مدارهای الکتریکی

«مقاومتی»

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل، از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ اتصال سری را تعریف کند.

۲ــ خصوصیات مدارهای سری را شرح دهد.

۳ــ روابط ولتاژ، جریان و توان عناصر و کل در مدارهای سری را بنویسد.

۴ــ مقاومت معادل مدارهای سری را محاسبه کند.

۵ــ حالت اتصال کوتاه در مدارهای سری را شرح دهد.

۶ــ مسایل مربوط به مدارهای سری را حل کند.

۷ــ اتصال موازی را تعریف کند.

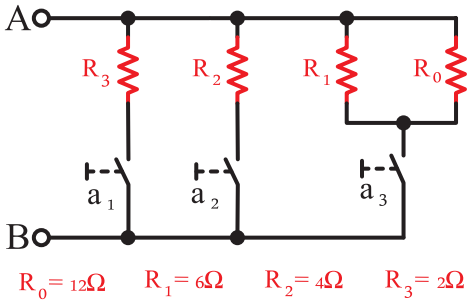
۸ــ خصوصیات مدارهای موازی را شرح دهد.

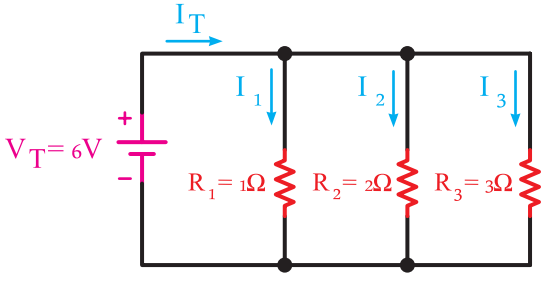
۹ــ روابط ولتاژ، جریان و توان عناصر و کل در مدارهای موازی را بنویسد.

۱۰ــ مقاومت معادل مدارهای موازی را محاسبه کند.

۱۱ــ حالت اتصال کوتاه در مدارهای موازی را شرح دهد.

۱۲ــ مسایل مربوط به مدارهای موازی را حل کند.





سیمای فصل ۴

اتصال سری

ـ تعریف مدار سری

ـ خصوصیات مدارهای سری

ـ حالت اتصال کوتاه در مدارهای سری

اتصال موازی

ـ تعریف مدار موازی

ـ خصوصیات مدارهای موازی

ـ حالت اتصال کوتاه در مدارهای موازی

آشنایی با دانشمندان

کِرشهُف

(Kirchhoff, Gustav Robert/ ۱۸۸۷ـ۱۸۲۴)

شهرت اصلی کِرشهُف، فیزیک‌دان آلمانی، هنگامی آغاز شد که وی سمت استادی فیزیک دانشگاه هایدلبرگ را به عهده گرفت. او در پیشبرد طیف‌نمایی و طیف‌نگاری پژوهش‌های زیادی انجام داده است و در گسترش کاربردهای ریاضی در فیزیک سهم به‌سزایی دارد. این قانون که، هر جسم همان پرتوهایی را جذب می‌کند که خود می‌تواند گسیل کند، به نام او معروف است. او هم‌چنین با بررسی مدارهای الکتریکی توانست قانون‌های اول و دوم مدارها را که به قانون جریان‌ها و قانون اختلاف پتانسیل‌ها معروف است بیان کند.

۴ــ مدارهای الکتریکی (مقاومتی)

مقدمه

هرگاه در یک مدار الکتریکی بیش از یک مقاومت وجود داشته باشد اتصال آن‌ها می‌تواند به یکی از سه حالت زیر باشد :

۱ــ اتصال سری

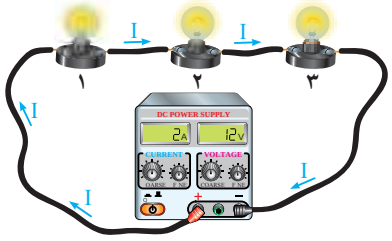
۲ــ اتصال موازی

۳ــ اتصال سری ــ موازی (ترکیبی یا مختلط)[۱]

قبل از وارد شدن به بحث هر یک از مدارهای یاد شده، باید متذکر شد که برای دست یافتن به روابط اصلی این مدارها ضروری است به تفکیک، آن‌ها را از نظر جریان ولتاژ مقاومت معادل و توان مورد بررسی قرار دهیم.

۱ــ۴ــ اتصال سری

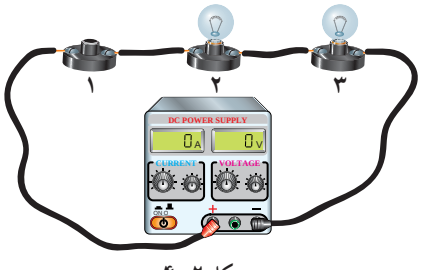
۱ــ۱ــ۴ــ تعریف مدار سری : هرگاه دو یا چند لامپ مانند شکل ۱ــ۴ به یک‌دیگر متصل شوند این نوع اتصال را «اتصال سری» گویند.



شکل ۱ــ۴

۲ــ۱ــ۴ــ خصوصیات مدارهای سری :

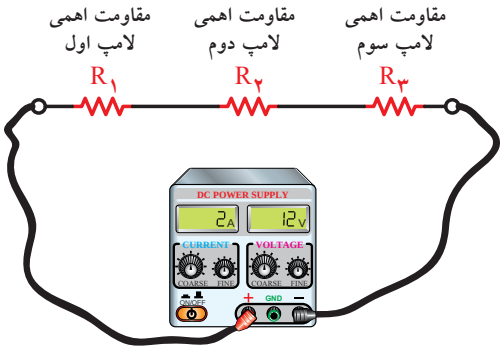
الف) جریان الکتریکی : اگر یکی از لامپ‌ها را از مدار باز کنید مطابق شکل ۲ــ۴ مشاهده می‌شود سایر لامپ‌ها خاموش می‌شوند. از این آزمایش ساده می‌توان نتیجه گرفت که مدار سری دارای یک مسیر برای عبور جریان الکتریکی است.



شکل ۲ــ۴

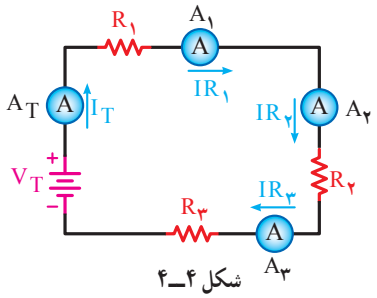
به‌همین‌دلیل هرگونه قطعی در مدار سری (قطع مصرف‌کننده یا سیم‌ها) می‌تواند مسیر عبور جریان را قطع کند.

در صورتی که خاصیت مقاومتی هر یک از لامپ‌ها را برابر R اهم فرض کنیم در این صورت می‌توان مدار الکتریکی را براساس علایم اختصاری عناصر مدار مانند شکل ۳ــ۴ رسم کرد.



شکل ۳ــ۴

اگر آزمایش دیگری را مطابق شکل ۴ــ۴ بر روی همین مدار با قراردادن آمپرمترهایی در مسیر هر یک از لامپ‌ها انجام



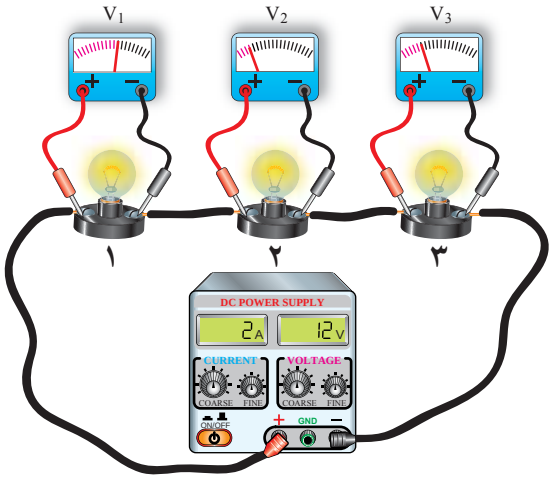
شکل ۴ــ۴

۱ــ آموزش این حالت در این کتاب ضروری نیست.

