# ۱ اندازه‌گیری و کمیت‌های فیزیکی

بنایی درطوس ــ خراسان رضوی

یکی از وجوه مشترک فیزیک و معماری اندازه‌گیری است. معماران هنرمند ایرانی از صدها سال پیش با نگاه دقیق به مبانی اندازه‌گیری، اثرهای بدیع و ماندگاری را در طول تاریخ تمدن اسلامی ایران بنا کرده‌اند.

گسترش دانش فیزیک تأثیر زیادی بر زندگی ما داشته است. مطالعهٔ هر بخش از جهان مادی پیرامون ما، چه کوچک چه بزرگ، چه جاندار چه بی‌جان، بدون دانش فیزیک میسر نیست.

شما با فراگیری فیزیک می‌آموزید که چگونه : مشاهده کنید، بررسی کنید، آزمایش انجام دهید و نتایج آزمایش‌ها را به‌صورت مناسب ثبت کنید. فراگیری دانش فیزیک توانایی شما را در انطباق با فناوری در حال تغییر عصر حاضر افزایش می‌دهد.

واژهٔ فیزیک برگرفته از واژهٔ باستانی یونانی Physis به معنای طبیعت و ماهیّت است. تا آنجا که تاریخ مدون علم نشان می‌دهد، فیلسوفان آسیای صغیر در سدهٔ هفتم قبل از میلاد مسیح نخستین کسانی بودند که پرسش‌هایی دربارهٔ طبیعت مطرح ساختند.

اندیشه‌های علمی این فیلسوفان در سدهٔ پنجم قبل از میلاد در یونان و پس از آن در مناطقی مانند مقدونیه، سوریه، مصر و ... به‌ویژه در شهر اسکندریه پی‌گیری شد. کارهای ارشمیدس (متولد سال ۲۸۷ قبل از میلاد مسیح) به‌همین دوره مربوط می‌شود. روش ارشمیدس به روش‌های علمی امروزه نزدیک بود.

پس از ظهور و گسترش اسلام، دانشمندان کشورهای اسلامی مانند ابوریحان بیرونی، ابن‌هیثم، خواجه نصیرالدین طوسی، ابن‌سینا و بسیاری دیگر در زمینه‌های نجوم، اپتیک و مکانیک علم فیزیک را گسترش دادند که بعدها بخشی از این نتایج پایه‌ای برای کارهای گالیله و دیگران شد.

گالیله ضمن بررسی حرکت اجسام روی سطح شیبدار به اندازه‌گیری کمیت‌هایی مانند جرم جسم، زمان حرکت و طول مسیر پرداخت. او سعی کرد رابطه‌ای بین این اندازه‌ها بیابد و نتیجه را به‌صورت ریاضی بیان کند. در روش‌های علمی امروزی نیز دانشمندان در جستجوی روابط ریاضی‌ای هستند که نتایج اندازه‌گیری‌ها را به هم مربوط می‌کنند.

کارشناسان فیزیک یا در شاخه‌های تخصصی فیزیک مانند اختر فیزیک، فیزیک هسته‌ای، نورشناسی، فیزیک اتمی، لیزر و ... فعالیت دارند یا در شاخه‌های مرتبط مانند فیزیک پزشکی، شیمی ـ فیزیک، هواشناسی، ژئوفیزیک، مخابرات و ... مشغول به کار هستند.

با توجه به اهمیتی که اندازه‌گیری در فیزیک دارد، قسمت اول این فصل به اندازه‌گیری و نکته‌های مربوط به آن اختصاص دارد. در ادامه کمیت‌های فیزیکی اصلی و فرعی را معرفی می‌کنیم. سپس در مورد کمیت‌های نرده‌ای و برداری و محاسبات ریاضی آنها تا حد نیاز شرح خواهیم داد.

**گالیلئو گالیله** (۱۰۲۱ـ۹۴۳ هـ. ش) فیزیکدان، منجم و ریاضیدان ایتالیایی در شهر پیزای ایتالیا به دنیا آمد. از او به‌عنوان پدر علم نوین در تاریخ یادشده است. او از ۲۸ سالگی در دانشگاه پادوا تدریس کرد و نخستین خدمت بارز او به علم کشف وجود *نوآختران* در سال ۱۶۰۴ میلادی بود. گرچه او خدمات متعددی به علم کرد که از آن جمله می‌توان به ساخت تلسکوپ، کشف چهار قمر مشتری و قانون سقوط آزاد اجسام اشاره کرد، اما کارهای علمی او تحت‌الشعاع نظریهٔ او در ردّ نظریهٔ زمین مرکزی بطلمیوس قرار گرفت و اینکه زمین نیز مانند سیّارات دیگر و ماه است. پس از چاپ کتاب **گفتار** که در آن به تشریح نظریات خود پرداخت، زیر آماج تیرهای تهمت قرار گرفت و سیل مخالفت و عناد بر علیه او به پا شد، به‌طوری که در سال ۱۶۳۳ میلادی کارش به دادگاه تفتیش عقاید روم کشید و او به اجبار دست از نظریات خود برداشت. با این همه او پیش از مرگ کتابی به نام **علوم جدید** را به‌طور محرمانه به چاپ رساند و سرانجام در ۸ ژانویه ۱۶۴۲ میلادی (۱۰۲۱ هـ.ش) چشم از دنیا فرو بست.

## ۱ـ۱ اندازه‌گیری

آیا تاکنون به این نکته توجه کرده‌اید که در ذهن خود برای هرکس یا هرچیز صفت‌ها و ویژگی‌هایی می‌شناسید. به یخ سردی، به آب روانی، به گل زیبایی، به آسمان رنگ‌آبی، به مادر مهربانی، به پر سبکی، به سنگ سنگینی، به فیل بزرگ جثه‌ای و به مورچه کوچکی و... نسبت می‌دهید. برخی از این ویژگی‌ها به‌طور دقیق قابل اندازه‌گیری‌اند و برخی دیگر نه. برای مثال سنگینی یک جسم، بلندی یا دمای یک جسم را به‌صورتی کاملاً تعریف شده و مورد توافق همگان می‌توان اندازه گرفت. ولی برای اندازه‌گیری زیبایی یا مهربانی و بسیاری از ویژگی‌ها دیگر چنین روش‌هایی وجود ندارد.

در زندگی روزانه، هریک از ما اندازه‌گیری‌هایی انجام می‌دهیم. زمان را اندازه می‌گیریم، فاصلهٔ بین دو نقطه یا طول یک جسم یا جرم یک جسم مانند مقداری میوه و ... را اندازه‌گیری می‌کنیم. این اندازه‌گیری‌ها و اندازه‌گیری‌های دیگری که می‌توان برشمرد، ممکن است تفاوت‌های زیادی با یکدیگر داشته باشند ولی برای همهٔ آنها می‌توانیم جنبه‌های مشترکی بیابیم. برای روشن شدن این جنبه‌های مشترک، فعالیت زیر را انجام دهید.

**فعالیت ۱ـ۱**

فعالیت‌های روزانه چند نفر از مردم اطراف خود (پزشک، خیاط، اعضای خانواده، عطار، شیشه‌بر و ...) را به دقت درنظر بگیرید. جدولی همانند جدول زیر را تنظیم و پس از تحقیق آن را پر کنید. آنگاه جدول خود را با جدول افراد گروه خود مقایسه و کامل کنید.

| | | چه چیزی را اندازه می‌گیرد | وسایل اندازه‌گیری | مقادیر به‌دست آمده در یک اندازه‌گیری |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | پزشک | فشارخون،<br>دمای بدن،<br>ضربان قلب | فشارسنج،<br>دماسنج،<br>گوشی پزشکی و ساعت | ۱۲ــ ۸ میلی‌متر جیوه،<br>۳۷/۵ درجه سلسیوس،<br>۷۵ ضربان بر دقیقه |
| ۲ | نجّار | | | |
| ۳ | خیاط | | | |
| ۴ | متصدی پمپ‌بنزین | | | |
| ۵ | شیشه‌بر | | | |
| ۶ | | | | |

آیا می‌توانیم از این فعالیت نتیجه بگیریم که در هر اندازه‌گیری نیاز به وسیلهٔ اندازه‌گیری وجود دارد و نتیجهٔ اندازه‌گیری برحسب یک یکا بیان می‌شود؟

**جایگاه اندازه‌گیری در فیزیک :** در بررسی بیشتر موضوع‌های مختلف فیزیک با اندازه‌گیری سروکار داریم. در کتاب فیزیک ۱ و آزمایشگاه، نمونه‌هایی از اندازه‌گیری‌ها را انجام دادیم. مثلاً با استفاده از ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دونقطه از مدار را برحسب ولت به‌دست آوردیم، یا با استفاده از خط‌کش فاصلهٔ کانونی عدسی همگرا را برحسب سانتی‌متر اندازه‌گیری کردیم و ... .

بنابراین فیزیک مجموعه‌ای است از اندازه‌گیری‌ها و یافتن رابطهٔ بین نتیجه‌های آنها که نظریه‌ها و قانون‌های فیزیک را می‌سازند. بسیاری معتقدند «فیزیک علم اندازه‌گیری است» در واقع آنها می‌خواهند بر اهمیت موضوع اندازه‌گیری در فیزیک تأکید کنند.

**یکای (واحد) اندازه‌گیری :** همان‌گونه که دیدیم یکی از جنبه‌های مشترک بین همهٔ اندازه‌گیری‌ها وجود یکای اندازه‌گیری است. با انجام اندازه‌گیری یک عدد به‌دست می‌آید. برای مثال ممکن است برای بلندی قامت یک فرد ۱/۷۲ متر یا برای طول یک اتاق ۸ قدم و یا برای فاصلهٔ بین دو شهر ۱۰۷ کیلومتر به‌دست آید. می‌دانید که در هر مورد، عدد گزارش شده بیان می‌کند که مقدار کمیت موردنظر چند برابر مقدار کمیتی از همان جنس است که به‌عنوان مقیاس انتخاب شده است. این مقیاس را یکا (یا واحد) آن کمیت می‌نامند.

