



کار و انرژی

بیش از ۲۵۰۰ سال پیش، ایرانیان با ذوق و سفتگویی تمدنی را برپا کردند که بخشی از آثار به جای مانده آن را در این تصویر می‌بینید. این مکان به دروازه همه کشورها معروف است.



تخت جمشید - شمال شیراز

هنگامی که فعالیت‌های یک روز خود را در نظر می‌گیرید، مشاهده می‌کنید که اعمال متفاوتی انجام می‌دهید راه می‌روید، از پله بالا می‌روید، می‌نویسید و کیف خود را حمل می‌کنید. برای انجام این فعالیت‌ها به انرژی نیاز دارید که توسط مواد غذایی تأمین می‌شود. افراد دیگر نیز به همین ترتیب فعالیت‌های گوناگون دارند. بسیاری از این فعالیت‌ها، توسط وسیله‌هایی چون اتومبیل، جرثقیل و ... انجام می‌شوند. این وسیله‌ها از انرژی الکتریکی، شیمیایی و یا ... استفاده می‌کنند. در کتاب فیزیک(۱) و آزمایشگاه تا حدی با مفهوم انرژی و نوع‌های مختلف آن و تبدیل انرژی‌ها به یکدیگر آشنا شدید. در این فصل با مفهوم کار در فیزیک، انرژی مکانیکی و توان آشنا می‌شوید و تعریف دقیق تری از نوع‌های مختلف انرژی پتانسیل ارائه می‌شود.

۱-۴ کار

همه روزه با افرادی مواجه هستیم که در حال انجام فعالیت‌های متفاوتی هستند. نجّار را می‌بینیم که در حال اره و یارنده کردن است. در فعالیت‌های ساختمانی کارگران مصالح ساختمانی را از محلی به محل دیگر حمل می‌کنند و ... البته بعضی از فعالیت‌ها نیز توسط ماشین‌های مخصوص انجام می‌شوند. در شکل ۱-۴ دو نمونه از این فعالیت‌ها نشان داده شده‌اند. آیا شما نیز می‌توانید تعدادی از این فعالیت‌ها را نام ببرید؟

در بسیاری از فعالیت‌هایی که انجام می‌شوند:

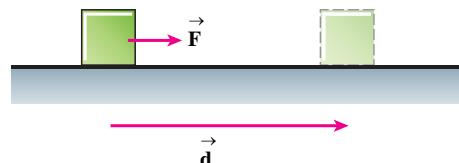
الف) به اجسام نیرو وارد می‌شود. ب) آنها جابه‌جا می‌شوند.

به عنوان مثال، در شکل ۱-۴-الف پسر به جعبه نیرویی به سمت بالا وارد می‌کند و آن را بالا می‌برد. در شکل ۱-۴-ب مادری به کالسکه نیرو وارد می‌کند و آن را به جلو می‌راند. کار در فیزیک را برای مثال‌هایی که در آنها بر جسم نیرو وارد می‌شود و جسم در جهت نیرو جابه‌جا می‌شود، به صورت حاصل ضرب نیرو در جابه‌جایی تعریف می‌کنیم. یعنی، اگر مطابق شکل ۲-۴ به جسم نیرویی به اندازه F وارد و آن را به اندازه d جابه‌جا کنیم، طبق تعریف، کار نیروی ثابت F ، با رابطه زیر داده می‌شود.

$$W_F = Fd \quad (1-4)$$

شکل ۱-۴- شخص با وارد کردن نیرو به جسم و جابه‌جا کردن آن، کار انجام می‌دهد.

شکل ۱-۴-ب جسم نیروی \vec{F} وارد می‌شود و جسم هم سو با نیرو به اندازه d جابه‌جا می‌شود.



کار یک کمیت نرده‌ای است و یکای آن $m\cdot N$ است که **ژول** نامیده می‌شود. این یکارا با نماد J نمایش می‌دهیم. همان‌طور که در کتاب فیزیک(۱) و آزمایشگاه دیدیم یکای انرژی و گرمای نیز ژول است.

مثال ۱۴

در شکل ۱-۴-ب اگر شخص نیرویی افقی برابر 4N را به کالسکه وارد و آن را به اندازه 1m جابه‌جا کند، چه مقدار کار انجام می‌دهد؟

پاسخ: بر طبق رابطه ۱-۴ داریم:

$$W = Fd$$

$$W = 4 \times 1 = 4\text{J}$$

مثال ۱۴

مطابق شکل ۱-۴-الف اگر شخصی نیرویی برابر 3N نیوتون را به جسم اعمال کند و آن را به اندازه 5m مترا بالا ببرد چه مقدار کار انجام می‌دهد؟

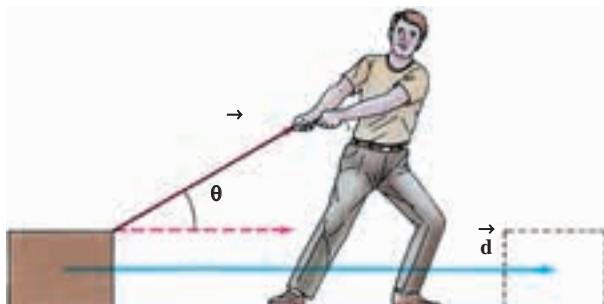
$$W = Fd$$

$$W = 3 \times 5 = 15\text{J}$$

در شکل ۱-۴-۳ نیرویی که مرد بر جعبه وارد می‌کند، با جابه‌جایی جعبه زاویه θ می‌سازد. در چنین مواردی برای تعیین کار نیروی ثابت \vec{F} در جابه‌جایی \vec{d} از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$W_F = F d \cos \theta \quad (2-4)$$

اگر در این رابطه $\theta = 90^\circ$ باشد، رابطه ۱-۴ به دست می‌آید.



شکل ۱-۴-۳-مرد با نیروی F که بر استای افق زاویه θ می‌سازد، جعبه را به اندازه d جابه‌جا می‌کند.

مثال ۱۴

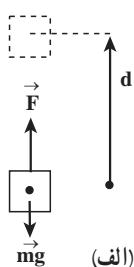
در شکل ۱-۴-۳ اگر نیرویی که مرد بر جعبه وارد می‌کند 5N و زاویه آن با جابه‌جایی 60° باشد. کار نیروی مرد را در 3m متر جابه‌جایی حساب کنید.

پاسخ: بر طبق رابطه ۲-۴ داریم:

$$W_F = F d \cos \theta$$

$$W_F = 5 \times 3 \times \cos 60^\circ = 75\text{J}$$

در مواردی که بیش از یک نیرو به جسم وارد می‌شود، می‌توان کار هر یک از نیروها را از رابطه ۲-۴ به دست آورد.



جسمی به جرم m را با نیروی ثابت F مطابق شکل الف به اندازه d بالا می‌بریم.

الف) کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چقدر است؟

ب) کار نیروی F در این جابه‌جایی چقدر است؟

پاسخ: الف) در این حالت زاویه بین نیروی وزن و بردار جابه‌جایی 180° است (شکل ب).