دهیم مشاهده خواهیم کرد همهٔ آمپرمترها جریانی برابر را نشان می‌دهند، چرا که مسیر عبور جریان آن‌ها یکی است و می‌توان برای هر مدار سری چنین نوشت :

$$\boxed{\begin{matrix} I_{R_1} = I_{R_2} = I_{R_3} = I_{R_n} \\ I_1 = I_2 = I_3 = I_T \end{matrix}} \quad (1)$$

ب) ولتاژ الکتریکی : هرگاه مطابق تصاویر شکل ۵ــ۴ به کمک ولت‌متر و به‌صورت جداگانه، ولتاژ دو سر هر یک از لامپ‌های غیرمشابه (مقاومت‌ها) را اندازه‌گیری کنیم مشاهده

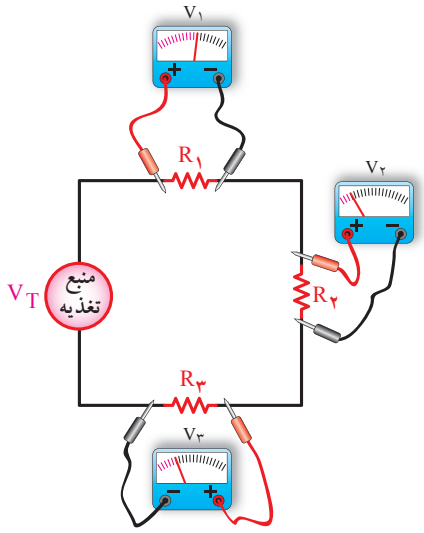


شکل ۵ــ۴

می‌شود که مقدار ولتاژ نشان داده شده دو سر هریک از لامپ‌ها با ولتاژ کل برابر نیست. اما با کمی دقت می‌توان دریافت که ولتاژ کل به نسبت مقدار مقاومت اهمی عناصر مدار بین آن‌ها تقسیم می‌شود (شکل ۶ــ۴). بر پایهٔ همین مطلب می‌توان ولتاژ کل مدار را از حاصل‌جمع ولتاژهای دو سر هر لامپ (مقاومت) مطابق رابطهٔ (۲) به‌دست آورد.

$$\boxed{V_T = V_1 + V_2 + V_3} \quad (2)$$

یادآوری می‌شود درصورتی که بخواهیم با روش محاسباتی ولتاژ هریک از لامپ‌ها را به‌دست آوریم می‌توانیم از رابطهٔ قانون

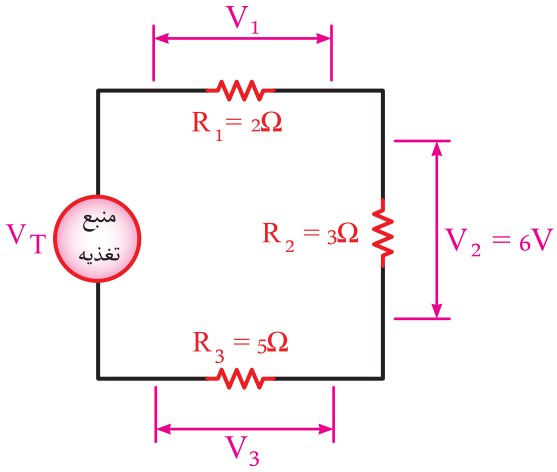


شکل ۶ــ۴

اهم کمک بگیریم و آن را مطابق روابط زیر محاسبه کنیم.

$$\boxed{\begin{matrix} V_1 = R_1.I_1 = R_1.I_T \\ V_2 = R_2.I_2 = R_2.I_T \\ V_3 = R_3.I_3 = R_3.I_T \end{matrix}} \quad (3)$$

مثال : در مدار شکل ۷ــ۴ مقدار جریان عبوری از هر مقاومت و ولتاژ دو سر هر یک از آن‌ها چه‌قدر است؟



شکل ۷ــ۴

حل :

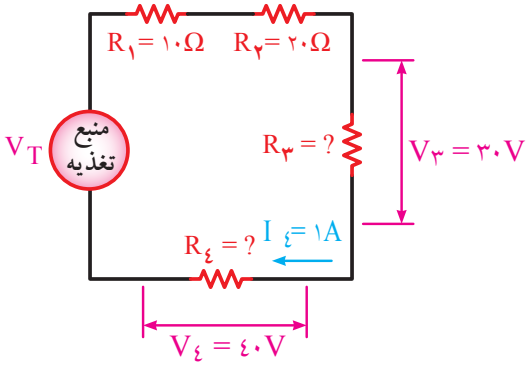
$$I_۲ = \frac{V_۲}{R_۲} = \frac{۶}{۳} = ۲A$$

در مدارهای سری $I_۱ = I_۲ = I_۳ = ۲A$

$$V_۱ = R_۱ I_۱ = ۲ \times ۲ = ۴V$$

$$V_۳ = R_۳ I_۳ = ۵ \times ۲ = ۱۰V$$

مثال : مقادیر جریان عبوری، ولتاژ دو سر هر مقاومت و ولتاژ کل مدار شکل ۸ــ۴ را به‌دست آورید.



شکل ۸ــ۴

حل : در مدارهای سری جریان عناصر برابر است

پس :

$$I_۱ = I_۲ = I_۳ = I_۴ = ۱A$$

$$V_۱ = R_۱ . I_۱ = ۱۰ \times ۱ = ۱۰v$$

$$V_۲ = R_۲ . I_۲ = ۲۰ \times ۱ = ۲۰v$$

$$V_۳ = ۳۰v$$

$$V_۴ = ۴۰v$$

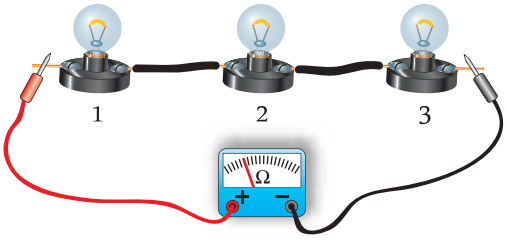
$$V_T = V_۱ + V_۲ + V_۳ + V_۴$$

$$V_T = ۱۰ + ۲۰ + ۳۰ + ۴۰ = ۱۰۰V$$

ج) مقاومت معادل : مقاومت معادل چند مقاومت به مقاومتی گفته می‌شود که با جایگزینی آن به جای آن مقاومت‌ها، اثری مشابه و معادل با آن مقاومت‌های مدار از خود نشان می‌دهد. مقاومت معادل همه مقاومت‌های یک مدار را مقاومت کل نیز می‌گویند.

مقاومت معادل را اغلب به‌صورت R_t[۱] یا Req[۲] در مدارها نشان می‌دهند.

اندازه‌گیری مقاومت معادل به‌صورت عملی مشابه شکل ۹ــ۴ با استفاده از یک اهم‌متر، که به ابتدا و انتهای مدار وصل می‌شود، انجام می‌گیرد.

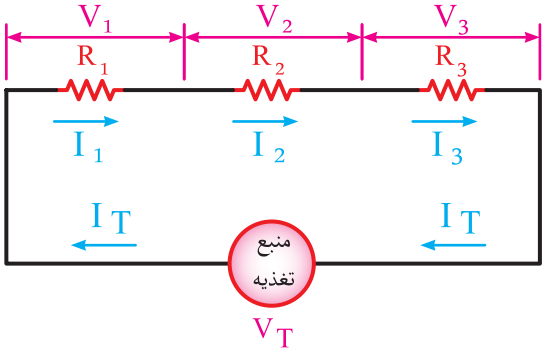


شکل ۹ــ۴

اما برای محاسبهٔ مقدار مقاومت معادل باید از رابطهٔ نهایی (۴) استفاده کرد.

$$R_T = R_۱ + R_۲ + R_۳ \quad (۴)$$

شکل ۱۰ــ۴ را در نظر بگیرید.



