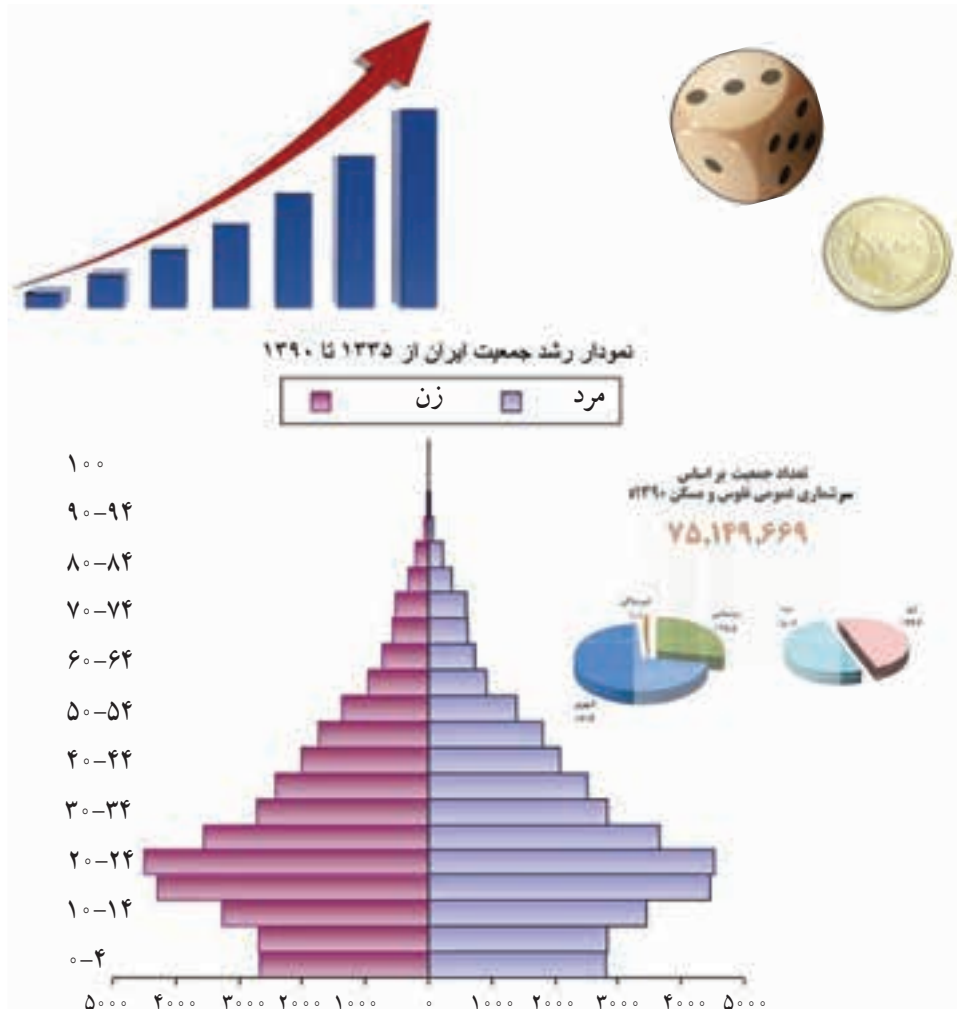
$$A = 2^5 \times 3^2 \times 5$$

$$B = 2^3 \times 3^5 \times 7$$



# فصل ۹

## آمار و احتمال

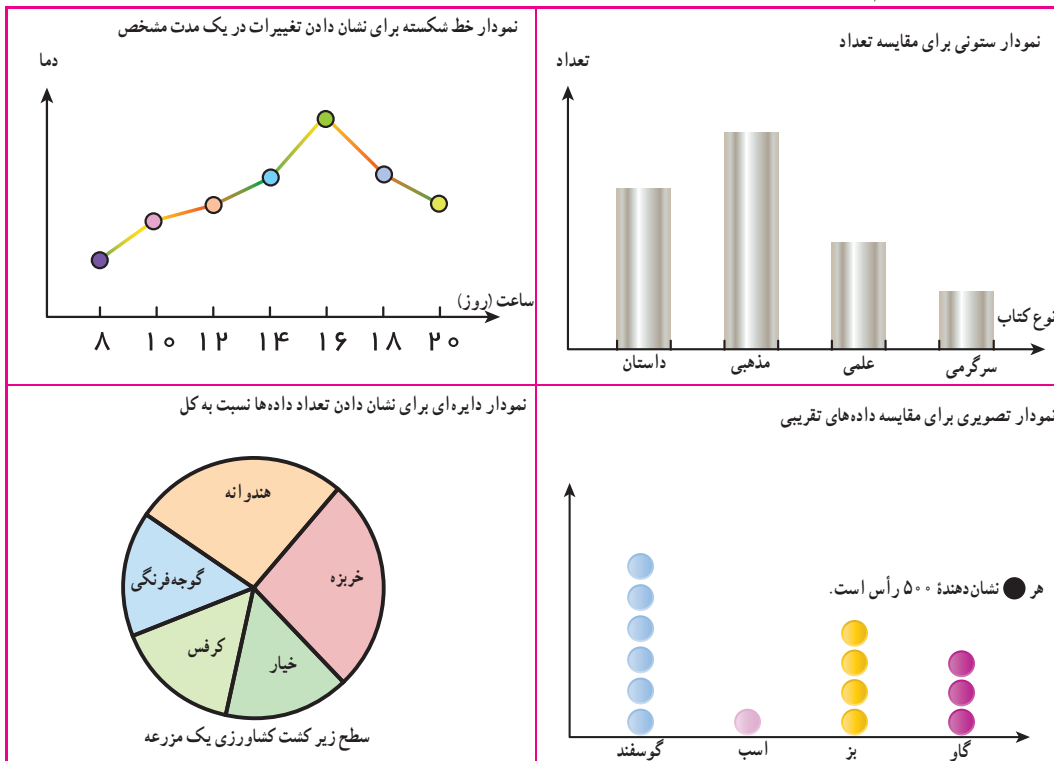


- دسته‌بندی داده‌ها
- میانگین داده‌ها
- مفهوم احتمال و پیشامد
- احتمال ریاضی

جمع‌آوری، تفسیر و تحلیل اطلاعات و داده‌های آماری به تصمیم‌گیری و همچنین پیش‌بینی وقایع کمک می‌کند. در پیش‌بینی کردن، موضوع احتمال وارد می‌شود. به همین علت در پیش‌بینی وضعیت هوا هم به آمار و احتمالات جمع‌آوری شده نیاز است و هم به علوم مربوط به احتمالات تا یک کارشناس بتواند با دقت کافی پیشامدها را پیش‌بینی کند.



