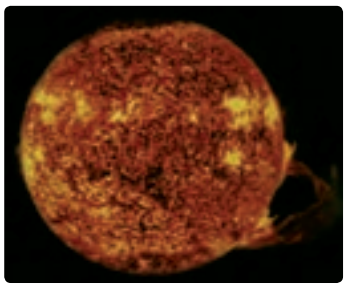
۲
جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

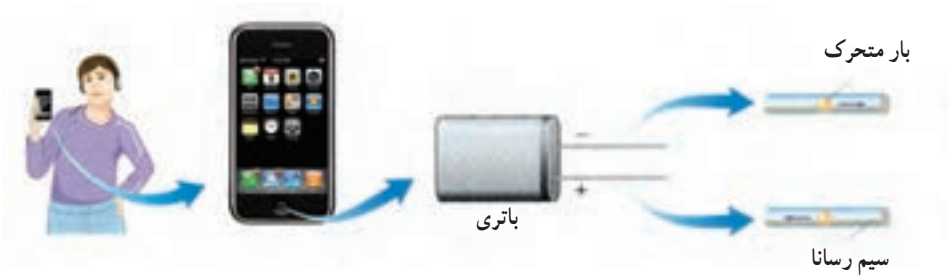
ماهی الکتریکی برای بیهوش کردن شکار و دور کردن شکارچی به آنها شوک الکتریکی می‌دهد. این ولتاژ از سلول‌های بیولوژیک پولکی‌شکلی حاصل می‌شود که در واقع مثل یک باتری عمل می‌کند. شکل، تصویری از یک ماهی الکتریکی به نام *تورپدو* را نشان می‌دهد. در زیر بالچه‌های این ماهی، پشته‌هایی از هزاران تا از این سلول‌ها در چند صد ردیف کنار هم قرار گرفته‌اند.

در فصل پیش با بار الکتریکی، میدان الکتریکی و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از میدان الکتریکی آشنا شدیم و به بررسی بر هم‌کنش‌های بارهای الکتریکی در حالت سکون پرداختیم. در این فصل به جریان‌های الکتریکی می‌پردازیم که با شارش بارهای الکتریکی از یک ناحیه به ناحیهٔ دیگر به‌وجود می‌آید.

مثال‌های جریان‌های الکتریکی فراوان است؛ مثلاً انرژی مورد نیاز نمایشگرهایی مانند تلفن همراه توسط باتری‌هایی تأمین می‌شود که از طریق سیم‌های رسانایی که در آنها بارهای الکتریکی در جریان‌اند به نمایشگر تلفن همراه شما متصل‌اند (شکل ۲ــ۱). فیزیولوژیست‌ها و مهندسان پزشکی با جریان‌های الکتریکی در رشته‌های عصبی‌ای سر و کار دارند که ماهیچه‌ها را کنترل می‌کنند. مهندسان برق با دستگاه‌های الکتریکی بی‌شماری از قبیل مولدهای برق و دستگاه‌های ذخیرهٔ اطلاعات سر و کار دارند و مهندسان مخابرات نگران اختلالات ناشی از زبانه‌های خورشیدی (شکل ۲ــ ۲) هستند.

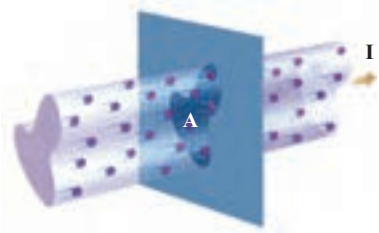


شکل ۲ــ۲ یک زبانهٔ خورشیدی حلقهٔ عظیمی از الکترون‌ها و پروتون‌هاست که از سطح خورشید رو به بیرون آن امتداد دارد. برخی از زبانه‌های خورشیدی از هم می‌پاشند و این ذرات باردار را به فضا پرتاب می‌کنند.



شکل ۲ــ۱ انرژی این نمایشگر تلفن همراه توسط بارهایی تأمین می‌شود که از طریق سیمی رسانا از باتری به نمایشگر منتقل می‌شوند.

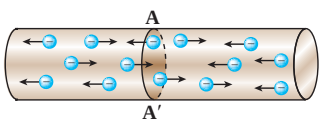
در این فصل، دربارهٔ مبانی فیزیکی جریان‌های الکتریکی و مدارهای الکتریکی بحث می‌کنیم. با این پرسش شروع می‌کنیم که چرا هر بار متحرکی لزوماً جریان الکتریکی ایجاد نمی‌کند. در واقع برای اینکه جریان الکتریکی داشته باشیم باید یک انتقال خالص بار از یک سطح معین رخ دهد (شکل ۲ــ۳) که به این منظور نیاز به یک مولّد الکتریکی از قبیل باتری داریم تا با ایجاد یک میدان الکتریکی، بارها را در راستای معینی به حرکت درآورد.



شکل ۲ــ۳ باریکه‌ای از بارهای مثبت از سطح مقطع A می‌گذرند و جریان I را ایجاد می‌کنند.

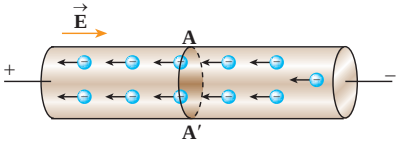
۲ــ۱ــ جریان الکتریکی

هرچند جریان الکتریکی ناشی از شارش بارهای متحرک است، ولی همهٔ بارهای متحرک جریان ایجاد نمی‌کنند. همان‌طورکه گفتیم، برای اینکه جریان الکتریکی داشته باشیم باید یک شارش خالص بار از یک سطح معین بگذرد. به این منظور سیمی فلزی را در نظر بگیرید. همان‌طورکه در فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدیم الکترون‌های آزاد در طول یک سیم مسی وجود دارند ولی آنها با سرعت‌هایی از مرتبهٔ $10^{6}\,m/s$ به‌طور کاتوره‌ای در همهٔ جهت‌ها حرکت می‌کنند و بنابراین، هیچ شارش خالص باری از مقطعی معین نداریم (شکل ۲ــ۴). از طرفی در فصل پیش دیدیم همهٔ نقاط رسانای منزوی که به تعادل الکتروستاتیکی رسیده است، صرف نظر از اینکه بار اضافی داشته باشد یا نه، پتانسیل یکسانی دارد و میدان الکتریکی در تمام نقاط درون آن صفر است. بنابراین، گرچه الکترون‌های آزاد داریم، ولی هیچ

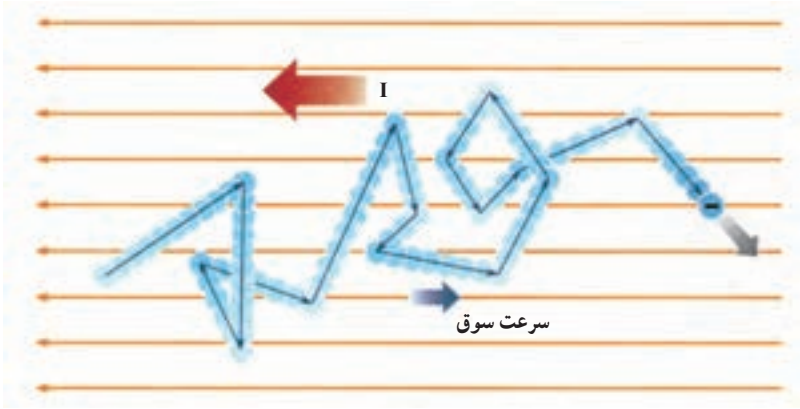


شکل ۲ــ۴ در نبود اختلاف پتانسیل شارش بار خالصی از مقطع معین AA' سیم نداریم.

نیروی خالص الکتریکی بر آنها وارد نمی‌شود و درنتیجه، هیچ جریانی در رسانا وجود ندارد. اکنون سیمی رسانا را در نظر بگیرید که در تعادل الکتروستاتیکی است. بنابر آنچه که گفته شد همهٔ نقاط این سیم، پتانسیل یکسانی دارد و جریانی در سیم وجود ندارد، ولی اگر به دو سر سیم یک باتری وصل کنیم، یک اختلاف پتانسیل در دو سر سیم و میدانی الکتریکی درون آن ایجاد می‌شود و باعث حرکت الکترون‌های آزاد در سیم و ایجاد جریان می‌شود (شکل ۲ــ۵). در واقع وقتی میدان الکتریکی را به فلز اعمال می‌کنیم، الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را قدری تغییر می‌دهند و با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق[1] در خلاف جهت میدان به‌طور بسیار آهسته‌ای سوق پیدا می‌کنند که این موجب جریان الکتریکی در رسانا می‌شود (شکل ۲ــ۶). سرعت سوق در یک رسانای فلزی معمولاً کمتر از ۱mm/s است.



شکل ۲ــ۵ در حضور اختلاف پتانسیل، شارش بار خالص از مقطع AA′ سیم، دیگر برابر صفر نیست.



شکل ۲ــ۶ مسیر زیگزاگ یک الکترون آزاد در یک رسانای فلزی. در حضور میدان الکتریکی، این مسیر زیگزاگ در خلاف جهت میدان سوق می‌یابد.

فعالیت ۲ـ۱

سرعت سوق الکترون‌های آزاد در یک رسانا می‌تواند به کندیِ سرعت حرکت یک حلزون باشد. اگر سرعت سوق الکترون‌ها این‌قدر کم است، پس چرا وقتی کلید برق را می‌زنیم چراغ‌های خانه به سرعت روشن می‌شوند؟

راهنمایی: شیلنگ شفافی را در نظر بگیرید. وقتی شیر را باز می‌کنید، هنگامی که شیلنگ پر از آب است، آب بلافاصله از سر دیگر شیلنگ جاری می‌شود؛ ولی اگر لکه‌ای رنگی را درون آب چکانده باشیم، می‌بینیم این لکهٔ رنگی به آهستگی در آب حرکت می‌کند.

اکنون می‌خواهیم تعریفی برای جریان الکتریکی در یک رسانا ارائه کنیم. فرض کنید بار خالص Δq در بازهٔ زمانی Δt از مقطعی از رسانا می‌گذرد. نسبت $\Delta q/\Delta t$ را جریان الکتریکی متوسط می‌گویند. اگر این آهنگ ثابت باشد، جریان برابر است با

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad (۱ــ۲)$$

۱- drift velocity

در رابطهٔ ۲ــ۱ بار الکتریکی (Δq) برحسب کولن (C)، مدت زمان (Δt) برحسب ثانیه (s) و جریان (I) برحسب آمپر (A) است.

مثال ۲ـ۱

ولتاژ باتری یک ماشین‌حساب جیبی ۳/۰V است و وقتی ماشین‌حساب روشن است، این باتری باعث عبور جریان ۰/۱۷mA در آن می‌شود. اگر این ماشین حساب یک ساعت روشن باشد،

الف) در این مدت چه مقدار بار از مدار می‌گذرد؟

ب) باتری چقدر انرژی به مدار ماشین‌حساب می‌دهد؟

پاسخ: الف) باری که در یک ساعت از مدار می‌گذرد با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱ برابر است با

$$\Delta q = I(\Delta t) = (۰/۱۷\times ۱۰^{-۳}A)(۳/۶\times ۱۰^{۳}s) = ۰/۶۱C$$

ب) انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد بنابه رابطهٔ ۲ــ۱۲ ($W_{\text{خارجی}} = q\Delta V$) چنین می‌شود:

انرژی داده شده به مدار = $(۰/۶۱C)(۳/۰V) = ۱/۸J$

تمرین ۲ـ۱

در رابطهٔ $\Delta q = I(\Delta t)$ اگر I برحسب آمپر و Δt برحسب ساعت باشد یکای Δq، *آمپر ـ ساعت* می‌شود. باتری خودروها یا گوشی‌های همراه عموماً با آمپر ـ ساعتِ آنها مشخص می‌شود و هرچه آمپر ـ ساعتِ یک باتری بیشتر باشد حداکثر باری که باتری می‌تواند از مدار عبور دهد تا به‌طور ایمن تخلیه شود، بیشتر است.

باتری استاندارد خودرویی، ۵۰ آمپر ـ ساعت است. اگر این باتری به‌طور متوسط جریان ۵/۰A را فراهم سازد، چقدر طول می کشد تا خالی شود؟

۲ــ۲ــ مقاومت رساناهای اهمی و عوامل مؤثر بر آنها

در فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدیم که مقاومت الکتریکی به‌صورت $R = V/I$ تعریف می‌شود. و نیز دیدیم که برای برخی از مواد (از قبیل فلزات) جریان الکتریکی (I) تابعی خطی از اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) است. به عبارت دیگر، این مواد اصطلاحاً از قانون اُهم پیروی می‌کنند. در این بخش به عوامل مؤثر در مقاومت چنین رساناهایی می‌پردازیم. بدین منظور آزمایش زیر را انجام می‌دهیم.

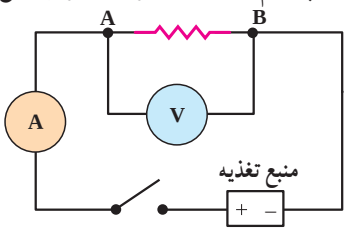
آزمایش ۲ـ۱

عوامل مؤثر بر مقاومت رسانای فلزی

وسایل آزمایش : منبع تغذیه، سیم رابط، سیم‌هایی از جنس تنگستن، نیکروم (یا آلیاژهای مختلف دیگر)، آمپرسنج، ولت‌سنج و کلید.

شرح آزمایش :

۱ـ در مداری مطابق شکل زیر بین دو نقطهٔ A و B قطعه‌ای با طول معین (مثلاً ۱/۵متر) از سیم تنگستن یا نیکروم را قرار دهید. پس از بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر سیم را (برحسب ولت) و جریانی که از مدار می‌گذرد را (برحسب آمپر)، اندازه بگیرید. سپس با استفاده از تعریف مقاومت (R=V/I)، مقاومت قطعه سیم را (برحسب اُهم) به‌دست آورید و در جدول زیر ثبت کنید.



۲ـ آزمایش را اکنون با همان سیم تنگستن (یا نیکروم) اما با قطعه‌ای به طول $\frac{۱}{۲}$ یا $\frac{۱}{۳}$ طول قبلی انجام دهید و با اندازه‌گیری V و I مقاومت قطعهٔ اخیر را به‌دست آورید. نتیجه را در جدول زیر ثبت کنید.