شکل ۱۰ــ۴

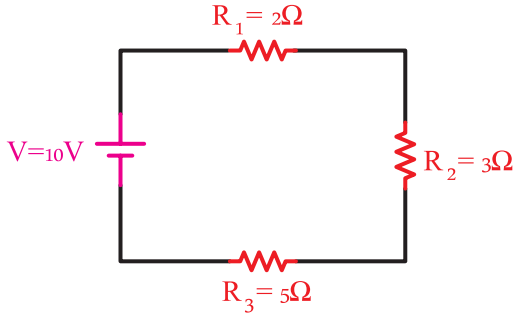
اگر تعداد مقاومت‌های مدار بیش از سه مقاومت باشد این رابطه را برای n مقاومت نیز به‌صورت زیر می‌توان گسترش داد.

$$R_T = R_۱ + R_۲ + R_۳ + \quad + R_n \quad (۵)$$

۱ــ R_t-t مخفف کلمهٔ ToTal به معنای مجموع یا معادل است.

۲ــ Req-eq مخفف کلمهٔ equivalent به معنای معادل است.

مثال : مقاومت معادل مدار شکل ۱۱ــ۴ چند اهم است؟



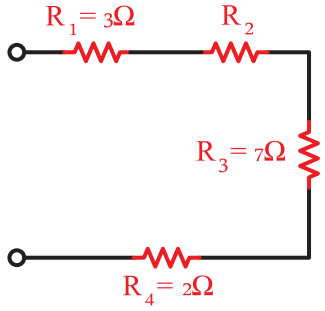
شکل ۱۱ــ۴

حل :

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_T = 2 + 3 + 5 = 10\Omega$$

مثال : اگر مقاومت معادل مدار شکل ۱۲ــ۴ برابر ۱۶Ω باشد مقدار مقاومت R_2 چند اهم است؟



شکل ۱۲ــ۴

حل :

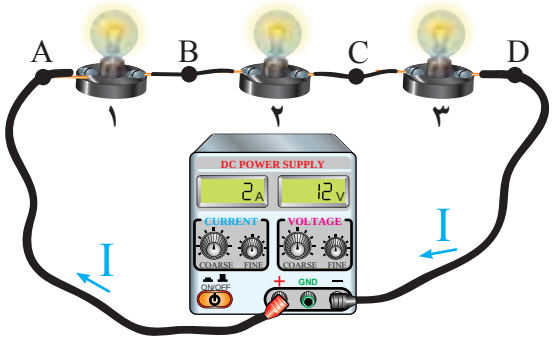
$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$16 = 3 + R_2 + 7 + 2$$

$$R_2 = 16 - (3 + 7 + 2) = 4\Omega$$

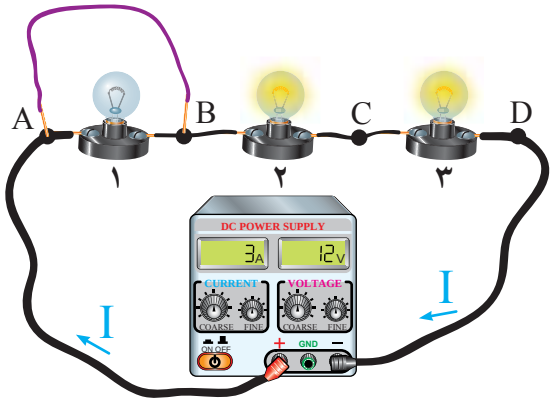
۳ــ۱ــ۴ــ حالت اتصال کوتاه در مدارهای سری :

مدار سری شکل ۱۳ــ۴ را در نظر بگیرید. هرگاه در این مدار



شکل ۱۳ــ۴

توسط تکه سیمی دو نقطهٔ A و B مطابق شکل ۱۴ــ۴ به یک‌دیگر اتصال داده شوند حالت اتصال کوتاه در لامپ ۱ پدید می‌آید، که در این صورت مسیر فرعی در دو سر لامپ ۱ به وجود می‌آید و جریان از داخل لامپ ۱ عبور نمی‌کند و خاموش خواهد بود. در همین حالت چون لامپ ۱ از مدار خارج می‌شود مقاومت کل مدار کاهش می‌یابد و درنتیجه جریان مدار و هم‌چنین شدت روشنایی دو لامپ دیگر افزایش می‌یابد.



شکل ۱۴ــ۴

سؤال : در صورتی‌که اتصال کوتاه بین نقاط زیر اتفاق بیفتد آن را بررسی کنید و شرح دهید.

الف) بین دو نقطهٔ A و C ب) بین دو نقطهٔ A و D

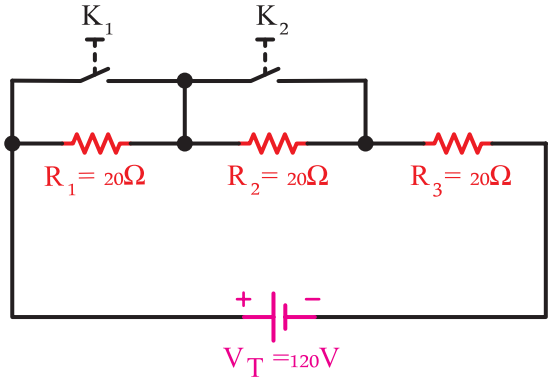
مثال : هرگاه سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 به همراه دو کلید K_1 ، K_2 مطابق شکل ۱۵ــ۴ متصل شده باشند مقاومت معادل و جریان کل مدار را در حالات زیر به‌دست آورید.

الف) کلید K_1 و K_2 قطع

ب) کلید K_1 وصل و K_2 قطع

ج) کلید K_1 قطع و K_2 وصل

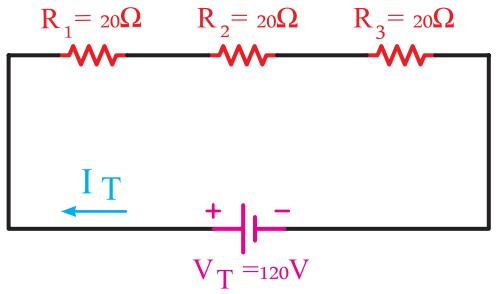
د) کلید K_1 و K_2 وصل



شکل ۱۵ــ۴

حل :

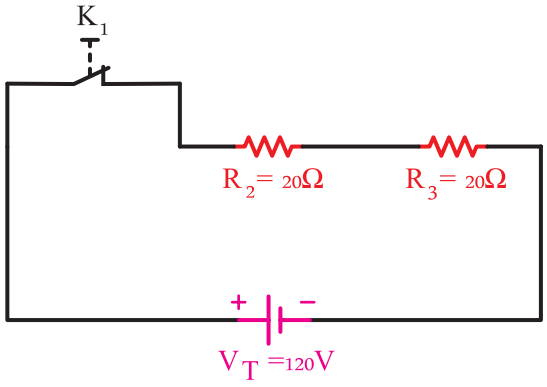
الف) در صورت قطع بودن هر دو کلید K_1 و K_2 شکل مدار به‌صورت زیر است :



$$R_T = n.R = ۳ \times ۲۰ = ۶۰\Omega$$

$$I_T = \frac{V_T}{R_t} = \frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲A$$