**فعالیت ۱ـ۲**

با انتخاب یک یکای طول (مثل طول مداد)، طول نیمکتی را اندازه بگیرید. طول نیمکت چند برابر طول مداد است؟ این اندازه‌گیری را با یکاهای دیگری چون طول خودکار و وجب انجام دهید و نتیجه را در جدول زیر ثبت کنید.

| یکا | طول نیمکت (یا هر چیزی دیگری که موردنظر شماست) |
|---|---|
| طول یک مداد | |
| طول یک خودکار | |
| طول یک وجب | |

چرا برای طول نیمکت اعداد متفاوتی به‌دست آورده‌اید؟ دلیل این اختلاف چیست؟ به‌نظر شما برای آنکه همه اندازه‌گیری‌ها، عدد یکسانی را برای طول نیمکت بدهند، چه باید کرد؟

فعالیت ۱ــ۲ نشان می‌دهد که وقتی از یکاهای مختلفی برای اندازه‌گیری طول یک جسم استفاده می‌کنیم عددهای متفاوتی به‌دست می‌آوریم.

دانشمندان برای آنکه عددهای حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت به‌راحتی با هم مقایسه‌پذیر باشند، در نشست‌های بین‌المللی توافق کرده‌اند که برای هر کمیت، یکای معینی تعریف کنند.

یکاهای تعریف شده باید به‌گونه‌ای انتخاب شوند که هم تغییرناپذیر و هم در دسترس باشند. مثلاً اگر یکای طول را به‌صورت طول وجبِ دست معرفی کنیم. مطمئناً یکای قابل دسترسی خواهیم داشت. اما این یکا از شخصی به شخص دیگر تغییر خواهد کرد. نیاز به دقت در علوم، مهندسی، پزشکی و... ما را وامی‌دارد که به تغییرناپذیری یکا اهمیت بیشتری بدهیم و پس از تعیین آن، نمونه‌های مشابهی از آن را تولید کنیم و در اختیار کسانی که به آنها نیاز دارند قرار دهیم.

دستگاه یکاهایی که غالباً دانشمندان علوم و مهندسی در سراسر جهان به‌کار می‌برند و شامل مجموعه‌ای از یکاهای مورد توافق بین‌المللی است، دستگاه بین‌المللی یا SI[1] خوانده می‌شود. در ادامه به معرفی برخی از این یکاها می‌پردازیم.

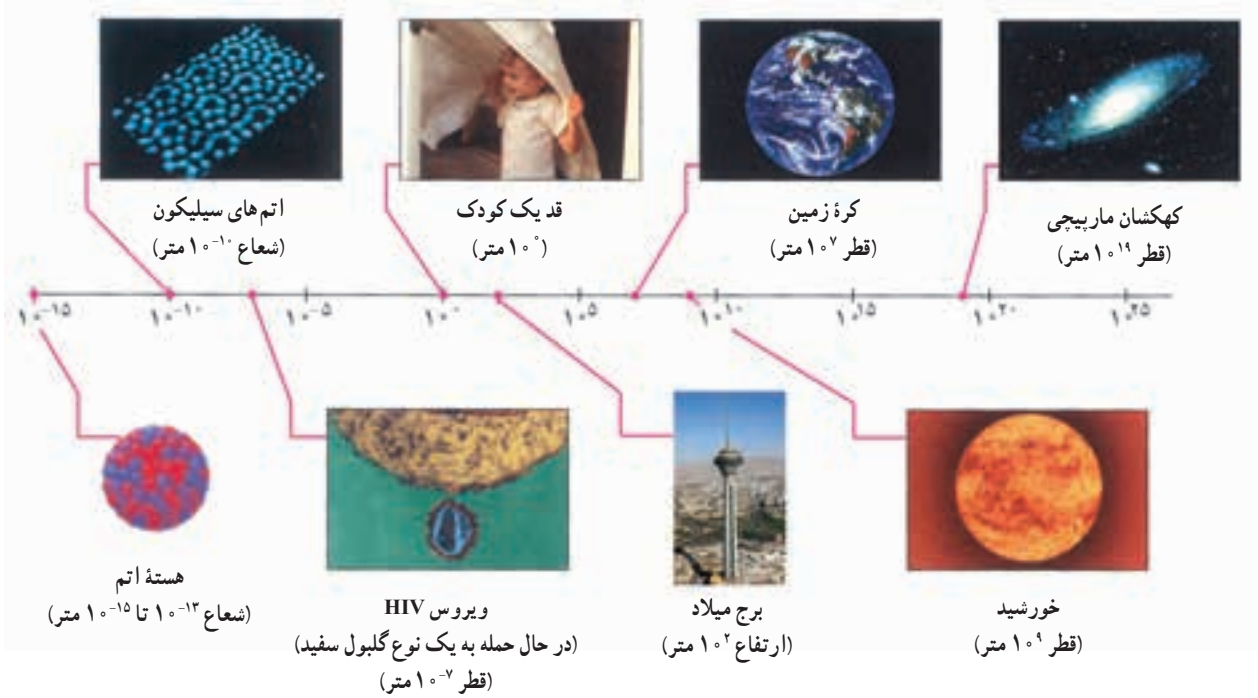
۱ــ SI حرف اول واژه‌های فرانسوی Systeme International به معنای دستگاه بین‌المللی است.

**یکاهای اصلی :** در عمل نیازی نیست که برای هریک از کمیت‌های فیزیکی یکای مستقلی تعریف شود. برای مثال، اگر واحد طول تعریف شده باشد، دیگر لازم نیست برای مساحت یکای مستقلی تعریف کنیم؛ بلکه می‌توانیم آن را تنها با اندازه‌گیری‌های طول و با استفاده از رابطه‌های هندسی محاسبه کنیم. برای نمونه مساحت مستطیل برابر است با حاصل‌ضرب طول ضلع بزرگ در طول ضلع کوچک. یعنی با اندازه‌گیری این طول‌ها برحسب متر، مساحت برحسب متر در متر یعنی متر مربع مشخص می‌شود.

آن دسته از کمیت‌هایی را که یکاهای آنها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند، کمیت‌های اصلی و یکاهای آنها را یکاهای اصلی می‌نامند. سایر کمیت‌ها از قبیل مساحت، حجم و... کمیت‌های فرعی نام دارند. یکای کمیت‌های فرعی را می‌توان بر حسب یکاهای اصلی تعیین کرد. طول، جرم، زمان، دما و جریان الکتریکی از جمله کمیت‌های اصلی در SI هستند که در ادامه یکای برخی از آنها را معرفی می‌کنیم.

**یکای طول :** یکای طول در SI، متر نام دارد که آن را با نماد m نمایش می‌دهند. بنابه یک توافق قدیمی برای این طول (یک متر) نمونهٔ استانداردی ساخته شده است که در موزهٔ سِوْر در فرانسه نگهداری می‌شود. این نمونه میله‌ای است از جنس آلیاژ پلاتین و ایریدیوم با دو علامت روی آن که فاصلهٔ بین آنها در دمای صفر درجهٔ سلسیوس به‌طور دقیق برابر طول توافق شدهٔ بین‌المللی برای یک متر است. در مؤسسه‌های استاندارد همهٔ کشورها نمونه‌هایی مشابه این نمونهٔ استاندارد را تهیه و نگهداری می‌کنند.

شکل ۱ــ۱ مرتبهٔ بزرگی برخی طول‌ها را نشان داده است.




شکل ۱ــ۱ــ مرتبهٔ بزرگی برخی طول‌ها بر حسب متر

**یکای جرم :** یکای جرم در SI، کیلوگرم نام دارد که آن را با نماد kg نمایش می‌دهند. برای این یکا نیز یک نمونهٔ استاندارد به‌صورت استوانه‌ای از جنس آلیاژ پلاتین و ایریدیوم در موزهٔ سِوْر فرانسه نگهداری می‌شود و کشورهای دیگر نیز مشابه این نمونه استاندارد را تهیه می‌کنند (شکل ۱ــ۲).

شکل ۱ــ۲ــ نمونهٔ جرم استاندارد

**یکای زمان :** یکای زمان در SI، ثانیه نام دارد که آن را با نماد s نمایش می‌دهند. طبق یک تعریف قدیمی، یک ثانیه برابر $\frac{۱}{۸۶۴۰۰}$ یک شبانه‌روز[۱] است.

**یکای کمیت‌های فرعی :** پیش از این دیدیم که نیازی به معرفی یک یکای مستقل برای مساحت نیست؛ زیرا مساحت معمولاً با اندازه‌گیری دو طول و به کمک یک رابطهٔ هندسی محاسبه می‌شود. در نتیجه یکای آن در SI متر مربع ($m^۲$) است. به‌همین ترتیب می‌توانیم یکای هر کمیت فرعی دیگر را با استفاده از رابطه یا رابطه‌های آن کمیت با کمیت‌های اصلی و یا با کمیت‌های فرعی دیگری تعریف کنیم که یکای آنها قبلاً معرفی شده است. از این پس با هر کمیت فرعی که مواجه شویم یکای آن را نیز معرفی خواهیم کرد.

**جدول ۱ــ۱ــ یکای پنج کمیت اصلی در SI**

| کمیت | نام یکا | نماد یکا |
|---|---|---|
| طول | متر | m |
| زمان | ثانیه | s |
| جرم | کیلوگرم | kg |
| جریان الکتریکی | آمپر | A |
| دما | کلوین * | K |

* با این یکا در فصل ششم کتاب آشنا می‌شوید.

**فعالیت ۱ــ۳**

در کتاب فیزیک ۱ و آزمایشگاه با تعدادی از کمیت‌های اصلی و فرعی آشنا شدید. در جدول زیر یکای کمیت‌های داده شده را برحسب یکاهای اصلی بنویسید.

| ردیف | نام کمیت | نماد کمیت | نام یکا | نماد یکا | یکا برحسب یکاهای اصلی |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | سرعت | | | | |
| ۲ | انرژی جنبشی | | | | |
| ۳ | شتاب جاذبه | g | متر بر مجذور ثانیه | $m/s^۲$ | $m/s^۲$ |
| ۴ | انرژی پتانسیل گرانشی | | | | |
| ۵ | بار الکتریکی | | | C | A.s |
| ۶ | توان عدسی | | | | |
| ۷ | | | | | |

۱ــ امروزه در نشست‌های کمیتهٔ بین‌المللی وزن‌ها و مقدارها، برای ثانیه تعریف بسیار دقیق‌تری ارائه شده است که همراه با تعریف دقیق متر و کیلوگرم در کتاب‌های پیشرفته‌تر فیزیک با آن آشنا خواهید شد.