در نتیجه، بر طبق رابطه ۴-۲ داریم:

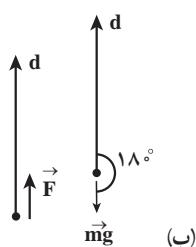
$$W_{mg} = mgd \cos 180^\circ$$

$$= -mgd$$

ب) زاویه نیروی F و جابه‌جایی، صفر است (شکل ب) در نتیجه داریم:

$$W_F = Fd \cos 0^\circ$$

$$= Fd$$



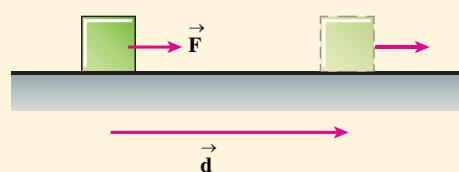
در شکل رو به رو نیروی ثابت \vec{F} در امتداد افق به جسمی به جرم m وارد می‌شود و آن را در روی سطحی با ضریب اصطکاک جنبشی μ_k جابه‌جا می‌کند. مطلوبست:

الف) کار نیروی F .

ب) کار نیروی اصطکاک جنبشی.

پ) کار نیروی عمودی تکیه‌گاه.

ت) کار نیروی وزن.



در طول مدتی که وزنه‌بردار وزنه را بالای سر خود نگه می‌دارد:

الف) کار نیروی دست او بر روی وزنه چقدر است؟

ب) آیا او در این مدت انرژی مصرف می‌کرد؟ توضیح دهید.

پاسخ: الف) در این حالت وزنه‌بردار برای نگهداشتن وزنه، نیرویی برابر با وزن آن به آن وارد می‌کند. ولی چون جابه‌جایی

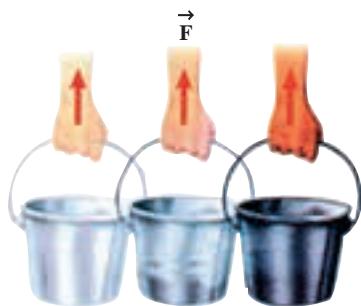
صفر است، کار او برابر است با:

$$W = Fd = mg \times 0 = 0 \text{ J}$$

ب) وزنه‌بردار در این مدت انرژی مصرف می‌کند و انرژی مصرف شده او در نهایت به صورت گرمایه به محیط بیرون داده

می‌شود.

مثال ۷-۱۴



شخصی با سرعت ثابت در حال حرکت است و سلط آبی به جرم m را مطابق شکل رو به رو حمل و به اندازه d جایه جا می کند. کار نیروی دست در این جایه جایی چقدر است؟

پاسخ : شخص برای اینکه سلط را نگه دارد، باید نیرویی برابر با وزن سلط را به بالا به آن وارد کند. چون سلط با سرعت ثابت حرکت می کند، شخص نیرویی در جهت افقی به آن وارد نمی کند. زاویه بین نیرو و جایه جایی 90° است، درنتیجه:

$$W = F d \cos 90^\circ = mg d \cos 90^\circ = 0 \text{ J}$$

مثال های ۴-۵ و ۴-۶ نشان می دهند کاری که در فیزیک تعریف می شود با مفهوم کاری که در گفت و گوهای روزمره خود استفاده می کنیم، تفاوت دارد.

۴-۲ رابطه کار و انرژی جنبشی

در کتاب فیزیک (۱) و آزمایشگاه دیدیم که انرژی جنبشی جسمی به جرم m و سرعت v با رابطه

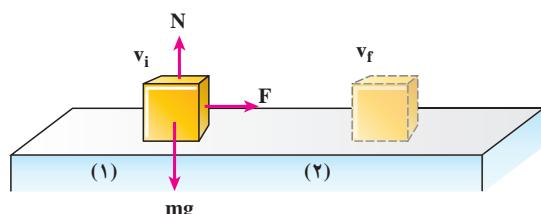
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3-4)$$

داده می شود. سرعت تویی که در امتداد قائم به هوا پرتاب شده باشد، رفته رفته کاهش می یابد و درنتیجه انرژی جنبشی توپ نیز کم می شود. اینک فرض کنید توپ را از حالت سکون از یک بلندی رها کنیم، سرعت و درنتیجه انرژی جنبشی توپ به تدریج افزایش می یابد. اکنون تویی را در نظر بگیرید که به دیواری برخورد کند و برگردد، در این برخورد ابتدا سرعت و انرژی جنبشی آن کاهش و سپس افزایش می یابد. روزانه شاهد تغییر انرژی جنبشی اجسام در محیط اطراف خود هستیم. مثلاً انرژی جنبشی اتومبیلی که ترمز کرده است، کاهش می یابد و

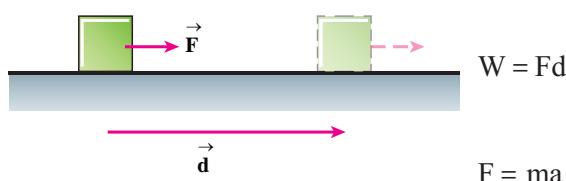
فعالیت ۱-۱۴

در هر یک از مثال های بالا (الف) نیروهای وارد بر جسم را تعیین کنید. ب) علامت کار هر نیرو را مشخص کنید.

در مثال های بالا هر یک از نیروهای وارد بر جسم کار انجام می دهد و این کارها سبب تغییر انرژی جنبشی جسم می شود. برای توضیح این موضوع مثال زیر را در نظر می گیریم، جسمی به جرم m مطابق شکل ۴-۴ روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد. این جسم تحت تأثیر نیروی ثابت F به اندازه d روی سطح جایه جایی شود. کار نیروی عمودی سطح و وزن در این جایه جایی صفر است.



شکل ۴-۴ - جسم تحت تأثیر نیروی ثابت F ، از سرعت اولیه v_i به سرعت نهایی v_f می رسد.



کار نیروی F با رابطه زیر داده می‌شود :

چون F مساوی برایند نیروهای وارد بر جسم است، داریم :

$$F = ma$$

در اثر اعمال نیروی F سرعت جسم از مقدار v_i در نقطه (۱) به مقدار v_f در نقطه (۲) تغییر می‌کند.

با استفاده از رابطه ۲-۲ داریم :

$$v_f^2 - v_i^2 = 2ad$$

اگر از این رابطه a را به دست آوریم و در رابطه ۳-۱ قرار دهیم، خواهیم داشت :

$$F = m \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d} \quad (4-4)$$

با قرار دادن این رابطه در رابطه ۴-۱ رابطه زیر به دست می‌آید :

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \quad (5-4)$$

جمله اول طرف راست در این رابطه انرژی جنبشی جسم در نقطه (۲) و جمله دوم، انرژی جنبشی جسم در نقطه (۱) است.

درنتیجه اگر این دو انرژی جنبشی را به ترتیب با K_f و K_i نشان دهیم، رابطه ۴-۵ را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$W = K_f - K_i \quad (6-4)$$

در این مثال خاص دیدیم که فقط کار یک نیرو غیر صفر بود. در مثال‌های دیگر اگر کار پیش از یک نیرو غیر صفر باشد، سمت چپ رابطه ۶-۴، **مجموع آن کارها** خواهد بود.

