

٤ فصل

جبر و معادله



اگر دو کفه یک ترازو روبروی هم قرار گیرند، می‌گویند ترازو در حال تعادل است. اگر از یک کفه ترازو چیزی را برداریم یا به آن چیزی اضافه کنیم، همین کار را باید در کفه دیگر نیز انجام دهیم تا جبران شود و ترازو در حالت تعادل بماند. کلمه جبر هم خانواده جبران نیز هست و معادله به معنی برقرار ماندن تعادل در دو طرف تساوی است.

ساده کردن عبارت‌های جبری



۱- در سال گذشته با درس توان آشنا شدید. عبارت های کلامی را به صورت جبری و عبارت های جبری را به صورت کلامی بنویسید.

- هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می شود. $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)
- یک به توان هر عدد، برابر یک می شود. $1^a = 1$
- صفر به توان هر عدد مثبت، برابر صفر می شود. $0^a = 0$
- در ضرب دو عبارت توان دار با پایه های مساوی، یک پایه را می نویسیم و توان ها را با هم جمع می کنیم.
- مربيع یا مجذور عدد a $b^a \times c^a = (bc)^a$

۲- الف) در عبارت جبری $1 - 2n$ به جای n عدهای طبیعی $(1, 2, 3, \dots)$ قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____ , ...

ب) در عبارت جبری $1 + 2m$ به جای m عدهای حسابی $(1, 2, 3, \dots)$ قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____ , ...

آیا دو الگوی عددی با هم تفاوت دارند؟

۳- شکل های زیر با چوب کبریت و با الگویی مشخص ساخته شده اند. شکل nام با چند چوب
کبریت ساخته می شود؟

شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

در اینجا پاسخ چهار دانش آموز را می بینید. توضیح دهد هر کدام از آنها پاسخ خود را چگونه به دست آورده است؛ سپس مانند نمونه‌ها، شکل‌هایی رسم کنید که روش ماهنوس را مشخص کند و بین شکل‌ها و عبارت‌های جبری رابطه برقرار کنید.

$3n+1$: پاسخ ماهرخ 

$4 + (n-1) \times 3$: پاسخ ماهنوس 

$1 + n + n + n$: پاسخ ماhero 

$n+1+(n \times 2) \leftarrow 2+(1 \times 2), 3+(2 \times 2), 4+(3 \times 2), 5+(4 \times 2)$: پاسخ مهتاب

پاسخ‌های ماهنوس، ماهر و مهتاب را ساده کنید. آیا با پاسخ ماهر خیکی هستند؟
آیا شما هم روشی برای شمارش چوب کبریت‌ها و یافتن جمله n ام دارید؟

کار در کلاس



۱- در سال گذشته، ضرب یک عدد را در پراتر با شکل زیر یاد گرفتید.

$$5 \quad \begin{array}{c} a \qquad b \\ \text{---} \end{array} \quad 5(a+b) = 5a + 5b$$

این تساوی چگونه به کمک شکل به دست آمده است؟ توضیح دهید.
عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$3(2x-1) + 2(x+3) = 6x - 3 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} =$$

$$-2(y-1) + 3(1-y) =$$

$$-(a-b+1) + 2(2a+b-3) =$$

۲- شما همچنین جمع و تفریق جمله‌های متشابه (جمله‌هایی که همه قسمت‌های حرفی آنها یکی هستند) را یاد گرفتید. جمله‌های متشابه را پیدا کنید.

$$3x^3y \quad 7yx^4 \quad 2yx \quad -5x \quad +5y \quad -3xy \quad +4x \quad y$$



۱- حاصل ضرب دو جمله را مانند نمونه به دست آورید. از کدام قانون ساده کردن عبارت‌های توان دار استفاده می‌کنید؟ توضیح دهید.

$$(-3ba)(2a^3b^2) = -6a^4b^3 \quad axa^2=a^3 \quad bx^2=b^3$$

$$2a \times 3b = \quad -6a \times 2a^2 = \quad 4ba \times 3b^2 =$$

۲- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت‌ها در دو قسمت، یک تساوی جبری نتیجه بگیرید.

$$a \quad \begin{array}{c} b \qquad c \\ \text{---} \end{array} \quad \Rightarrow a \quad \begin{array}{c} b \\ \text{---} \end{array} \quad a \quad \begin{array}{c} c \\ \text{---} \end{array}$$

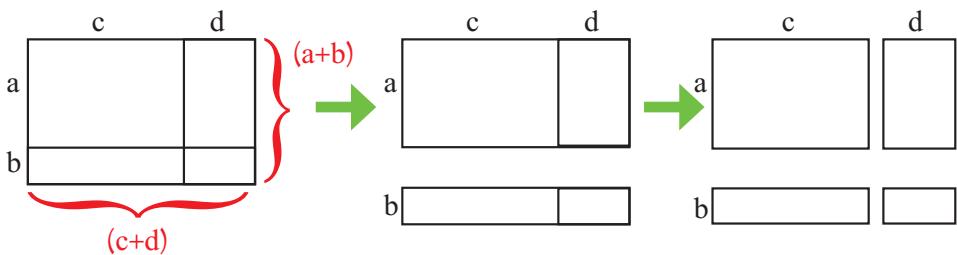
$$a(b+c) = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$$

با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، ضرب‌های زیر را انجام دهید.

$$2a(a+b) =$$

$$3x(2x-1) =$$

۳- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت‌ها در دو قسمت، تساوی جبری را کامل کنید.