**پیشوندهای SI :** هرگاه در اندازه‌گیری‌ها با اندازه‌های بسیار بزرگ یا بسیار کوچک مواجه شویم، از پیشوندهایی استفاده می‌کنیم که در جدول ۱ــ۲ فهرست شده‌اند. همان‌طور که از ضرایب تبدیل جدول پیداست هر پیشوند توان معینی از ۱۰ را نشان می‌دهد که به‌صورت یک عامل ضرب به‌کار می‌رود. یعنی وقتی یک پیشوند SI افزوده می‌شود آن یکا در ضریب مربوطه ضرب می‌شود، مثلاً ۱ میکرومتر (۱μm) که به آن ۱ میکرون نیز می‌گویند برابر $۱ \times ۱۰^{-۶}m$ است یا ۲ مگاوات (۲MW) برابر $۲ \times ۱۰^{۶}W$ است.

**جدول ۱ــ۲**

| پیشوند | ضریب تبدیل | نماد | پیشوند | ضریب تبدیل | نماد |
|---|---|---|---|---|---|
| دسی | $۱۰^{-۱} = \frac{۱}{۱۰}$ | d | دکا | ۱۰ | da |
| سانتی | $۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۱۰۰}$ | c | هکتو | ۱۰۰ | h |
| میلی | $۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۱۰۰۰}$ | m | کیلو | ۱۰۰۰ | k |
| میکرو | $۱۰^{-۶} = \frac{۱}{۱۰^{۶}}$ | μ | مگا | $۱۰^{۶}$ | M |
| نانو | $۱۰^{-۹} = \frac{۱}{۱۰^{۹}}$ | n | گیگا | $۱۰^{۹}$ | G |
| پیکو | $۱۰^{-۱۲} = \frac{۱}{۱۰^{۱۲}}$ | p | ترا | $۱۰^{۱۲}$ | T |

**تمرین ۱ـ۱**

با استفاده از جدول ۱ــ۲ حساب کنید :

الف) ۰/۰۰۰۰۵km چند cm است؟

ب) $۳/۵ \times ۱۰^{-۸}s$ چند ns است؟

پ) ۰/۰۰۴۷mg چند μg است؟

**مقیاس نانو :** یکی از مقیاس‌هایی که امروزه کاربردهای گسترده‌ای در فیزیک یافته است، مقیاس نانو است که در واقع «یک میلیاردیم» آن چیزی است که داریم. اغلب مقیاس نانو برای طول به‌کار می‌رود و اصطلاحاً با نانومتر (nm) سر و کار داریم. دانش و ابزاری که ما را قادر به بررسی، مشاهده و

به‌کارگیری «چیزها» در مقیاس نانو می‌کند، علوم و فنّاوری نانو نامیده می‌شود. بحث در مورد دانش نانو و اینکه بشر چگونه توانسته است به چنین دستاورد عجیبی دست یابد، بدون درک مفهوم اندازهٔ نانو و اینکه دانشمندان واقعاً با چه «چیزهای» ریزی سر و کار دارند، ملموس نخواهد بود. برای درک بهتر از این مقیاس و برای آنکه دید بهتری از دانش نانو و اختراعات و چیزهای ریز داشته باشید، مطابق شکل ۱ــ۳ از چیزهای قابل تصور شروع می‌کنیم و به‌تدریج به اندازه‌های خیلی کوچک در مقیاس نانو می‌رسیم.

**فعالیت ۱ـ۴**

الف) با استفاده از شکل ۱ــ۳ و برای آنکه به تصوری از اندازهٔ مقیاس نانو دست یابید، قطر موی انسان و قطر یک گلبول قرمز را بر حسب مقیاس نانو به‌دست آورید.

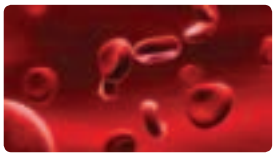
ب) در مورد ابزارهایی که دانشمندان و مهندسان علوم نانو با آن کار می‌کنند تحقیق، و به کلاس گزارش کنید.

**نمادگذاری علمی :** در پاره‌ای از اندازه‌گیری‌ها با مقدارهای خیلی بزرگ یا خیلی کوچک سروکار داریم. مثلاً سرعت نور در خلأ به‌طور دقیق ۲۹۹ , ۷۹۲ , ۴۵۸m/s است که در محاسبه آن را به‌صورت ۳۰۰,۰۰۰,۰۰۰m/s تقریب می‌زنند یا برای نوشتن جرم یک الکترون برحسب کیلوگرم باید بعد از ممیز ۳۰ صفر قرار دهیم و پس از آن رقم ۹۱۰۹ را بنویسیم. بدیهی است که نوشتن چنین عددهایی به‌صورت اعشاری یا با صفرهای زیاد، علاوه بر آنکه خواندن و نوشتن را مشکل می‌کند، احتمال اشتباه را هم زیاد می‌کند. از این رو با استفاده از روشی که آن را نمادگذاری علمی می‌نامند، نوشتن و محاسبهٔ مقدارهای خیلی بزرگ یا خیلی کوچک را ساده می‌کنند.

در نمادگذاری علمی هر مقدار را به‌صورت حاصل ضرب عددی بزرگ‌تر از ۱ یا مساوی با ۱ و کوچک‌تر از ۱۰ و ضریبی با توان صحیحی از ۱۰ می‌نویسند. به‌عنوان مثال سرعت نور به‌صورت $۳/۰۰ \times ۱۰^{۸}\text{m/s}$ و جرم الکترون به صورت $۹/۱۰۹ \times ۱۰^{-۳۱}\text{kg}$ نوشته می‌شود.

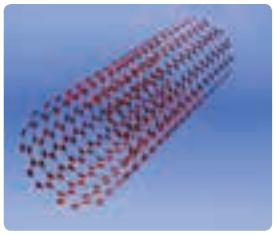
مورچه، ۵ میلی‌متر

موی انسان، ۶۰ تا ۱۲۰ میکرومتر

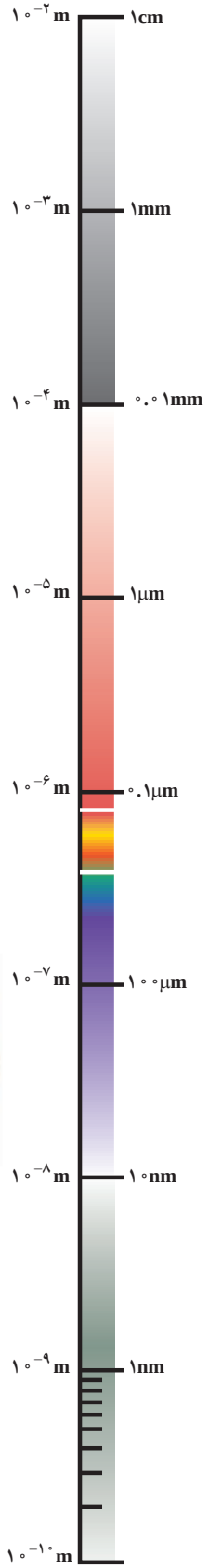


گلبول سرخ، ۷ میکرومتر

آنزیم، ۱۰ نانومتر



نانو لوله کربن، قطر ۱ نانومتر




شکل ۱ــ۳

## مثال ۱ـ۱

داده‌های زیر را با استفاده از نمادگذاری علمی و برحسب یکاهای خواسته شده بنویسید.

الف) فاصلهٔ ماه تا زمین : $r = ۳۸۲ \times ۱۰^{۳}\,km = \ldots\ldots\ldots m$

ب) شعاع اتم هیدروژن در مدل اتمی بور : $a_{\circ} = ۰/۰۵۲۹nm = \ldots\ldots\ldots m$

پ) جرم خورشید : $m = ۱۹۹ \times ۱۰^{۲۵}\,ton = \ldots\ldots kg$

ت) جرم پروتون : $m = ۱۶/۷ \times ۱۰^{-۲۵} g = \ldots\ldots kg$

ث) مدت زمان گردش سیارهٔ عطارد به‌دور خورشید : $T = ۰/۲۴۱$ سال $= \ldots\ldots\ldots$ سال

ج) مدت زمان گردش الکترون به دور هستهٔ اتم هیدروژن در مدل اتمی بور : $T = ۰/۰۰۰۱۵ps = \ldots\ldots\ldots s$

چ) بار الکتریکی الکترون : $q_e = ۱۶۰ \times ۱۰^{-۱۵}\mu C = \ldots\ldots\ldots C$

**پاسخ :** با رعایت شیوهٔ نمادگذاری علمی به ترتیب داریم :

الف) $r = ۳۸۲ \times ۱۰^{۳} km = ۳/۸۲ \times ۱۰^{۸} m$

ب) $a_{\circ} = ۰/۰۵۲۹nm = ۵/۲۹ \times ۱۰^{-۱۱} m$

پ) $m = ۱۹۹ \times ۱۰^{۲۵} ton = ۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰} kg$

ت) $m = ۱۶/۷ \times ۱۰^{-۲۵} g = ۱/۶۷ \times ۱۰^{-۲۷} kg$

ث) $T = ۰/۲۴۱$ سال $= ۲/۴۱ \times ۱۰^{-۱}$ سال

ج) $T = ۰/۰۰۰۱۵ps = ۱/۵ \times ۱۰^{-۱۶} s$

چ) $q_e = ۱۶۰ \times ۱۰^{-۱۵}\mu C = ۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱۹} C$

## تمرین ۱ـ۲

داده‌های زیر را با استفاده از نمادگذاری علمی و برحسب یکاهای خواسته شده بنویسید.

الف) شعاع کرهٔ زمین $Re = ۶۳۷ \times ۱۰^{۴} m = \ldots\ldots km$

ب) فاصلهٔ زمین تا نزدیک‌ترین ستاره (پروکسیمای قنطورس) $r = ۴۰۴ \times ۱۰^{۱۱} km = \ldots\ldots m$

پ) جرم کرهٔ زمین $M_e = ۵۹۸ \times ۱۰^{۱۹} ton = \ldots\ldots kg$

ت) جرم دوترون (یکی از ایزوتوپ‌های هیدروژن) $m = ۳۳۴۴ \times ۱۰^{-۲۷} g = \ldots\ldots kg$

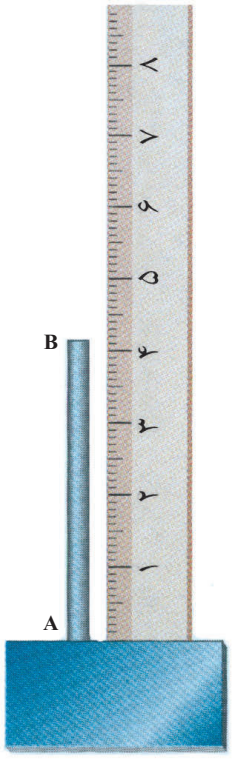
ث) مدت زمان رسیدن نور خورشید به زمین $t = ۴۹۹s = \ldots\ldots\ldots s$

**وسیله و روش اندازه‌گیری :** اندازه‌گیری‌ها در فیزیک توسط وسیله‌هایی انجام می‌شود که معمولاً با توجه به کمیّت مورد اندازه‌گیری انتخاب و یا طراحی می‌شوند و هریک روش استفادهٔ خاص خود را دارند. برای مثال، وسیله‌ای که برای اندازه‌گیری ضخامت یک برگ کاغذ مناسب است مسلماً برای اندازه‌گیری طول حیاط مدرسه مناسب نیست.