در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا برحسب سانتی‌متر مشخص شده

است. ( $n=40$ )

۱۶۴ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۸۵ ۱۵۳ ۱۷۴ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱  
 ۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۳ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۳۰  
 ۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۶۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳

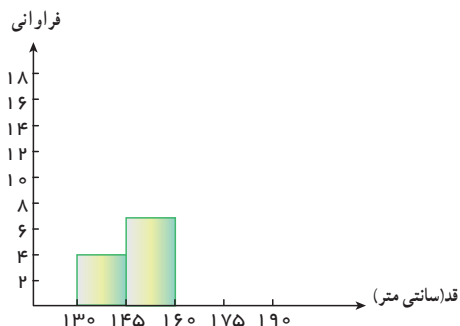
کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به دست آید.

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

معنای  $130 \leq x < 145$  را توضیح دهید. چه تفاوتی بین  $<$  و  $\leq$  وجود دارد؟

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



فراوانی	چوب خط	حدود دسته‌ها
		$130 \leq x < 145$
		$145 \leq x < 160$
		$160 \leq x < 175$
		$175 \leq x < 190$
		$190 \leq x < 205$

با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.  
 ۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.

۲- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

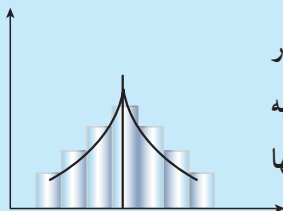
۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟

۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟

برای مطالعه بیشتر

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار بلوکی متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیداکردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.



در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

۰	۰	-۲	-۷	-۳	۰	-۲	-۱	۰	+۶	+۵	+۴	+۲	+۲	
+۴	+۳	+۲	+۱	+۳	+۶	+۷	+۸	+۷	+۸	+۸	-۷	-۶	-۳	-۱
+۷	+۶	+۴	+۱	+۱	۰	۰	-۳	-۵	۰	-۱	-۲	-۴	+۲	+۲

جدول فراوانی داده‌ها را براساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

۸	۹	۱۳	۱۱	۱۴	۱۳/۵	۱۲	۱۳	۱۲/۵	۹/۵	۱۵	۱۸	۱۶
۱۵	۱۳	۵	۷	۸/۵	۱۱	۱۶/۵	۱۵/۵	۱۷	۱۸/۵	۱۹	۱۴	۱۵
۲۰	۱۲/۵	۶	۱۴	۱۷	۱۸	۱۱/۵	۱۴	۱۵	۱۰/۵	۱۴		

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۷۱	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۸	۱۶۳	۱۷۲	۱۶۸	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۱	۱۶۳	۱۶۵	۱۵۹	۱۵۶
۱۵۶	۱۶۵	۱۵۸	۱۶۹	۱۵۳	۱۷۰	۱۶۹	۱۵۷	۱۵۸	۱۵۳	۱۵۲	۱۵۹	۱۶۷	۱۶۸	۱۶۳

۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

تعداد دانش‌آموز



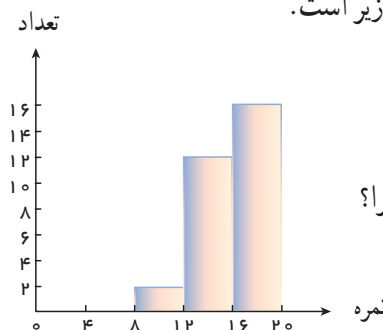
داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.

- این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟



پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

۳- نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵    ۱۶/۵    ۱۴    ۱۸/۵    ۱۹    ۱۷    ۱۵    ۱۶    ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

- ۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد  $40^\circ$  نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.
- ۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته  $130 < x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای  $130^\circ$  و  $145$  را به دست آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.
- ۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته‌ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.
- برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته  $190-205$  قرار دارد به جای آن عدد  $197/5$  را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

۴- چرا در عددهای بالا ۴ تا  $197/5$  وجود دارد؟

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین  $40^\circ$  عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش چقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته $\times$ فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حدود دسته‌ها
			$130 < X \leq 145$
			$145 < X \leq 160$
			$160 < X \leq 175$
			$175 < X \leq 195$
			$195 < X \leq 205$
			مجموع

میانگین = \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین‌های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.

۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته‌ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط × فراوانی
$0 \leq x < 4$	— /			
$4 \leq x < 8$	////			
		۸	۱۰	
$12 \leq x < 16$				
	— ////		۱۸	
جمع		۴۴		

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه‌ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

با توجه به رابطه‌ای که پیدا کرده‌اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

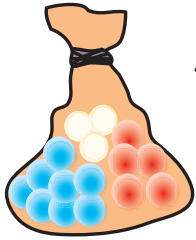
۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش‌آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان نمره‌اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش‌آموزان نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند. اگر این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟ از این سؤال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

حالا فرض کنید همه دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته‌اند و معدل کلاس ۳۰ نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش‌آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش‌آموز را کنار بگذاریم معدل کلاس چند می‌شود؟



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟

اولین مهره‌ای که از کیسه در آوردیم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟

۲- یک سکه را یک بار می‌اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟  
«اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می‌آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردم همه سؤال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.»  
از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت‌های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می‌روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد.

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.

امکان ندارد	احتمال دارد
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی‌کند.
- هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید.
- یک سکه را انداختیم، رو می‌آید.
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است.
- من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آماده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می‌شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.
- در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.



۱- در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

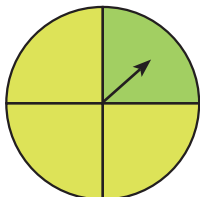
● انداختن یک سکه :

● انداختن یک تاس :

● حالت‌هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد :

● در داخل یک کیسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از

کیسه بیرون می‌آید :



● رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد.

۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳,۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۵,۳) نشان می‌دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می‌کنید؟

چرا از این راهبرد استفاده کردید؟

۳- وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه

برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق

بیفتد؟



تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

● اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).

● حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کیسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم.

(یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم.)

● حالت‌های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

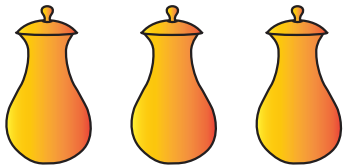


۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۴، ۷، ۵ و ۲ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید.

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟



۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

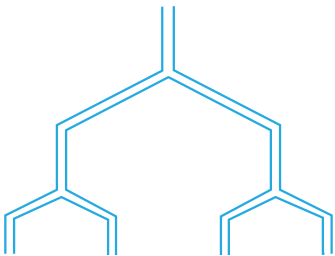
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟

(الف) این بار حتماً پشت می‌آید. (ب) این بار هم رو می‌آید. (ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است.

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان‌دار نشان دهید.



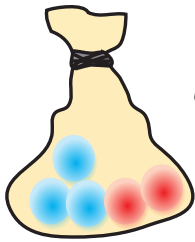
۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

مهره داشته باشد.)