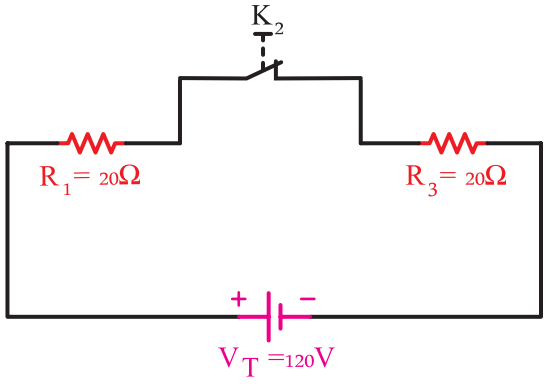
ب) اگر کلید K_1 وصل و K_2 قطع باشند در این صورت دو سر مقاومت R_1 دارای اتصال کوتاه شده است و جریانی از آن عبور نمی‌کند در این حالت شکل مدار به‌صورت زیر خواهد شد :



$$R_T = n.R = ۲ \times ۲۰ = ۴۰\Omega$$

$$I_T = \frac{V_T}{R_t} = \frac{۱۲۰}{۴۰} = ۳A$$

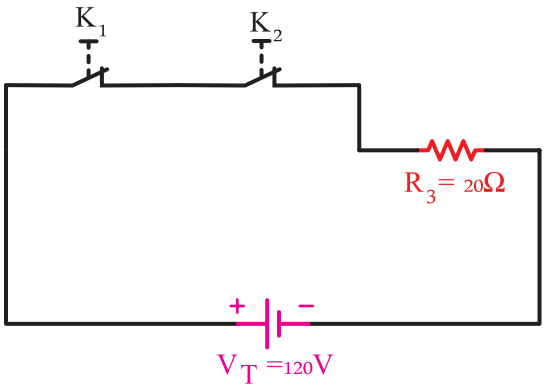
ج) هرگاه کلید K_2 وصل و K_1 قطع باشد در این شرایط دو سر مقاومت R_2 دارای اتصال کوتاه شده است و جریانی از آن عبور نمی‌کند. در این حالت شکل مدار به‌صورت زیر (شبیه حالت ب) خواهد شد :



$$R_T = n.R = ۲ \times ۲۰ = ۴۰\Omega$$

$$I_T = \frac{V_T}{R_t} = \frac{۱۲۰}{۴۰} = ۳A$$

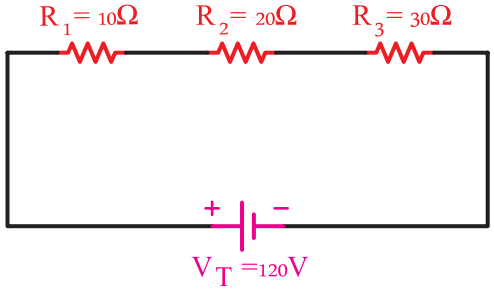
د) اگر هر دو کلید K_1 و K_2 وصل باشند در این حالت دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 دارای اتصال کوتاه شده است و فقط جریان از داخل مقاومت R_3 مطابق شکل عبور می‌کند.



$R_T = R_3 = 20\Omega$

$I_T = \frac{V_T}{R_T} = \frac{120}{20} = 6A$

مثال : مدار شکل ۱۶ـ۴ را در نظر بگیرید و مقادیر خواسته شده را به‌دست آورید.



شکل ۱۶ـ۴

الف) مقاومت معادل

ب) جریان کل

ج) افت ولتاژ دو سر مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3

د) توان هریک از مقاومت‌ها و توان کل مدار

حل :

الف)

$R_T = R_1 + R_2 + R_3$

$R_T = 10 + 20 + 30 = 60$

ب)

$I_T = \frac{V_T}{R_T} = \frac{120}{60} = 2A$

چون مدار سری است پس می‌توان چنین نوشت :

$I_T = I_1 = I_2 = I_3 = 2A$

ج)

$V_1 = V_{R_1} = R_1.I_1 = 10 \times 2 = 20V$

$V_2 = V_{R_2} = R_2.I_2 = 20 \times 2 = 40V$

$V_3 = V_{R_3} = R_3.I_3 = 30 \times 2 = 60V$

د)

$P_1 = V_1.I_1 = 20 \times 2 = 40W$

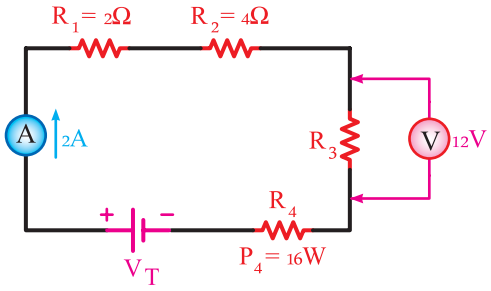
$P_2 = V_2.I_2 = 40 \times 2 = 80W$

$P_3 = V_3.I_3 = 60 \times 2 = 120W$

$P_T = P_1 + P_2 + P_3$

$P_T = 40 + 80 + 120 = 240W$

مثال : در مدار شکل ۱۷ـ۴ اگر آمپرمتر 2A و ولت‌متر 12V را نشان دهد و از طرفی توان مصرفی مقاومت R_4 معادل 16W باشد مقادیر کمیت‌های خواسته شده را محاسبه کنید.



شکل ۱۷ـ۴

الف) مقدار مقاومت‌های R_3 و R_4

ب) ولتاژ دو سر هر مقاومت

ج) ولتاژ کل V_T

د) توان مصرفی کل مدار

حل : باتوجه به شکل و توضیحات سؤال داریم :

$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_T = 2A$

طبق قانون اهم می‌توان نوشت :

$R_3 = \frac{V_3}{I_3} = \frac{12}{2} = 6\Omega$

برای محاسبهٔ R_4 از مقدار داده‌شده برای توان کمک می‌گیریم.

$P_4 = R_4.I_4^2 \Rightarrow R_4 = \frac{P_4}{I_4^2}$

$$R_۴ = \frac{۱۶}{(۲)^۲} = ۴\Omega$$

در این سؤال چون توان مصرفی و ولتاژ هیچ یک از مقاومت‌ها مورد نظر نیست به همین جهت ولتاژ کل و توان کل مدار را از طریق پارامترهای کل به‌دست می‌آوریم.

$V_۱ \quad R_۱ . I \quad ۲ \times ۲ \quad ۴V$

$V_۲ \quad R_۲ . I \quad ۴ \times ۲ \quad ۸$

$V_۳ \quad ۱۲$

$V_۴ \quad R_۴ \times I \quad ۴ \times ۲ \quad ۸$

$$R_T = R_۱ + R_۲ + R_۳ + R_۴$$

$$R_T = ۲ + ۴ + ۶ + ۴ = ۱۶\Omega$$

$$V_T = R_T . I_T = ۱۶ \times ۲ = ۳۲V$$

یا
$$\begin{cases} P_T = V_T . I_T = ۳۲ \times ۲ = ۶۴W \\ P_T = R_T . I_T^۲ = ۱۶ \times (۲)^۲ = ۶۴W \end{cases}$$

پرسش‌های فصل چهارم (مدارهای سری)

◄پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ــ کدام کمیّت در بین عناصر یک مدار سری ثابت است؟

الف) ولتاژ　　ب) توان　　ج) جریان　　د) مقاومت کل

۲ــ مقاومت معادل پنج مقاومت ۱۰Ω برابر چند اهم است؟

الف) ۱۰　　ب) ۲　　ج) ۵۰　　د) ۲۵

۳ــ کدام‌یک از روابط زیر در مدارهای سری صحیح نیست؟

الف) $V_T = R_T . I_T$　　ب) $V_T = V_1 + V_2 + V_3$

ج) $I_T = \frac{P_T}{V_T}$　　د) $I_T = I_1 + I_2 + I_3$

◄پرسش‌های درست و نادرست

۴ــ در یک مدار سری جریان عبوری از آمپرمتر اول (در ابتدای مدار) با جریان عبوری از آمپرمتر آخر (در انتهای مدار) یکسان است.　　درست ☐　نادرست ☐

۵ــ مقاومت معادل چند مقاومت مساوی را، که به‌صورت سری بسته شده‌اند، از رابطهٔ $R_T = \frac{R}{n}$ می‌توان به‌دست آورد.　　درست ☐　نادرست ☐

۶ــ به‌وجودآمدن حالت اتصال کوتاه در مدارهای سری موجب افزایش جریان مدار می‌شود.　　درست ☐　نادرست ☐

◄پرسش‌های پرکردنی

۷ــ در مدار سری از تقسیم ولتاژ کل مدار بر جریان کل مدار مقدار ..... به‌دست می‌آید.