رابطه ۶-۶ **قضیه کار و انرژی** نامیده می‌شود. برطبق این قضیه، **مجموع کارهای نیروهای وارد بر هر جسم در یک جا به جایی برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم در آن جا به جایی است.**

اگر مجموع کارها مثبت باشد، $K_f > K_i$ است و انرژی جنبشی جسم افزایش می‌یابد و اگر مجموع کارها منفی باشد، $K_f < K_i$ است و انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و به همین ترتیب اگر مجموع کارها صفر باشد، $K_f = K_i$ است و انرژی جنبشی جسم تغییر نمی‌کند.

فعالیت ۴-۶

با توجه به نکات فوق علّت افزایش و یا کاهش انرژی جنبشی اجسام را در مثال‌هایی که در ابتدای این بخش ذکر شدند توضیح دهید.

مثال ۷-۱۴



چتریازی از ارتفاع ۸۰۰ متری از حال سکون رها می‌شود. جرم چتریاز به همراه چترش ۸۰ kg با سرعت ۵m/s به زمین بررسد، به کمک قضیه کار و انرژی کار نیروی مقاومت هوا در مسیر سقوط را بدست آورید. (شتان گرانش را ۱۰m/s² فرض کنید).
پاسخ : در این مثال، بر چتریاز دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم :

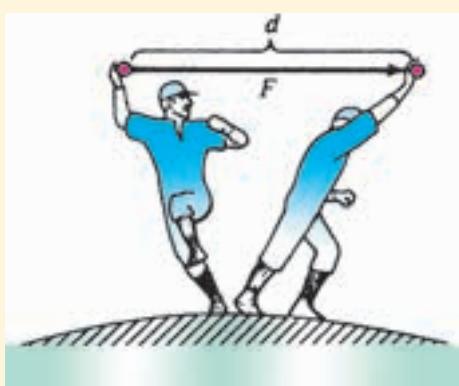
$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_f - K_i$$

$$mgh \cos^{\circ} + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$80 \times 10 \times 800 \times 1 + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} \times 80 \times 5^2 - 0$$

$$640000 + W_{\text{مقاومت هوا}} = 1000 \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -639000 \text{ J}$$

تمرین ۷-۱۴



ورزشکاری مطابق شکل، بدن و دست خود را طوری حرکت می‌دهد تا توپ را با بیشترین سرعت پرتاب کند، اگر جرم توپ ۵ kg باشد و ورزشکار نیروی تقریباً ثابت ۲۰۰ N را در فاصله ۰.۵ m جابه‌جایی توپ بر آن وارد کند، توپ با چه سرعتی پرتاب می‌شود؟

مثال ۷-۱۵



خودرویی به جرم ۱۲۰ kg با سرعت ۷۲km/h در حرکت است. اگر راننده ترمز کند، خودرو پس از طی مسافتی می‌ایستد. کار نیروی اصطکاک را از لحظه ترمز تا توقف کامل خودرو به دست آورید.

پاسخ : سرعت خودرو قبل از ترمز کردن برابر است با :

$$v_i = \frac{72 \times 1000}{3600} = 20 \text{ m/s}$$

درنتیجه، انرژی جنبشی آن قبل از ترمز کردن برابر است با :

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2} \times 1200 \times 20^2 = 240000 \text{ J}$$

همچنین $K_f = 0$ است.

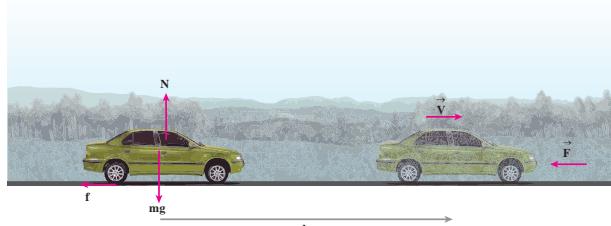
از طرف دیگر، نیروی اصطکاک، نیروی عمودی سطح و نیروی وزن نیروهایی هستند که بر جسم اثر می‌کنند.
درنتیجه :

$$W_f + W_N + W_{mg} = K_f - K_i$$

ولی کار نیروی عمودی سطح و نیروی وزن برابر صفر است. درنتیجه :

$$W_f = -240000 \text{ J}$$

$$W_f = -240000 \text{ J}$$



از قضیه کار و انرژی برای محاسبه کمیت‌های مختلف نیز می‌توان استفاده کرد. این موضوع در مثال‌های زیر نشان داده شده است.

مثال ۹-۱۴



کامیونتی به جرم ۳ تن با سرعت ۳۶km/h در حرکت است. راننده ناگهان ترمز محکمی می‌کند. به طوری که هر چهار چرخ آن قفل می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جاده و لاستیک‌ها $\mu = 0.8$ باشد، کامیونت چند متر روی جاده سُر می‌خورد تا بایستد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$) فرض می‌شود.

پاسخ: بر کامیونت نیروهای اصطکاک جنبشی، عمودی سطح و وزن وارد می‌شوند. با توجه به قضیه کار و انرژی داریم :

$$W_f + W_N + W_{mg} = K_f - K_i$$

کار نیروی عمودی سطح و وزن در این جا به جایی صفر است. سرعت اولیه کامیونت 10 m/s و سرعت نهایی آن صفر است.

$$W_f = -\frac{1}{2} \times 3000 \times 10^2 \Rightarrow W_f = -150000 \text{ J}$$

$$W_f = f_k d \cos \theta = \mu_k mg d \cos 18^\circ$$

$$-150000 = \mu \times 3000 \times 10 \times d \times (-1) \Rightarrow d = 6 / 25 \text{ m}$$

آزمایش ۱۴-۱

وسایل لازم : در شیشه ترشی یا مربا، زمان سنج، متر فلزی یا نواری

شرح آزمایش

- ۱- روی زمین یک خط افقی بکشید و در شیشه مربا را پشت خط روی زمین قرار دهید.
- ۲- با پا، به در شیشه ضربه بزنید و از لحظه به حرکت درآمدن آن، زمان سنج را روشن و با توقف آن، زمان سنج را خاموش کنید.
(برای آنکه بتوانید در شیشه را روی مسیر مستقیم به حرکت درآورید، لازم است قبلًا چند بار تمرین کنید.)
- ۳- با متر، جایه جایی در شیشه را اندازه بگیرید.
- ۴- با استفاده از رابطه $\bar{v} = \frac{v_i + v_f}{2}$ ، مقدار v_i را به دست آورید.
- ۵- به کمک قضیه کار و انرژی، ضریب اصطکاک جنبشی بین دو شیشه و کف اتاق را به دست آورید.
- ۶- آزمایش را چند بار تکرار کنید و میانگین ضریب اصطکاک را بیابید.