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

هر ۵ دانش‌آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار قرمز است؟

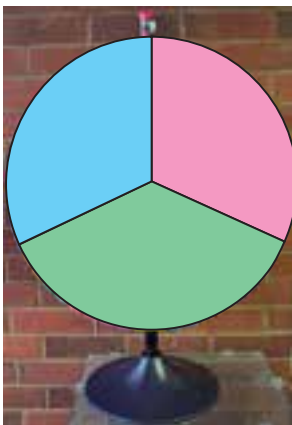
اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی در آمده است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟

اگر آزمایش ۱۰۰ دانش‌آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک‌تر می‌شوند؟

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟

چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس

از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را

یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: قرمز: آبی:

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز درآمد؟

آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟

در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد  $a$  را با  $P_a$ ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

را با  $n(a)$  و تعداد پیشامدهای ممکن را با  $n(s)$  نمایش می‌دهیم. پس:

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن — و احتمال پشت آمدن آن — است.  
 وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید —، عدد ۲ بیاید — و عدد ۶ بیاید — است.  
 ۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟  
 چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند.  $n(\text{زوج آمدن}) = ۳$   
 چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.  $n(\text{تمام حالت‌ها}) = ۶$   
 پس:  $P = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$   
 زوج آمدن

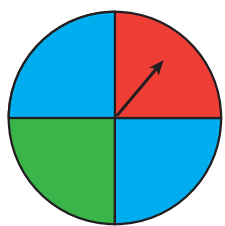
۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

احتمال رو آمدن =  $\frac{۱}{۲}$  +  $\frac{۱}{۲}$  =  
 انداختن سکه  
 احتمال پشت آمدن =

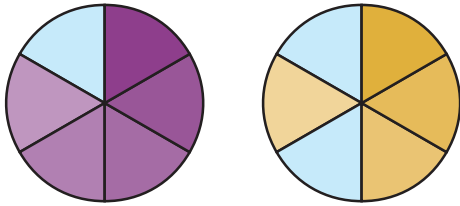
انداختن تاس:  $\frac{۱}{۶}$  +  $\frac{۲}{۶}$  +  $\frac{۳}{۶}$  +  $\frac{۴}{۶}$  +  $\frac{۵}{۶}$  +  $\frac{۶}{۶}$  =

ایستادن عقربه روی یک رنگ



= احتمال رنگ سبز  
 = احتمال رنگ قرمز  $\frac{۱}{۴}$  +  $\frac{۱}{۴}$  +  $\frac{۱}{۴}$  =  
 = احتمال رنگ آبی

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟



۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت

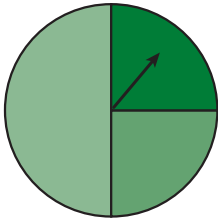
آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟



۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟



۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است.  $\frac{1}{6}$  آنها سبز،  $\frac{1}{12}$  آنها زرد،  $\frac{1}{4}$  آنها سفید و  $\frac{1}{4}$  آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

است؟

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

● آمار ● داده ● دامنه تغییرات ● حدود دسته ● متوسط دسته ● فراوانی

در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

● دانستن کاربرد هر یک از نمودارها ● پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها

● رسم نمودار بلوکی ● درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی

● پیدا کردن میانگین چند عدد ● پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها

● درک مفهوم پیشامد ● نوشتن تمام پیشامدهای ممکن

● درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد ● پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد

● احتمال ریاضی یک پیشامد ● پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن

● احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. ● مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

## کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

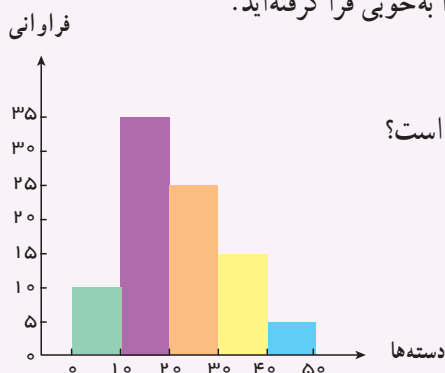
پیشامدها را پیش‌بینی کنیم.

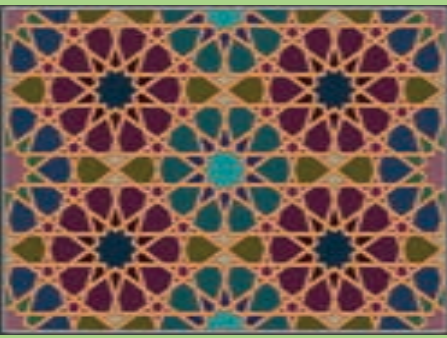
## تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟





# فصل ۱

ترسیم های هندسی و توازی

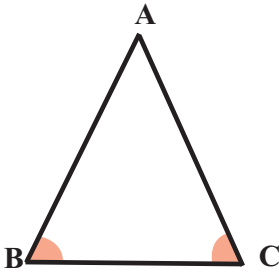


- مثلث و اجزاء آن
- ترسیم های هندسی
- اصول توازی
- خط های موازی و مورب

مهندسان در طراحی یک سازه پل یا ساختمان از قضیه ها و مسائل هندسی استفاده می کنند. به همین دلیل مهندس کسی است که هندسه می داند. آنها پس از طراحی یک سازه با کمک مفاهیم و قضایای هندسی، طرح خود را به صورت یک نقشه ارائه می کنند.  
آیا شما می خواهید مهندس شوید؟

۱- انواع مثلث در زیر نوشته شده است. شکل هر کدام را رسم کنید.

مثلث متساوی الاضلاع      مثلث متساوی الساقین      مثلث قائم الزاویه      مثلث مختلف الاضلاع



۲- شکل مقابل مثلث متساوی الساقین است.  $(AB=AC)$ .

چرا دو زاویه C و B با هم مساوی اند؟

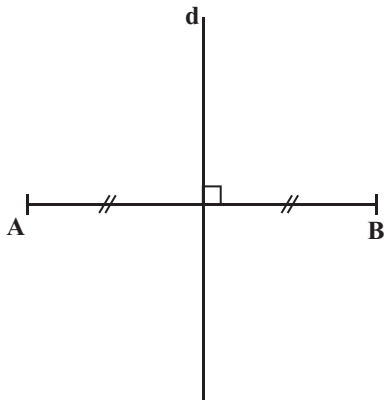
(ابتدا نیمساز زاویه A را رسم کنید.)

۳- خط d عمود منصف پاره خط AB است. یعنی هم بر AB عمود است و هم آن را نصف می کند. نقطه دلخواه M را

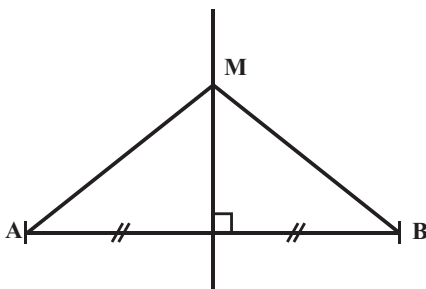
روی عمود منصف در نظر بگیرید و به دو سر پاره خط وصل کنید. MA و MB را اندازه بگیرید. با سه نقطه دیگر این کار را

تکرار کنید.