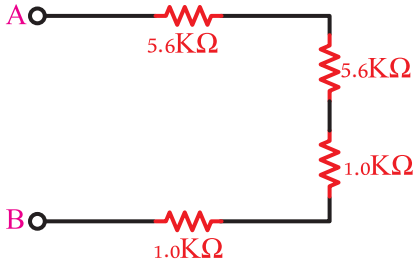
۸ــ هرگاه یک لامپ در مدار سری بسوزد باعث می‌شود تا همهٔ لامپ‌ها ..... .

۹ــ مقاومت معادل مدارهای سری از بزرگ‌ترین مقاومت موجود در مدار ..... است.

◄پرسش‌های تشریحی (مسائل)

۱۰ــ مقاومت معادل مدار نشان داده شده در شکل ۱۸ــ۴ از دو نقطهٔ A و B چند اهم است؟

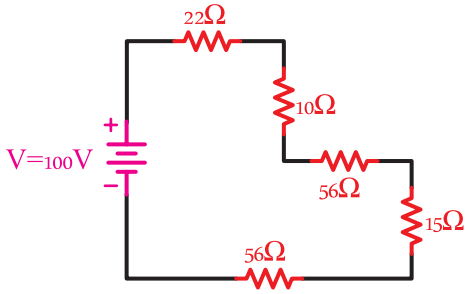
پاسخ : ۱۳/۲KΩ



شکل ۱۸ــ۴

۱۱ــ مقاومت معادل مدار شکل ۱۹ــ۴ چند اهم است؟

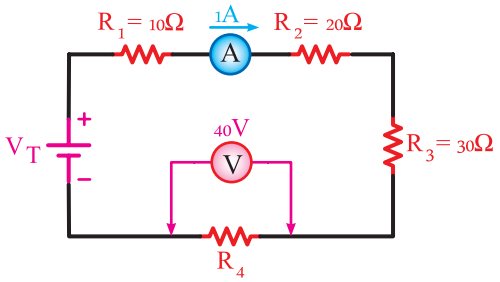
پاسخ : ۱۵۹ Ω



شکل ۱۹ــ۴

۱۲ــ در مدار شکل ۲۰ــ۴ مقاومت معادل و ولتاژ کل مدار (V_T) را به‌دست آورید.

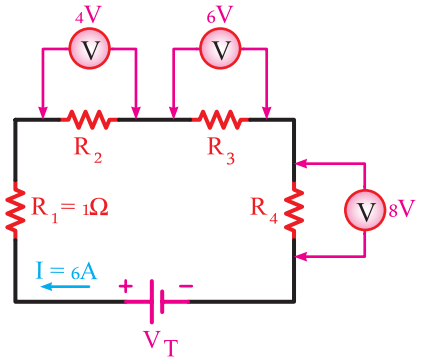
پاسخ : ۱۰۰ Ω و ۱۰۰V



شکل ۲۰ــ۴

۱۳ــ در مدار شکل ۲۱ــ۴ مقدار ولتاژ باتری چند ولت است؟

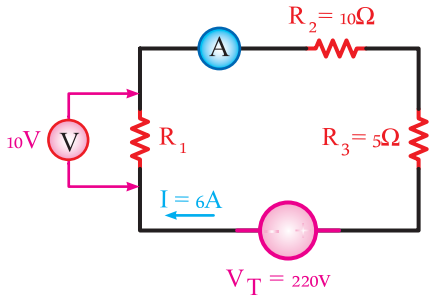
پاسخ : ۲۴V



شکل ۲۱ــ۴

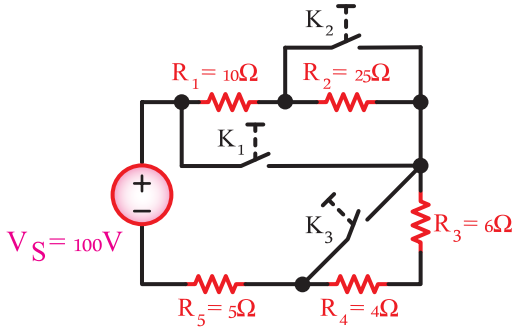
۱۴ــ در مدار شکل ۲۲ــ۴ توان هر یک از مقاومت‌ها و توان کل مدار را به‌دست آورید.

پاسخ: ۶۰۰ و ۱۸۰ و ۳۶۰ و ۶۰



شکل ۲۲ــ۴

۱۵ــ مقاومت معادل، ولتاژ هریک از مقاومت‌ها و جریان کل مدار شکل ۲۳ــ۴ را در شرایط زیر به‌دست آورید.



شکل ۲۳ــ۴

الف) کلید K_1 بسته و K_2 و K_3 باز

ب) کلید K_2 بسته و K_1 و K_3 باز

ج) کلید K_3 بسته و K_1 و K_2 باز

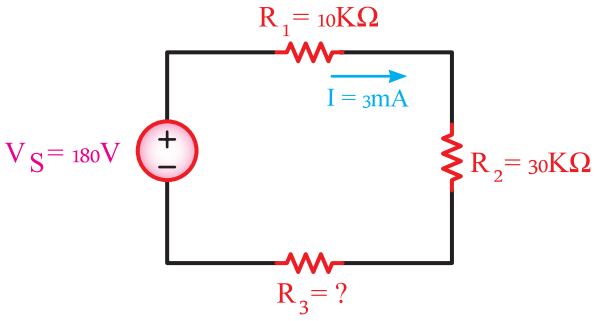
د) همهٔ کلیدهای K_1 ، K_2 ، K_3 بسته

هـ) همهٔ کلیدهای K_1 ، K_2 ، K_3 باز

جواب‌ها	R_T [Ω]	V_{R_1} [V]	V_{R_2} [V]	V_{R_3} [V]	V_{R_4} [V]	V_{R_5}	I_{R_1} تا I_{R_5}
قسمت الف)	۱۵						۶/۶
قسمت ب)	۲۵						۳/۳
قسمت ج)	۴۰	۲۵		•	•		۲/۵
قسمت د)	۵						۲۰
قسمت هـ)	۵۰						۲

۱۶ــ در مدار شکل ۲۴ــ۴ مقدار مقاومت R_3 چند اهم است؟

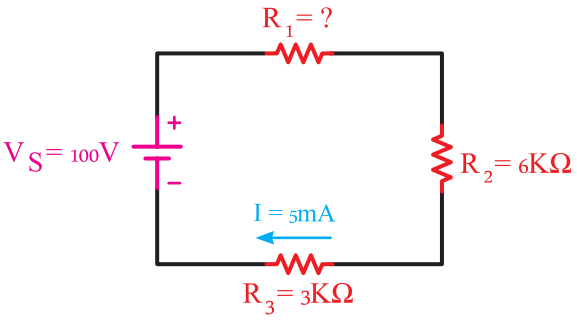
پاسخ : ۲۰ KΩ



شکل ۲۴ــ۴

۱۷ــ در مدار شکل ۲۵ــ۴ مقدار افت ولتاژ دوسر مقاومت R_1 چند اهم است؟

پاسخ : ۵۵V

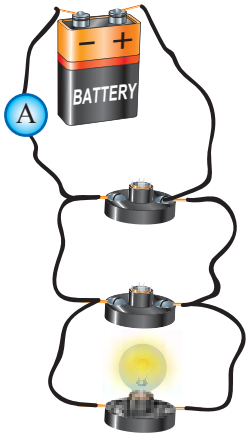


شکل ۲۵ــ۴

۲ــ۴ــ اتصال موازی

۱ــ۲ــ۴ــ تعریف مدار موازی: مدار موازی به مداری گفته می‌شود که یک طرف همهٔ مصرف‌کننده‌ها مانند شکل ۲۶ــ۴ به یک‌دیگر یا به منبع[1] تغذیه وصل شوند و طرف دیگر آن‌ها نیز به هم و یا به منبع وصل شوند.

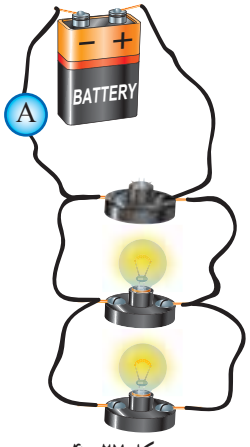
در مدارهای موازی بیش از یک مسیر برای عبور جریان وجود دارد.