۳ـ حال آزمایش را با دو قطعه سیم هم‌طول و با سطح مقطع یکسان، یکی از جنس تنگستن و دیگری از جنس نیکروم تکرار کنید و نتیجه را در جدول زیر بنویسید.

شمارهٔ آزمایش	جنس سیم	طول سیم L	سطح مقطع سیم A	I	V	$\frac{V}{I}=R$

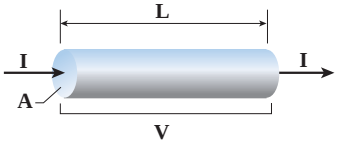
نتیجه‌های به‌دست آمده را با یکدیگر مقایسه کنید و به کلاس گزارش دهید.

۴ـ سرانجام با انجام‌دادن آزمایش با سیم‌های هم‌طول از یک جنس ولی با سطح مقطع‌های متفاوت، به همان ترتیب، مقاومت هریک از سیم‌ها را به‌دست آورید و نتیجه را در جدول بالا ثبت کنید.

آزمایش ۲ـ۱ نشان می‌دهد که مقاومت رسانای اُهمی در دمای ثابت به‌طول، سطح مقطع و جنس رسانا بستگی دارد.

این آزمایش که با محاسبات نظری نیز تأیید می‌شود نشان می‌دهد اگر سطح مقطع سیم در تمام طول آن یکسان باشد (شکل ۲ـ۷)، مقاومت سیم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

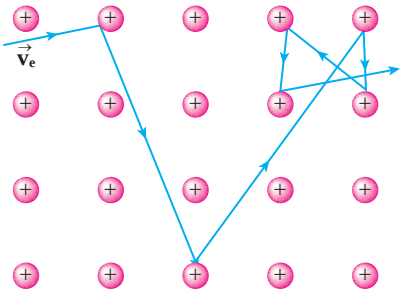
$$R=\rho\frac{L}{A} \qquad (۲ـ۲)$$



شکل ۲ـ۷ از سیمی به طول L و مقطع یکنواخت A، تحت اختلاف پتانسیل V، جریان I می‌گذرد.

که در آن L طول سیم برحسب متر (m)، A مساحت مقطع سیم برحسب مترمربع (m^2) و R مقاومت الکتریکی سیم برحسب اُهم (Ω) است.

در این رابطه ρ کمیتی به نام **مقاومت ویژهٔ** رساناست که برای رساناهایی که از قانون اهم پیروی می‌کنند فقط به جنس رسانا و دمای آن بستگی دارد. یکای ρ در این رابطه اُهم.متر (Ω.m) است. مقاومت ویژهٔ برخی مواد در دمای $20^\circ C$ در جدول ۲ــ۱ داده شده است.



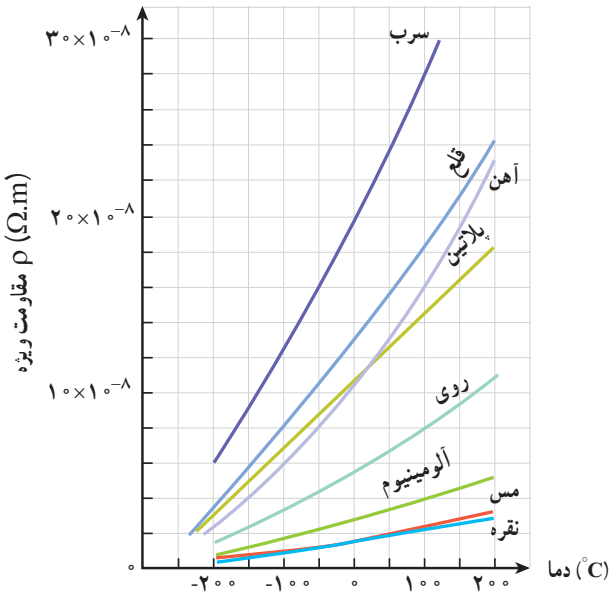
شکل ۲ــ۸ حرکت الکترون در داخل شبکهٔ بلوری فلز. با افزایش دما، ارتعاشات شبکه و درنتیجه برخورد الکترون‌ها با شبکه افزایش می‌یابد.

تغییر مقاومت ویژه با دما : وقتی دمای یک رسانای فلزی افزایش می‌یابد ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌ها و یون‌های آن نیز افزایش می‌یابد و موجب افزایش برخورد الکترون‌های آزاد با شبکهٔ اتمی رسانای فلزی می‌شود (شکل ۲ــ۸) و به این ترتیب، مقاومت رسانا در برابر عبور جریان زیاد می‌شود؛ مثلاً درحالی که درکسری از یک ثانیه دمای یک فیلامان تنگستنِ ملتهب لامپی حبابی (شکل ۲ــ۹) تقریباً به $2000^\circ C$ می‌رسد، مقاومت آن با مضربی حدود ۱۰ افزایش می‌یابد. آزمایش نشان می‌دهد که مقاومت ویژهٔ ρ با دما *تقریباً* به‌طور خطی تغییر می‌کند (شکل ۲ــ۱۰). مقاومت ویژهٔ برخی از فلزات را در محدوده‌ای از دما نشان می‌دهد. بنابراین، مقاومت ویژهٔ رسانای فلزی در یک دمای مشخص با رابطهٔ زیر به‌مقاومت ویژهٔ آن در یک دمای مرجع ($\rho_\circ$) مربوط می‌شود.

شکل ۲ــ۹ عبور جریان از فیلامان تنگستنی موجب درخشش لامپ حبابی شده است.

$$\rho = \rho_\circ [1 + \alpha(T - T_\circ)] \qquad (۲ــ۳)$$

که در آن α ثابتی مثبت موسوم به **ضریب دمایی مقاومت ویژه** و $T-T_\circ$ اختلاف دما (برحسب $^\circ C$ یا K) نسبت به دمای مرجع است. یکای α در این رابطه K^{-1} (یا $1/^\circ C$) است. ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ برخی از مواد در جدول ۲ــ۱ داده شده است. همان‌طورکه مشاهده می‌کنید این ضریب برای نیمرساناها منفی است. بنابراین، مقاومت ویژهٔ نیمرساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.



شکل ۲ــ۱۰ نمودار تقریبی مقاومت ویژهٔ چند فلز در یک محدودهٔ دمایی

جدول ۲ــ۱ــ مقاومت ویژه در دمای $20^\circ C$ و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ برخی از رساناها و نیمرساناها

ماده	مقاومت ویژه $\rho_\circ$ $(\Omega.m)$	ضریب دمایی مقاومت ویژه α (K^{-1})
رسانای فلزی		
نقره	$1/62\times10^{-8}$	$4/1\times10^{-3}$
مس	$1/69\times10^{-8}$	$4/3\times10^{-3}$
طلا	$2/35\times10^{-8}$	$4/0\times10^{-3}$
آلومینیم	$2/75\times10^{-8}$	$4/4\times10^{-3}$
تنگستن	$5/25\times10^{-8}$	$4/5\times10^{-3}$
آهن	$9/68\times10^{-8}$	$6/5\times10^{-3}$
پلاتین	$10/6\times10^{-8}$	$3/9\times10^{-3}$
نیکروم (۵۹ درصد Ni، ۲۳ درصد Cu، ۱۶ درصد Cr)	100×10^{-8}	$4/0\times10^{-4}$
نیمرسانا		
کربن	$3/5\times10^{-5}$	-5×10^{-4}
ژرمانیُم	$0/46$	-5×10^{-2}
سیلیسیم خالص	$2/5\times10^{3}$	-7×10^{-2}

مثال ۲ـ۲

شکل روبه‌رو المنت یک اجاق برقی را نشان می‌دهد. این المنت شامل سیمی به طول $1/1m$ و سطح مقطع $3/1\times10^{-6}m^2$ است که داخل مادهٔ عایقی قرار گرفته است که خود درون یک غلاف فلزی است. با عبور جریان، المنت داغ می‌شود. مقاومت ویژهٔ مادهٔ سازندهٔ سیم در دمای $T_\circ=32^\circ C$ برابر با $\rho_\circ=6/8\times10^{-5}\Omega.m$ است و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ آن $\alpha=2/0\times10^{-3}K^{-1}$ است. مقاومت سیم در دمای $42^\circ C$ چقدر است؟

یک اجاق برقی و طرحی از المنت آن

پاسخ : مقاومت ویژهٔ ρ را از رابطهٔ $\rho=\rho_\circ[1+\alpha(T-T_\circ)]$ و مقاومت سیم المنت را از رابطهٔ $R=\rho L/A$ به‌دست می‌آوریم :

$$\rho=\rho_\circ[1+\alpha(T-T_\circ)]=(6/8\times10^{-5}\Omega.m)\left[1+(2/0\times10^{-3}K^{-1})(100K)\right]$$
$$=8/2\times10^{-5}\Omega.m$$

بنابراین، مقاومت سیم در دمای $۴۲۰^{\circ}C$ برابر است با

$$R=\rho\frac{L}{A}=(۸/۲\times۱۰^{-۵}\Omega.m)\frac{(۱/۱m)}{(۳/۱\times۱۰^{-۶}m^{۲})}=۲۹\Omega$$

مثال ۲ـ۳

دماسنج‌های مقاومتی می‌توانند در دماهای بسیار بالا یا بسیار پایین که دماسنج‌های معمولی کار نمی‌کنند، دما را اندازه بگیرند. در واقع از تغییر مقاومت الکتریکی با دما برای ساختن این دماسنج‌های دقیق استفاده می‌شود. معمولاً در این دماسنج‌ها از پلاتین استفاده می‌کنند. زیرا پلاتین تقریباً دچار خوردگی نمی‌شود و نقطهٔ ذوب بالایی دارد. فرض کنید در دمای $۲۰/۰^{\circ}C$ مقاومت پلاتین یک دماسنج مقاومتی ۱۶۴Ω باشد. وقتی این دماسنج در محلول خاصی قرار گیرد مقاومت آن ۱۸۷Ω می‌شود. دمای این محلول چقدر است؟ (مقدار دقیق α برای پلاتین برابر $۳/۹۲\times۱۰^{-۳}K^{-۱}$ است.)

پاسخ : چون مقاومت R رابطهٔ مستقیمی با مقاومت ویژهٔ ρ دارد $(R=\rho L/A)$، آنگاه از رابطهٔ ۲ـ۳ نتیجه می‌گیریم :

$$R=R_{۰}\left[۱+\alpha(T-T_{۰})\right]$$

که در آن $R_{۰}=\rho_{۰}\frac{L}{A}$ مقاومت سیم در دمای $T_{۰}=۲۰/۰^{\circ}C$ است. با حل معادلهٔ بالا، برای T خواهیم داشت :

$$۱۸۷\Omega=(۱۶۴\Omega)\left[۱+(۳/۹۲\times۱۰^{-۳}C^{-۱})(T-۲۰/۰^{\circ}C)\right]\Rightarrow T=۵۵/۸^{\circ}C$$

مطالعهٔ آزاد

برخی از تجهیزات پزشکی، مسیر مستقیمی از جریان را به قلب فراهم می‌کنند. ولی این کار مثل یک شمشیر دو دَم است. زیرا در این صورت جریان‌های خیلی کوچک نیز می‌توانند خطرآفرین باشند. مثلاً سوندها را به منظورهای بسیاری در دستگاه گردش خون و گاهی هم در داخل خود قلب قرار می‌دهند. مقاومت خون و محلول‌های نمک ناچیز است، و البته رگ‌های خون نیز مسیرهای مستقیمی را به قلب فراهم می‌کنند و این به معنی آن است که یک ولتاژ اندک هم می‌تواند جریان‌های مرگباری تولید کند. پس، هر وسیلهٔ پزشکی که مسیر الکتریکی مستقیمی را به قلب فراهم می‌کند باید استانداردهای ایمنی سختی داشته باشد و به همین دلیل در مؤسسه‌های پزشکی استانداردهای شدیدی برای محدود ساختن جریان‌هایی وضع شده است که ممکن است تصادفاً از بدن بیمار عبور کنند.

۲ـ۳ـ برخی از استانداردهای مهندسی سیم‌ها

در استانداردهای مهندسی، سیم‌ها را برحسب قطر و مساحت مقطع آنها نمره‌بندی می‌کنند و اندازهٔ مقاومت‌های الکتریکی را با حلقه‌هایی رنگی کدگذاری می‌نمایند.

مطالعهٔ آزاد

نمره‌بندی سیم‌ها

در سیم‌کشی‌ها برای عبور جریان‌های زیاد باید سیم‌های با ضخامت بزرگ‌تر را انتخاب کنیم. در صنعت تولید سیم، سیم‌ها را با ضخامت‌های معینی می‌سازند و معلوم می‌کنند هر سیم چه جریان بیشینه‌ای را می‌تواند تحمل کند. به هر سیم با ضخامت معین کد مشخصی را اختصاص می‌دهند. جدول زیر برخی از این کدگذاری‌ها با جریان مجاز بیشینهٔ هر سیم را بر اساس یکی از استانداردها نشان می‌دهد.