۳-۴ رابطه کار و انرژی پتانسیل

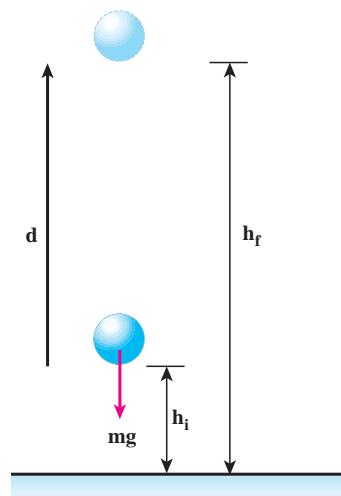
در بخش قبل رابطه میان کار و تغییر انرژی جنبشی را بررسی کردیم. در اینجا می خواهیم در مورد رابطه میان کار و تغییر انرژی پتانسیل بحث کنیم. در ابتدا مورد خاص انرژی پتانسیل گرانشی را در نظر می گیریم.

فرض کنید توپ کوچکی به جرم m را از ارتفاع h_i در راستای قائم و رو به بالا پرتاب می کنیم (شکل ۴-۵). سرعت توپ به تدریج کاهش می یابد تا اینکه سرانجام در ارتفاع h_f برای لحظه‌ای می‌ایستد. کار نیروی وزن در این جایه جایی برابر است با :

$$\begin{aligned} W_{\text{وزن}} &= mgd \cos 180^\circ = mg(h_f - h_i) (-1) \\ &= -(mgh_f - mgh_i) \end{aligned}$$

از فیزیک (۱) و آزمایشگاه به یاد داریم که انرژی پتانسیل گرانشی به جرم m در ارتفاع h از سطح زمین از رابطه $U = mgh$ به دست می آید. بنابراین می توان نوشت :

$$W_{\text{وزن}} = -(U_f - U_i) = -\Delta U \quad (7-4)$$

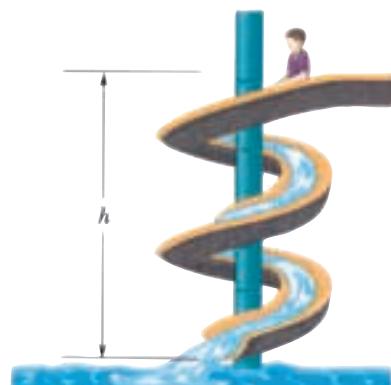


شکل ۴

توپ از ارتفاع h_i پرتاب می شود و به ارتفاع h_f می رسد.

به عبارت دیگر، **کار نیروی وزن** برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

اگرچه رابطه ۴-۷ را برای جسمی که در امتداد قائم و رو به بالا پرتاب می شود به دست آوردهیم ولی برای هر جایه جایی دلخواهی برقرار است.



کار نیروی وزن، همیشه برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

کودکی به جرم 25kg از بالای یک سرسره آبی مطابق شکل به سمت پایین سر می‌خورد. اگر ارتفاع سرسره 8 متر باشد:

- (الف) انرژی پتانسیل گرانشی کودک در بالا و پایین سرسره را به دست آورید.
 (ب) کار نیروی وزن در این جاهایی را محاسبه کنید. ($g=10\text{m/s}^2$).
 فرض می‌شود.)

(الف)

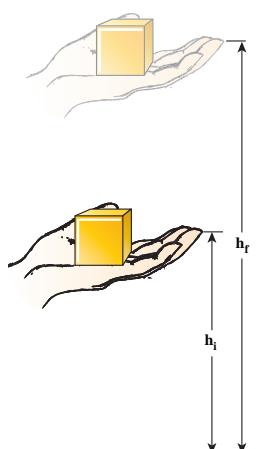
$$U_i = mgh_i = 25 \times 10 \times 8 = 2000\text{J}$$

$$U_f = mgh_f = 25 \times 10 \times 0 = 0\text{J}$$

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = U_i - U_f = 2000 - 0 = 2000\text{J} \quad (\text{ب})$$

جسمی به جرم m را مانند شکل با دستمان از ارتفاع h_i به ارتفاع h_f می‌بریم و دوباره به حالت سکون می‌رسانیم. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا کار نیروی دست در این جاهایی را بیابید.

پاسخ: با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = \Delta K$$

از آنجا که جسم در ابتدا و انتهای مسیر ساکن است، تغییر انرژی جنبشی آن صفر است.

$$(\Delta K = 0)$$

بنابراین:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = 0 \Rightarrow W_{\text{وزن}} = -W_{\text{دست}}$$

با توجه به رابطه ۷-۴ می‌توانیم کار نیروی وزن را با استفاده از تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی به دست آوریم.

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -(mgh_f - mgh_i)$$

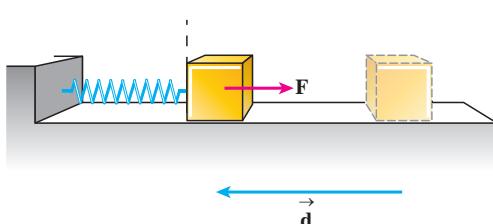
و آن را در رابطه قبل جایگزین کنیم و کار نیروی دست را پیدا کنیم.

$$W_{\text{دست}} = -(-\Delta U) = +(mgh_f - mgh_i)$$

در تجربیات روزمره و همچنین در کتاب فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیده‌ایم

که فن فشرده یا کشیده دارای انرژی پتانسیل کشسانی است. وقتی جسمی را به سوی فنی پرتاب می‌کنیم، پس از برخورد، فن فشرده می‌شود و انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد. در مدت تماس جسم با فن، فن نیرویی در خلاف جهت جاهایی به جسم وارد می‌کند (شکل ۴-۶) یعنی کار نیروی فن در این جاهایی، منفی و تغییر انرژی پتانسیل کشسانی مثبت است. در مورد تغییر انرژی پتانسیل کشسانی نیز مشابه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توانیم بگوییم:

$$W_{\text{کشسانی}} = -\Delta U_{\text{فن}}$$



شکل ۴-۶ در مدت تماس جسم با فن، فن نیرویی در خلاف جهت جاهایی جسم به آن وارد می‌کند.

انرژی پتانسیل کشسانی نیز مشابه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توانیم بگوییم:

مثال ۱۴-۲

در شکل ۱۴-۶ جسم با انرژی جنبشی $J_0 = 20$ با فنر برخورد و آن را فشرده می‌کند. اگر بدانیم در لحظه توقف جسم، انرژی پتانسیل کشسانی J_{15} است،

(الف) کار نیروی کشسانی فنر در این جایه جایی چقدر است؟

(ب) با استفاده از قضیه کار و انرژی، کار نیروی اصطکاک در این جایه جایی را به دست آورید.

پاسخ:

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -(U_f - U_i) \quad (\text{الف})$$

انرژی پتانسیل اولیه فنر، صفر و در پایان $J_0 = 20$ است.

$$W_{\text{فنر}} = -(J_0 - J_f) = -15 \text{ J}$$

(ب) بنابر قضیه کار و انرژی:

$$W_{\text{عمودی سطح}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_f - K_i$$

$$-15 + W_{\text{اصطکاک}} = -20 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -5 \text{ J}$$

فعالیت ۱۴-۳

وسیله‌هایی را نام ببرید که با استفاده از انرژی پتانسیل کشسانی فنر کار می‌کنند.