چه نتیجه ای می گیرید؟



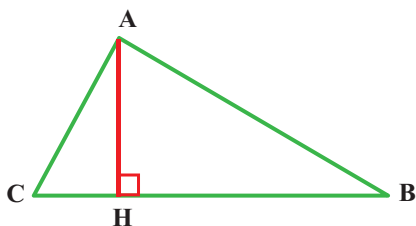
۴- نقطه M روی عمود منصف AB است. چرا  $MA = MB$



۱- در مثلث ABC ارتفاع نظیر رأس A یا ارتفاع وارد بر قاعده BC را رسم کرده ایم. شما ارتفاع نظیر رأس B را رسم

کنید. پای عمود را  $H'$  بنامید.

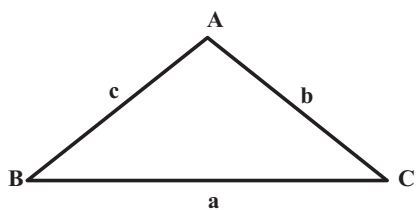
چرا تساوی مقابل درست است؟  $AH \times BC = BH' \times AC$



۲- برای سهولت نام گذاری ضلع های مقابل هر رأس را به صورت مقابل نام گذاری می کنیم. می توان ارتفاع وارد بر

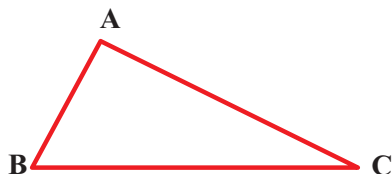
قاعده ها را به صورت  $h_a$  نیز نام گذاری کرد. چرا تساوی مقابل درست است؟

$$a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$$



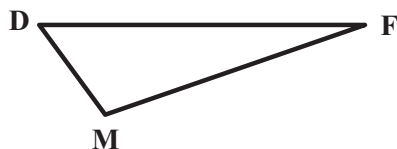
۳- میانه یعنی پاره خطی که از هر رأس به وسط ضلع مقابل آن وصل می شود. یک مثلث چند میانه دارد؟ چرا؟

میانه های مثلث مقابل را رسم کنید.



۴- یک مثلث چند نیمساز دارد؟ چرا؟

نیمسازها را رسم کنید.



۵- یک مثلث چند عمود منصف دارد؟ چرا؟

عمود منصف های مثلث را رسم کنید.

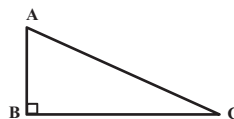
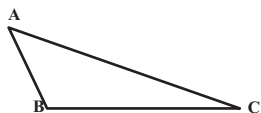
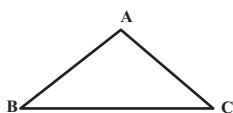


۶- اجزای مثلث (میانه، نیمساز، ارتفاع و عمود منصف) یک ویژگی مشترک دارند. با توجه به سؤال های بالا ویژگی

مشترک آنها را بیان کنید.



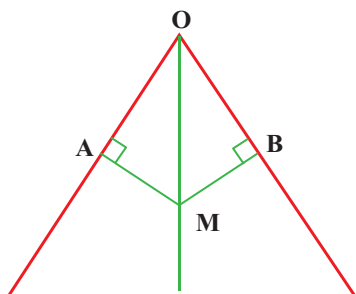
۱- در مثلث‌های داده شده هر سه ارتفاع را رسم کنید. از مقایسه آنها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۲- آیا محل برخورد سه نیمساز یک مثلث همیشه داخل مثلث است؟ چرا؟  
برای مثلث‌های مختلف امتحان کنید.

۳- روی نیمساز زاویه O نقطه‌ای مثل M انتخاب شده است. فاصله نقطه M را از دو ضلع زاویه به دست آورید. ۳ نقطه

دیگر روی نیمساز در نظر بگیرید. فاصله آنها را از دو ضلع به دست آورید، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



براساس نتیجه‌ای که گرفتید تعریفی برای نیمساز زاویه ارائه کنید.

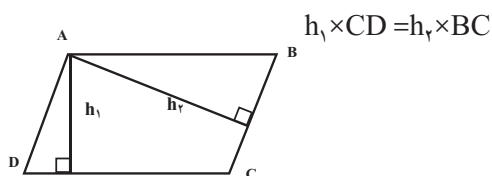
(نیمساز مجموعه نقاطی است که .....)

۴- قرار است یک مجتمع خدماتی شامل مدرسه، درمانگاه و ورزشگاه برای استفاده سه دهکده مشخص شده در نقشه

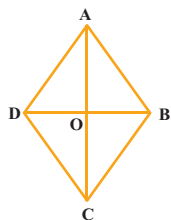
ساخته شود به طوری که فاصله این مجتمع سه دهکده به یک اندازه باشد. محل ساختمان مجتمع را مشخص کنید. تعیین محل

ساخت مجتمع به چه عوامل دیگری بستگی دارد؟

۵- در شکل متوازی‌الاضلاع روبرو چرا تساوی درست است؟

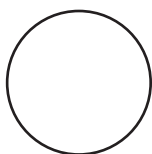
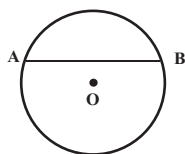


۶- چرا قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگرند؟



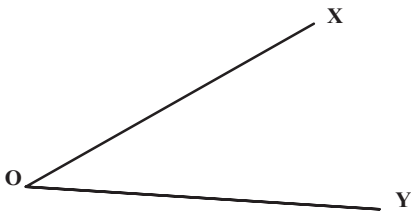
۷- چرا عمودمنصف پاره خط AB از مرکز دایره می‌گذرد؟

با توجه به سؤال بالا مرکز دایره مقابل را پیدا کنید.



روش رسم نیمساز یک زاویه را در دوره دبستان آموخته اید. مراحل زیر را دنبال کنید و به سؤال‌ها پاسخ دهید تا متوجه شوید چرا با این روش نیمساز زاویه به دست می‌آید.

۱- دهانه پیرگار را به دلخواه باز کنید. به مرکز O یک کمان (قسمتی از دایره) را رسم کنید تا نیم خط‌های OX و OY را در A و B قطع کند. چرا  $OA=OB$  است؟

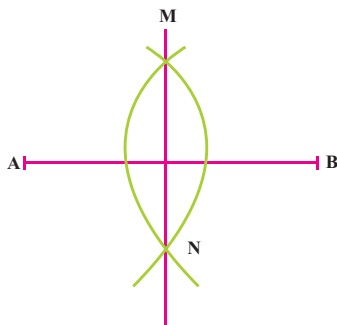


۲- به مرکزهای A و B، به شعاع دلخواه دو کمان مساوی رسم کنید تا یکدیگر را در C قطع کند. چرا  $BC=AC$  است؟

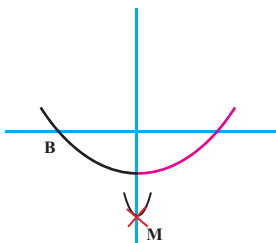
۳- O را به C وصل کنید. چرا OC نیمساز زاویه A است؟

مانند فعالیت بالا مراحل ترسیم شکل‌ها را بنویسید و دلیل بیاورید که چرا با انجام این مراحل شکل مورد نظر رسم می‌شود.