برای کم کردن خطا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمولاً اندازه‌گیری آن چند بار تکرار می شود. اگر عددهای به‌دست آمده متفاوت باشند، میانگین آن عددها به‌عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری پذیرفته می‌شود. البته در میان عددهای متفاوت اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشته باشند در میانگین‌گیری به‌حساب نمی‌آیند.

**وسیلهٔ اندازه‌گیری طول :** در اندازه‌گیری طول‌های نه‌چندان بزرگ و نه‌چندان کوچک از یک خط‌کش یا متر نواری استفاده می‌کنیم که برحسب میلی‌متر یا سانتی‌متر مدرج شده باشد.

فرض کنید که می‌خواهید طول میله‌ای معین مثلاً میلهٔ AB در شکل (۱ــ۴) را با یک خط‌کش میلی‌متری اندازه بگیرید. در خط‌کش میلی‌متری فاصلهٔ بین هر دو نشانهٔ متوالی برابر یک میلی‌متر است. در شکل، نقطهٔ B بین دو نشانه قرار گرفته است و نشان می‌دهد که طول میله از ۴۱ میلی‌متر بیشتر و از ۴۲ میلی‌متر کمتر است. ولی اینکه چقدر بیشتر از ۴۱ میلی‌متر یا چقدر کمتر از ۴۲ میلی‌متر است، معلوم نیست.

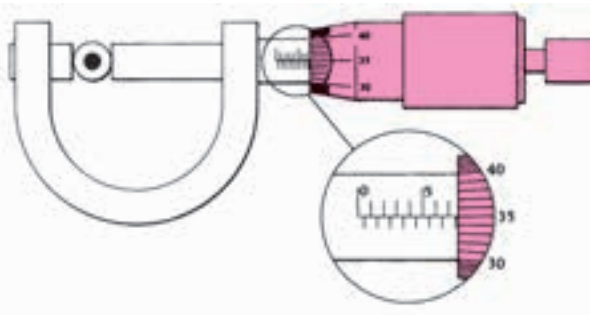


شکل ۱ــ۴ــ اندازه‌گیری طول یک میله با خط‌کش میلی‌متری

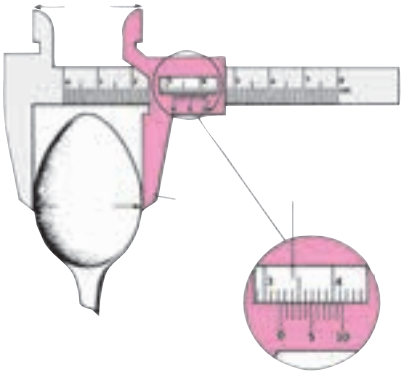
طول این میله برحسب میلی‌متر با یک عدد صحیح مثلاً ۴۱ یا ۴۲ میلی‌متر بیان می‌شود. با این خط‌کش نمی‌توان طول میله را با عددهایی مانند ۴۱/۸ یا ۴۲/۱ و یا ... میلی‌متر بیان کرد.

در بعضی از کارگاه‌های صنعتی مانند تراشکاری‌ها، اندازه‌گیری طول با ابزارهای دقیق‌تر از خط‌کش میلی‌متری انجام می‌شود. این ابزارها کولیس و ریزسنج هستند. کولیس‌هایی که امروزه در آزمایشگاه‌های مدرسه استفاده می‌شوند، می‌توانند تا $\frac{۲}{۱۰۰}$ میلی‌متر را اندازه بگیرند. یعنی می‌توانند ضخامتی به کوچکی $\frac{۲}{۱۰۰}$ mm را نشان دهند.

در شکل‌های (۱ــ۵ــ الف و ب) اندازه‌گیری با کولیس و ریزسنج نشان داده شده است.



الف) ریزسنجی با دقت ۰/۰۱ mm


ب) کولیس قدیمی با دقت ۰/۱ mm

شکل ۱ــ۵

**فعالیت ۱ـ۵**

به‌همراه گروه خود :

۱ــ دربارهٔ روش و ابزار اندازه‌گیری طول‌های بسیار بزرگ و بسیار کوچک مانند فاصلهٔ زمین تا ماه، مسافت بین دو شهر، ضخامت موی سر، قطر یک سیم نازک و ... تحقیق کنید و نتیجه را به کلاس گزارش دهید.

۲ــ از آزمایشگاه دبیرستان، کولیس و ریزسنج بگیرید و چگونگی کار با این دو وسیله را بنویسید.

۳ــ اگر کولیس یا ریزسنج در اختیار نداشته باشید، ضخامت یک برگ کاغذ را چگونه اندازه می‌گیرید؟

**گزارش کار یک آزمایش چیست؟** گزارش کار همان‌گونه که از نامش برمی‌آید، شرح جزئیات و مرحله‌های انجام یک آزمایش است و معمولاً حاوی نکته‌های زیر است :

- هدف از انجام آزمایش.
- نام آزمایشگر یا آزمایشگران (یا نام گروه).
- زمان و محل انجام آزمایش.
- نام وسیله‌های مورد نیاز در آزمایش.
- شرح روش یا روش‌های آزمایش.
- درج عددهای حاصل از اندازه‌گیری‌ها در جدول.
- درصورت لزوم، رسم نمودارهایی که چگونگی تغییرات کمیت‌های مورد اندازه‌گیری را نشان دهد.
- عوامل ایجاد خطا در اندازه‌گیری‌ها.
- نتیجه‌گیری.
- هر مطلب یا اطلاع دیگری که لازم باشد[۱].

**فعالیت ۱ـ۶**

مساحت روی جلد کتاب فیزیک ۲ را اندازه بگیرید و آن را برحسب $m^2$ ، $cm^2$، $mm^2$ بنویسید. گزارش کار آزمایش مربوط را بنویسید.

**وسیلهٔ اندازه‌گیری جرم :** جرم را معمولاً با ترازو اندازه می‌گیریم. شما در آشپزخانه، نانوایی، میوه‌فروشی و ... انواع مختلفی از ترازوها را دیده‌اید که برای اندازه‌گیری جرم‌های معمولی استفاده می‌شود. در شکل ۱ــ۶ تصویر برخی از ترازوها آمده است.

۱ــ در پیوست انتهای کتاب، یک گزارش کار آزمایش به‌صورت نمونه آورده شده است که برای آشنایی می‌توانید به آن مراجعه کنید.

در استفاده از ترازوها توجه به نکات زیر ضروری است :

الف) ترازو باید روی سطح کاملاً افقی قرار داشته باشد.

ب) صفرِ ترازو را تنظیم می‌کنیم؛ یعنی وقتی چیزی روی ترازو نباشد، ترازو عدد صفر را نشان دهد یا هردو کفه در یک تراز باشد.

پ) جسم موردنظر را به آرامی روی ترازو قرار می‌دهیم.

ت) پس از قرار دادن جسم درترازو، صبر می‌کنیم، سپس عدد موردنظر را می‌خوانیم یا مجموع وزنه‌های استفاده شده را حساب می‌کنیم.

شکل ۱ــ۶

**مثال ۱ـ۲**

در تصویر مقابل، ترازو جرم بخشی از یک میوه را ۸۷/۹ g نشان می‌دهد.

با این ترازو، جرم سیبی را اندازه می‌گیریم. کدام‌یک از عددهای زیر می‌تواند نتیجهٔ این اندازه‌گیری باشد؟

الف) ۲۱۱/۲۵g　　ب) ۲۱۱/۲g

پ) ۲۱۱/۲۷g　　ت) ۲۱۱/۳۰g

**پاسخ :** دقت این ترازو ۰/۱ g است. پس هر اندازه‌گیری با آن فقط با این دقت انجام می‌شود. بنابراین فقط اندازه‌گیری ۲۱۱/۲ g با این ترازو معتبر است.

**فعالیت ۱ـ۷**

الف) دربارهٔ روش و ابزار اندازه‌گیری جرم‌های بزرگ مانند کامیون پر از بار و جرم‌های کوچک مانند دانهٔ خاکشیر تحقیق و نتیجه را به کلاس گزارش کنید.

ب) جرم یک سیب، یک دانه عدس و آب درون لیوان را با ترازو (چند بار) اندازه بگیرید و گزارش کار آزمایش را بنویسید.

**وسیلهٔ اندازه‌گیری زمان :** وسیلهٔ متداول برای اندازه‌گیری زمان ساعت است که به‌صورت‌های مختلف در همه‌جا موجود است.

**فعالیت ۱ـ۸**

با بحث و تبادل‌نظر گروهی توضیح دهید که

الف) چگونه می‌توان زمان نوسان (زمان یک رفت و برگشت کامل) یک آونگ را اندازه‌گیری کرد.

ب) اگر سنگی را به هوا پرتاب کنید مدّت زمانی که سنگ در هواست را چگونه اندازه می‌گیرید؟ وسیله و روش اندازه‌گیری را شرح دهید.

پ) آزمایشی طراحی کنید که به کمک آن بتوانید جرم و حجم یک قطره آب را اندازه بگیرید.

**تمرین ۱ـ۳**

با پیمانه‌ای به گنجایش ۵ سانتی‌متر مکعب حجم مقداری مایع را اندازه گرفته‌ایم. کدام یک از داده‌های زیر می‌تواند نتیجهٔ اندازه‌گیری با این پیمانه باشد؟

الف) $۲۰\,cm^۳$ ب) $۲۱\,cm^۳$

پ) $۱۹\,cm^۳$ ت) $۲۰/۵\,cm^۳$

## ۱ـ۲ کمیت‌های فیزیکی

دیدیم که فیزیک دانش بررسی کمیت‌های قابل اندازه‌گیری است. بنابراین می‌توان گفت که هر کمیتی که در فیزیک مطرح می‌شود، باید قابل اندازه‌گیری باشد. با توجه به آنچه که در مورد اندازه‌گیری خواندیم، می‌توانیم بگوییم که تعریف یک کمیّت فیزیکی هنگامی کامل می‌شود که برای آن یک یکای مناسب و یک روش اندازه‌گیری تعریف کرده باشیم.