۱۴-۴ پایستگی انرژی مکانیکی

جسمی را در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. در قسمتی از مسیر انرژی جنبشی جسم از K_i به K_f و انرژی پتانسیل گرانشی آن از U_i به U_f تغییر می‌کند. با توجه به رابطه کار و انرژی پتانسیل گرانشی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -(U_f - U_i)$$

اگر از مقاومت هوا برای این جسم چشم پوشی کنیم تنها نیروی وارد بر آن وزن است و بنابر قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_{\text{وزن}} = \Delta K = K_f - K_i$$

با مقایسه این دو رابطه می‌توانیم بنویسیم:

$$-(U_f - U_i) = K_f - K_i$$

$$U_i + K_i = U_f + K_f \quad \text{و یا}$$

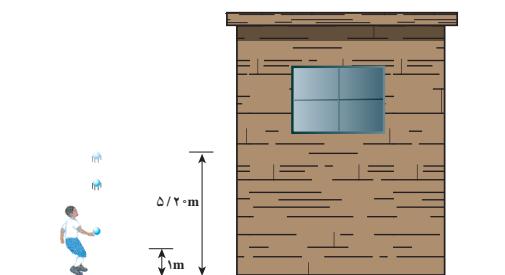
یعنی مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم در نقطه‌های مختلف از مسیر حرکت با هم برابر است.

مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی هر جسم را **انرژی مکانیکی** آن می‌نامیم و با E نشان می‌دهیم.

$$E_i = E_f$$

به عبارت دیگر، با چشم پوشی از نیروی مقاومت هوا انرژی مکانیکی جسم ثابت باقی می‌ماند

که به این نتیجه **پایستگی انرژی مکانیکی** می‌گوییم.



مطابق شکل پرسپективی یک سنگ ریزه را از ارتفاع یک متری سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتا ب می کند. با چشم بوشی از مقاومت هوا سرعت عبور سنگ ریزه از لبه پنجره ای را حساب کنید که تا زمین $5/2$ متر فاصله دارد. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

پاسخ: با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی

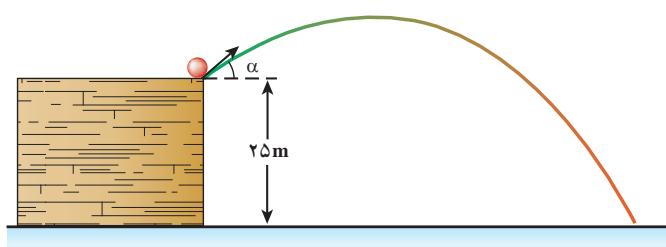
$$E_f = E_i$$

$$mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 = mgh_i + \frac{1}{2}mv_i^2$$

در طرفین تساوی m را می توانیم حذف کنیم و با جایگزینی عددها مقدار v_f به دست می آید.

$$10 \times 5/2 + \frac{1}{2}v_f^2 = 10 \times 1 + \frac{1}{2}(10)^2$$

$$v_f = 4 \text{ m/s}$$



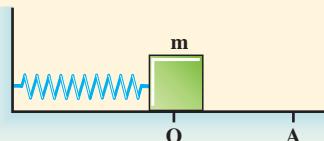
از بالای یک بلندی به ارتفاع ۲۵ متر جسمی را مطابق شکل با سرعت 20 m/s پرتا ب می کنیم. سرعت جسم هنگام برخورد با زمین چقدر است؟ $g = 10 \text{ m/s}^2$ و از مقاومت هوا چشم بوشی کنید.

پاسخ: با توجه به اینکه مقاومت هوا نداریم، انرژی مکانیکی جسم پایسته است.

$$E_f = E_i \Rightarrow mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 = mgh_i + \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Rightarrow gh_f + \frac{1}{2}v_f^2 = gh_i + \frac{1}{2}v_i^2$$

$$+ \frac{1}{2}v_f^2 = 10 \times 25 + \frac{1}{2} \times 20^2 \Rightarrow v_f = 30 \text{ m/s}$$



مطابق شکل جسمی به جرم m به فنر متصل است و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد. جسم را تا نقطه A می کشیم و سپس رها می کنیم. با توجه به اینکه به مجموع انرژی جنبشی جسم و انرژی پتانسیل کشسانی فنر انرژی مکانیکی مجموعه جسم - فنر می گوییم، با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی چگونگی حرکت جسم را توصیف کنید.

اگر توانیم از مقاومت هوا چشم پوشی کنیم، برای جسمی که در راستای قائم حرکت می کند، قضیه کار و انرژی به صورت زیر نوشته می شود :

$$W_{\text{هوای مقاومت}} + W_{\text{وزن}} = \Delta K = K_f - K_i$$

و این در حالی است که رابطه کار و انرژی پتانسیل گرانشی برای جسم همچ تغییری نمی کند.

$$W_{\text{هوای مقاومت}} = -\Delta U = -(U_f - U_i)$$

با جایگزینی کار نیروی وزن در رابطه قبلی می توان نوشت :

$$W_{\text{هوای مقاومت}} + (-\Delta U) = \Delta K$$

$$W_{\text{هوای مقاومت}} = \Delta K + \Delta U$$

$$W_{\text{هوای مقاومت}} = K_f - K_i + U_f - U_i$$

$$= (K_f + U_f) - (K_i + U_i) = E_f - E_i$$

یعنی با وجود مقاومت هوا، دیگر انرژی مکانیکی پایسته نمی ماند و تغییر می کند. توجه داریم در مواقعی که از مقاومت هوا چشم پوشی نمی شود با اینکه انرژی مکانیکی پایسته نمی ماند و در طول حرکت کم می شود، اما قانون پایستگی انرژی همواره برقرار است. یعنی همان قدر که انرژی مکانیکی کاهش می یابد، انرژی درونی جسم و هوای پیرامونش زیاد می شود و جسم و هوای پیرامونش گرم می شود.

مثال ۱۴-۱۰

از بالگردی که در ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین با سرعت ۱۰ m/s در پرواز است، بسته ای به جرم ۱۰ kg رها می شود و با سرعت ۲۰ m/s به زمین می رسد. کار نیروی مقاومت هوا بر روی بسته را از لحظه رهاشدن تا هنگام رسیدن به زمین حساب کنید. ($g = ۱۰ \text{ m/s}^2$ است).