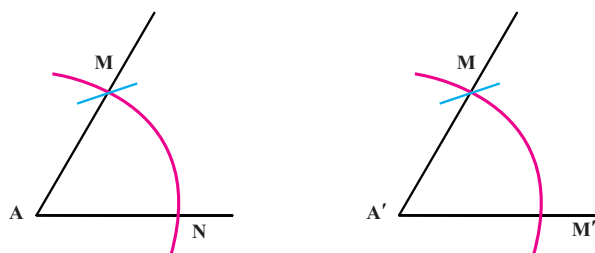
۱- رسم عمود منصف پاره خط AB



۲- رسم خط عمود از یک نقطه خارج خط



۳- رسم زاویه مساوی با یک زاویه دیگر

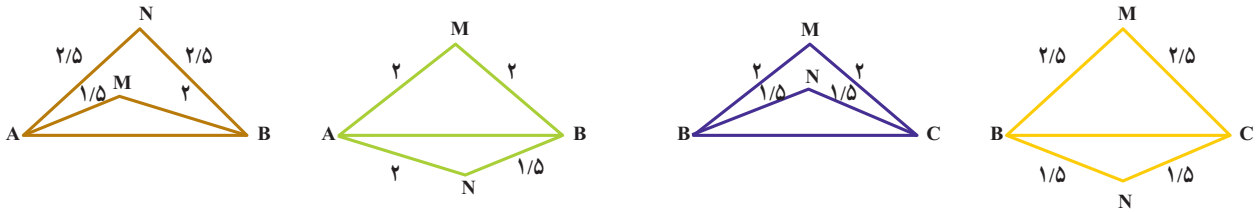


در کتاب مطالعات اجتماعی و در درس جغرافی با نقشه و مقیاس آن آشنا شده‌اید. وقتی می‌گوییم مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰ یا  $\frac{1}{100}$  یا ۱:۱۰۰ است، می‌توانیم این عدد را به صورت‌های مختلف تفسیر کنیم. برای مثال ۱۰۰ متر واقعی یک متر روی نقشه است، یا ۱۰۰ سانتی‌متر در واقعیت برای یک سانتی‌متر روی نقشه است. مقیاس نقشه زیر ۱ به ۱۰۰۰۰۰ است. تفسیر مقیاس را بنویسید.

فاصله نقاط A، B و C را از یکدیگر روی نقشه پیدا کنید و بنویسید در اندازه واقعی این فاصله‌ها چند متر هستند؟



۱- در کدام شکل خط  $MN$  عمود منصف پاره خط  $AB$  است؟ چرا؟



۲- با پرگار، خط کش و نقاله شکل های زیر را رسم کنید.

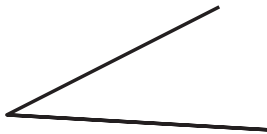
الف) پاره خطی به طول ۵ سانتی متر و عمود منصف آن

ب) یک زاویه  $120^\circ$  درجه و نیمساز آن با پرگار

پ) یک زاویه دلخواه و زاویه دیگری که با آن مساوی باشد.

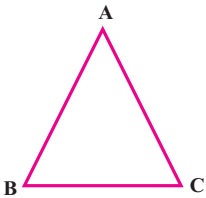
۳- یک زاویه رسم کنید و با کمک پرگار آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۴- زاویه مقابل را سه برابر کنید.

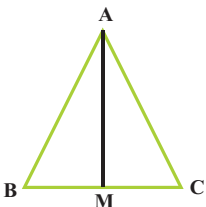


۵- یک پاره خط رسم کنید و با پرگار آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۶- مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. چرا اگر عمود منصف  $BC$  را رسم کنیم، از رأس  $A$  می گذرد؟

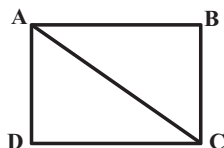


۷- مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. میانه  $AM$  را رسم کرده ایم. چرا  $AM$  نیمساز زاویه  $A$  نیز محسوب می شود؟



۸- اگر قطر مربع را رسم کنیم آیا نیمساز زاویه ها هم محسوب می شود؟ چرا؟

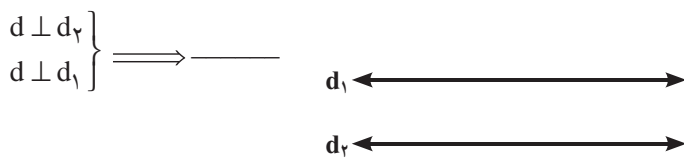
آیا در مستطیل هم همین طور است؟ چرا؟



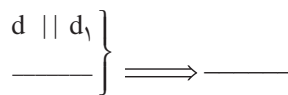
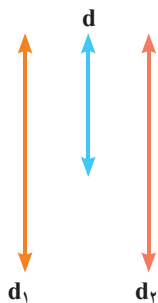
۱- دو خط  $d_1$  و  $d_2$  را به خط  $d$  به صورت عمود رسم کنید. آیا این دو خط با هم موازی اند؟ (یعنی عمود بودن و  $\perp$  یعنی موازی بودن) نتیجه گیری مقابل را کامل کنید.



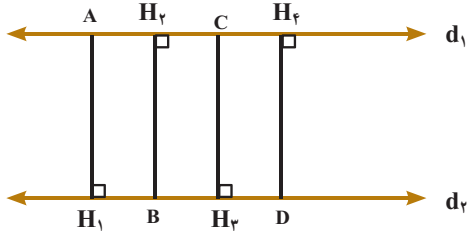
۲- خط های  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی اند. خط  $d$  را بر  $d_1$  عمود کنید و امتداد دهید. آیا خط  $d$  بر خط  $d_2$  هم عمود می شود؟



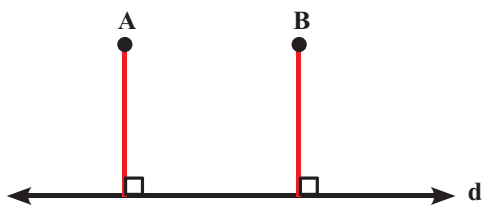
۳- دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی اند. دو خط  $d$  و  $d_2$  نیز با یکدیگر موازی اند. آیا دو خط  $d_1$  و  $d_2$  خودشان با هم موازی می شوند؟



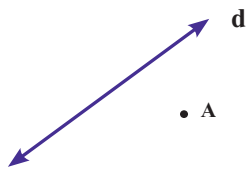
۴- اگر  $d_1$  موازی  $d_2$  باشد، فاصله نقاط را تا خط مقابل آن پیدا کنید. چه نتیجه ای از این فعالیت می گیرید؟



۵- فاصله نقاط  $A$  و  $B$  از خط  $d$  با هم برابر است. آیا خطی که از  $A$  و  $B$  می گذرد موازی  $d$  است؟



۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل از نقطه A خطی به موازات خط d رسم کنید.