شکل ۲۶ــ۴

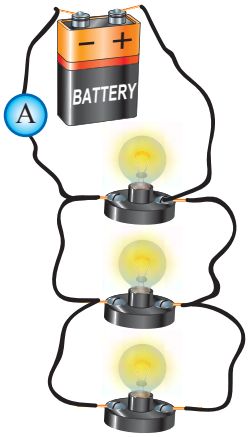
۲ــ۲ــ۴ــ خصوصیات مدارهای موازی

الف) جریان الکتریکی: هرگاه مطابق شکل ۲۷ــ۴ لامپ اول را از مدار باز کنیم مشاهده می‌شود تغییری در شدت روشنایی دو لامپ دیگر حاصل نمی‌شود اما آمپرمتری که در سر راه جریان کل مدار است مقدار کم‌تری را نشان می‌دهد.



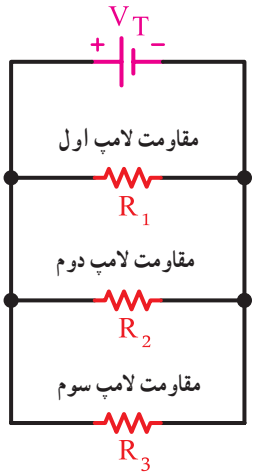
شکل ۲۷ــ۴

به همین ترتیب اگر مطابق شکل ۲۸ــ۴ لامپ دوم را نیز از سرپیچ باز کنیم مشاهده می‌کنیم شدت روشنایی لامپ سوم تغییر نمی‌کند اما جریانی که آمپرمتر نشان می‌دهد کاهش می‌یابد. از آزمایش فوق نتیجه می‌گیریم که در یک مدار موازی اولاً جریان عبوری از هر مصرف‌کننده، مستقل از دیگری است. ثانیاً جریان دریافتی هر مصرف‌کننده در مقدار جریان کل دریافتی از منبع تغذیه مؤثر است.



شکل ۲۸ــ۴

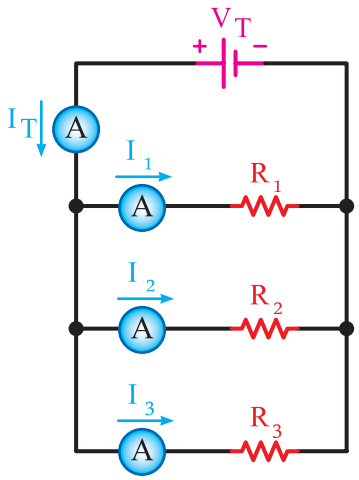
درصورتی‌که بخواهیم مدار الکتریکی معادل برای مدار لامپی شکل ۲۸ــ۴ به‌صورت مقاومت اهمی نشان دهیم مداری مشابه شکل ۲۹ــ۴ را می‌توان رسم کرد.



شکل ۲۹ــ۴

۱ــ منبع تغذیه به‌کاررفته در مدار می‌تواند ۲۲۰ ولت برق شهر یا باتری قلمی یا کتابی باشد.

هرگاه جریان هریک از لامپ‌ها و جریان کل مدار هدف باشد و بخواهیم علاوه‌بر جریان کل، سهم هر مصرف‌کننده را تعیین کنیم در این صورت باید آمپرمترها را مانند شکل ۳۰ــ۴ به‌صورت سری در مسیر هریک از مقاومت‌ها و کل مدار قرار داد.



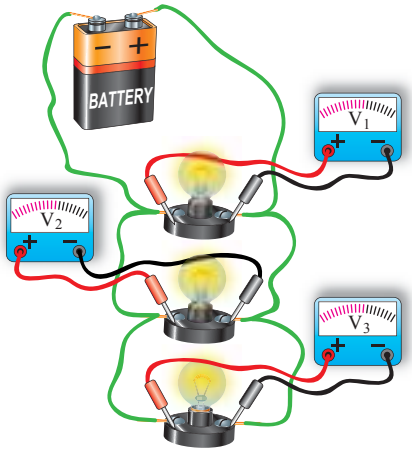
شکل ۳۰ــ۴

$$I_{R_1} = I_1 = \frac{V_1}{R_1}$$
$$I_{R_2} = I_2 = \frac{V_2}{R_2}$$
$$I_{R_3} = I_3 = \frac{V_3}{R_3} \quad (۶)$$

از رابطهٔ (۶)،که براساس قانون اهم نوشته می‌شود، می‌توان جریان هر مقاومت را حساب کرد. در مدارهای موازی، جریان هر شاخه به نسبت عکس مقاومت اهمی هر شاخه، تقسیم می‌شود یعنی در شاخه‌ای که مقدار مقاومت کم‌تر است جریان بیش‌تری جاری می‌شود. بر همین اساس رابطهٔ (۷) را برای یک مدار با سه مقاومت می‌توان به‌کار برد.

$$I_T = I_{R_1} + I_{R_2} + I_{R_3} \quad (۷)$$

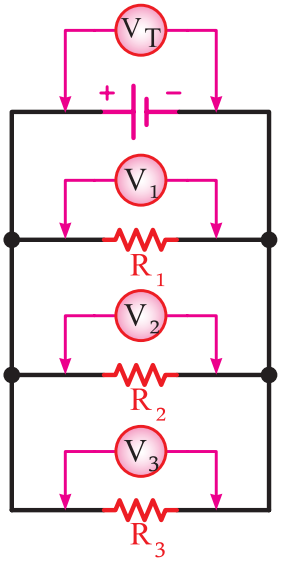
ب) ولتاژ الکتریکی : هرگاه مطابق تصاویر نشان داده شده در شکل ۳۱ــ۴ ولت‌متر را به‌صورت جداگانه به دو سر هریک از لامپ‌ها اتصال دهیم مشاهده می‌کنیم مقادیری را که ولت‌مترها نشان می‌دهند با یک‌دیگر مساوی هستند.



شکل ۳۱ــ۴

با توجه به آزمایش توضیح داده شده، می‌توان مدار الکتریکی معادل لامپ‌ها را به همراه ولت‌مترها به‌صورت شکل ۳۲ــ۴ رسم کرد و رابطهٔ (۸) را برای مداری با سه مقاومت نوشت.

$$V_{R_1} = V_{R_2} = V_{R_3} = V_T \quad (۸)$$

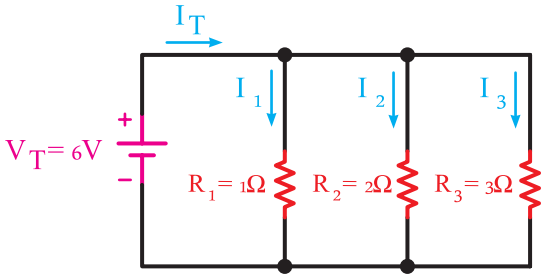


شکل ۳۲ــ۴

مثال : در مدار شکل ۳۳ــ۴ مطلوب است :

الف) ولتاژ دو سر هر مقاومت

ب) جریان هر شاخه



شکل ۳۳ـ۴

حل : چون مدار موازی است پس :

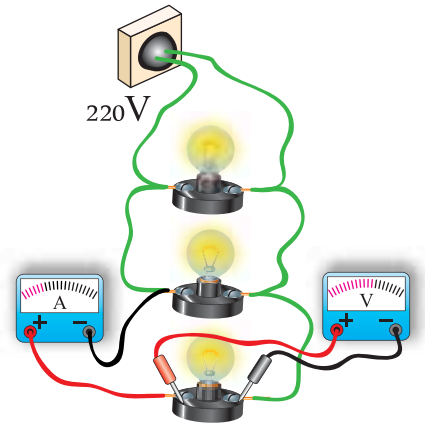
$$V_T = V_{R_1} = V_{R_2} = V_{R_3} = 6V$$

$$I_{R_1} = I_1 = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{6}{1} = 6A$$

$$I_{R_2} = I_2 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{6}{2} = 3A$$

$$I_{R_3} = I_3 = \frac{V_{R_3}}{R_3} = \frac{6}{3} = 2A$$

مثال : هرگاه سه لامپ مشابه مطابق شکل ۳۴ـ۴ متصل شده باشند و ولت‌متر ولتاژ دو سری لامپ سوم را ۲۲۰V و آمپرمتر عدد ۰/۵ آمپر نشان دهد ولتاژ و جریان کل مدار چه‌قدر است؟