پاسخ :

$$\begin{aligned} W_{\text{هوای مقاومت}} &= E_f - E_i \\ &= (K_f + U_f) - (K_i + U_i) \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f \right) - \left(\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i \right)$$

بسته در لحظه جداشتن از بالگرد، سرعت ۱۰ m/s دارد.

$$\begin{aligned} W_{\text{هوای مقاومت}} &= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 20^2 + 0 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 + 10 \times 10 \times 50 \right) \\ W_{\text{هوای مقاومت}} &= -350 \text{ J} \end{aligned}$$

۵-۴ توان

در بخش ۱-۴ در مورد محاسبه کار بحث شد. ولی، در مورد آهنگ انجام کار صحبتی نشد. کار می‌تواند کند و یا تند انجام شود. مثلاً یک جسم را می‌توان در ۶ ثانیه یا ۱۰ ثانیه به یک ارتفاع معین رساند. در هر دو مورد کار انجام شده توسط بالابر یکسان است. ولی در مورد اول کار سریع تر انجام شده است. برای درنظرگرفتن سرعت انجام کار کمیت مناسبی را به نام توان تعریف می‌کنیم. فرض کنید نیروی F کار W را در مدت Δt انجام داده است. توان متوسط انجام کار به وسیله نیروی F (\bar{P}) از تقسیم کردن کار به زمان انجام آن به دست می‌آید:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \quad (8-4)$$

یکای توان در SI ژول بر ثانیه (J/s) است. این یکا به احترام جیمز وات، که سرعت انجام کار موتورهای بخار را به میزان قابل توجهی بهبود بخشد. وات (W) نامیده می‌شود. برطبق این تعریف، هر اندازه کار معینی در زمان کمتری انجام شود و یا در زمان معینی کار بیشتری انجام گیرد، توان انجام آن کار بیشتر است.

مثال ۱۷

جرم اتفاق بالابری به همراه سرنشینان آن 500 kg است. اگر این بالابر در مدت 10 s از طبقه همکف به طبقه دوم در ارتفاع 6 متر برود توان متوسط انجام کار به وسیله موتور بالابر چقدر است؟ ($10 \text{ m/s}^2 = g$ است.)

پاسخ: با استفاده از قضیه کار و انرژی می‌توانیم بنویسیم:

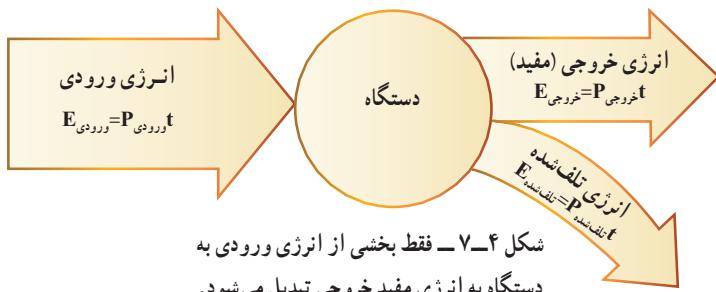
$$\begin{aligned} W_{\text{مотор}} + W_{\text{وزن}} &= \Delta K \\ -mg(h_f - h_i) + W_{\text{مотор}} &= 0 \\ W_{\text{مотор}} &= mg(h_f - h_i) \\ W_{\text{مotor}} &= 500 \times 10 \times 6 = 30000 \text{ J} \end{aligned}$$

با توجه به تعریف توان متوسط داریم:

$$\bar{P} = \frac{W_{\text{مотор}}}{\Delta t} = \frac{30000}{10} = 3000 \text{ W}$$

هر دستگاه تنها بخشی از انرژی ورودی (انرژی مصرفی دستگاه) را به انرژی مورد نظر ما تبدیل می‌کند. مثلاً هدف از روشن کردن پنکه به حرکت درآوردن هواست و برای این منظور پنکه بخشی از انرژی الکتریکی ورودی را به کار مکانیکی (انرژی حرکتی) تبدیل می‌کند و بخش دیگر به صورت انرژی های ناخواسته ای مانند انرژی گرمایی و صدا درمی‌آید. یا با روشن کردن لامپ می خواهیم نور به ما برسد. لامپ رشتہ ای بخش کمی از انرژی الکتریکی را به نور (حدود ۲۰ درصد) و بقیه آن را به انرژی درونی لامپ و محیط تبدیل می‌کند. شکل ۴-۸ طرح وارهایست که این نوع تبدیل انرژی ها در دستگاه را نشان می‌دهد.

همان‌طور که طرح واره نشان می‌دهد همواره فقط بخشی از انرژی ورودی قابل استفاده است که به آن انرژی مفید نیز می‌گویند. نسبت انرژی مفید به انرژی ورودی را بازده می‌نامیم.



$$\frac{\text{انرژی مفید}}{\text{انرژی یا کار داده شده به دستگاه}} = \frac{\text{بازده}}{\text{بازده}} \quad (8-4)$$

روشن است که مقدار این کسر همواره کوچک‌تر از ۱ است. معمولاً بازده را به شکل درصد $\times 100\%$ بآزاده بحسب درصد بیان می‌کنیم.

این کمیت تعیین می‌کند که چه درصدی از انرژی ورودی به کار یا انرژی خروجی مورد نظر تبدیل شده است.

مثال ۱۴-۳

صرف بنزین خودرویی که با سرعت 90 km/h حرکت می‌کند در هر 100 km , 6 لیتر است. انرژی شیمیایی موجود در هر لیتر بنزین $3/5 \times 10^7\text{ J}$ است. 65 درصد انرژی ناشی از سوختن بنزین در این خودرو از طریق اگزووز و دستگاه خنک کننده موتور مستقیماً به هوا داده می‌شود و 15 درصد از انرژی در دستگاه تهویه، در دینام و در اثر اصطکاک بین اجزای موتور مصرف می‌شود.

الف) چند درصد از انرژی، صرف راندن خودرو می‌شود؟

ب) توان مفید خودرو چقدر است؟

پ) یکای رایج برای توان خودرو اسب بخار (hp) است و هر اسب بخار (hp) 746 وات است. توان مفید این خودرو چند اسب بخار است؟

پاسخ :

$$E_{مفید} = (6\text{ lit})(3/5 \times 10^7 \text{ J/lit}) \left(\frac{90}{100} \right) = 4/2 \times 10^7 \text{ J}$$

$$t = \frac{100}{90} \text{ h} = \frac{100}{90} \times 3600 \text{ s} = 4000 \text{ s}$$

$$P_{مفید} = \frac{6 \times 3/5 \times 10^7 \times 0/2}{4 \times 10^3} = 1/0.5 \times 10^4 \text{ W}$$

$$= \frac{1/0.5 \times 10^4}{746} = 14 \text{ hp}$$

تمرین ۱۴-۳

در ساختمانی برای بالابر مصالح از یک بالابر الکتریکی استفاده می‌شود که با توان متوسط یک کیلووات، الکتریسیته مصرف می‌کند. اگر زمان مصرف انرژی الکتریکی در بالابر با زمان بالابر مصالح تا ارتفاع مورد نظر یکسان و بازده 60% باشد، تعیین کنید که بالابر در چه مدت زمانی می‌تواند باری به جرم 100 kg را 10 متر بالا ببرد.

غیاث الدین جمشید کاشانی



غیاث الدین کاشانی، در حدود سال ۷۳۰ هجری شمسی در کاشان، به دنیا آمد. از دوران کودکی و نوجوانی غیاث الدین، اطلاعات بسیار کمی وجود دارد. در بیشتر کتاب‌ها از او به نام جمشید بن مسعود بن محمد طبیب کاشانی یاد کرده‌اند. آن‌طور که از لقب جد پدری اش برمنی‌آید، طبابت در خانواده ایشان رواج داشته است و آنها مهارت‌های فراوانی در این کار از خود نشان داده‌اند، اما غیاث الدین کوچک به پژوهش‌گرانی علاقه نشان نمی‌داد.