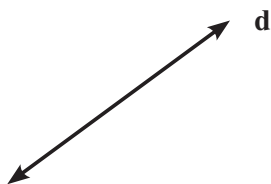


۲- خطی موازی d رسم کنید که فاصله اش از آن ۲ سانتی متر باشد.



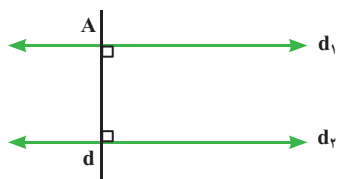
۳- تمام نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله ۲ سانتی متر باشند.

توضیح دهید که چگونه می توان دلیل آورد که این نقاط به فاصله ۲ سانتی متر از خط d هستند.



۴- دو خط موازی با خط عمود آنها زاویه های برابر می سازد. یک خط مورب طوری رسم کنید که دو خط موازی را

قطع کند. آیا این خط نیز با دو خط موازی، زاویه های مساوی می سازد؟



۵- تمام نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله کمتر از یک سانتی متر هستند.



۶- تمام نقاطی را پیدا کنید که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر هستند.

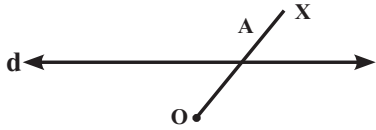


۷- تمام نقاطی را پیدا کنید که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی مترند و از خط d هم به فاصله ۱ سانتی متر قرار دارند.



۱- در شکل زیر خط‌های  $d$  و  $d'$  با هم موازی و به فاصله ۲ سانتی متر از یکدیگر قرار دارند. فاصله نقطه  $A$  از خط  $d'$

چقدر است؟



آیا روی نیم خط  $Ox$  نقطه دیگری می‌توان یافت که فاصله آن از خط  $d'$ ، ۲ سانتی متر

باشد؟ چرا؟

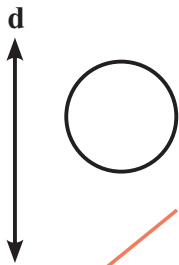


۲- نقاطی از پاره خط  $AB$  پیدا کنید که فاصله آنها از خط  $d$  برابر ۲ سانتی متر باشد.

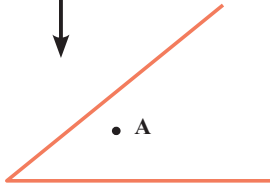


۳- نقاطی از دایره را پیدا کنید که فاصله آنها تا خط  $d$  کمتر از  $1/5$  سانتی متر باشد. کدام نقاط دایره فاصله‌ای برابر با

$1/5$  سانتی متر تا خط  $d$  دارند؟



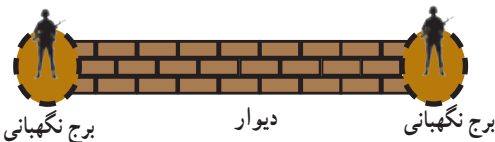
۴- از نقطه  $A$  به موازات ضلع‌های زاویه خطی رسم کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید.



۵- روی تصویر زیر دیوار یک پادگان به طول  $100^\circ$  متر و دو برج نگهبانی در دو طرف دیوار دیده می‌شود. دو نگهبان تا

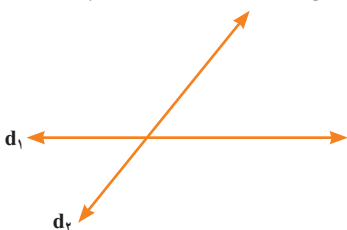
فاصله ۲۰ متری را به خوبی می‌بینند اگر قرار باشد از دو طرف دیوار به فاصله ۳۰ متر را تحت نظر داشته باشند، کدام قسمت از

زمین اطراف دیوار کمترین دید را خواهد داشت؟ مقیاس نقشه ۵ به ۱۰۰۰ است.



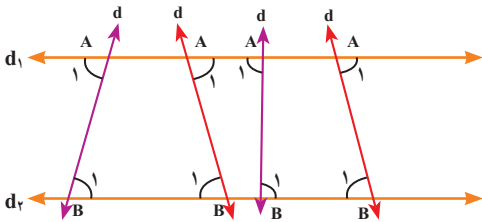
۶- نقاطی را پیدا کنید که از خط  $d_1$  به فاصله ۱ سانتی متر و از خط  $d_2$  به فاصله  $1/5$  سانتی متر باشند. این مسئله چند

جواب دارد؟ جواب‌ها را مشخص کنید.



۱- در شکل زیر خط‌های  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند. خط مورب  $d$  در چهار حالت این دو خط را قطع کرده است در هر

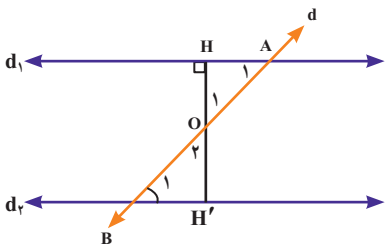
حالت زاویه‌های  $A_1$  و  $B_1$  را اندازه بگیرید.



۲- در شکل زیر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند و خط  $d$  آنها را در  $A$  و  $B$  قطع کرده است. با پاسخ دادن به سؤال‌های

زیر دلیل بیاورید که چرا  $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$  از نقطه  $O$  بر خط  $d_1$  عمود کردیم و امتداد دادیم تا خط  $d_2$  را قطع کند چرا  $OH'$  نیز بر  $d_2$

عمود است؟

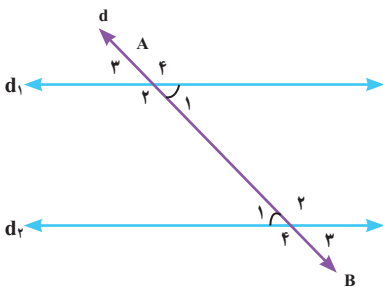


می‌دانیم در هر مثلث مجموع زاویه‌ها  $180^\circ$  است. نتیجه‌گیری مقابل را کامل کنید.

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{O}_1 + \hat{H} &= 180^\circ \\ \dots + \dots + \dots &= 180^\circ \\ \hat{H} &= \hat{H}' \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

۳- در شکل زیر  $d_1 \parallel d_2$  و آنها را قطع کرده است.