جدول ۲ــ۲ــ نمره‌بندی سیم‌های توپُر مسی براساس استاندارد AWG*

نمرهٔ سیم	قطر سیم (اینچ **)	جریان بیشینهٔ مجاز (آمپر)	نمرهٔ سیم	قطر سیم	جریان بیشینهٔ مجاز
۰۰۰۰	۰/۴۶	۳۸۰	۲۱	۰/۰۲۸۴۶	۹
۰۰۰	۰/۴۰۹۶۵	۳۲۸	۲۲	۰/۰۲۵۳۵	۷
۰۰	۰/۳۶۴۸	۲۸۳	۲۳	۰/۰۲۲۵۷	۴/۷
۰	۰/۳۲۴۸۵	۲۴۵	۲۴	۰/۰۲۰۱	۳/۵
۱	۰/۲۸۹۳	۲۱۱	۲۵	۰/۰۱۷۹	۲/۷
۲	۰/۲۵۷۶۳	۱۸۱	۲۶	۰/۰۱۵۹۴	۲/۲
۳	۰/۲۲۹۴۲	۱۵۸	۲۷	۰/۰۱۴۲	۱/۷
۴	۰/۲۰۴۳۱	۱۳۵	۲۸	۰/۰۱۲۶۴	۱/۴
۵	۰/۱۸۱۹۴	۱۱۸	۲۹	۰/۰۱۱۲۶	۱/۲
۶	۰/۱۶۲۰۲	۱۰۱	۳۰	۰/۰۱۰۰۲	۰/۸۶
۷	۰/۱۴۴۲۸	۸۹	۳۱	۰/۰۰۸۹۳	۰/۷
۸	۰/۱۲۸۴۹	۷۳	۳۲	۰/۰۰۷۹۵	۰/۵۳
۹	۰/۱۱۴۴۳	۶۴	۳۳	۰/۰۰۷۰۸	۰/۴۳
۱۰	۰/۱۰۱۸۹	۵۵	۳۴	۰/۰۰۶۳	۰/۳۳
۱۱	۰/۰۹۰۷۴	۴۷	۳۵	۰/۰۰۵۶۱	۰/۲۷
۱۲	۰/۰۸۰۸	۴۱	۳۶	۰/۰۰۵	۰/۲۱
۱۳	۰/۰۷۱۹۶	۳۵	۳۷	۰/۰۰۴۴۵	۰/۱۷
۱۴	۰/۰۶۴۰۸	۳۲	۳۸	۰/۰۰۳۹۶	۰/۱۳
۱۵	۰/۰۵۷۰۷	۲۸	۳۹	۰/۰۰۳۵۳	۰/۱۱
۱۶	۰/۰۵۰۸۲	۲۲	۴۰	۰/۰۰۳۱۴	۰/۰۹
۱۷	۰/۰۴۵۲۶	۱۹			
۱۸	۰/۰۴۰۳	۱۶			
۱۹	۰/۰۳۵۸۹	۱۴			
۲۰	۰/۰۳۱۹۶	۱۱	* American Wire Gauge ** ۱ inch = ۲/۵۴cm		

مثال ۲ـ۴

سیم‌کشی منازل معمولاً با سیم‌های مسی نمرهٔ ۱۲ (قطر ۰/۰۸۰۸ اینچ یا معادل $۲/۰۵\times۱۰^{-۳}$ متر) صورت می‌گیرد. مقاومت ۱۰۰m از این سیم‌ها در دمای اتاق چقدر است؟

پاسخ : مساحت مقطع این سیم برابر است با :

$$A=\pi r^{۲}=\pi D^{۲}/۴=(۳/۱۴)(۲/۰۵\times۱۰^{-۳}m)^{۲}/۴=۳/۳۰\times۱۰^{-۶}m^{۲}$$

از طرفی مقاومت ویژهٔ سیم مسی در دمای $۲۰^{\circ}C$ با استفاده از جدول ۲ـ۱، $۱/۶۹\times۱۰^{-۸}\Omega.m$ و طول سیم مسی ۱۰۰m است. بنابراین، با استفاده از رابطهٔ $R=\rho L/A$ برای مقاومت سیم مسی خواهیم داشت :

$$R=\rho\frac{L}{A}=(۱/۶۹\times۱۰^{-۸}\Omega.m)\frac{(۱۰۰m)}{(۳/۳۰\times۱۰^{-۶}m^{۲})}=۰/۵۱۲\Omega$$

انواع مقاومت‌ها و کدگذاری رنگی مقاومت‌های کربنی : برخی از وسایل برقی مانند گرم‌کن‌ها، لامپ‌های رشته‌ای، اتو و ... دارای مقاومت الکتریکی در برابر جریان هستند. در بسیاری از مدارها، به‌خصوص در وسایل الکترونیکی مقاومت‌ها برای کنترل جریان و ولتاژ استفاده می‌شوند. اندازهٔ یک مقاومت می‌تواند کمتر از ۱Ω تا میلیون‌ها اُهم (مگا اُهم) باشد. انواع اصلی مقاومت‌ها بر دو نوع‌اند.

۱ــ مقاومت‌های پیچه‌ای[۱] شامل پیچه‌ای از یک سیم نازک هستند که معمولاً جنس آنها از آلیاژهایی مانند نیکروم[۲] (آلیاژ نیکل و کرم) یا آلیاژ مس ــ نیکل ــ منگنز (که به آن *منگانین*[۳] می‌گویند) است. این پیچه‌ها عموماً به دور هسته‌ای از جنس سرامیک، پلاستیک یا شیشه پیچیده شده‌اند و در غلافی از جنس سرامیک قرار گرفته‌اند. شکل ۲ـ۱۱ نمونه‌ای از ساختار چنین مقاومت‌هایی را نشان می‌دهد.

الف) نمونه‌ای از ساختار یک مقاومت پیچه‌ای

ب) تصویری از یک مقاومت پیچه‌ای

شکل ۲ـ۱۱

با وجود اینکه این مقاومت‌ها قدیمی‌ترین نوع مقاومت‌ها است، امروزه همچنان تولید می‌شوند؛ زیرا می‌توانند برای حصول مقاومت‌های پایین بسیار دقیق و همچنین توان‌های بالا ساخته شوند.

یکی از انواع مشهور این نوع از مقاومت‌ها، رئوستا[۴] نام دارد که در مدارهای الکترونیکی پتانسیومتر[۵] نامیده می‌شود. این نوع مقاومت‌ها، متغیر هستند. یک رئوستا از سیمی با مقاومت ویژهٔ نسبتاً زیاد ساخته شده است. این سیم روی استوانه‌ای نارسانا پیچیده شده و با استفاده از دکمه‌ای لغزنده که روی ریلی در بالای استوانه قرار دارد و انتهای آن با سیم در تماس است می‌تواند قسمت دلخواهی از سیم را در مسیر جریان قرار دهد و بنابراین مقدار مقاومت را تغییر دهد و به این ترتیب جریان را در مدار تنظیم و کنترل کند. شکل ۲ـ۱۲ ــ الف طرحی از یک رئوستا و شکل ۲ــ ۱۲ ــ ب نماد رئوستا (یا پتانسیومتر) در مدار الکتریکی و شکل ۲ـ۱۲ ــ پ شکلی واقعی از یک رئوستا و یک پتانسیومتر را نشان می‌دهد.

۱ــ wire wound resistor به این مقاومت‌ها در صنعت، مقاومت آجری نیز می‌گویند.

۲ــ nichrome

۳ــ manganin

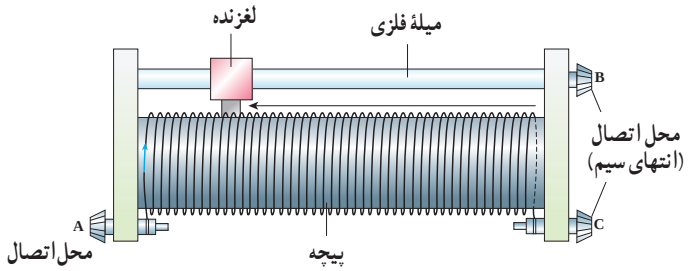
۴ــ Rheostat

۵ــ Potentiometer

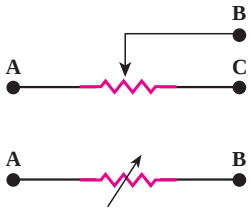
رئوستا

پتانسیومتر

پ) شکل واقعی یک رئوستا و یک پتانسیومتر



الف) طرحی از ساختار یک رئوستا



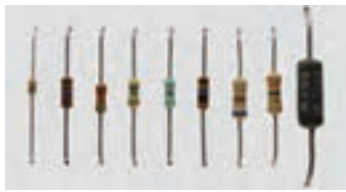
ب) نماد یک رئوستا یا پتانسیومتر در مدار الکتریکی

شکل ۲ــ۱۲

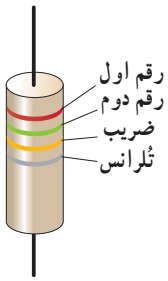
جدول ۲ــ۳ــ کد رنگی مقاومت‌ها

رنگ	عدد	ضریب	تلرانس
سیاه	۰	۱	
قهوه‌ای	۱	10^{1}	
قرمز	۲	10^{2}	
نارنجی	۳	10^{3}	
زرد	۴	10^{4}	
سبز	۵	10^{5}	
آبی	۶	10^{6}	
بنفش	۷	10^{7}	
خاکستری	۸	10^{8}	
سفید	۹	10^{9}	
طلایی		10^{-1}	٪۵
نقره‌ای		10^{-2}	٪۱۰
بی‌رنگ			٪۲۰

۲ــ مقاومت‌های ترکیبی[1] که معمولاً از کربن، برخی نیمرساناها، و یا فیلم‌های نازک فلزی ساخته شده‌اند که در داخل پوششی پلاستیکی قرار گرفته‌اند. کارخانه‌های سازنده، مقاومت‌های ترکیبی را در اندازه‌های خاص استانداردی تولید می‌کنند[2]. مقدار این مقاومت‌ها یا روی آنها نوشته می‌شود، یا عمدتاً به‌صورت کدی رنگی نشان داده می‌شود که با ۳ یا ۴ حلقهٔ رنگی روی آنها مشخص شده است (شکل ۲ــ۱۳). هر رنگ معرف عددی است که در جدول ۲ــ۳ داده شده است. دو حلقهٔ اول به ترتیب رقم اول و رقم دوم مقاومت را نشان می‌دهند. رقم حلقهٔ سوم ضریبی است به‌صورت 10^{n} که در ستون سوم جدول مشخص شده است. حلقهٔ چهارم یک حلقهٔ طلایی یا نقره‌ای است که تُلرانس[3] نامیده می‌شود و مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را برحسب درصد مشخص می‌کند. نبود نوار چهارم به معنای آن است که تلرانس ۲۰ درصد است (شکل ۲ــ۱۴). برای خواندن حلقه‌های رنگی، مقاومت را طوری به دست می گیریم که حلقهٔ تلرانس در سمت راست قرار گیرد و بقیهٔ حلقه‌ها را از سمت چپ به راست می‌خوانیم. مشخصهٔ مهم دیگر یک مقاومت، بیشینهٔ توان الکتریکی است که مقاومت می‌تواند بدون آنکه بسوزد تحمل کند.



شکل ۲ــ۱۳ تصویری از تعدادی مقاومت ترکیبی



شکل ۲ــ۱۴ مقدار مقاومت‌های ترکیبی با کدهای رنگی مشخص می‌شود؛ مثلاً مقدار مقاومت شکل ۲۵kΩ با تلرانس ۱۰ درصد است.

۱ــ composition resistor

۲ــ اندازهٔ استاندارد آنها عمدتاً به‌صورت زیر است :

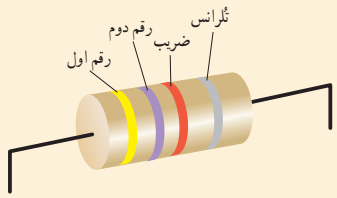
$$R = (۱/۷, ۲/۷, ۳/۹, ۴/۷, ۵/۶, ۶/۸, ۸/۲, ۱۰, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۲) \times ۱۰^{n}\,\Omega$$

$$n = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶$$

۳ــ tolerance

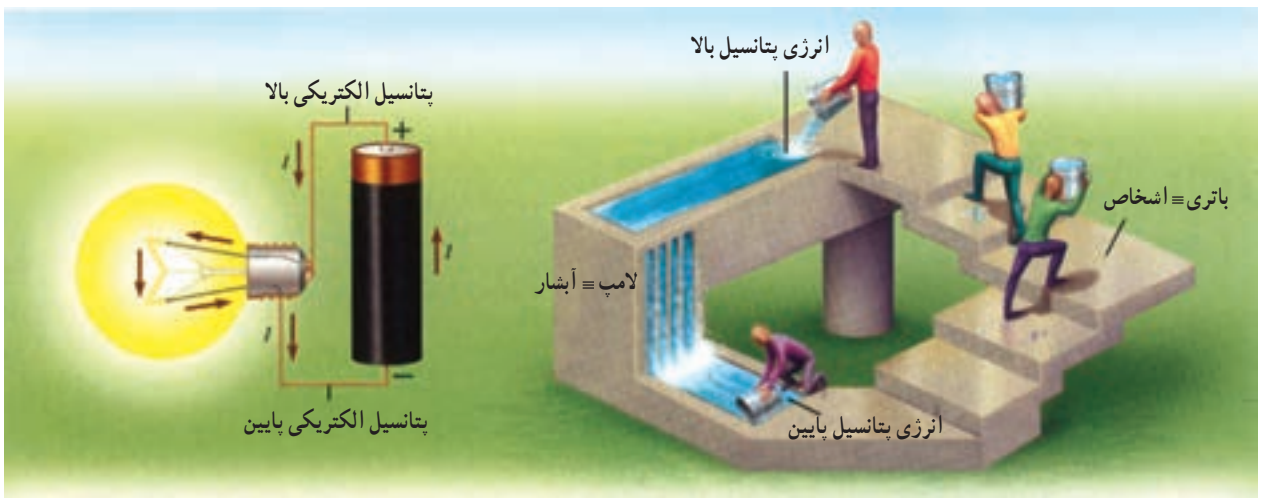
تمرین ۲ـ۲

مقدار مقاومت نشان داده شده در شکل چقدر است؟



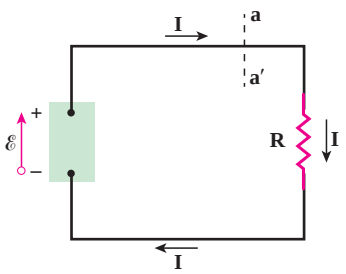
۲ـ۴ـ نیروی محرکهٔ الکتریکی و مدارها

نیروی محرکهٔ الکتریکی : اگر بخواهیم بارهای الکتریکی را از یک مقاومت الکتریکی عبور دهیم، باید بین دو سر مقاومت یک اختلاف پتانسیل برقرار کنیم. در واقع برای این کار به یک پمپ یا تلمبهٔ بار نیاز داریم تا جریانی ثابت از بارهای الکتریکی را برقرار کند. چنین وسیله‌ای که با انجام کار روی بار الکتریکی اختلاف پتانسیل را ثابت نگه می‌دارد منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی[۱] نامیده می‌شود. در واقع این وسیله با صرف انرژی، بارهای الکتریکی مثبت را از پتانسیل پایین‌تر به پتانسیل بالاتر سوق می‌دهد و سبب شارش آنها می‌شود. باتری‌ها، پیل‌های سوختی و مولدهای الکتریکی از جمله منبع‌های نیروی محرکهٔ الکتریکی هستند که در زندگی روزمرّه کاربرد فراوانی دارند. کارِ منبع نیروی محرکه الکتریکی مانند کار تلمبه‌ای است که آب را از سطح زمین یا عمق چاه به ارتفاع معین بالا می‌برد. به این ترتیب، آب انرژی پتانسیل لازم را برای جریان یافتن و انجام کاری معین کسب می‌کند. در داخل این وسیله‌ها منبع انرژی‌ای وجود دارد که با حرکت‌دادن بارهای مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی، روی آنها کار انجام می‌دهد. شکل ۲ـ۱۵ مشابهت‌سازی را بین جریان آب در یک فرایند مکانیکی و حرکت بار در یک مدار الکتریکی نشان می‌دهد. در این شکل اشخاص نقش باتری را در مدار الکتریکی بازی می‌کنند و سقوط آب مشابه روشن‌شدن لامپ مدار است.