کمیت‌های فیزیکی به دو دستهٔ متمایز نرده‌ای و برداری تقسیم می‌شوند.

**کمیت‌های نرده‌ای :** چهار پیمانهٔ ۲۰۰ سانتی‌متر مکعبی آب درون سطلی می‌ریزیم. حجم آب درون سطل چقدر است؟ اگر دو پیمانهٔ دیگر آب به سطل بیفزاییم، حجم آب چقدر خواهد شد؟

پاسخ هر بند این پرسش تنها با یک عدد به‌طور کامل بیان می‌شود. کمیت‌هایی مانند حجم با این ویژگی که برای مشخص شدن آنها برحسب یک یکای معین، تنها یک عدد کفایت می‌کند نرده‌ای نام دارند.

محاسبه‌های ریاضی این‌گونه کمیت‌ها مانند جمع یا تفریق، از قاعده‌های متداول در حساب پیروی می‌کنند. در پاسخ به بخش دوم پرسش بالا شما به سادگی حجم افزوده شده را با حجم قبلی جمع کردید.

برخی از کمیت‌های نرده‌ای که تاکنون با آنها آشنا شده‌اید عبارتند از : انرژی، دما، توان، اختلاف پتانسیل الکتریکی، جرم و زمان. در مقابل، کمیت‌های دیگری نیز در فیزیک داریم که تنها با ذکر مقدار آنها برحسب یک یکای معین، به‌طور کامل مشخص نمی‌شوند.

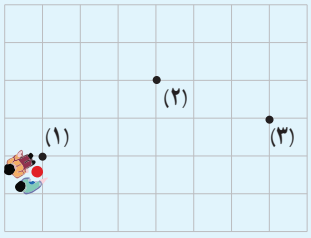
تصور کنید در حالی که چشمان خود را بسته‌اید، از دوستتان که در جایی ایستاده است بخواهید یک قدم بردارد. آیا می‌توانید همچنان با چشمان بسته بگویید که او پس از این حرکت در کجا ایستاده است؟ مطمئناً پاسخ شما منفی است. او ممکن است با این یک قدم، به شما نزدیک‌تر یا از شما دورتر شده باشد. یا حتی فاصله‌اش با شما هیچ تغییری نکرده باشد (چگونه؟) به‌عبارت دیگر جابه‌جایی او می‌تواند در هر راستا و سویی باشد. تنها درصورتی می‌توانید از مکان آخری او با اطلاع شوید که علاوه بر فاصله‌ای که او باید جابه‌جا شود، جهت (راستا و سوی) جابه‌جا شدن او را هم مشخص کنید. مثلاً بگویید یک قدم به سوی من یا به طرف جنوب یا جنوب شرق و یا ... بردارد.

**جابه‌جایی :** در فیزیک، کمیتی به نام جابه‌جایی تعریف می‌کنیم و همان‌طور که از نام آن برمی‌آید، معرف تغییر مکان یک جسم است. جابه‌جایی یک جسم، پاره‌خط جهت‌داری است که ابتدای آن مکان آغازی و انتهای آن مکان پایانی جسم است. همان‌طور که دیدیم تنها با دانستن مقدار جابه‌جایی نمی‌توانیم آن را به‌طور کامل مشخص کنیم، بلکه باید جهت (یعنی راستا و سوی) آن را نیز بدانیم.

**جابه‌جایی‌های مساوی :** یک دسته سرباز را در حال رژه رفتن مجسم کنید. جابه‌جایی آنها را در یک مدت مشخص (بازهٔ زمانی معین) رسم کنید. مجموعه‌ای از پاره‌خط‌های موازی و مساوی و هم‌سو به‌دست می‌آورید. در این حالت می‌گوییم که این سربازها جابه‌جایی مساوی داشته‌اند. به‌عبارت دیگر دو جابه‌جایی را وقتی مساوی می‌گویند که به یک اندازه و در یک جهت (یک راستا و یک‌سو) باشند.

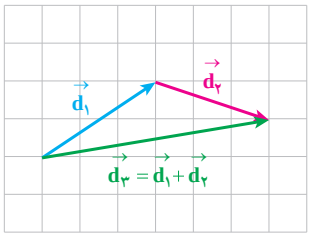
جابه‌جایی‌ها چگونه با هم جمع می‌شوند؟

## فعالیت ۱ـ۹




روی یک صفحهٔ کاغذ شطرنجی، با انتخاب مقیاس مناسب شکل حیاط مدرسه یا خانهٔ خود را بکشید. نزدیک محلّ در ورودی حیاط را با شمارهٔ ۱ و وسط حیاط را با شمارهٔ ۲ و کنار دیوار عمود بر در ورودی را با شمارهٔ ۳ مشخص کنید. با این کار شما شکلی مشابه شکل روبه‌رو به‌دست آورده‌اید. سپس از دوست خود بخواهید که از محلّ شمارهٔ ۱ به محل شمارهٔ ۲ برود. بردار جابه‌جایی او را در شکل رسم کنید. (این جابه‌جایی پاره‌خط جهت‌داری است که ابتدایش نقطهٔ ۱ و انتهایش نقطهٔ ۲ است). نام این جابه‌جایی را $\vec{d}_1$ بگذارید. سپس از او بخواهید که از محل شمارهٔ ۲ به محلّ شمارهٔ ۳ برود. این جابه‌جایی را نیز در شکل رسم کنید و آن را $\vec{d}_2$ بنامید. جابه‌جایی کلّ دوست شما $\vec{d}_3$ (از نقطهٔ ۱ به نقطهٔ ۳) چگونه است؟ آیا طول $\vec{d}_3$ با مجموع طول‌های $\vec{d}_1$ و $\vec{d}_2$ برابر است؟ اگر نیست پس دو جابه‌جایی $\vec{d}_1$ و $\vec{d}_2$ را چگونه با هم جمع کنیم تا $\vec{d}_3$ به‌دست آید؟

با اندکی دقت در شکلی که از فعالیت ۱ــ۹ به‌دست آورده‌اید، درمی‌یابیم که برای یافتن حاصل جمع دو جابه‌جایی $\vec{d}_1$ و $\vec{d}_2$، مانند شکل ۱ــ۷ ابتدا جابه‌جایی $\vec{d}_1$ و سپس از انتهای آن جابه‌جایی $\vec{d}_2$ را رسم می‌کنیم. پاره‌خط جهت‌داری که ابتدای آن ابتدای $\vec{d}_1$ و انتهای آن انتهای $\vec{d}_2$ است، جابه‌جایی کل یا حاصل جمع دو جابه‌جایی ($\vec{d}_3$) را نشان می‌دهد.



شکل ۱ــ۷

جابه‌جایی، نمونه‌ای از یک کمیت برداری است. سایر کمیت‌های برداری نیز مانند جابه‌جایی‌ها با هم جمع می‌شوند. از این رو قاعدهٔ جمع جابه‌جایی‌ها را قاعدهٔ جمع برداری نیز می‌نامند.

کمیت برداری کمیتی است که بزرگی (اندازه) و جهت (راستا و سو) دارد، و از قاعدهٔ جمع برداری پیروی می‌کند.

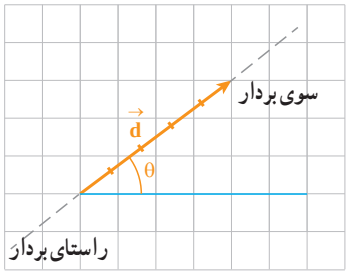
حاصل جمع چند بردار را برایند آن بردارها (یا بردار برایند) می‌نامند.

**فعالیت ۱ــ۱۰**

با توجه به تساوی دو جابه‌جایی توضیح دهید که دو بردار چه وقت با هم مساویند؟

کمیت‌های برداری را با پاره‌خط‌های جهت‌دار (پیکان) نمایش می‌دهند. پیکان را هم‌جهت با بردار و طول آن را متناسب با بزرگی بردار درنظر می‌گیرند. در این کتاب کمیت‌های برداری را با پیکان کوچکی (→) مشخص می‌کنیم که بر روی نماد کمیت قرار می‌دهیم مانند $\vec{d}$. بزرگی بردار $\vec{d}$ را با $|\vec{d}|$ و یا با نماد بدون پیکان آن (مانند d) مشخص می‌کنند (شکل ۱ــ۸).

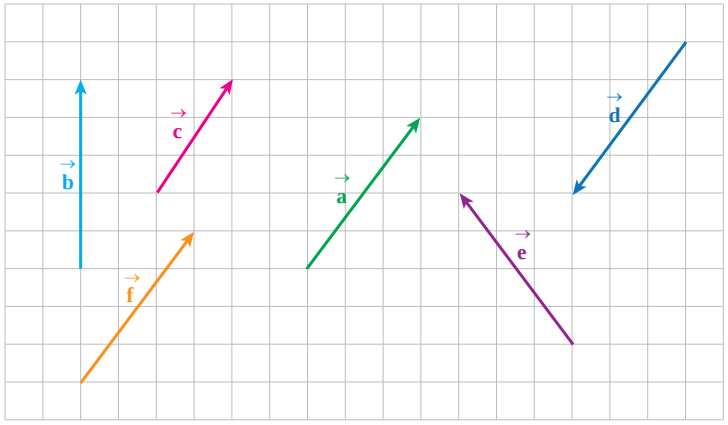
در این کتاب با کمیت‌های برداری دیگری از قبیل سرعت، شتاب، نیرو و ... آشنا خواهید شد که هریک را در جای خود معرفی خواهیم کرد.



شکل ۱ــ۸ــ بردار $\vec{d}$ با اندازه و جهت آن مشخص می‌شود. بزرگی این بردار $d = |\vec{d}| = ۵$ است.

**مثال ۱ــ۳**

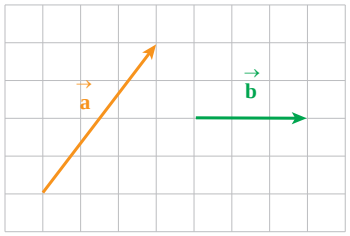
در شکل زیر بردارهای مساوی با بردار $\vec{a}$ را مشخص کنید.




**پاسخ:** فقط بردار $\vec{f}$ است که اندازه و جهت آن با بردار $\vec{a}$ یکی است.

توجه داریم که جمع برداری دارای خاصیت جابه‌جایی است. یعنی حاصل‌جمع دو یا چند بردار به ترتیب بردارها بستگی ندارد.