شکل ۳۴ـ۴

حل : چون لامپ‌ها موازی هستند پس ولتاژ دو سر همهٔ آن‌ها یک‌سان است یعنی :

$$V_1 = V_2 = V_3 = 220V$$

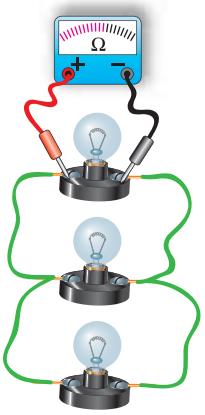
از آن جایی که هر سه لامپ مشابه هستند پس جریانی که هر لامپ می‌کشد برابر ۰/۵ آمپر است در این صورت جریان کل برابر

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_T = 0/5 + 0/5 + 0/5 = 1/5A$$

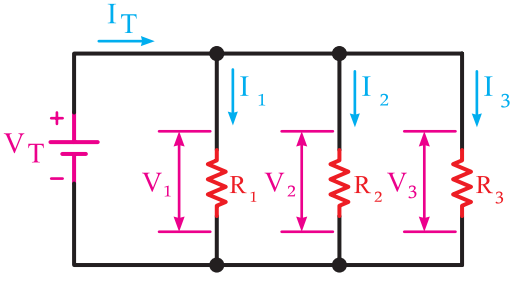
است.

ج) مقاومت معادل : برای به‌دست‌آوردن مقاومت معادل هر مداری به روش عملی باید منبع تغذیه را از مدار جدا نمود و سپس اهم‌متر را مطابق شکل ۳۵ـ۴ به دو سر ابتدا و انتهایی مدار وصل کنیم.



شکل ۳۵ـ۴

مقدار مقاومت معادل در مدارهای موازی را در حالت کلی برای مداری مانند شکل ۳۶ـ۴ به‌صورت رابطهٔ (۹) می‌توان محاسبه کرد.

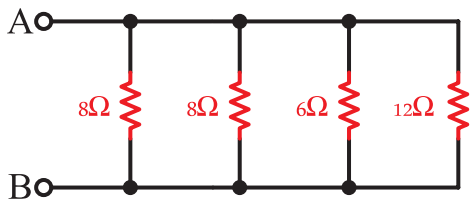


شکل ۳۶ـ۴

$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+ \qquad (۹)$$

با کمک رابطهٔ (۹) مقدار معکوس R_T به‌دست می‌آید. درصورتی‌که مقدار R_T مد نظر باشد باید مقدار آن را عکس کرد.

مثال : مقاومت معادل مدار شکل ۳۷ــ۴ چند اهم است؟



شکل ۳۷ــ۴

حل :

روش اول

$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}$$

$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{R_T}=\frac{3+3+4+2}{24}=\frac{12}{24}$$

$$R_T=\frac{24}{12}=2\Omega$$

روش دوم

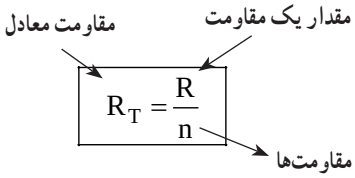
$$R'_T=\frac{8}{2}=4\Omega$$

$$R''_T=\frac{12\times6}{12+6}=\frac{72}{18}=4\Omega$$

$$R_T=\frac{4}{2}=2\Omega$$

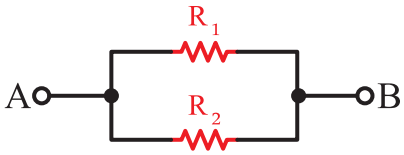
حالات خاص مدارهای موازی

I) اگر n مقاومت مساوی به‌صورت موازی اتصال یابند مقاومت معادل آن‌ها را از رابطهٔ زیر می‌توان به‌دست آورد.



(۱۰)

II) هرگاه دو مقاومت نامساوی مطابق شکل ۳۸ــ۴ به‌صورت موازی اتصال یابند مقاومت معادل آن‌ها را براساس رابطهٔ زیر می‌توان محاسبه کرد. یعنی مقاومت معادل دو مقاومت موازی نامساوی برابر با حاصل‌ضرب دو مقاومت تقسیم بر مجموع آن‌ها است.



شکل ۳۸ــ۴

$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

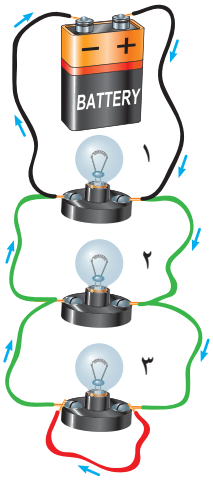
$$\frac{1}{R_T}=\frac{R_2+R_1}{R_1R_2}$$

$$R_T=\frac{R_1.R_2}{R_1+R_2} \qquad (۱۱)$$

۳ــ۲ــ۴ــ حالت اتصال کوتاه در مدارهای موازی :

در مدارهای موازی چون دو سر عناصر به هم وصل و هم‌چنین مستقیماً به دو سر منبع تغذیه (باتری) متصل می‌شوند به همین دلیل حالت اتصال کوتاه در این مدارها خیلی خطرناک‌تر از حالت سری است؛ چرا که با اتصال کوتاه‌شدن دو سر هریک از مقاومت‌ها نه تنها آن مقاومت از مدار خارج می‌شود بلکه همهٔ عناصر از مدار خارج می‌شوند. در حالت اتصال کوتاه مدارهای موازی، جریان شدیدی از مسیر اتصال کوتاه شده عبور می‌کند که می‌تواند برای وسایل و منبع تغذیه خطرناک باشد. در مدار شکل ۳۹ــ۴ بااتصال کوتاه‌شدن لامپ ۳، هم لامپ ۳ و هم لامپ‌های

۱ و ۲ خاموش می‌شوند؛ چرا که با به‌وجودآمدن مسیر فرعی اتصال کوتاه شده جریانی از لامپ‌ها عبور نکرده و از طریق سیم‌ها طی مسیر کرده است (همان‌طوری که در شکل نشان داده شده) و از یک طرف منبع تغذیه، نسبت به دیگر منبع، جاری می‌شود.



شکل ۳۹ــ۴

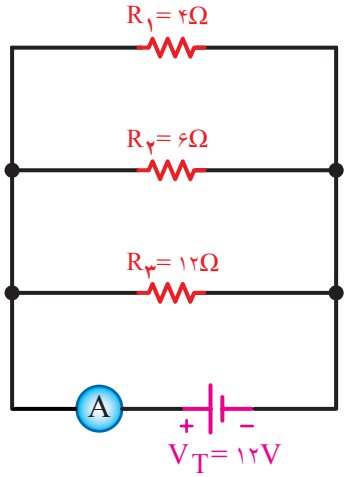
مثال : در مدار شکل ۴۰ــ۴ مطلوب است مقادیر خواسته شدهٔ زیر

الف) مقاومت معادل

ب) جریان کل مدار

ج) جریان عبوری از مقاومت‌ها

د) توان هریک از مقاومت‌ها و توان کل



شکل ۴۰ــ۴

حل :

الف)

$$\frac{۱}{R_T}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}$$

$$\frac{۱}{R_T}=\frac{۳+۲+۱}{۱۲}=\frac{۶}{۱۲}$$

$$R_T=\frac{۱۲}{۶}=۲\Omega$$

ب)

$$I_T=\frac{V_T}{R_T}=\frac{۱۲}{۲}=۶A$$

ج)

$$I_۱=\frac{V_۱}{R_۱}=\frac{V_T}{R_۱}=\frac{۱۲}{۴}=۳A$$

$$I_۲=\frac{V_۲}{R_۲}=\frac{V_T}{R_۲}=\frac{۱۲}{۶}=۲A$$

$$I_۳=\frac{V_۳}{R_۳}=\frac{V_T}{R_۳}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱A$$