شکل ۲ـ۱۵ مشابهت‌سازی یک مدار الکتریکی با فرایندی مکانیکی که در آن آب به‌طور مکانیکی جریان می‌یابد.

۱ـ electromotive force device (emf)



شکل ۲ــ۱۶ یک مدار سادهٔ الکتریکی

اکنون مدار سادهٔ الکتریکی شکل ۲ــ۱۶ را در نظر بگیرید. در هر بازهٔ زمانی Δt، بار Δq از هر مقطع این مدار (مثلاً aa') می‌گذرد. همین تعداد بار باید به پایانهٔ با پتانسیل پایین‌تر منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی وارد شود و از پایانهٔ با پتانسیل بالاتر آن خارج گردد. این وسیله باید کاری به اندازهٔ ΔW روی بار Δq انجام دهد تا آن را در این مسیر به حرکت درآورد. کاری که منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می‌دهد تا در مدار جریان یابد اصطلاحاً نیروی محرکهٔ الکتریکی (emf) نامیده و با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود :

$$\mathscr{E}=\frac{\Delta W}{\Delta q} \qquad (۴ــ۲)$$

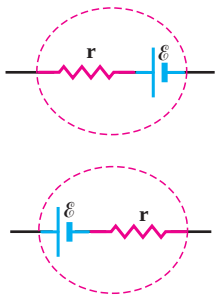
به عبارت دیگر، نیروی محرکهٔ الکتریکی یک منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی عبارت از کاری است که روی واحد بار مثبت انجام می‌شود تا آن را از پایانه‌ای با پتانسیل کمتر به پایانه‌ای با پتانسیل بیشتر ببرد[۱].

یکای کمیت نیروی محرکهٔ الکتریکی همان یکای اختلاف پتانسیل الکتریکی یعنی ولت (V) است ($1V=1J/1C$) مثلاً اگر نیروی محرکهٔ یک باتری ۱/۵V باشد به این معناست که باتری روی هر کولن باری که از آن می‌گذرد ۱/۵J کار انجام می‌دهد.

منابع نیروی محرکهٔ الکتریکی آرمانی یا واقعی هستند. اگر پایانه‌های مثبت و منفی یک منبع نیروی محرکه را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، اختلاف پتانسیل میان این دو پایانه برای یک منبع آرمانی برابر با نیروی محرکهٔ الکتریکی آن وسیله است :

$$V_a-V_b=\mathscr{E} \qquad (۵ــ۲)$$

ولی منبع آرمانی در واقعیت وجود ندارد و این منابع دارای مقاومتی داخلی (درونی) هستند. یعنی درون آنها مقاومتی در برابر حرکت داخلی بارها وجود دارد. بنابراین، وقتی جریان از این منابع بگذرد اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آنها برخلاف منابع آرمانی، متفاوت از نیروی محرکهٔ الکتریکی خواهد شد. به این منابع نیروی محرکه، منبع نیروی محرکهٔ واقعی می‌گویند و آنها را در مدارهای الکتریکی به دو صورت شکل ۲ــ۱۷ نشان می‌دهند که در آن r مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه است. در بخش بعد رابطهٔ اختلاف پتانسیل دو سر یک منبع نیروی محرکهٔ واقعی را خواهیم دید.



شکل ۲ــ۱۷ در مدارهای الکتریکی، منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی را به یکی از این دو صورت نمایش می‌دهند.

۱ــ توجه کنید که واژهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی واژهٔ نامناسبی است؛ زیرا emf نیرو نیست، بلکه مانند پتانسیل یک کمیت انرژی به‌ازای واحد بار است. نماد نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ است که فونت خاصی از حروف E یونانی می‌باشد.

مطالعهٔ آزاد

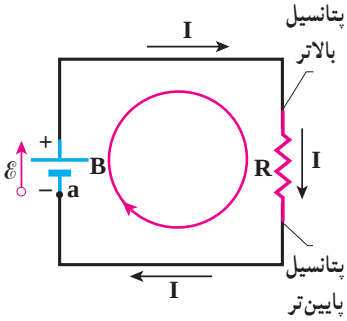
آثار تخریبی الکتریسیته بر بدن انسان

آسیبی که الکتریسیته بر بدن وارد می‌کند ناشی از جریان است یا اختلاف پتانسیل؟ توجه کنید هرچند اختلاف پتانسیل باعث حرکت الکترون‌ها می‌شود، ولی این جریان است که به بدن آسیب می‌رساند. مقدار این جریان به مقاومت الکتریکی بدن بستگی دارد که عمدتاً ناشی از پوست است. هرچه پوست خشک‌تر باشد مقاومت بیشتری دارد، ولی اگر پوست خیس یا مرطوب باشد، زخمی سَر باز داشته باشد و یا با کرمی پوشیده شده باشد، مقاومت کمتر می‌شود و مقدار خطرناکی از جریان می‌تواند از بدن شخص عبور کند. به همین ترتیب، اگر شخصی بر زمین خیس و یا در آب ایستاده باشد و بین نقطه‌ای از بدن او با منبع ولتاژ تماس خوبی برقرار شود، جریان نسبتاً زیادی از بدن وی عبور خواهد کرد. در این صورت حتی اگر ولتاژ کم هم باشد، جریان می‌تواند آن‌قدر زیاد باشد که موجب مرگ شود. از سوی دیگر اگر مقاومت الکتریکی منطقهٔ تماس زیاد باشد و مثلاً شخص بر پایه‌های عایق ایستاده باشد، این خطر بسیار کم می‌شود.

دستگاه مرکزی اعصاب انسان در مقابل حادثه‌های الکتریکی بسیار آسیب‌پذیر است. اگر جریانی که در یک شوک الکتریکی از مغز می‌گذرد بزرگ باشد، حتی ممکن است منجر به بیهوشی کامل و حتی در برخی موارد موجب فراموشی شود، به‌طوری که بیمار زمان‌های قبل از وقوع حادثه را نیز به یاد نمی‌آورد. معمولاً مرگ در اثر شوک الکتریکی به سبب ایست قلبی یا تنفسی روی می‌دهد.

مدار تک‌حلقه‌ای و افت پتانسیل در مقاومت: مدار سادهٔ تک‌حلقه‌ای شکل ۲ــ۱۸ را در نظر بگیرید. این مدار شامل باتری B با نیروی محرکهٔ $\mathscr{E}$، مقاومت R، و دو سیم رابط است. فرض کنید می‌خواهیم ازنقطهٔ دلخواهی شروع کنیم و مدار را به‌طور ذهنی در یک جهت دور بزنیم و هرجا با اختلاف پتانسیل‌ها مواجه شدیم آنها را به‌طور جبری جمع کنیم. اگر از نقطهٔ a شروع کنیم نخست با باتری B مواجه می‌شویم. در فصل گذشته دیدیم که پتانسیل در جهت میدان کاهش می‌یابد. بنابراین، اگر مطابق شکل از پایانهٔ منفی باتری به سمت پایانهٔ مثبت آن حرکت کنیم برخلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. بنابراین، تغییر پتانسیل در باتری آرمانی برابر با $+\mathscr{E}$ می‌شود. وقتی در طول سیم بالایی حرکت می‌کنیم، هیچ تغییر پتانسیلی وجود ندارد؛ زیرا در بستن مدارها از سیم‌های رابط با مقاومت ناچیز استفاده می‌شود و بنابراین می‌توان از تغییر پتانسیل در آنها چشم‌پوشی کرد. پس انتهای بالایی مقاومت همان پتانسیل پایانهٔ بالایی باتری را دارد. وقتی از مقاومت می‌گذریم پتانسیل طبق رابطهٔ $V=IR$ تغییر می‌کند، ولی توجه کنید پتانسیل باید کاهش یابد؛ زیرا ما از طرف پتانسیل بالاتر به سمت پتانسیل پایین‌تر حرکت کرده‌ایم. بنابراین، در شکل ما تغییر پتانسیل هنگام عبور از مقاومت برابر با $-IR$ است؛ یعنی اصطلاحاً در مقاومت افت پتانسیلی رخ می‌دهد. اگر با حرکت در طول سیم پایینی به نقطهٔ a باز گردیم چون مقاومت این سیم نیز ناچیز است باز تغییر پتانسیل نخواهیم داشت. با بازگشت به نقطهٔ a پتانسیل دوباره برابر با پتانسیل در نقطهٔ a می‌شود؛ یعنی می‌توان نوشت:

$$V_a+\mathscr{E}-IR=V_a$$



شکل ۲ــ۱۸ مداری تک‌حلقه‌ای که در آن مقاومت R به دو سر باتری آرمانی B با نیروی محرکهٔ $\mathscr{E}$ بسته شده است. جریان I در کل مدار یکسان است.

و با حذف V_a از دو طرف معادلهٔ بالا به رابطهٔ زیر می‌رسیم :

$$\mathscr{E} - IR = 0$$

این رابطه نشان می‌دهد جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها در مدار تک‌حلقه‌ای سادهٔ ما برابر با صفر است.

توجه کنید که اگر حلقه را درخلاف جهت نشان داده شده در شکل دور می‌زدیم به رابطهٔ $-\mathscr{E} + IR = 0$ می‌رسیدیم که همان رابطهٔ بالاست. در حالت کلی جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها در هر حلقه ــ خواه مدار تک‌حلقه‌ای باشد یا چند حلقه‌ای ــ صفر است. به این قاعده، **قاعدهٔ حلقه** می‌گویند که اغلب به افتخار فیزیکدان آلمانی *گوستاو رابرت کیرشهوف*، قاعدهٔ حلقه یا قانون ولتاژ کیرشهوف نامیده می‌شود.

قاعدهٔ حلقهٔ کیرشهوف : در هر دورزدن کامل حلقه‌ای از مدار، جمع جبری اختلاف پتانسیل‌های اجزای مدار باید برابرصفر باشد.

اکنون می‌خواهیم نشان دهیم که قاعدهٔ حلقه چیزی جز پایستگی انرژی نیست. به این منظور دو طرف رابطهٔ $\mathscr{E} = IR$ را در $I\Delta t$ ضرب کنید. از آن‌جا به رابطهٔ زیر می‌رسیم :

$$\mathscr{E} I\Delta t = I^2 R\Delta t$$

با توجه به اینکه $I\Delta t = \Delta q$ است و با استفاده از تعریف نیروی محرکهٔ الکتریکی ($\mathscr{E} = \frac{\Delta W}{\Delta q}$) طرف چپ این معادله برابر با ΔW یا همان کاری است که باتری روی بار انجام داده است. از طرفی در کتاب فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدیم که توان الکتریکی مصرفی در رسانایی به مقاومت R برابر RI^2 است. بنابراین، طرف راست معادلهٔ بالا در واقع مقدار انرژی‌ای است که در مقاومت به انرژی گرمایی تبدیل شده است. بنابراین رابطهٔ بالا چیزی جز پایستگی انرژی نیست و انرژی تأمین‌شده توسط باتری آرمانی به‌صورت انرژی گرمایی درمقاومت ظاهر شده است.

اکنون اگر باتری آرمانی مدار سادهٔ شکل ۲ــ۱۸ را با یک باتری واقعی که دارای مقاومت داخلی r است جایگزین کنیم (شکل ۲ــ۱۹)، با به‌کاربستن قاعدهٔ حلقه به رابطهٔ زیر می‌رسیم :

$$\mathscr{E} - Ir - IR = 0$$

همچنین می‌توانیم اختلاف پتانسیل دوسر باتری را نیز به‌دست آوریم. اگر از نقطهٔ a در جهت جریان I به سمت نقطهٔ b حرکت کنیم می‌توانیم با درنظر گرفتن اختلاف پتانسیل‌ها رابطهٔ زیر را بنویسیم :

$$V_a + \mathscr{E} - Ir = V_b$$

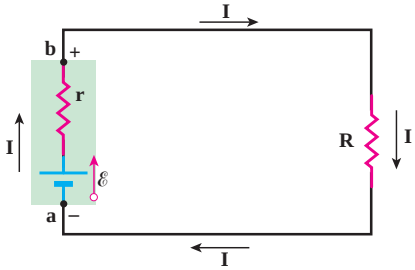
و یا

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - Ir \qquad (۶ــ۲)$$

همان‌طور که دیدیم در رابطهٔ ۲ــ۶، $\mathscr{E}$ نیروی محرکهٔ باتری و Ir افت پتانسیل درون باتری است. تفاوت یک باتری نو و فرسوده در مقدار مقاومت داخلی آن است که ممکن است کمتر از ۱Ω برای باتری نو، تا ۱۰۰۰Ω یا بیشتر برای باتری فرسوده باشد.