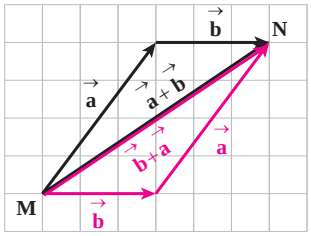
## مثال ۱ـ۴




دانش‌آموزی دو جابه‌جایی پی‌درپی انجام می‌دهد. هریک از جابه‌جایی‌های او در شکل روبه‌رو به‌طور جداگانه نشان داده شده‌اند. جابه‌جایی برایند دانش‌آموز را در هریک از حالت‌های زیر رسم کنید.

الف) جابه‌جایی اول برابر $\vec{a}$ و جابه‌جایی دوم برابر $\vec{b}$ باشد.

ب) جابه‌جایی اول برابر $\vec{b}$ و جابه‌جایی دوم برابر $\vec{a}$ باشد.

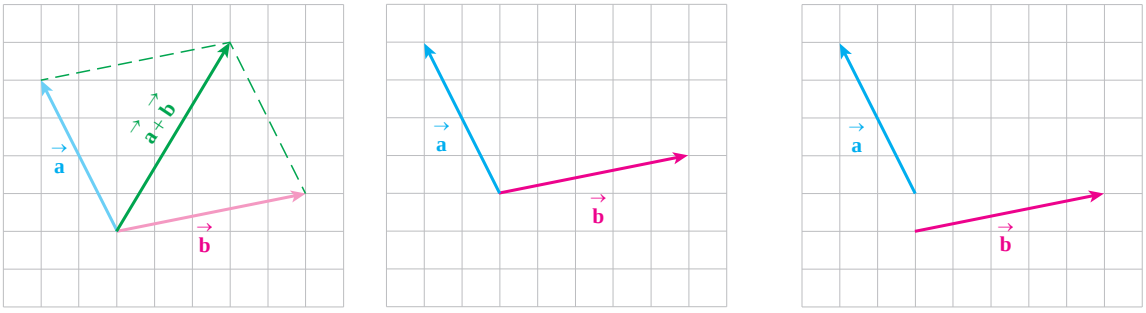



**پاسخ :** اگر دانش‌آموز در ابتدا روی نقطهٔ M باشد، جابه‌جایی‌های بند الف را با رنگ سیاه و جابه‌جایی‌های بند ب را با رنگ قرمز، مطابق با قاعدهٔ جمع برداری جمع می‌کنیم. با توجه به ویژگی‌های هندسی متوازی‌الاضلاع درمی‌یابیم که در هر دو حالت، دانش‌آموز به یک نقطه (نقطهٔ N) رسیده است.

با دقت در شکل بالا درمی‌یابیم که برای رسم بردار برایند، می‌توانیم از روش دیگری نیز استفاده کنیم :

ابتدا بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را از یک مبدأ رسم می‌کنیم (شکل ۱ــ۹ــ ب).

سپس متوازی‌الاضلاعی را رسم می‌کنیم که این دو بردار دو ضلع مجاور آن باشند. بردار برایند، قطری از متوازی‌الاضلاع است که نقطهٔ شروع دو بردار را به رأس روبه‌رو وصل می‌کند شکل (۱ــ۹ــ پ). این روش جمع دو بردار را روش متوازی‌الاضلاع برای جمع بردارها می‌نامیم.

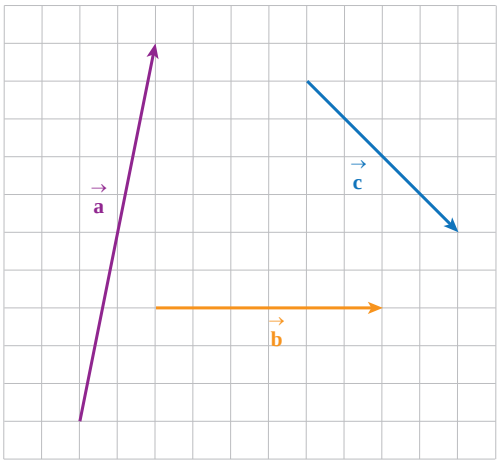



(پ) (ب) (الف)

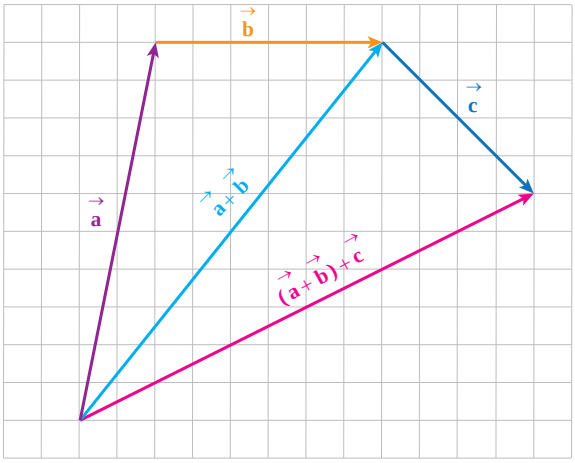
شکل ۱ــ۹

**مثال ۱ـ ۵**

بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را در شکل روبه‌رو درنظر بگیرید. بردار برایند آنها را بدست آورید.




**پاسخ :** مطابق شکل روبه‌رو ابتدا بردار $\vec{a}$ و سپس از انتهای آن برداری مساوی $\vec{b}$ رسم می‌کنیم. مطابق قاعدهٔ جمع برداری، $\vec{a}+\vec{b}$ برداری است که ابتدای آن ابتدای بردار $\vec{a}$ و انتهای آن انتهای بردار $\vec{b}$ است. سپس این بردار $(\vec{a}+\vec{b})$ را با بردار $\vec{c}$ جمع می‌کنیم. یعنی از انتهای بردار $(\vec{a}+\vec{b})$ برداری مساوی $\vec{c}$ رسم می‌کنیم. بردار $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$ برداری است که ابتدای آن ابتدای بردار $(\vec{a}+\vec{b})$ و انتهای آن انتهای بردار $\vec{c}$ است.



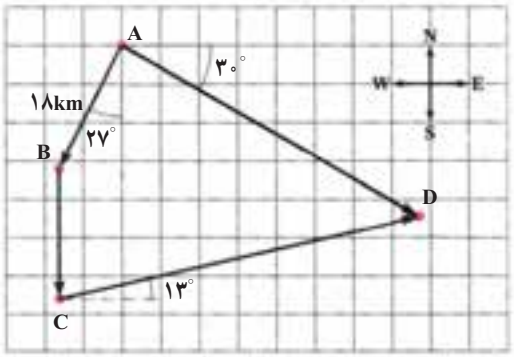

با حل این مثال درمی‌یابیم که برای جمع کردن چند بردار می‌توانیم به این ترتیب عمل کنیم که از انتهای بردار اول، برداری مساوی بردار دوم و از انتهای بردار دوم برداری مساوی بردار سوم و همین‌طور تا آخر رسم کنیم. بردار برایند، برداری است که ابتدای آن، ابتدای بردار اول و انتهای آن، انتهای بردار آخر است.

**مثال ۱ـ۷**

خودرویی از شهر A شروع به حرکت می‌کند و از شهرهای B و C می‌گذرد و به شهر D می‌رسد. این جابه‌جایی‌ها در شکل روبه‌رو نشان داده شده است. با استفاده از خط‌کش و نقاله و توجه به مقیاس،

الف) اندازهٔ جابه‌جایی‌های $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CD}$ را تعیین کنید.

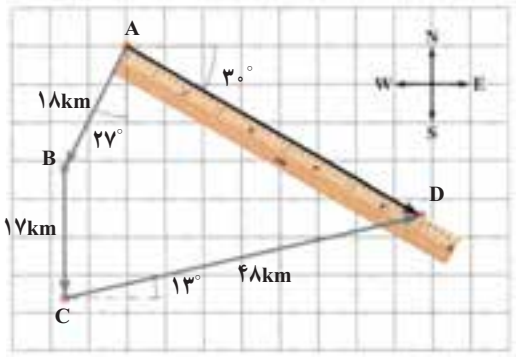
ب) بردار جابه‌جایی خودرو در کل مسیر را بیابید.




**پاسخ :**

الف) با استفاده از خط‌کش و با توجه به مقیاس، اندازهٔ جابه‌جایی‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$|\overrightarrow{BC}| = BC = ۱۷km$ $\qquad$ $|\overrightarrow{CD}| = CD = ۴۸km$




ب) بردار جابه‌جایی کل، برداری است که شهر A را به شهر D وصل می‌کند. با استفاده از خط‌کش و با توجه به مقیاس، اندازهٔ جابه‌جایی کل به‌دست می‌آید.

$|\overrightarrow{AD}| = AD = ۴۵km$

به کمک نقاله زاویهٔ این بردار با راستای شرق ــ غرب، $۳۰^\circ$ به‌دست می‌آید. می‌توان این نتیجه را به صورت «$۳۰^\circ$ جنوبِ شرق، یا $۶۰^\circ$ شرقِ جنوب» بیان کرد.

**تمرین ۱ـ۴**

شخصی برای رسیدن به مقصد خود ابتدا در راستای شرق ــ غرب، ۴۰km به سمت شرق و سپس در راستای شمال ــ جنوب، ۲۰km به سمت جنوب می‌رود و سرانجام به اندازهٔ ۳۰km در جهتِ $۳۵^\circ$ غربِ جنوب جابه‌جا می‌شود. با استفاده از خط‌کش، نقاله و انتخاب مقیاس مناسب جابه‌جایی کل را پیدا کنید.

**محاسبه بزرگی بردار برایند :** در بعضی حالت‌های خاص می‌توان بدون رسم شکل و از راه محاسبه نیز بزرگی بردار برایند را به‌دست آورد.[۱]

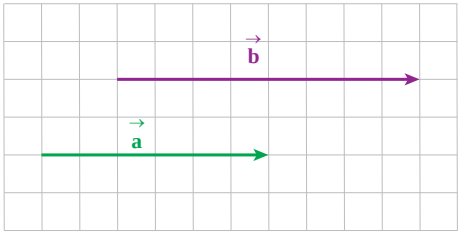
---

۱ــ در این کتاب تنها محاسبهٔ بزرگی برایند بردارهایی مد نظر است که یا در یک راستا قرار دارند و یا بر یکدیگر عمودند. برای تعیین برایند دو بردار که با یکدیگر زاویهٔ θ می‌سازند، **فقط** باید از خط‌کش و نقاله استفاده شود، لذا بیان هر رابطه به این منظور و ارزش‌یابی از آن **به‌طور کامل** خارج از برنامهٔ درسی این کتاب است.