غیاث الدین در زمان تیموریان زندگی می‌کرد که با یورش‌های

مغول به ایران همراه بود. در آن زمان شرایط فraigیری علم و دانش سخت بود اما پدر غیاث الدین باعث شد تا پسرش در مسیر استعداد واقعی اش پرورش پیدا کند. او چون به نجوم و حرکات سیارات و ستارگان علاقه فراوانی داشت از همان کودکی، با پشتکار به رصد شبانه می‌پرداخت. غیاث الدین جوان، پس از انجام تحقیق‌ها و مطالعاتش توانست ابزار نجومی مختلفی برای محاسبات دقیق حرکت و وضعیت ستارگان اختراع کند. همچنین کتاب‌های ارزشمند و نفیس زیادی را طی سال‌های ۷۸۶-۷۹۵ هجری شمسی تا هجری شمسی در زمینه نجوم تألیف کرد که از آن جمله‌اند:

- کتاب «سلم السماء» (نردنی آسمان): این کتاب درباره مسائل نجومی، ابعاد سیارات، قطرها و اندازه اجرام آنهاست.

- کتاب «مختصری در علم هیأت»: در این کتاب به حل بعضی سوال‌های مطرح شده در محاسبات نجومی پرداخته شده است و پانزده بخش دارد.

- کتاب «نزهه الحدائق»: این کتاب که به زبان عربی تألیف شده است، معرف چگونگی استفاده از وسیله‌ای نجومی به نام «طبق المناطق» است که خود کاشانی آن را اختراع کرده بود و با آن تقویم ستارگان هفتگانه و عرض و ابعاد آنها را در زمین محاسبه می‌کرد و خسوف و کسوف را به آسان‌ترین راه تشخیص می‌داد. او همچنین رساله «آلات رصد» را تألیف نمود که در آن به توضیح طرز کار ابزار مورد استفاده در نجوم پرداخته است که بعضی از آنها اختراع خود غیاث الدین بوده است.

از دیگر کارهای او در آن دوران می‌توان به اتمام کار تحقیقی زیج خودش، با نام «زیج خاقانی» اشاره کرد که در آن زمان، زیج نو و جدیدی بوده است.

در سال ۸۰۱ هجری شمسی به دعوت الغیم بیگ، حاکم سمرقند، کاشان را به قصد سمرقند ترک کرد. در سمرقند با دانشمندان زیادی از جمله دانشمندان تاشکندی رقابت داشت و به دلیل نیوگ بالای او، دانشمندان به او حسادت می‌کردند. رساله «محیطیه» و کتاب «مفتاح الحساب» را در سمرقند به زبان عربی تألیف کرد، «مفتاح الحساب» را بعدها سه دانشمند روسی، به زبان روسی منتشر کردند.

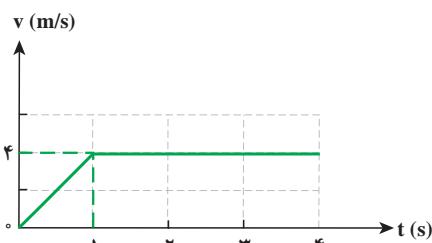
از مهم‌ترین اقدامات او، ساختن ساختمان رصدخانه در سمرقند بود، با ساخت ابزار نجومی‌ای که خودش آنها را طراحی کرده بود، تحقیقات و رصدهای شبانه در این رصدخانه آغاز شد. او قصد تهیه زیج دقیق‌تری را داشت، اما قبل از آنکه به پایان برسد، در سال ۸۰۹ هجری شمسی، هنگام رصد شبانه، از دنیا رفت.

پرسش‌های فصل چهارم

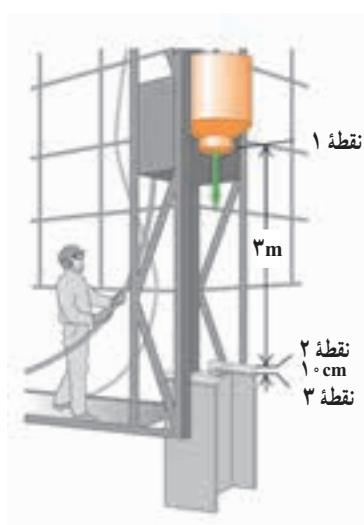
- ۱ دو جسم هم جرم A و B را به بالای برج بلندی می‌بریم. جسم A را با جرثقیل به طور مستقیم بالا می‌بریم و جسم B را خیلی آرام از پله هایی که برج را دور می‌زنند بالا می‌بریم. اگر دو جسم را در بالای برج کنار هم قرار دهیم کدام گزاره‌ها درست هستند؟
 الف) انرژی پتانسیل گرانشی جسم B از A کمتر است، زیرا آرام تر به بالا برد شده است.
 ب) انرژی پتانسیل گرانشی جسم A از B کمتر است، زیرا برای رسیدن به بالای برج مسافت کمتری پیموده است.
 پ) کار نیروی وزن برای هر دو جسم یکسان است.
 ت) انرژی پتانسیل گرانشی هر دو جسم در بالای برج یکسان است.
- ۲ آیا انرژی جنبشی می‌تواند منفی باشد؟ انرژی پتانسیل گرانشی چطور؟ توضیح دهد.
- ۳ کتابی را از روی سطح زمین بر می‌داریم و آن را روی میز می‌گذاریم. در این فعالیت کار انجام می‌دهیم اما انرژی جنبشی کتاب تغییر نمی‌کند. آیا قضیه کار و انرژی در این مورد نقض شده است؟ توضیح دهد.
- ۴ وقتی می‌گوییم «توان مفید خروجی دستگاه A از توان مفید خروجی دستگاه B بیشتر است» منظور مان چیست؟

مسائل فصل چهارم

- ۱ شخصی به جرم 50 kg داخل آسانسوری قرار دارد. آسانسور ۵ متر بالا می‌رود. در هر یک از موارد زیر کار هر یک از نیروهای وارد بر شخص را حساب کنید.
 الف) آسانسور با سرعت ثابت بالا می‌رود.
 ب) آسانسور شتاب رو به بالای 2 m/s^2 دارد.
- ۲ در مسئله ۱ حاصل جمع کار نیروها را با استفاده از قضیه کار و انرژی بدست آورید.
- ۳ هواپیمایی به جرم 10 t در مدت یک دقیقه می‌تواند به سرعت 300 m/s برسد و تا ارتفاع 500 m اوج بگیرد.
 الف) کار نیروی وزن در این مدت چقدر است؟
 ب) چه نیروهای غیر از وزن بر هواپیما اثر می‌کند؟ کار کدام یک از این نیروها مثبت است?
 پ) جمع کار نیروهای وارد بر هواپیما چقدر است؟
 ت) توان انجام کار نیروهای غیر از وزن را بیابید.



- ۴ نمودار سرعت - زمان متحرکی به جرم 5 kg در شکل روبرو داده شده است. جمع کار نیروهای وارد بر جسم را الف) به طور مستقیم ب) با استفاده از قضیه کار و انرژی برای این متحرک حساب کنید.