گوستاو کیرشهوف

گوستاو رابرت کیرشهوف در ۱۲ مارس سال ۱۸۲۴ میلادی (۱۲۰۳ هجری شمسی) در شهری واقع در غرب آلمان کنونی به دنیا آمد. کیرشهوف سهمی اساسی در درک مدارهای الکتریکی، طیف‌نگاری، ترمودینامیک و تابش اجسام گرم داشته است. در واقع او نخستین کسی بود که واژهٔ جسم سیاه را در سال ۱۸۶۲ به‌کار برد و دو قانون مهم در نظریهٔ مدارهای الکتریکی و ترمودینامیک به افتخار او نام‌گذاری شده است. کیرشهوف قانون مدارهای الکتریکی خود را در سال ۱۸۴۵ در حالی پی‌ریزی کرد که دانشجوی دانشگاه *آلبرتوس* بود. او قانون تابش گرمایی خود را در سال ۱۸۵۹ پیشنهاد داد و در سال ۱۸۶۱ اثبات کرد. او سپس عازم دانشگاه *هایدلبرگ* شد و در آنجا کارهای بدیعی در طیف‌نگاری به انجام رسانید. کیرشهوف سرانجام در سال ۱۸۸۷ میلادی (۱۲۶۶ هجری شمسی) در سن ۶۳ سالگی در برلین دیده از جهان فرو بست.



شکل ۲ــ۱۹ مدار تک‌حلقه‌ای شکل ۲ــ۱۸ که باتری آرمانی آن با یک باتری واقعی جایگزین شده است.

مثال ۲ـ۵

در مدار شکل ۲ــ ۱۹ فرض کنید $\mathscr{E} = ۱۲V$، $r = ۲/۰\Omega$ و $R = ۴/۰\Omega$ باشد.

الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری را محاسبه کنید.

پاسخ : براساس آنچه که در متن درس آمده است، در حل مسئله‌های مدار تک‌حلقه‌ای همواره دو دستورالعمل زیر را به‌کار می‌بندیم :

۱ــ هرگاه در مدار در جهت جریان از مقاومت R یا r بگذریم، پتانسیل به اندازهٔ IR یا Ir کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت جریان حرکت کنیم پتانسیل به همان اندازه‌ها افزایش می‌یابد.

۲ــ جهت نیروی محرکهٔ الکتریکی باتری‌ها همواره از پایانهٔ منفی به طرف پایانهٔ مثبت است، بنابراین هرگاه از پایانهٔ منفی به طرف پایانهٔ مثبت حرکت کنیم پتانسیل به اندازهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی باتری افزایش می‌یابد و اگر در خلاف این جهت (یعنی از پایانهٔ مثبت به منفی) حرکت کنیم پتانسیل به اندازهٔ نیروی محرکهٔ باتری کاهش می‌یابد.

الف) اگر مدار را در جهت جریان نشان داده شده بپیماییم براساس آنچه گفته شد، در یک حلقهٔ کامل با استفاده از قاعدهٔ حلقه داریم :

$$\mathscr{E} - Ir - IR = ۰$$

و در نتیجه

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r} = \frac{۱۲V}{۴/۰\Omega + ۲/۰\Omega} = ۲/۰A$$

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری برابر است با

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - Ir = ۱۲V - (۲/۰A)(۲/۰\Omega) = ۸V$$

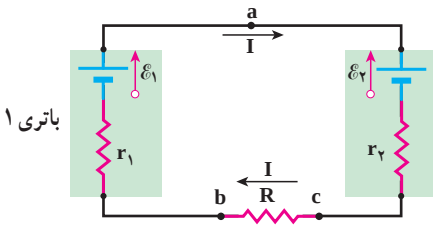
تمرین ۲ـ۳

مثال ۲ــ۵ را با حرکت در خلاف جهت جریان نشان داده شده حل و نتیجه را با پاسخ مثال مقایسه کنید.

مثال ۲ـ۶

مدار شکل روبه‌رو را درنظر بگیرید. مقادیر نیروهای محرکهٔ الکتریکی و مقاومت‌های مدار عبارت‌اند از :

$\mathscr{E}_۱ = ۸/۰V$، $\mathscr{E}_۲ = ۲/۰V$، $r_۱ = ۲/۰\Omega$، $r_۲ = ۱/۵\Omega$ و $R = ۸/۵\Omega$



الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری‌های ۱ و ۲ را محاسبه کنید.

پاسخ : الف) با استفاده از دستورالعمل‌های حل مدارهای تک حلقه‌ای مسئله را حل می‌کنیم. گرچه لازم نیست که جهت جریان I را بدانیم، ولی می‌توانیم آن را با مقایسهٔ نیروهای محرکهٔ الکتریکی دو باتری تعیین کنیم؛ چون $\mathscr{E}_1 > \mathscr{E}_2$ است جهت جریان را باتری ۱ تعیین می‌کند. بنابراین، جهت جریان مطابق شکل، ساعتگرد است. در نتیجه با حرکت پاد ساعتگرد از نقطهٔ a داریم :

$$V_a - \mathscr{E}_1 + Ir_1 + IR + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = V_a$$

و از آنجا

$$I = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{r_1 + R + r_2} = \frac{۸/۰V - ۲/۰V}{۲/۰\Omega + ۸/۵\Omega + ۱/۵\Omega} = ۰/۵۰A$$

ب) اختلاف پتانسیل بین دوسر باتری ۱ را با حرکت از نقطهٔ b به سمت نقطهٔ a به‌دست می‌آوریم :

$$V_b - Ir_1 + \mathscr{E}_1 = V_a$$

در نتیجه

$$V_a - V_b = \mathscr{E}_1 - Ir_1 = ۸/۰V - (۰/۵۰A)(۲/۰\Omega) = ۷/۰V$$

و برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ از نقطهٔ c به سمت نقطهٔ a حرکت می‌کنیم :

$$V_c + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = V_a$$

در نتیجه

$$V_a - V_c = \mathscr{E}_2 + Ir_2 = ۲/۰V + (۰/۵۰A)(۱/۵\Omega) = ۲/۸V$$

یک مثال عملی از چنین مسئله‌ای شارژ شدن باتری خودرو (باتری ۲) توسط یک مولّد خارجی (باتری ۱) است.

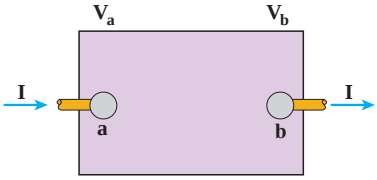
۲ـ۵ـ توان در مدارهای الکتریکی

اکنون می‌خواهیم رابطه‌هایی برای انرژی و توان در مدارهای الکتریکی به‌دست آوریم. جعبهٔ شکل ۲ـ۲۰ یک عنصر مداری را نشان می‌دهد که می‌تواند باتری، مقاومت و یا هرچیز دیگری باشد که اختلاف پتانسیلی بین پایانه‌های آن برقرار است. فرض کنید بار Δq در مدت زمان Δt تحت اختلاف پتانسیل $\Delta V = V_b - V_a$ از پایانهٔ a به پایانهٔ b این جزء مدار برود. در فصل پیش دیدیم کار نیروی خارجی برای چنین انتقالی برابر با $W = (\Delta q)(\Delta V)$ است. از طرفی توان الکتریکی، آهنگ انجام این کار است :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{(\Delta q)(\Delta V)}{\Delta t} = (\frac{\Delta q}{\Delta t})\Delta V = I\Delta V$$

$$P = I\Delta V \qquad (۷ـ۲)$$

در این رابطه، توان (P) برحسب وات (W)، جریان (I) برحسب آمپر (A) و اختلاف پتانسیل (ΔV) برحسب ولت (V) است. توجه کنید این رابطه هم برای منبع نیروی محرکه (مثلاً باتری) و هم برای وسیلهٔ مصرف‌کننده (مثلاً مقاومت یک دستگاه الکتریکی) برقرار است. در ادامه، توان الکتریکی مصرفی در مقاومت و توان الکتریکی خروجی یک منبع نیروی محرکه را بررسی می‌کنیم.



شکل ۲ـ۲۰ یک جزء مدار که اختلاف پتانسیلی بین دوسر آن برقرار است.

$P = I(V_b - V_a)$

اگر $P > ۰$ ⇒ این جز، به مدار انرژی می‌دهد

اگر $P < ۰$ ⇒ این جز، از مدار انرژی می‌گیرد

توان الکتریکی مصرفی در یک مقاومت : همان‌طور که گفتیم رابطهٔ ۲ــ۷ برای مقاومت‌های الکتریکی نیز برقرار است. برای محاسبهٔ مقدار توان مصرفی کافی است در این رابطه به‌جای ΔV از رابطهٔ تعریف مقاومت $(R = \Delta V/I)$ استفاده کنیم :

$$P_{\text{مصرفی}} = |P| = |I\Delta V| = |I(RI)| = RI^2 = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

در نتیجه :

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 \qquad (۲ــ۸)$$

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{(\Delta V)^2}{R} \qquad (۲ــ۹)$$

در برخی از کتاب‌ها، مرسوم است که رابطهٔ ۲ــ۹ را به‌صورت $P_{\text{مصرفی}} = V^2/R$ می‌نویسند که در آن V همان اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت است.

فعالیت ۲ــ۲

تحقیق کنید چرا در خطوط انتقال برق، انرژی الکتریکی به جای اینکه با جریان بالا و ولتاژ پایین انتقال یابد با ولتاژ بالا و جریان پایین منتقل می‌شود.

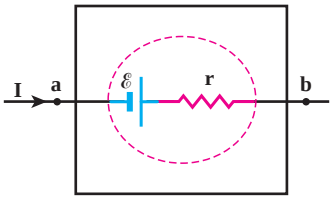
راهنمایی : به تفاوت توان تولیدی و توان مصرفی بیندیشید.

فعالیت ۲ــ۳

الف) با یک اهم‌متر، مقاومت رشتهٔ سیم داخل لامپ ۱۰۰واتی خاموش را اندازه‌گیری کنید. سپس با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۹ و با داشتن مشخصات روی لامپ، مقاومت آن را در حالت روشن محاسبه کنید. نتیجهٔ محاسبه را با مقدار اندازه‌گیری مقایسه کنید و نتیجه را پس از بحث گروهی گزارش دهید.

ب) اکنون با استفاده از نتیجهٔ به‌دست آمده دمای رشتهٔ سیم داخل لامپ را در حالت روشن برآورد کنید (رشته سیم لامپ از جنس تنگستن است که ضریب دمایی آن در جدول ۲ــ۱ داده شده است).

توان خروجی منبع نیروی محرکه : همان‌طور که گفتیم رابطهٔ ۲ــ۷ $(P=I\Delta V)$ برای منابع نیروی محرکه مانند باتری نیز برقرار است. از طرفی اختلاف پتانسیل دوسر یک باتری واقعی را در بخش پیش به‌دست آوردیم و دیدیم که برای شکلی مانند شکل ۲ــ۲۱ به‌صورت $\mathscr{E} - Ir$ می‌شود. با قرار دادن این



شکل ۲ــ۲۱ توان خروجی از باتری شکل از رابطهٔ $P = (V_b - V_a)I$ به‌دست می‌آید.

اختلاف پتانسیل در رابطهٔ توان الکتریکی خواهیم داشت :

$$P_{\text{خروجی}} = P = I(\mathscr{E} - Ir) = \mathscr{E}I - rI^2$$

$$P_{\text{خروجی}} = \mathscr{E}I - rI^2 \qquad (۲ــ۱۰)$$

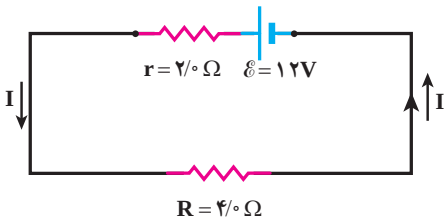
اکنون می‌خواهیم بدانیم معنای جمله‌های $\mathscr{E}I$ و rI^2 چیست. ساده‌تر آن است که نخست جملهٔ دوم را تفسیر کنیم. همان‌طور که پیش‌تر دیدیم این جمله توان مصرفی در یک مقاومت است که در اینجا مقاومت درونی باتری است. بنابراین، rI^2 آهنگ اتلاف انرژی الکتریکی در مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه است.

اکنون به تفسیر جملهٔ اول ($\mathscr{E}I$) می‌پردازیم. دیدیم که نیروی محرکهٔ الکتریکی طبق رابطهٔ ۲ــ۱۰ برابر با $\mathscr{E} = \Delta W/\Delta q$ است و از طرفی جریان از رابطهٔ $I = \Delta q/\Delta t$ به‌دست می‌آید. بنابراین داریم :

$$\mathscr{E}I = \left(\frac{\Delta W}{\Delta q}\right)\left(\frac{\Delta q}{\Delta t}\right) = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

که این همان توان تولیدی منبع نیروی محرکه است. بنابراین، توان خروجی منبع شکل ۲ــ۲۱ تفاضل توان تولیدی منبع از توانی است که در مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه مصرف می‌شود.

مثال ۲ــ۷



برای مدار نشان داده شده در شکل، توان خروجی باتری و توان مصرفی در مقاومت را محاسبه کنید.

پاسخ : نخست، جریان را با استفاده از قاعدهٔ حلقه به دست می‌آوریم :

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r} = \frac{۱۲V}{۴/۰\Omega + ۲/۰\Omega} = ۲/۰A$$

اکنون توان الکتریکی خروجی از باتری با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱۰ چنین می‌شود :

$$P_{\text{خروجی}} = \mathscr{E}I - rI^2 = (۱۲V)(۲/۰A) - (۲/۰\Omega)(۲/۰A)^2 = ۱۶W$$

توان الکتریکی مصرفی در مقاومت ۴ اهمی با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۸ برابر است با

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 = (۴/۰\Omega)(۲/۰A)^2 = ۱۶W$$

که همان‌طور که انتظار داشتیم با توان خروجی باتری برابر است.

مثال ۲ــ۸

در مثال ۲ــ۶ توان هریک از اجزای مدار را محاسبه کنید.

پاسخ : توان مصرفی در مقاومت $R = ۸/۵\Omega$ با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۸ چنین می‌شود :

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 = (۸/۵\Omega)(۰/۵۰A)^2 = ۲/۱W$$

که در آن از $I = ۰/۵۰A$ استفاده کرده‌ایم.