## مثال ۱ـ۷

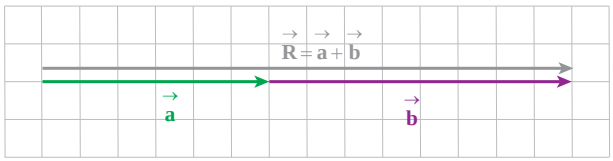
برایند بردارهای هم‌جهت $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در شکل الف را به‌دست آورید.

بزرگی دو بردار $a=۳cm$ و $b=۴cm$ است.



(الف)

**پاسخ :** مطابق شکل ب ابتدا بردار $\vec{a}$ و سپس از انتهای آن بردار $\vec{b}$ را رسم می‌کنیم. چون دو بردار هم‌جهت‌اند، در امتداد هم روی یک خط قرار می‌گیرند. بردار برایند نیز همان‌گونه که در شکل پیداست روی همین خط قرار می‌گیرد. این بردار هم‌جهت با دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است و بزرگی آن برابر مجموع بزرگی‌های دو بردار می‌شود.



(ب)

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

چون دو بردار هم‌جهت هستند، داریم :

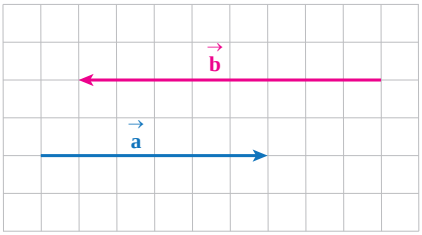
$$R=a+b=۳+۴=۷$$

با حل این مثال : درمی‌یابیم که بزرگی برایند دو بردار هم‌جهت $\vec{a}$ و $\vec{b}$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$R=a+b \qquad (۱ـ۱)$$

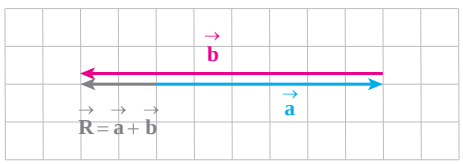
## مثال ۱ـ۸

در شکل الف برایند بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که در خلاف جهت یکدیگرند و بزرگی آنها $a=۳m$ و $b=۴m$ است را به‌دست آورید.



(الف)

**پاسخ :** مطابق شکل ب از انتهای بردار $\vec{a}$ برداری مساوی بردار $\vec{b}$ رسم می‌کنیم. بردار برایند همان‌گونه که در شکل پیداست، هم‌جهت با بردار بزرگ‌تر (یعنی بردار $\vec{b}$) است. بنابراین، بزرگی بردار برایند برابر تفاضل بزرگی‌های دو بردار می‌شود.



(ب)

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

چون دو بردار در خلاف جهت هم هستند، داریم :

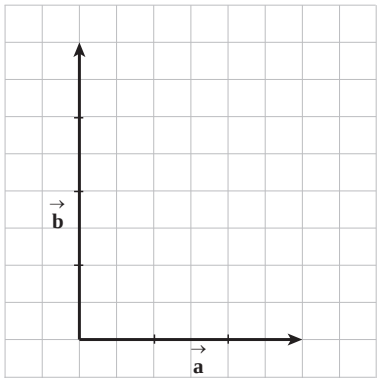
$$R = |a-b| = |۳-۴| = ۱$$

با حل این مثال، درمی‌یابیم که بزرگی برایند دو بردار هم‌راستا و در خلاف جهت هم $\vec{a}$ و $\vec{b}$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$R=|a-b| \qquad (۱ـ۲)$$

**مثال ۱ـ۹**

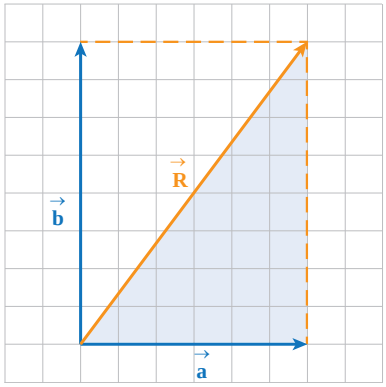
در شکل الف اندازهٔ بردارهای عمود بر هم $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به‌ترتیب ۳ و ۴ واحد است. بزرگی برایند این دو بردار را با استفاده از رسم و همین‌طور با محاسبه به‌دست آورید.




(الف)

**پاسخ :** برای به‌دست‌آوردن بردار برایند ($\vec{R}$)، مطابق قاعدهٔ جمع برداری عمل می‌کنیم. اگر بزرگی $\vec{R}$ را با خط‌کش اندازه بگیریم آن را ۵ واحد به‌دست می‌آوریم.

همان‌طورکه در شکل ب دیده می‌شود $\vec{R}$، وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که ضلع‌های آن $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است. بنابراین، می‌توانیم با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس بنویسیم.




(ب)

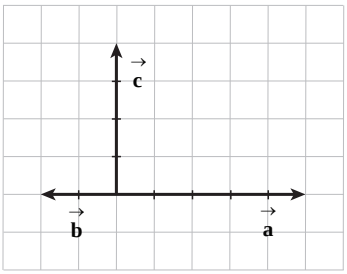
$$R^۲=a^۲+b^۲ \Rightarrow R=\sqrt{۹+۱۶}=۵$$

با حل این مثال، درمی‌یابیم که بزرگی برایند دو بردار عمود بر هم $\vec{a}$ و $\vec{b}$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$R=\sqrt{a^۲+b^۲} \qquad (۱ـ۳)$$

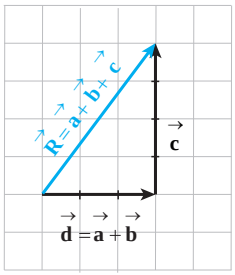
## مثال ۱ـ۱۰

برایند بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در شکل الف را رسم و بزرگی برایند را محاسبه کنید. فرض کنید اندازه بردارها $a=5cm$ ، $b=2cm$ ، $c=4cm$ باشد.



(الف)

**پاسخ :** با توجه به اینکه ترتیب بردارها را می‌توانیم به هرصورت که بخواهیم تغییر دهیم، بهتر است اول برایند آنهایی را به‌دست آوریم که هم‌راستا هستند. برایند دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را $\vec{d}$ می‌نامیم و ابتدا این برایند را به‌دست می‌آوریم. $\vec{d}$ برداری است هم‌جهت با $\vec{a}$ و بزرگی آن برابر $|5-2|=3cm$ است. اکنون برایند دو بردار $\vec{c}$ و $\vec{d}$ را مطابق شکل ب به‌دست می‌آوریم.



(ب)

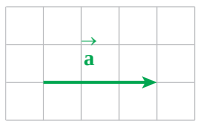
$$R=\sqrt{d^2+c^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

**حاصل ضرب یک عدد در یک بردار :** وقتی برداری را در عدد مثبتی مانند m ضرب می کنیم جهت بردار حاصل با بردار اولیه یکی است و بزرگی آن m برابر بردار اول است.

اگر برداری را در یک عددی منفی مانند m ضرب کنیم، بردار حاصل در خلاف جهت بردار اولیه خواهد شد و بزرگی بردار حاصل $|m|$ برابر بردار اول است.

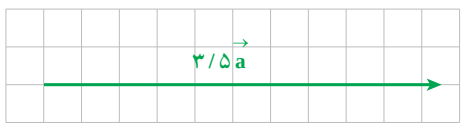
## مثال ۱ـ۱۱

بردار $\vec{a}$ در شکل روبه‌رو رسم شده است. بردار $3/5\vec{a}$ را رسم کنید.



(الف)

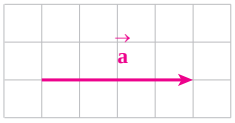
**پاسخ :** بردار $3/5\vec{a}$ هم‌جهت (هم‌راستا و هم‌سو) با بردار $\vec{a}$ و بزرگی آن ۳/۵ برابر بزرگی بردار $\vec{a}$ است.



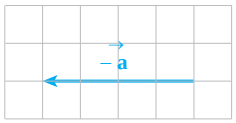
(ب)

### مثال ۱ـ۱۲

بردار $\vec{a}$ در شکل روبه‌رو رسم شده است. بردار $-\vec{a}$ را رسم کنید. این بردار را قرینهٔ بردار $\vec{a}$ نیز می‌گویند.



(الف)



(ب)

**پاسخ :** بردار $-\vec{a}$ همان‌گونه که از شکل پیداست، به بزرگی بردار $\vec{a}$ و در خلاف‌جهت آن خواهد بود.

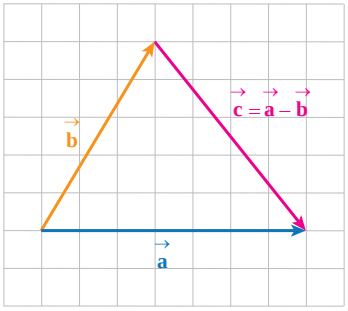
**تفریق دو بردار :** حاصل تفریق دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برداری مانند $\vec{c}$ است.

$\vec{c}$ برداری است که اگر با $\vec{b}$ جمع شود بردار $\vec{a}$ به‌دست می‌آید، یعنی :

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{c}$$

$$\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}$$

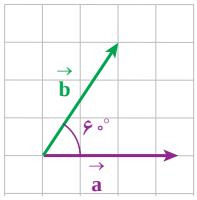
در شکل ۱ـ۱۰، بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ طوری رسم شده‌اند که $\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}$ شود. بنابراین برای به‌دست آوردن $\vec{c}$ ، نخست دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را از یک نقطه رسم می‌کنیم. برداری که ابتدای آن بر انتهای بردار $\vec{b}$ (عامل دوم تفریق) و انتهای آن بر انتهای بردار $\vec{a}$ (عامل اول تفریق) منطبق باشد، بردار $\vec{c}$ است.



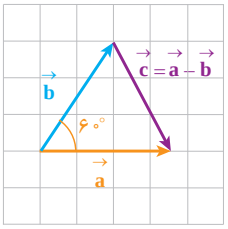
شکل ۱ـ۱۰ـ حاصل تفریق دو بردار

### مثال ۱ـ۱۳

دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مطابق شکل الف با یکدیگر زاویهٔ $60^\circ$ می‌سازند و بزرگی آنها با هم برابر است. بردار $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$ را به‌دست آورید و بزرگی آن را تعیین کنید.