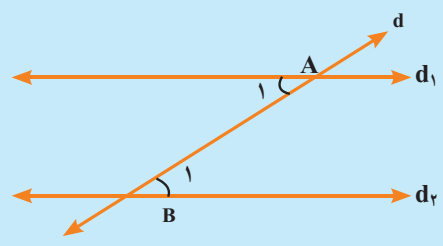
$$\begin{aligned} \hat{B}_1 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1 = \hat{A}_3 & \quad \text{چرا} \\ \hat{A}_2 = \hat{A}_4 = \hat{B}_2 = \hat{B}_4 \end{aligned}$$



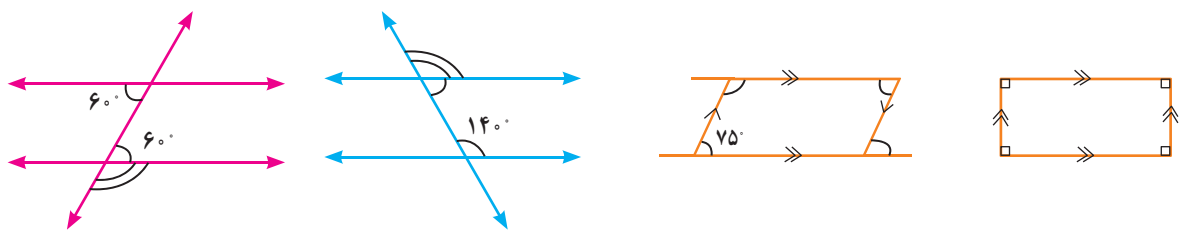


در شکل زیر خطوط موازی و مورب دیده می‌شوند. هنگام حل مسائل به صورت زیر استدلال خود را می‌نویسیم.

$$(d_1 \parallel d_2 \text{ و } d \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_1$$

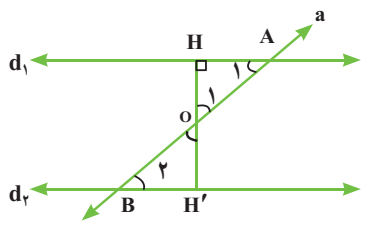


۱- باتوجه به خطوط موازی و مورب رسم شده اندازه زاویه‌های مشخص شده را در شکل‌های زیر بنویسید.



۲- خط  $a$  دو خط  $d_1$  و  $d_2$  را طوری قطع کرده است که  $\hat{B}_1 = \hat{A}_1$  است. از نقطه  $O$  وسط  $AB$  بر  $d_1$  عمود می‌کنیم و

امتداد می‌دهیم تا  $d_2$  را قطع کند.

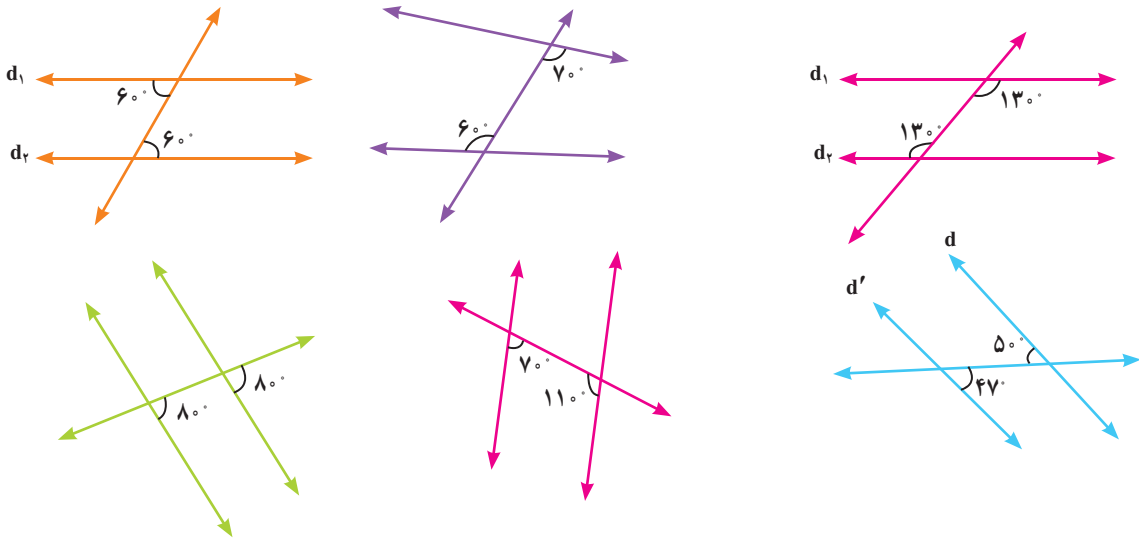


چرا دو مثلث  $OHA$  و  $OHB$  با هم برابرند؟ چرا  $\angle H = 90^\circ$ ؟

اگر  $HH'$  بر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  عمود باشند، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\left. \begin{array}{l} HH' \perp d_1 \\ HH' \perp d_2 \end{array} \right\}$$

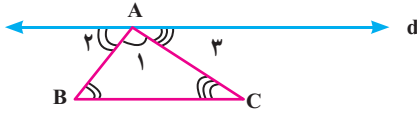
۳- در کدام یک از شکل‌های زیر خط‌ها موازی‌اند؟



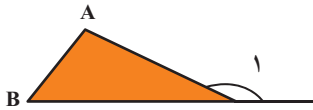
۱- دو خط با زاویه‌های برابر خط  $d$  را قطع می‌کنند. آیا همیشه این دو خط با هم موازی می‌شوند؟ چرا؟



۲- با توجه به شکل زیر استدلال کنید که مجموع زاویه‌های یک مثلث  $180^\circ$  است. (خط  $d$  موازی  $BC$  است.)

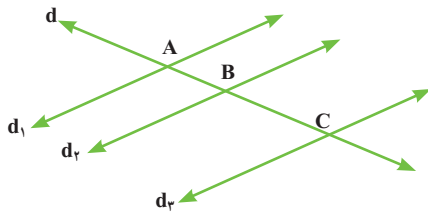


۳- با توجه به شکل مقابل توضیح دهید چرا  $\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$ ؟

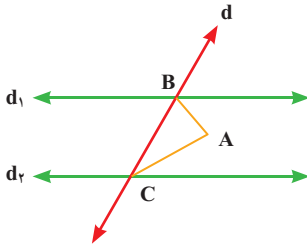


۴- با توجه به شکل زیر خطوط  $d_1, d_2, d_3$  موازی اند و خط  $d$  آنها را قطع کرده است. زاویه‌های مساوی را در شکل

نشان دهید و نام ببرید.



۵- در شکل زیر دو خط  $d_1, d_2$  با هم موازی اند خطوط  $AB$  و  $AC$  نیمساز دو زاویه اند. زاویه  $A$  چند درجه است؟



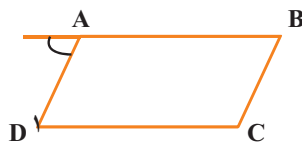
۶- مجموع زاویه‌های یک ضلعی ۵ چند درجه است؟

۷- مجموع زاویه‌های یک ضلعی ۷ چند درجه است؟

۸- چهارضلعی مقابل متوازی الاضلاع است.