توان خروجی باتری ۱ را با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱۰ محاسبه می‌کنیم :

$$P_{\text{خروجی}} = \mathscr{E}_1 I - r_1 I^2 = (8/0\,V)(0/50\,A) - (2/0\,\Omega)(0/50\,A)^2 = 3/5\,W$$

اما توان باتری ۲ از رابطهٔ ۲ــ۱۰ به‌دست نمی‌آید، چرا که همان‌طور که دیدیم اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ از رابطهٔ $V_a - V_c = \mathscr{E}_2 + Ir_2$ به‌دست می‌آید. اما طبق تعریف این کتاب برای استفاده از رابطهٔ ۲ــ۷ ($P = I\Delta V$)، باید اختلاف پتانسیل $V_c - V_a$ را درنظر بگیریم که $-(\mathscr{E}_2 + Ir_2)$ می‌شود. بنابراین، مقدار (قدرمطلق) توان ورودی به باتری ۲ چنین می‌شود :

$$P_{\text{ورودی}} = |P| = |I\Delta V| = I(\mathscr{E}_2 + Ir_2) = \mathscr{E}_2 I + r_2 I^2$$

$$= (2/0\,V)(0/50\,A) + (1/5\,\Omega)(0/50\,A)^2 = 1/4\,W$$

این همان اتفاقی است که هنگام اتصال یک باتری به شارژر روی می‌دهد. شارژر به باتری انرژی الکتریکی می‌دهد. بخشی از این انرژی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود و بقیهٔ آن در مقاومت درون باتری تلف می‌شود و باتری را گرم می‌کند.

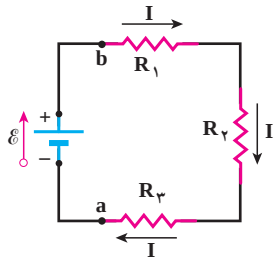
همان‌طور که انتظار داریم این نتیجه همچنین با پایستگی انرژی سازگار است :

توان خروجی باتری ۱ = توان ورودی باتری ۲ + توان مصرفی مقاومت R

۲/۱W + ۱/۴W = ۳/۵W

۲ــ۶ــ به هم بستن متوالی مقاومت‌ها

شکل ۲ــ۲۲ سه مقاومت را نشان می‌دهد که به‌طور متوالی به یک باتری آرمانی با نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ بسته شده‌اند. توجه کنید واژهٔ «متوالی» ربط چندانی به چگونگی رسم مقاومت‌ها ندارد. «متوالی» به معنای بسته شدن مقاومت‌ها یکی پس از دیگری است به‌طوری که هیچ انشعابی بین آنها وجود نداشته باشد و اختلاف پتانسیل V به دوسر این مجموعه از مقاومت‌ها اعمال شده باشد. در بستن متوالی مقاومت‌ها از همهٔ مقاومت‌ها جریان یکسان I عبور می‌کند. مقاومت‌هایی را که به‌طور متوالی بسته شده‌اند می‌توان با یک مقاومت معادل R_{eq} جایگزین کرد که دارای همان جریان I و اختلاف پتانسیل کل اعمال شده به دوسر مجموعهٔ مقاومت‌هاست. بنابراین، در اینجا به دو صورت می‌توان عمل کرد که البته معادل یکدیگرند. یکی آنکه اختلاف پتانسیل کل را برابر با مجموع اختلاف پتانسیل‌های مقاومت‌ها درنظر بگیریم :



شکل ۲ــ۲۲ سه مقاومت که به‌طور متوالی به یک باتری آرمانی متصل شده‌است.

$$V = \mathscr{E} = V_1 + V_2 + V_3$$

یا اینکه قاعدهٔ حلقه را به‌کار گیریم و مثلاً با حرکت در جهت جریان I و با شروع از نقطهٔ a دوباره به آن نقطه بازگردیم. در این‌صورت داریم :

$$V_a + \mathscr{E} - IR_1 - IR_2 - IR_3 = V_a$$

و در نتیجه

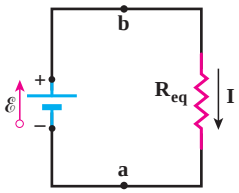
$$\mathscr{E} = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

و از آنجا جریان I چنین می‌شود :

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

بنابراین، با تعریف مقاومت معادل

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$



شکل ۲ــ۲۳ مدار معادلِ شکل ۲ــ۲۲ که در آن سه مقاومت با مقاومت R_{eq} جایگزین شده است.

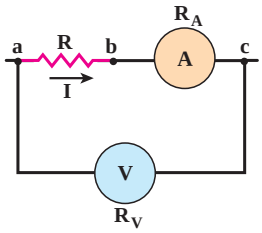
شکل مدار ۲ــ۲۲ به مدار معادل شکل ۲ــ۲۳ تبدیل می‌شود. بدیهی است که اگر به‌جای سه

مقاومت، n مقاومت متوالی داشته باشیم مقاومت معادل آنها از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳ + \cdots + R_n \qquad (۱۱ـ۲)$$

توجه کنید وقتی مقاومت‌ها به‌طور متوالی بسته شده‌اند مقاومت معادل آنها بزرگ‌تر از مقاومت هریک از آنها است و نیز توان الکتریکی مصرفی مقاومت معادل با مجموع توان‌های الکتریکی مصرفی هریک از آنها برابر است.

مثال ۲ـ۹



شکل روبه‌رو مداری را برای اندازه‌گیری مقاومت مجهول R نشان می‌دهد. توجه کنید که مقاومت یک ولت‌سنج واقعی باید خیلی بزرگ باشد تا قرار گرفتن آن در مدار، ولتاژ اجزای مدار را به‌طور محسوسی تغییر ندهد. همچنین مقاومت یک آمپرسنج واقعی باید خیلی ناچیز باشد تا قرار گرفتن آن در مدار به‌طور محسوسی جریان اجزای مدار را تغییر ندهد.

فرض کنید در این مدار ولت‌سنج ۱۲/۰ V و آمپرسنج ۰/۱۰۰ A را نشان دهد. مقاومت ولت‌سنج $R_V = ۱/۰۰\times۱۰^۴\Omega$ و مقاومت آمپرسنج $R_A = ۲/۰۰\Omega$ است. الف) مقاومت R و ب) توان مصرفی در این مقاومت چقدر است؟

پاسخ : الف) مقاومت‌های R و R_A به‌طور متوالی به هم بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل دوسر آنها برابر با ۱۲/۰ V است. با توجه به اینکه آمپرسنج جریان ۰/۱۰۰ A را نشان می‌دهد و به‌طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از این دو مقاومت نیز برابر ۰/۱۰۰ A است :

$$R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{۱۲/۰V}{۰/۱۰۰A} = ۱۲۰\Omega$$

با توجه به اینکه $R_{eq} = R + R_A$ و $R_A = ۲/۰۰\Omega$ است مقاومت مجهول برابر با $R = ۱۱۸\Omega$ می‌شود.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود اندازهٔ مقاومت آمپرسنج در مقابل مقاومت‌های دیگر بسیار اندک است و به همین دلیل در بسیاری از مدارها از مقاومت آمپرسنج صرف‌نظر می‌شود.

ب) توان مصرفی در این مقاومت را می‌توان از رابطهٔ $P = RI^۲$ به‌دست آورد :

$$P = RI^۲ = (۱۱۸\Omega)(۰/۱۰۰A)^۲ = ۱/۱۸W$$

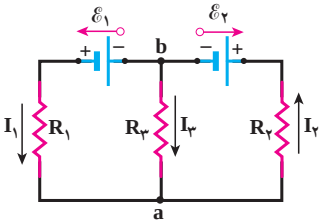
۲ـ۷ـ مدارهای چندحلقه‌ای و به هم بستن موازی مقاومت‌ها

قاعدهٔ انشعاب کیرشهوف : شکل ۲ـ۲۴ مداری را نشان می‌دهد که شامل بیش از یک حلقه است. برای سادگی فرض می‌کنیم باتری‌ها آرمانی باشند. دو انشعاب در نقطه‌های b و a این مدار وجود دارد و سه شاخه این انشعاب‌ها را به‌هم وصل می‌کند. جریان در این سه شاخه $I_۱$، $I_۲$ و $I_۳$ است که جهت آنها به‌طور اختیاری انتخاب شده است. برای حلّ این مدار (یعنی یافتن جریان‌های $I_۱$، $I_۲$ و $I_۳$) به سه معادله نیاز داریم. اگر حلقهٔ سمت چپ را به‌طور پاد ساعتگرد از نقطهٔ b بپیماییم، قاعدهٔ حلقه چنین می‌شود :

$$\mathscr{E}_۱ - I_۱R_۱ + I_۳R_۳ = ۰$$

و اگر حلقهٔ سمت راست را به‌طور پاد ساعتگرد از نقطهٔ b بپیماییم، قاعدهٔ حلقه چنین می‌شود :

$$-I_۳R_۳ - I_۲R_۲ - \mathscr{E}_۲ = ۰$$



شکل ۲ـ۲۴ یک مدار چندحلقه‌ای که شامل سه شاخه است.

بنابراین، می‌بینیم برای حلّ کامل مدار به یک معادلهٔ دیگر نیاز داریم. این معادله را از قاعده‌ای به نام قاعدهٔ انشعاب یا قاعدهٔ جریان‌های کیرشهوف به‌دست می‌آوریم. بنا براین قاعده مجموع جریان‌های ورودی به هر انشعاب (گره) باید برابر با مجموع جریان‌هایی باشد که از آن انشعاب (گره) خارج می‌شوند.

قاعدهٔ انشعاب کیرشهوف : مجموع جریان‌هایی که به هر نقطهٔ انشعاب (گره) مدار وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطهٔ انشعاب (گره) خارج می‌شود.

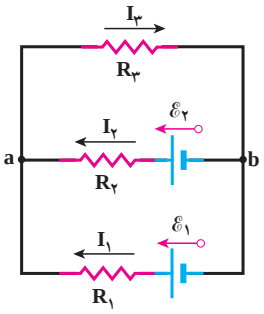
این قاعده، در واقع بیانی از اصل پایستگی بار است. به عبارتی دیگر در یک نقطهٔ انشعاب، نه باری ایجاد می‌شود و نه از بین می‌رود.

بنابراین، اگر قاعدهٔ انشعاب را مثلاً برای نقطهٔ a بنویسیم با توجه به جهت جریان‌های اختیاری خواهیم داشت :

$$I_1 + I_2 = I_3$$

اکنون سه معادله و سه مجهول داریم و می‌توانیم جریان‌های مجهول I_1، I_2 و I_3 را بیابیم.

مثال ۲ـ۱۰



در مدار شکل روبه‌رو مقاومت‌ها عبارت‌اند از :

$R_1 = 1\Omega$ ، $R_2 = 2\Omega$ و $R_3 = 1\Omega$

و نیروی محرکهٔ الکتریکی باتری‌ها (که آرمانی فرض‌شده‌اند) عبارت‌اند از :

$\mathscr{E}_1 = 4V$ و $\mathscr{E}_2 = 7V$

اگر جهت جریان‌ها را مطابق شکل فرض کنیم، مقدار جریان‌ها را به‌دست آورید.

پاسخ : نخست قاعدهٔ اختلاف پتانسیل‌ها را برای حلقه‌های بالایی و پایینی به‌کار می‌گیریم. اگر حلقهٔ بالایی را به‌طور ساعتگرد از نقطهٔ a بپیماییم، خواهیم داشت :

$$-I_3R_3 + \mathscr{E}_2 - I_2R_2 = 0$$

یا

$$-I_3(1\Omega) + 7V - I_2(2\Omega) = 0$$

در نتیجه

$$I_2(2\Omega) + I_3(1\Omega) = 7V \qquad (1)$$

و اگر حلقهٔ پایینی را به‌طور ساعتگرد از نقطهٔ a بپیماییم، خواهیم داشت :

$$+I_2R_2 - \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_1 - I_1R_1 = 0$$

یا

$$+I_2(2\Omega) - 7V + 4V - I_1(1\Omega) = 0$$

در نتیجه

$$-I_1(1\Omega) + I_2(2\Omega) = 3V \qquad (2)$$

از طرفی، از قاعدهٔ جریان‌ها در نقطهٔ انشعاب (گره) a داریم :

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (3)$$

I_3 را در معادلهٔ (۱) با استفاده از معادلهٔ (۳) با $I_1 + I_2$ جایگزین می‌کنیم. در این‌صورت خواهیم داشت :

$$۲I_۲ + (I_۱ + I_۲) = I_۱ + ۳I_۲ = ۷ \qquad (۴)$$

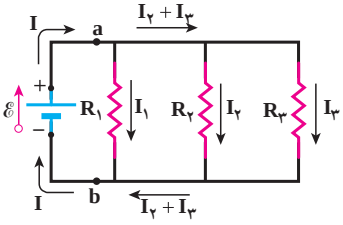
با حلّ دستگاه دو معادله‌ای شامل معادله‌های (۲) و (۴)

$$\begin{cases} -I_۱ + ۲I_۲ = ۳ \\ I_۱ + ۳I_۲ = ۷ \end{cases}$$

از آنجا $I_۲ = ۲A$ و $I_۱ = ۱A$ می‌شود. اکنون با استفاده از معادلهٔ (۳) جریان $I_۳$ را به‌دست می‌آوریم :

$$I_۳ = I_۱ + I_۲ = ۱A + ۲A = ۳A$$

بستن مقاومت‌ها به‌صورت موازی : شکل ۲ــ۲۵ یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد که سه مقاومت به‌صورت موازی به یک باتری آرمانی با نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ بسته شده‌اند. توجه کنید واژهٔ «موازی» ارتباط چندانی به چگونگی رسم مقاومت‌ها ندارد؛ بلکه «به‌صورت موازی» به معنای آن است که یک سر مقاومت‌ها مستقیماً به یکدیگر و سر دیگر آنها نیز مستقیماً به هم وصل شده است و اختلاف پتانسیل یکسان V به دوسر این مقاومت‌ها اعمال شده است. بنابراین، هریک از مقاومت‌ها دارای اختلاف پتانسیل یکسان V در دوسر خود است؛ یعنی :



شکل ۲ــ۲۵ مداری شامل سه مقاومت که به‌صورت موازی به نقطه‌های a و b بسته شده‌اند.

$$V = \mathscr{E} = V_۱ = V_۲ = V_۳$$

مجموعهٔ مقاومت‌هایی که به این روش متصل شده‌اند را می‌توان با یک مقاومت معادل R_{eq} جایگزین کرد که دارای همان اختلاف پتانسیل V و جریان کلی است که از مقاومت‌ها می‌گذرد. برای یافتن عبارتی برای R_{eq} نخست از قاعدهٔ انشعاب (قاعدهٔ جریان‌های) کیرشهوف استفاده می‌کنیم. اگر این قاعده را برای نقطهٔ a شکل به کار گیریم خواهیم داشت :