(الف)

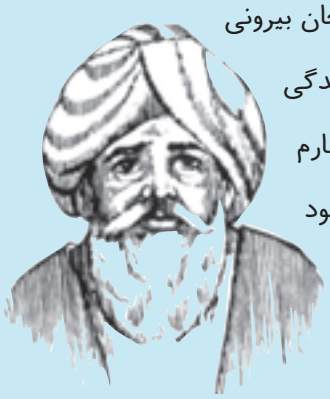


(ب)

**پاسخ :** با توجه به شکل ب، بردار $\vec{c}$ برداری است که از انتهای $\vec{b}$ شروع و به انتهای $\vec{a}$ ختم می‌شود. بزرگی این بردار با توجه به آنکه مثلث حاصل در شکل ب متساوی‌الاضلاع است (چرا؟) برابر با بزرگی هریک از دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است یعنی :

$$|\vec{c}|=|\vec{a}-\vec{b}|$$
$$=a$$
$$=b$$

## ابوبکرمحمدبن حسین کرَجی



ابوبکر محمدبن حسین کرجی هم روزگار با ابوریحان بیرونی و زکریای رازی بوده است و ۳۲ سال پیش از ابوریحان زندگی را بدرود گفت. از تاریخ تولد این دانشمند ایرانی قرن چهارم و پنجم هجری اطلاع دقیقی در دست نیست. تحصیلات خود را در شهرری که آن زمان مرکز دانشمندان اسلامی بود به اتمام رساند و سپس برای آشنایی با دانشمندان دیگر و تحصیلات بیشتر راهی بغداد شد و در کرخ بغداد سکنی گزید. از همین‌رو در تاریخ او را با نام کرخی هم شناخته‌اند که این مسئله یک اشتباه تاریخی است و برخی گمان کرده‌اند که چون محل تحصیلات او در کرخ بوده است، نام او کرخی است و تقریباً همهٔ مورخان نسبت او را کرخی نامیده بودند تا اینکه در سال ۱۹۳۴ میلادی دانشمندی ایتالیایی در مقاله‌ای ثابت کرد که این دانشمند کرجی نام دارد و یک ایرانی است و نه عراقی؛ و از آن پس همهٔ مؤلفان از او به نام کرجی یاد کرده‌اند. کرجی در بغداد، در زمان تصرف این شهر به دست آل‌بویه به تحصیل مشغول بود و با فرزند عضدالدوله دیلمی بهاءالدوله و وزیر او ارتباط برقرار ساخت و حتی کتاب «الفخری فی‌صناعی الجبر و المقابلی» را به نام فخرالملوک وزیر بهاءِالدوله تألیف کرد. کرجی در حدود سال ۴۰۳ هجری قمری به زادگاه خود کرج بازگشت و کتاب انباط‌میاه الخفیی (به معنی استخراج آب‌های نهان زمین) را تألیف کرد.

از نوشته‌های کرجی در این کتاب چنین برمی‌آید که او دربارهٔ ویژگی‌های فیزیکی خاک و کاربرد مهندسی آن دانش فراوانی داشته است. برای نمونه، او از راه بهره‌وری از خاک رُس برای آب‌بندی و ساختن سدهای خاکی و نیز روش‌های فشرده کردن خاک سخن رانده است. کرجی همچنین در ساختن روش‌ها و ابزارهای اندازه‌گیری نیز جایگاه والایی در تاریخ مهندسی دارد. او در کنار بررسی ابزارهای اندازه‌گیری درازا (طول)، بلندا (ارتفاع)، زاویه و دستورهای نقشه‌برداری و گزینش راه، قنات، اختراع‌های خود را که دربرگیرندهٔ تراز و چند وسیلهٔ اندازه‌گیری دیگر است، تشریح می‌کند.

وجود نام این دانشمند بزرگ به مدت دو دهه در دایرةالمعارف علوم نیویورک نشان از شهرت جهانی این مرد بزرگ دارد که متأسفانه در کشور ما ناشناخته مانده است.

## پرسش‌های فصل اوّل

۱ گسترش دانش فیزیک تأثیر زیادی بر زندگی بشر داشته است، دربارهٔ یکی از این تأثیرها تحقیق کنید.

۲ جرم یک سنجاق ته‌گرد را چگونه می‌توان با یک ترازوی آشپزخانه اندازه‌گیری کرد؟

۳ روش‌هایی برای اندازه‌گیری ارتفاع یک برج پیشنهاد دهید.

۴ می‌دانیم جمع دو بردار جابه‌جاپذیر است. آیا تفریق بردارها نیز جابه‌جاپذیر است؟ به‌طوری که $\vec{b}-\vec{a}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ مساوی باشد؟

## مسائل فصل اوّل

۱ جرم ذرهٔ غباری $۶/۷\times۱۰^{-۱۰}$ کیلوگرم است. جرم آن را برحسب گرم، میلی‌گرم، میکروگرم و نانوگرم بنویسید.

۲ در بعضی از جدول‌ها زمان گردش زمین به دور خورشید ۳۱ مگا ثانیه و طول عمر متوسط انسان ۲ گیگا ثانیه اعلام شده است. این دو طول زمان را با هم مقایسه کنید.

۳ یکی از راه‌های اندازه‌گیری عمق آب اقیانوس‌ها آن است که یک موج فراصوتی را از سطح آب به اعماق آب می‌فرستند. این موج با برخورد به کف اقیانوس به سطح آب بازمی‌گردد و در سطح آب آشکارسازی می‌شود. با اندازه‌گیری بازهٔ زمانی رفت و برگشت یک علامت فراصوتی و با داشتن سرعت انتشار صوت در آب، فاصلهٔ سطح آب تا کف اقیانوس محاسبه می‌شود. اگر بازهٔ زمانی رفت و برگشت یک علامت فراصوتی ۱۴s و سرعت انتشار صوت در آب ۱۴۵۰m/s باشد، عمق آب اقیانوس را محاسبه کنید.

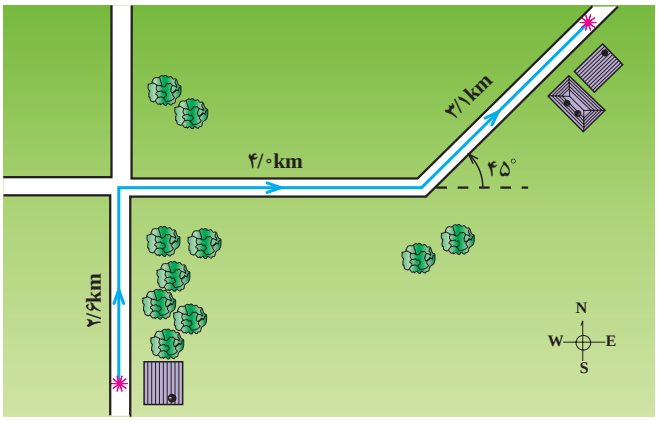
۴ ابعاد سلول‌ها و باکتری‌ها ۱μm، اندازهٔ قطر نوک خودکار معمولی ۱mm و قطر نوک انگشت کوچک انسان ۱cm است. این ابعاد برحسب nm چقدرند؟

۵ قلب یک ورزشکار در هر ثانیه (در حال استراحت) $۹۰cm^۳$ خون می‌کشد. در طول یک شبانه‌روز چه مقدار خون برحسب $m^۳$ کشیده می‌شود؟

۶ سریع‌ترین رشد گیاه متعلق به گیاهی موسوم به *هسپرویوکاویپلی* است که در طیّ ۱۴ روز، ۳/۷ m رشد می‌کند. آهنگ رشد این گیاه برحسب میکرومتر بر ثانیه چقدر است؟

۷ دایرهٔ بزرگی بکشید و محیط و قطر آن را با بیشترین دقّتی که می‌توانید به کمک متر پارچه‌ای و یا نخ اندازه بگیرید. با استفاده از این مقادیر، عدد π را با بیشترین دقّتی که می‌توانید به‌دست آورید.

۸ یک پستچی از نقطهٔ شروع حرکت خود در شکل روبه‌رو مسیری را می‌پیماید که در شکل نشان داده شده است. بردار جابه‌جایی کل را رسم و بزرگی آن را با مقیاس مناسب به‌دست آورید.

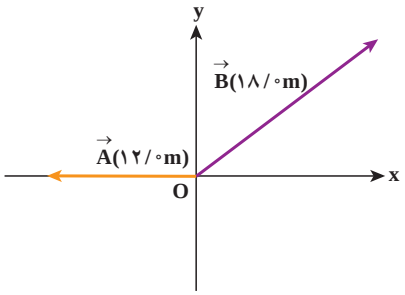



۹ برای دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ در شکل روبه‌رو

الف) بردار $\vec{A}+\vec{B}$

ب) بردار $\vec{A}-\vec{B}$

را با رسم نمودار به‌دست آورید.




۱۰ شخصی ۸ متر به‌طرف شمال حرکت می‌کند و سپس جهت حرکت خود را عوض می‌کند و ۴ متر به طرف جنوب می‌رود. بزرگی و جهت بردار جابه‌جایی او چقدر است؟

۱۱ بزرگی بردار $\vec{a}$ برابر ۲ و در جهت غرب به شرق است. به‌علاوه می‌دانیم $\vec{b}=-۲\vec{a}$. بزرگی و جهت بردارهای زیر را تعیین کنید.

الف) $\vec{b}$ ب) $\vec{a}+\vec{b}$ پ) $\vec{a}-\vec{b}$

۱۲ نوعی مورچهٔ کویری که در بیابان‌ها زندگی می‌کند، وقتی به دنبال غذاست، حرکتش را از لانه‌اش آغاز می‌کند و پس از طی مسیری درهم و برهم به مقصد می‌رسد. این مورچه ممکن است نیم کیلومتر در چنین مسیر پیچیده‌ای، روی شن‌زار هموار و بی‌شکل حرکت کند، بی‌آنکه هیچ ردّی از خود بر جای گذارد. با این حال، این مورچه به طریقی می‌داند که چگونه مستقیماً به سمت لانه‌اش باز گردد. به‌عنوان مثالی خیالی فرض کنید این مورچه پنج مسیر ۶ سانتی‌متری را در جهت‌های نشان داده شده در شکل با شروع از لانه‌اش طی کند. بردار جابه‌جایی کل را که مورچه بر روی آن به لانهٔ خود بازمی‌گردد، با رسم نموداری با مقیاس مناسب به‌دست آورید.