د) توان هر مقاومت را از روش‌های مختلف می‌توان محاسبه کرد.

$$P_۱=V_۱.I_۱=۱۲\times۳=۳۶W$$

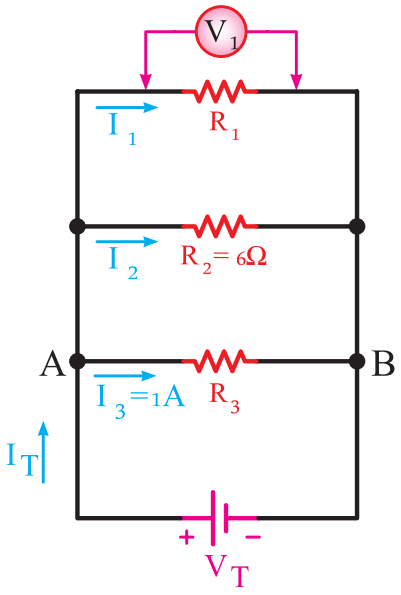
$$P_۲=R_۲.I_۲^۲=۶\times(۲)^۲=۲۴W$$

$$P_۳=\frac{V_T^۲}{R_۳}=\frac{(۱۲)^۲}{۱۲}=۱۲W$$

$$P_T=P_۱+P_۲+P_۳$$

$$P_T=۳۶+۲۴+۱۲=۷۲W$$

مثال : هرگاه شدت جریان و ولتاژ در شکل ۴۱ــ۴ به‌ترتیب ۸A و ۲۴V باشد، مقادیر خواسته شدهٔ صفحه بعد را به‌دست آورید.



شکل ۴۱ــ۴

الف) مقدار مقاومت‌های R_1 و R_3

ب) جریان مقاومت‌های R_2 و R_3

ج) توان مصرفی کل مدار

حل :

براساس توضیحات و شکل داریم :

$$V_{R_1} = V_1 = V_2 = V_3 = V_T = 24V$$

$$I_{R_3} = I_3 = 1A$$

براساس قانون اهم می‌توان نوشت :

$$R_3 = \frac{V_3}{I_3} = \frac{24}{1} = 24\Omega$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{24}{6} = 4A$$

چون در مدارهای موازی جریان کل از مجموع جریان‌های هر شاخه به‌دست می‌آید پس می‌توان جریان I_1 را چنین حساب کرد.

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

$$8 = I_1 + 4 + 1$$

$$I_1 = 8 - (4+1) = 3A$$

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{24}{3} = 8\Omega$$

چون فقط توان مصرفی کل خواسته شده است پس از طریق پارامترهای کل به‌صورت زیر حساب می‌کنیم.

$$P_T = V_T . I_T = 24 \times 8 = 192W$$

پرسش‌های فصل چهارم (مدارهای موازی)

◀ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ــ کدام کمیّت در بین عناصر مدار موازی ثابت است؟

الف) توان　　ب) جریان　　ج) مقاومت معادل　　د) ولتاژ

۲ــ مقاومت معادل چند مقاومت موازی مساوی از کدام رابطه محاسبه می‌شود؟

الف) $\frac{R}{\sqrt{n}}$　　ب) $\frac{R}{n}$　　ج) $n.R$　　د) $\sqrt{n}.R$

۳ــ قطع یک عنصر در مدار موازی که دارای سه لامپ است :

الف) باعث سوختن سایر عناصر می‌شود.　　ب) سبب کم نورشدن دو لامپ دیگر می‌شود.

ج) هیچ اثری در نور دو لامپ دیگر ندارد.　　د) باعث سوختن یک لامپ و قطع لامپ دیگر می‌شود.

◀ پرسش‌های درست و نادرست

۴ــ با اضافه‌کردن یک مقاومت به مداری موازی مقدار مقاومت معادل مدار نسبت به حالت اول افزایش می‌یابد.

درست ☐ نادرست ☐

۵ــ ولتاژ کل مدار در بین عناصر مدار موازی تقسیم می‌شود.　　درست ☐ نادرست ☐

۶ــ به‌وجود آمدن حالت اتصال کوتاه در یک مقاومت مدار موازی اثری روی کار سایر مقاومت‌ها ندارد.

درست ☐ نادرست ☐

۷ــ مقاومت معادل دو مقاومت ۶ Ω و ۱۲ Ω برابر ۳ Ω است.　　درست ☐ نادرست ☐

◀ پرسش‌های پرکردنی

۸ــ توان کل مصرفی یک مدار موازی از ..... توان‌های عناصر مدار به‌دست می‌آید.

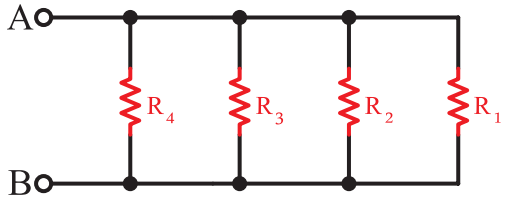
۹ــ اگر یک لامپ در مدار موازی بسوزد در کار سایر لامپ‌ها اخلالی به‌وجود .....

۱۰ــ در مدار موازی جریان به نسبت ..... مقدار مقاومت‌ها در هر شاخه تقسیم می‌شود.

◀ پرسش‌های تشریحی (مسائل)

۱۱ــ مقاومت معادل چهار مقاومت ۲۰ Ω مطابق شکل ۴۲ــ۴ چند اهم است؟

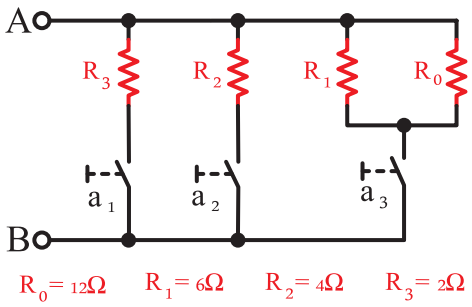
پاسخ : ۵ Ω



شکل ۴۲ــ۴

۱۲ــ اگر به ترتیب هر یک از کلیدهای a_3، a_2، a_1 را وصل کنیم مقاومت معادل مدار از دو نقطهٔ A و B در هر مرحله را حساب کنید.

پاسخ : ۴ Ω، ۲ Ω، ۱ Ω



شکل ۴۳ــ۴

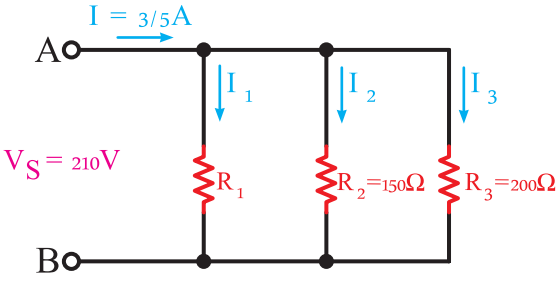
۱۳ــ در مدار شکل ۴۴ــ۴ مطلوب است :

الف) مقاومت معادل

ب)جریان‌های I_1، I_2 و I_3

ج) مقدارمقاومت R_1

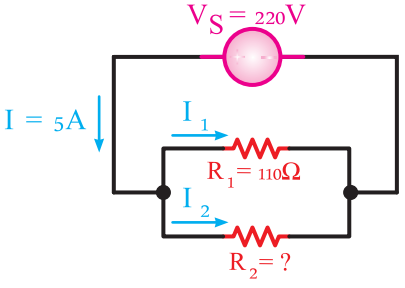
پاسخ : ۶۰ Ω و ۱/۰۵A و ۱/۴A و ۱/۰۵ و ۲۰۰ Ω



شکل ۴۴ــ۴

۱۴ــ در مدار شکل ۴۵ــ۴ مقدار مقاومت R_2 چند اهم است؟

پاسخ : ۷۳/۳



شکل ۴۵ــ۴