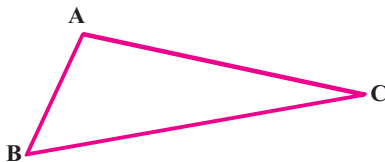
چرا  $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$ ؟

چرا  $\hat{C}$  و  $\hat{D}$  مکمل هستند؟



۹- نیمساز زاویه  $A$  را رسم کنید  $(AD)$ . از نقطه  $D$  به موازات ضلع  $AB$  رسم کنید تا  $AC$  را در  $E$  قطع کند  $(DE)$ .

چرا مثلث  $ABE$  متساوی الساقین است؟



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آن را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عمود منصف □ ارتفاع □ نیمساز □ میانه □ مقیاس □ اصل

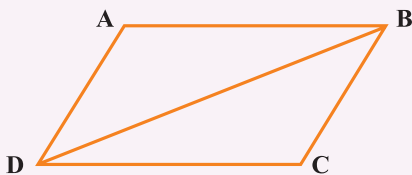
در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- |                             |  |
|-----------------------------|--|
| □ خاصیت مثلث متساوی الساقین | □ خاصیت عمود منصف                                  |
| □ ویژگی اجزای یک مثلث       | □ توجه و استدلال کردن برای روش‌های ترسیم‌های هندسی |
| □ مقیاس نقشه                | □ اصل‌های متوازی                                   |
| □ رسم دو خط موازی           | □ رسم دو خط موازی از نقطه داده شده                 |
| □ قضیه موازی و مورب         | □ عکس قضیه موازی و مورب                            |

مهم‌ترین کاربرد این درس در تبدیل مسائل واقعی به یک مسئله هندسی است که به آن مدلسازی هندسی می‌گوییم. ضمن آنکه در این فصل شما با روش استدلال کردن و بیان آن استدلال آشنا می‌شوید.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

- چرا ۳ عمود منصف یک مثلث در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؟
- شکل زیر متوازی‌الاضلاع است (فقط می‌دانیم چه ضلع‌های موازی یکدیگرند) چرا دو مثلث ABD و BCD با هم برابرند؟

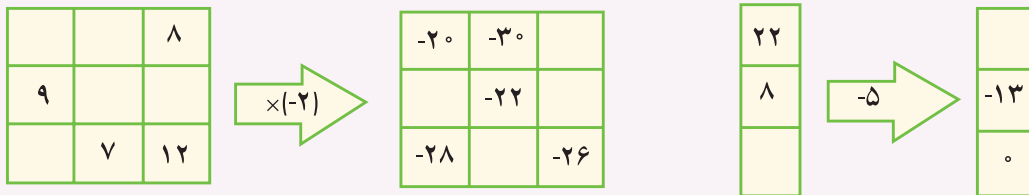


- مجموعه‌ای از نقاط را پیدا کنید که از خط  $d$  به فاصله کمتر از ۲ سانتی‌متر و از نقطه  $A$  به فاصله بیشتر از  $1/5$



سانتی‌متر باشد.

۱- نمودارها را کامل کنید.



۲- از عددی ۲ بار جذر گرفتیم. حاصل آن عدد آن عدد ۴ شد. عدد مورد نظر را پیدا کنید.

۳- علی یک جعبه مکعب شکل را با کاغذ رنگی به طور کامل پوشاند (کاغذها روی هم قرار نگرفتند) اگر  $۶۶۰$  سانتی متر مربع کاغذ مصرف شده باشد. اندازه ضلع مکعب چقدر است؟

۴- نقطه M به مختصات  $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$  و نقطه N به مختصات  $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید.  
 (۱) بردار MN را مشخص کنید و مختصات آن را بنویسید.

(۲) مثلث ABC را به مختصات  $A = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix}$  در صفحه رسم کنید.

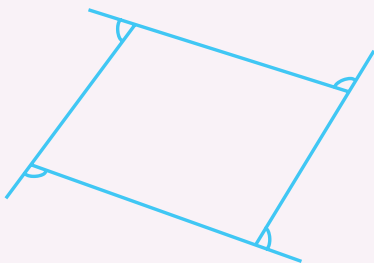
(۳) مثلث ABC را با بردار MN انتقال دهید تا مثلث  $A'B'C'$  به دست آید.

(۴) آیا اضلاع این دو مثلث با هم برابرند؟ چرا؟

(۵) آیا اضلاع این دو مثلث با هم موازی اند؟ چرا؟

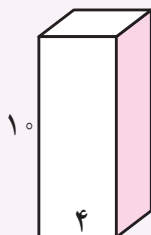
(۶) آیا مساحت این دو مثلث با هم برابرند؟ چرا؟

۵- در شکل مقابل مجموع زاویه های مشخص را پیدا کنید.

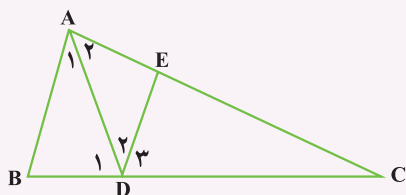


۶- مجموع زاویه‌های یک  $n$  ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید. در حل این مسئله از چه راهبردی استفاده کردید؟

۷- قاعده شکل مقابل به صورت مربع است. ارتفاع آن  $10^\circ$  سانتی متر است. حجم و مساحت جانبی این شکل را پیدا کنید.



۸- در شکل مقابل  $DE$  موازی  $AB$  است. کدام زاویه‌ها با هم برابرند؟



۹- عبارت جبری زیر را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای  $x=2$  و  $y=-2$  پیدا کنید.

$$-2(x-y-1)+2(1-x+2y)+2x^2-4y^2=$$

۱۰- عبارتهای توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$2^3 \times 5^3 \times 10^5 \times 50^2 =$$

$$(-2)^4 \times 2^5 =$$

$$(1/5)^3 \times (-\frac{3}{4})^4 \times (1\frac{1}{4})^1 =$$

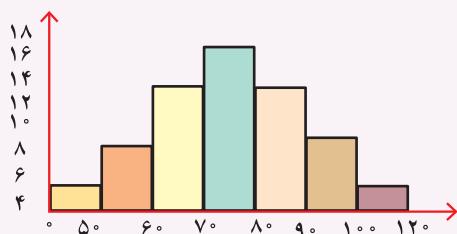
$$-8^3 \times 8^4 \times 8 =$$

۱۱- احتمال اینکه اگر دو سکه را بندازیم و هر دو رو بیاید، چقدر است؟

۱۲- احتمال اینکه یک تاس ۱۲ وجهی را که عددهای ۱ تا ۱۲ روی آن نوشته شده، بیندازیم و مضرب ۵ بیاید،

چقدر است؟

۱۳- با توجه به نمودار زیر جدول فراوانی را رسم کرده و میانگین داده‌ها را پیدا کنید.



۱۴- مجموعه نقاطی را پیدا کنید که فاصله آن از خط  $d$  ۲ سانتی متر و از نقطه  $A$  به اندازه  $1/5$  سانتی متر باشد.

این مسئله در حالت‌های مختلف چند جواب دارد؟

در چه صورت جواب ندارد؟

بیشترین تعداد نقطه با این شرایط چند تاست؟