۵ در یک دستگاه پایه کوبی، مطابق شکل روبرو، پتکی به جرم 200 kg را به ارتفاع 3 m بالای پایه آهنسی می بردند و آن را رها می کنند. پایه در اثر برخورد پتک، 10 cm در زمین فرو می رود. ریل های قائمی که پتک را هدایت می کنند، نیروی اصطکاک ثابت N_6 بر آن وارد می کنند. با استفاده از قضیه کار و انرژی (الف) سرعت پتک در لحظه قبل از برخورد به پایه را بدست آورید.

ب) کار نیرویی که پتک به پایه وارد می کند، چقدر است؟

۶ گلوله ای به جرم 24 g با سرعت 50 m/s به طور افقی وارد تنۀ درختی می شود. اگر گلوله به اندازه 12 cm در تنۀ درخت فرو رود و متوقف شود، کار نیرویی که تنۀ به آن وارد می کند چقدر است؟

۷ خودرویی به جرم یک تن با سرعت 72 km/h در حرکت است. راننده خودرو ناگهان مانع را در 3 m تری خود می بیند و ترمز می کند. چهار چرخ خودرو قفل می شود و پس از مدتی خودرو متوقف می شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین لاستیک خودرو و جاده 0.5 باشد، آیا خودرو به مانع برخورد می کند؟ این تمرین را یک بار با استفاده از قضیه کار و انرژی و بار دیگر با استفاده از معادله های فصل حرکت شناسی و دینامیک حل کنید.

۸ گلوله ای به جرم 5 g از دهانه تفنگی با سرعت افقی 1 km/s خارج می شود و با سرعت 4 km/s به زمین برخورد می کند. در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟ (ارتفاع شلیک گلوله را $1/5\text{ m}$ از سطح زمین در نظر بگیرید).



۹ سورتمه ای که جرم آن به همراه سرنشین اش 50 kg است، از بالای تپه ای، از حال سکون شروع به حرکت می کند.

الف) اگر ارتفاع تپه 10 m و اصطکاک قابل چشم پوشی باشد، سرعت سورتمه در پایین تپه چقدر خواهد بود؟

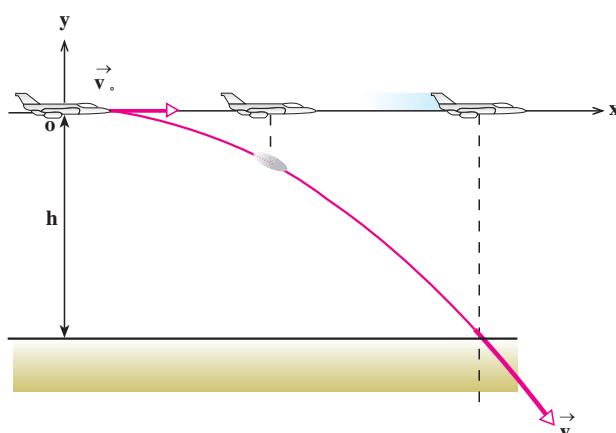
ب) فرض کنید مسیر تپه اصطکاک داشته باشد و سرعت سورتمه در پایین 3 m/s شود. چه مقدار انرژی بر اثر اصطکاک به انرژی درونی تبدیل می شود؟

۱۰ یک ورزشکار پرتاپ وزنه، با پیش گذاشتن پاسخی می کند بیشترین سرعت ممکن را به وزنه بدهد. اگر پرتاپگر به طور متوسط نیروی N_{20} را در جایه جایی m_{10} روی وزنه ای به جرم 7 kg اعمال کند، سرعت وزنه هنگام جدا شدن از دست ورزشکار چقدر است؟

۱۱ پسر بچه ای گلوله برفی به جرم $g_{200}\text{ g}$ را از زمین بر می دارد و تا ارتفاع $1/5\text{ m}$ بالا می برد و آن را با سرعت 10 m/s پرتاپ می کند. پسر بچه چند ژول کار روی گلوله انجام می دهد؟

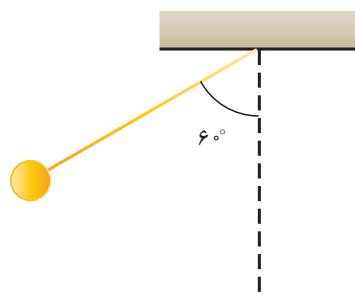


- ۱۲ در شکل رو به رو یک واگن تفریحی نشان داده شده است. اگر واگن در A از حال سکون شروع به حرکت کند، سرعت آن در B و C چقدر است؟ از اصطکاک قطار با ریل صرف نظر کنید.



- ۱۳ در شکل رو به رو هواپیما که در ارتفاع ۲۰۰ متری با سرعت ۹۰ km/h به طور افقی پرواز می کند، بسته ای را رها می کند. سرعت بسته هنگام برخورد به زمین چقدر است؟ (از مقاومت هوا چشم پوشی کنید).

- ۱۴ شخصی به جرم ۷۰ کیلوگرم، ۵۰ پله را در زمان یک دقیقه بالا می رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را ۳۰ سانتی متر فرض کنید.



- ۱۵ آونگی به جرم ۱۰۰ N و طول ۱ m را مطابق شکل رو به راه اندازه ۶۰° از وضعیت قائم منحرف و از حال سکون رها می کنیم.
الف) سرعت آونگ هنگامی که از وضعیت قائم می گذرد، چقدر است؟
ب) آونگ از طرف دیگر تا چه ارتفاعی بالا می رود؟ (از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

- ۱۶ ارتفاع یک سد ۱۰۰ متر است. توان الکتریکی مولدی که در پایین این سد قرار دارد، تقریباً برابر با 20 MW است. اگر 80% درصد کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی پره های توربین بریزد؟ (جرم هر متر مکعب آب را 1000 kg بگیرید).

- ۱۷ یک موتور آب الکتریکی حجمی از آب را با آهنگ $s/m^3 = 15$ تا ارتفاع $H = 15m$ بالا می برد. اگر بازده موتور 80% باشد، توان الکتریکی مصرفی موتور چقدر است؟ انرژی جنبشی آب هنگام خروج از دهانه موتور، در مقایسه با انرژی پتانسیل آن قابل چشم پوشی است و هر متر مکعب آب، 1000 kg جرم دارد.

- ۱۸ بازده بدن انسان در تبدیل انرژی غذایی به کار تا حدودی به نوع فعالیت بستگی دارد. بازده بدن برای بالا رفتن از پله $\% 20$ است. فرض کنید شخصی 60 کیلوگرمی در مدت 85 از پلکانی به ارتفاع $2m$ بالا می رود. آهنگ مصرف انرژی شخص در این فعالیت چقدر است؟

- ۱۹ آسانسوری با سرعت ثابت، 10 نفر مسافر را در 3 دقیقه تا ارتفاع 80 m بالا می برد. اگر جرم متوسط هر مسافر 80 kg و جرم آسانسور 1000 kg باشد، توان متوسط موتور آن چند وات است؟