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳$$

از طرفی، از تعریف مقاومت می‌توانیم جریان‌های عبوری از هریک از مقاومت‌ها را به‌دست آوریم :

$$I_۱ = \frac{V}{R_۱} \;,\; I_۲ = \frac{V}{R_۲} \;,\; I_۳ = \frac{V}{R_۳}$$

با قرار دادن این جریان‌ها در معادلهٔ حاصل از قاعدهٔ انشعاب کیرشهوف خواهیم داشت :

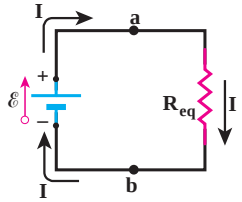
$$I = V\left(\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}\right)$$

اگر ترکیب موازی مقاومت‌ها را با مقاومت R_{eq} جایگزین کنیم $I = \frac{V}{R_{eq}}$ می‌شود و از آنجا خواهیم داشت :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}$$

در حالت کلی برای n مقاومت موازی به رابطهٔ زیر می‌رسیم :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} + \cdots + \frac{۱}{R_n} \qquad (۲ــ۱۲)$$

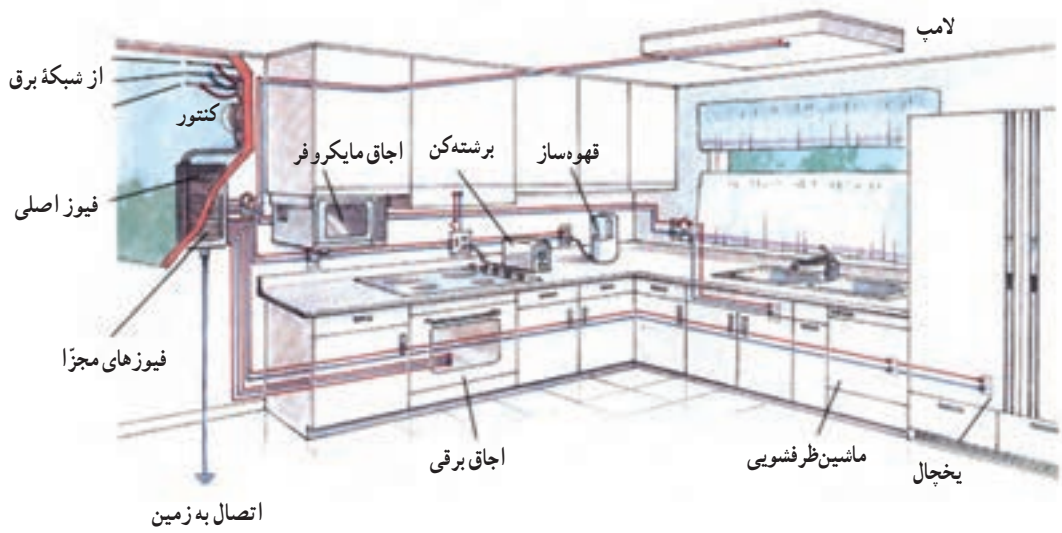


شکل ۲ــ۲۶ مدار معادل شکل ۲ــ۲۵ که در آن سه مقاومت با مقاومت معادل R_{eq} جایگزین شده است.

شکل مدار ۲ــ۲۵ به مدار معادل شکل ۲ــ۲۶ تبدیل می‌شود. توجه کنید هرگاه چند مقاومت به‌صورت موازی به هم بسته شوند، مقاومت معادل آنها کوچک‌تر از هریک از مقاومت‌های موجود در آن ترکیب است؛ و نیز توان الکتریکی مصرفی مقاومت معادل با مجموع توان‌های الکتریکی مصرفی هریک از آنها برابر است.

مثال ۲ـ۱۱

یک اتوی $1/2\times10^{3}\,W$، یک نان برشته‌کن (توستر) $1/8\times10^{3}\,W$، پنج لامپ رشته‌ای $1/0\times10^{2}\,W$ و یک بخاری $1/0\times10^{3}\,W$ به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی $1/2\times10^{2}\,V$ که حداکثر می‌تواند جریان ۲۵A را تحمل کند وصل شده‌اند. آیا این ترکیب مصرف‌کننده‌ها باعث پریدن فیوز می‌شود یا خیر؟



شکل نوعی از سیم‌کشی در یک آشپزخانه

پاسخ : در سیم‌کشی منازل، همهٔ مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند (چرا؟) بنابراین، مقاومت معادل این مصرف‌کننده‌ها از رابطهٔ **۲ـ۱۲** به‌دست می‌آید. به این منظور لازم است مقاومت اجزای مدار را به‌طور جداگانه محاسبه کنیم. با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل دوسر مجموعه و توان هریک از مصرف‌کننده‌ها را داریم، مقاومت هر مصرف‌کننده به راحتی با استفاده از رابطهٔ $P = V^{2}/R$ به‌دست می‌آید :

$$R_{\text{اتو}} = \frac{V^{2}}{P_{\text{اتو}}} = \frac{(1/2\times10^{2}\,V)^{2}}{1/2\times10^{3}\,W} = 12\,\Omega$$

$$R_{\text{برشته‌کن}} = \frac{V^{2}}{P_{\text{برشته‌کن}}} = \frac{(1/2\times10^{2}\,V)^{2}}{1/8\times10^{3}\,W} = 8/0\,\Omega$$

$$R_{\text{لامپ‌ها}} = \frac{V^{2}}{P_{\text{لامپ‌ها}}} = \frac{(1/2\times10^{2}\,V)^{2}}{5(1/0\times10^{2}\,W)} = 29\,\Omega$$

$$R_{\text{بخاری}} = \frac{V^{2}}{P_{\text{بخاری}}} = \frac{(1/2\times10^{2}\,V)^{2}}{1/0\times10^{3}\,W} = 14\,\Omega$$

بنابراین، مقاومت معادل این مدار چنین می‌شود :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{\text{اتو}}} + \frac{1}{R_{\text{برشته‌کن}}} + \frac{1}{R_{\text{لامپ‌ها}}} + \frac{1}{R_{\text{بخاری}}}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{8/0} + \frac{1}{29} + \frac{1}{14} = 0/31\,\Omega^{-1}$$

و در نتیجه

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۰/۳۱\Omega^{-۱}}=۳/۲\Omega$$

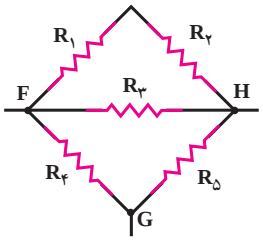
اکنون می‌توانیم جریان عبوری از مقاومت معادل را محاسبه کنیم :

$$I=\frac{V}{R_{eq}}=\frac{۱/۲\times۱۰^{۲}V}{۳/۲\Omega}=۳۸A$$

این جریان بزرگ‌تر از بیشینهٔ جریانی است که مدار قادر به تحمل آن است. بنابراین فیوز خواهد پرید.

به‌نظر شما آیا منطقی است این فیوز ۲۵A را با فیوزی ۴۵A جایگزین کنیم تا مدار قطع نشود؟

مثال ۲ـ۱۲



شکل روبه‌رو پنج مقاومت ۵/۰۰ اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل بین نقطه‌های (الف) F و H و (ب) F و G را بیابید.

پاسخ : الف) مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها خود با مقاومت $R_۳$ موازی است. همین‌طور مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها با مقاومت معادل سه مقاومت بالا موازی است. بنابراین، برای مقاومت معادل کل مدار بین نقطه‌های F و H داریم :

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲}}+\frac{۱}{R_{۳}}+\frac{۱}{R_{۴۵}}=\frac{۱}{۵/۰۰\Omega+۵/۰۰\Omega}+\frac{۱}{۵/۰۰\Omega}+\frac{۱}{۵/۰۰\Omega+۵/۰۰\Omega}$$

$$=\frac{۲}{۵/۰۰\Omega}=۰/۴۰۰\Omega^{-۱}$$

در نتیجه

$$R_{eq}=\frac{۱}{۰/۴۰۰\Omega^{-۱}}=۲/۵۰\Omega$$

ب) اکنون همچون قسمت الف، $R_۱$ و $R_۲$ متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها نیز با $R_۳$ موازی است؛ ولی در اینجا مقاومت معادل این سه مقاومت با مقاومت $R_۵$ متوالی و مقاومت معادل کل آنها با مقاومت $R_۴$ موازی است. بنابراین برای مقاومت معادل کل داریم :

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۴}}+\frac{۱}{R_{۱۲۳۵}} \qquad (۱)$$

که در آن $R_{۱۲۳۵}$ خود برابر است با

$$R_{۱۲۳۵}=R_{۱۲۳}+R_{۵} \qquad (۲)$$

و $R_{۱۲۳}$ خود از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\frac{۱}{R_{۱۲۳}}=\frac{۱}{R_{۱۲}}+\frac{۱}{R_{۳}}=\frac{۱}{۵/۰۰\Omega+۵/۰۰\Omega}+\frac{۱}{۵/۰۰\Omega}=\frac{۳}{۱۰/۰۰\Omega}$$

در نتیجه

$$R_{۱۲۳}=\frac{۱۰/۰۰}{۳}\Omega=۳/۳۳\Omega$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ (۲) داریم :

$$R_{۱۲۳۵} = ۳/۳۳\Omega + ۵/۰۰\Omega = ۸/۳۳\Omega$$

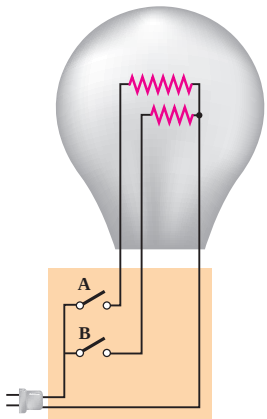
که با قرار دادن در رابطهٔ (۱)، R_{eq} را چنین به‌دست می‌دهد :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{۵/۰۰\Omega} + \frac{۱}{۸/۳۳\Omega} = ۰/۳۲۰\Omega^{-۱}$$

و در نتیجه

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{۰/۳۲۰\Omega^{-۱}} = ۳/۱۲\Omega$$

مثال ۱۳ـ۲



یک لامپ سه‌راههٔ ۲۲۰V که دو رشتهٔ فیلامان دارد مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ به ترتیب ۵۰/۰W و ۱۵۰W است. مقاومت هریک از رشته‌ها را بیابید.

پاسخ : همان‌طور که می‌دانیم توان الکتریکی مصرفی از رابطهٔ $P = V^۲/R$ به‌دست می‌آید. بنابراین، بیشترین توان مربوط به کمترین مقاومت و کمترین توان مربوط به بیشترین مقاومت است. در بستن موازی مقاومت‌ها دیدیم مقاومت معادل کوچک‌تر از هریک از مقاومت‌ها است. بنابراین، بیشترین توان مربوط به وقتی است که کلیدهای a و b هردو بسته‌اند؛ یعنی :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}$$

که در آن $R_۱$ و $R_۲$ مقاومت‌های دو رشته فیلامان هستند. بنابراین، برای مقاومت معادل داریم :

$$R_{eq} = R_{min} = \frac{V^۲}{P_{max}} = \frac{(۲۲۰V)^۲}{۱۵۰W} = ۳۲۳\Omega$$

از طرفی کمترین توان مربوط به وقتی است که کلید مربوط به فیلامان با مقاومت بیشتر بسته شده است. اگر این مقاومت را با $R_۱$ نمایش دهیم، داریم :

$$R_۱ = R_{max} = \frac{V^۲}{P_{min}} = \frac{(۲۲۰V)^۲}{۵۰/۰W} = ۹۶۸\Omega$$

بنابراین، مقاومت مجهول $R_۲$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

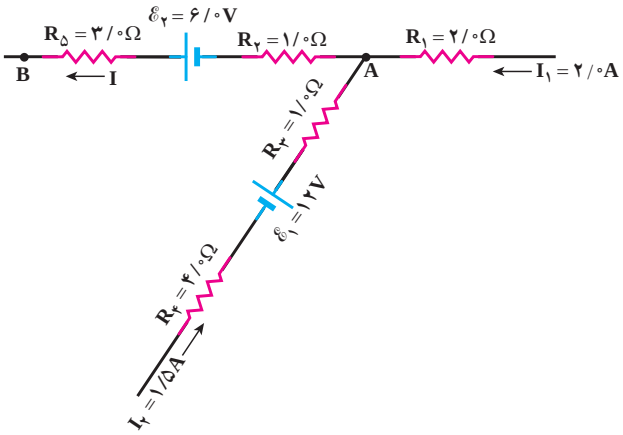
$$\frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{R_{eq}} - \frac{۱}{R_۱} = \frac{۱}{۳۲۳\Omega} - \frac{۱}{۹۶۸\Omega} = ۲/۰۶\times۱۰^{-۳}\Omega^{-۱}$$

در نتیجه

$$R_۲ = \frac{۱}{۲/۰۶\times۱۰^{-۳}\Omega^{-۱}} = ۴۸۵\Omega$$

مثال ۲ـ۱۴

شکل روبه‌رو قسمتی از یک مدار را نشان می‌دهد. $V_A - V_B$ را محاسبه کنید.



پاسخ : با استفاده از قانون انشعاب در نقطهٔ A داریم :

$$I = I_1 + I_2 = ۲/۰A + ۱/۵A = ۳/۵A$$

از طرفی برای حرکت در جهت جریان I از نقطهٔ A به B داریم :

$$V_A - IR_2 + \mathscr{E}_2 - IR_5 = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = I(R_2 + R_5) - \mathscr{E}_2$$

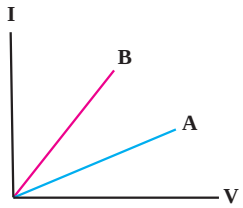
$$= (۳/۵A)(۱/۰\Omega + ۳/۰\Omega) - ۶/۰V = ۸/۰V$$

پرسش‌ها

۱ ولت‌سنج مناسب برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل در یک مدار چه ویژگی‌ای باید داشته باشد؟ اگر ولت‌سنج مناسب نباشد، آنچه اندازه‌گیری می‌شود با اندازهٔ واقعی چه تفاوتی دارد؟ پرسش بالا را در مورد آمپرسنج مناسب هم بررسی کنید.

۲ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خودروهای سواری برابر ۱۲ ولت است. اگر هشت باتری قلمی ۱/۵ ولتی را به طور متوالی به یکدیگر وصل کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ آنها نیز برابر ۱۲ ولت می‌شود. توضیح دهید چرا در خودروها به جای باتری خودرو از هشت باتری قلمی استفاده نمی‌شود.

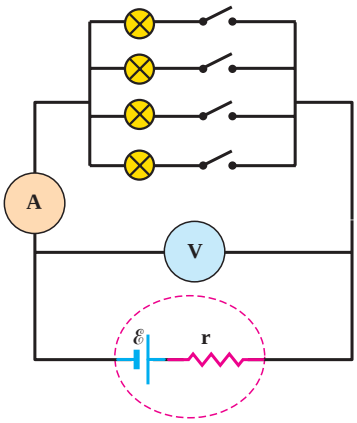
۳ شکل روبه‌رو نمودار I–V را برای دو نوع رسانا نشان می‌دهد. مقاومت کدام‌یک بیشتر است؟



۴ برای مدار شکل ۲ــ۱۹، نمودار تغییرات ولتاژ دوسر مولّد را برحسب جریانی که از آن می‌گذرد به طور کیفی رسم کنید.

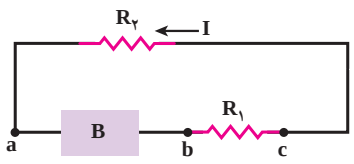
۵ لامپ‌های یک درخت زینتی، به‌طورمتوالی متصل شده‌اند. اگر یکی از لامپ‌ها بسوزد، چه اتّفاقی می‌افتد؟ به‌نظر شما چرا همهٔ چراغ‌های خودرو (چراغ‌های جلو، عقب و ...) به‌طور موازی بسته می‌شوند؟

۶ در شکل روبه‌رو، تعدادی لامپ مشابه به‌طور موازی به هم متصل شده‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. بررسی کنید که با بستن کلیدها یکی پس از دیگری، عددهایی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، چه تغییری می‌کند؟

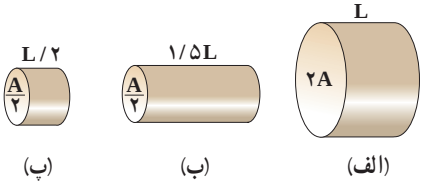


۷ دو مقاومت مساوی R را یک‌بار به‌طور متوالی و بار دیگر به‌طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و آنها را هر بار به ولتاژ V وصل می‌کنیم. نسبت توان مصرف شده در حالت موازی به توان مصرف شده در حالت متوالی چقدر است؟

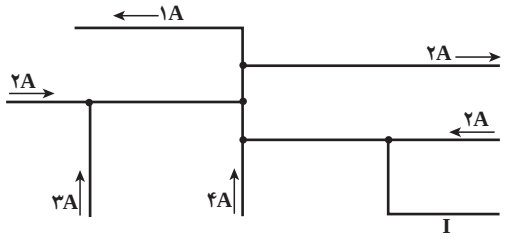
۸ شکل روبه‌رو جریان I را در یک مدار تک‌حلقه‌ای با باتری B و مقاومت‌های R_1 و R_2 (و سیم‌هایی با مقاومت ناچیز) نشان می‌دهد. الف) آیا جهت پیکان نیروی محرکه در B به سمت چپ است یا به سمت راست؟ در نقاط a ، b و c، ب) بزرگی جریان، پ) پتانسیل الکتریکی و ت) انرژی پتانسیل الکتریکی حامل‌های بار مثبت را به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



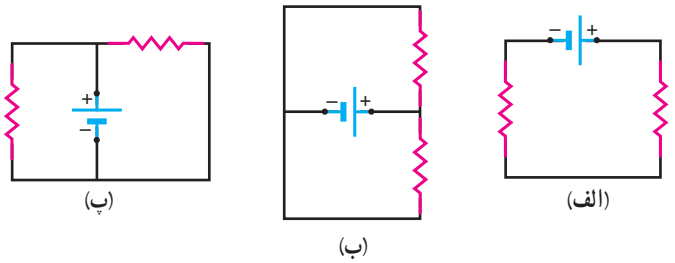
۹ شکل روبه‌رو، سه رسانای مسی استوانه‌ای را همراه با مساحت‌های مقطع و طول آنها نشان می‌دهد. این رساناها را برحسب جریانی که با اعمال اختلاف پتانسیل V ی یکسانی به دوسر آنها ایجاد می‌شود به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



۱۰ شکل روبه‌رو بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست چیست؟

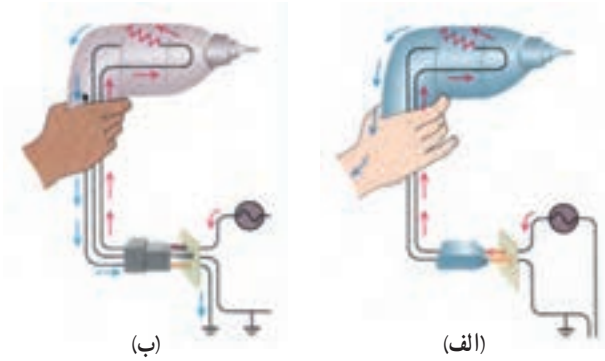


۱۱ در شکل‌های زیر، آیا مقاومت‌ها به‌طور متوالی بسته شده‌اند یا موازی و یا هیچ کدام؟



۱۲ چرا وقتی باتری خودرو فرسوده می‌شود، با آنکه تغییر محسوسی در نیروی محرکهٔ آن ایجاد نشده است، نمی‌تواند به راحتی خودرو را روشن کند؟

*۱۳ بررسی کنید اگر متهٔ برقی (دریل) معیوبِ شکل‌های زیر را با دوشاخه (شکل الف) یا سه‌شاخه (شکل ب) به پریز وصل کنیم، چه رخ می‌دهد؟ (نماد ⏚ اتصال به زمین را نشان می‌دهد که به آن پتانسیل صفر را اختصاص می‌دهند.)



مسئله‌ها

۱ لامپ یک چراغ قوهٔ معمولی در ۰/۳۰A و ۲/۹V کار می‌کند. اگر مقاومت رشتهٔ تنگستنی این لامپ در دمای اتاق (۲۰°C) برابر ۱/۱ Ω باشد، دمای این رشته وقتی که لامپ روشن است، چقدر می‌شود؟

۲ دو رسانا از یک ماده ساخته شده‌اند و طول یکسانی دارند. رسانای A سیم توپری به‌قطر ۱/۰ mm است. رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲/۰ mm و شعاع داخلی ۱/۰ mm است. مقاومت رسانای A چند برابر مقاومت رسانای B است؟ (مقاومت‌ها نسبت به دوسر رساناها اندازه‌گیری شده‌اند.)

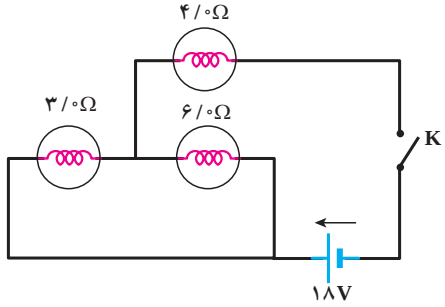
۳ در ماشین‌های چمن‌زنی برقی برای مسافت‌های حداکثر تا ۳۵ m از سیم‌های مسی نمرهٔ ۲۰ (قطر ۰/۰۸ cm) و برای مسافت‌های طولانی‌تر از سیم‌های ضخیم‌تر نمرهٔ ۱۶ (قطر ۰/۱۳ cm) استفاده می‌کنند تا بدین وسیله مقاومت سیم را تا آنجا که ممکن است کوچک نگه دارند. الف) مقاومت یک سیم ۳۰ متری ماشین چمن‌زنی چقدر است؟ ب) مقاومت یک سیم ۷۰ متری ماشین چمن‌زنی چقدر است؟ (دمای سیم‌ها را $20^{\circ}C$ درنظر بگیرید.)

۴ سه مقاومت مشابه ۱۲ اُهمی را یک‌بار به‌طور متوالی و بار دیگر به‌طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و به اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت وصل می‌کنیم. در هر بار، چه جریانی از هر مقاومت می‌گذرد؟

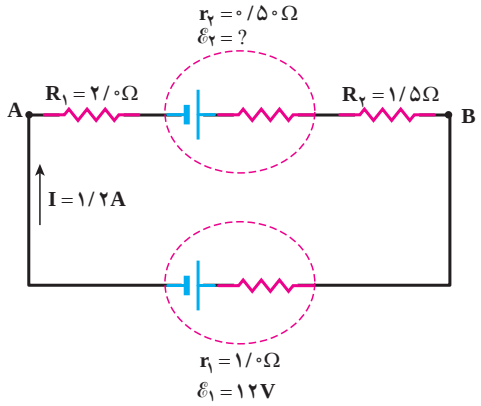
۵ دو مقاومت موازی ۶/۰ اُهمی و ۱۲ اُهمی به‌طور متوالی به یک مقاومت ۲/۰ اُهمی وصل شده است. اکنون، مدار را به دو سر یک باتری ۳۶ ولتی با مقاومت داخلی ناچیز می‌بندیم. توان مصرفی در مقاومت ۶/۰ اُهمی را محاسبه کنید.

۶ از مقاومت‌های موازی $4/0\Omega$، $6/0\Omega$ و 12Ω جریان کلّ ۲۱A عبور می‌کند. جریان عبوری از مقاومت $6/0\Omega$ چقدر است؟

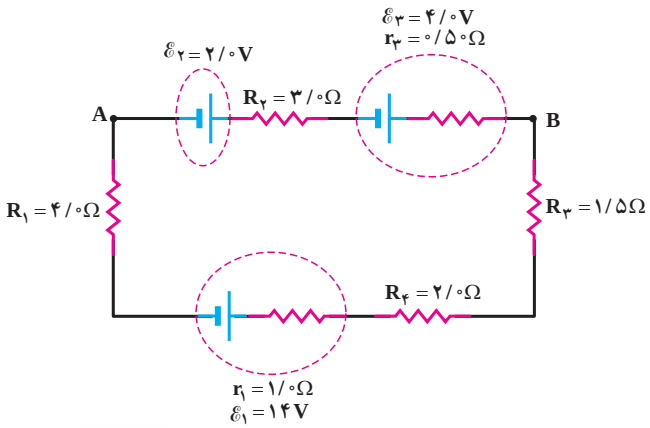
۷ در شکل روبه‌رو، وقتی کلید بسته شود چه جریانی از هر لامپ می‌گذرد؟ (مقاومت داخلی منبع، ناچیز است.)



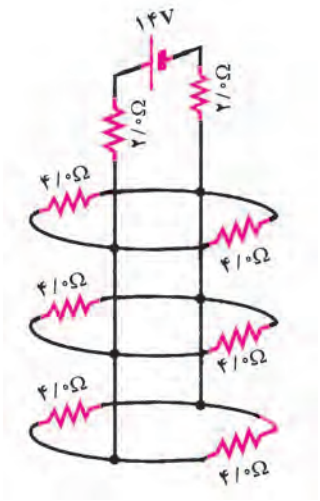
۸ در مدار شکل روبه‌رو جریان در جهت نشان‌داده شده ۱/۲A است.
الف) نیروی محرکهٔ $\mathscr{E}_2$ و $V_A - V_B$ چقدر است؟
ب) انرژی مصرف شده در R_1 و R_2 در مدت ۵/۰ ثانیه چقدر است؟



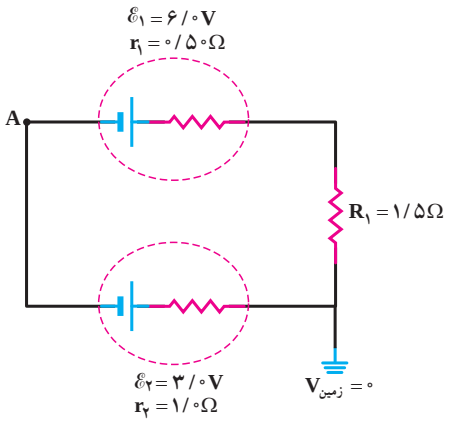
۹ در مدار شکل روبه‌رو جریان در مدار و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را محاسبه کنید.



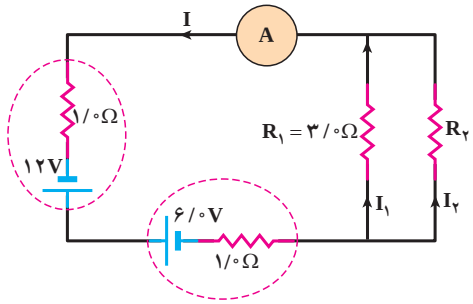
۱۰ جریانی که از منبع نیروی محرکهٔ آرمانی و هر یک از مقاومت‌های شکل زیر می‌گذرد، چقدر است؟



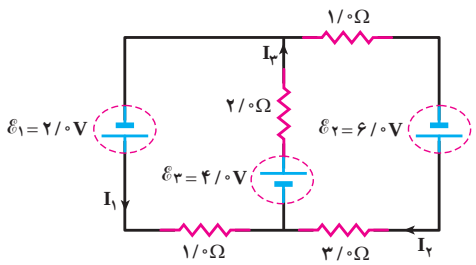
۱۱ در شکل روبه‌رو پتانسیل نقطهٔ A را محاسبه کنید. (نماد ⏚ اتصال به زمین را نشان می‌دهد که به آن پتانسیل $V_{\text{زمین}}=0$ را اختصاص می‌دهند.)



۱۲ جریانی که آمپرسنج در مدار شکل روبه‌رو نشان می‌دهد، برابر ۲/۰ A است.
الف) مقاومت R_2، و
ب) توان مصرفی هر یک از دو مقاومت را حساب کنید.



۱۳ در مدار شکل روبه‌رو جریان I_1 چند آمپر است؟



۱۴ در شکل روبه‌رو نیروی محرکهٔ الکتریکی و مقاومت داخلی منبع را که توان خروجی آن به ازای $I_1 = 5/00A$ برابر ۹/۵۰ W و به ازای $I_2 = 7/00A$ برابر ۱۲/۶ W است، محاسبه کنید.