$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$(a+b)(c+d) = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

برای یافتن حاصل ضرب دو عبارت جبری، باید جمله‌های دو عبارت را درهم ضرب و سپس ساده کنید.

$$(x+y)(x-y) =$$

$$(x-1)(x+1) =$$

$$(3x-2)(2x-3) =$$

کار در کلاس



۱- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$4ax+a^2+ax=$$

$$3ab+b^2-a^2-5ab=$$

$$2a-8xy+2xy=$$

$$9x+7x-8x-3+11x+5=$$

$$5(-2a)=$$

$$\frac{3}{2} (4b)=$$

$$(-7)(-4x)=$$

$$(-\frac{4}{5})(2y)=$$

$$3a(-5x)=$$

$$-\frac{1}{2} a(3b)=$$

$$(-a)(-b)=$$

$$(-a)(-a)=$$

$$7x(3a-b)=$$

$$3y(2x-5y)=$$

$$(x+2)(x+1)=$$

$$(a+6)(a-6)=$$

۲- عدد ۴۷ را می‌توان به صورت $40+7$ یا $10+7$ نوشت؛ به همین ترتیب، عده‌های زیر را

به صورت گسترده بنویسید.

$$92=$$

$$75=$$

$$33=$$

$$\overline{ab} = 10a + b$$

عدد دورقیم ab را با نماد \overline{ab} نمایش می‌دهیم؛ بنابراین :



تمرین

۱- عبارت جبری جمله n ام هریک از الگوهای عددی زیر را بنویسید.

$$1, 4, 9, 16, 25, \dots$$

$$1, 8, 27, 64, 125, \dots$$

۲- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+3)(a+3)$$

$$(a-b)(a-b) =$$

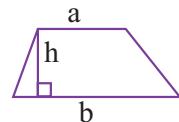
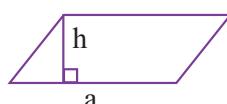
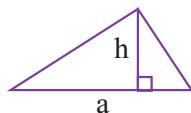
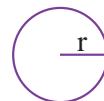
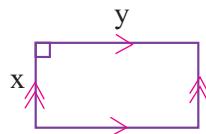
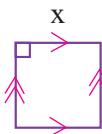
$$(a+3)(a-3) =$$

$$(a+b)(a-b) =$$

$$(x+y)(x+y) =$$

$$(2x-3y)(2x-3y) =$$

۳- مساحت هر شکل را با یک عبارت جبری بیان کنید.

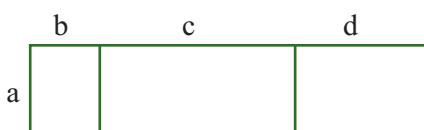


۴- دانش آموزی، عبارت‌های جبری زیر را نادرست ساده کرده است. اشتباه او را پیدا کنید.

الف $a(b+c) = ab + c$

ب $2x + 3y - (2x - y) = 2x + 3y - 2x - y = 2y$

۵- با توجه به شکل، یک تساوی جبری بنویسید.



پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

فعالیت



۱- ماشین عددساز عدد ورودی را در عدد داخل ماشین ضرب می‌کند.
ماشین عددساز عدد ورودی را با عدد داخل ماشین جمع می‌کند. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید یا عدد داخل ماشین را بنویسید.

$$\text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 4 \quad a + 4 \rightarrow \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : -3 \rightarrow 7 \times (-3) = -21 \quad a : \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 7$$

$$\text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 4 \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 5 \rightarrow \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 0$$

$$\text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : b \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 2 \rightarrow \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 0$$

$$\text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 8 \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 5 \rightarrow \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 13$$

۲- خروجی یک ماشین را به ورودی یک ماشین می‌بندیم و یک ماشین ترکیبی می‌سازیم. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید.

$$\text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 2 \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : x \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 3 \Rightarrow 3x - 5 \rightarrow \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : x$$

$$\text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 7 \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : x \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : -1 \Rightarrow -x \rightarrow \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 8$$

$$\text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 5 \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : x \quad \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 10 \Rightarrow \dots \rightarrow \text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : 3$$

به این ترتیب، می‌توانیم عملکرد هر ماشین ترکیبی را به شکل خلاصه، مانند مثال زیر، بنویسیم:

$$\text{خروجی} \rightarrow \text{ورودی} : x \quad \text{عملکرد ماشین ترکیبی} \downarrow \quad y = 7x + 4$$

کار در کلاس



۱- عدد x به ماشین‌های زیر وارد، و عدد y از آنها خارج می‌شود. با توجه به کاری که

این ماشین‌ها انجام می‌دهند، عددهای خروجی را بنویسید.

$$-2 \longrightarrow \boxed{3x - 1} \longrightarrow$$

$$4 \longrightarrow \boxed{-2x + 1} \longrightarrow$$

$$\circ \longrightarrow \boxed{\frac{1}{2}x + 1} \longrightarrow$$

$$\frac{4}{\sqrt{ }} \longrightarrow \boxed{-\sqrt{x} + 2} \longrightarrow$$

۲- با توجه به جدول‌های زیر و رابطه x و y ، جاهای خالی جدول‌ها را پر کنید:

$$y = 3x + 1$$

x	y
1	
2	
5	

$$y = 5x$$

x	y
3	
-2	
-4	25

$$y = x - 7$$

x	y
4	
-2	
.	-14

$$y = 2x - 3$$

x	y
4	
-2	
.	5

۳- با توجه به عددهای ورودی و خروجی در هر ردیف، کاری را که ماشین انجام می‌دهد

حدس بزنید.

$$3 \rightarrow \boxed{\quad} \rightarrow 6 \text{ و } -7 \rightarrow \boxed{\quad} \rightarrow -14 \text{ و } 5 \rightarrow \boxed{\quad} \rightarrow 10 \quad y = \underline{\quad}$$

$$5 \rightarrow \boxed{\quad} \rightarrow 8 \text{ و } 11 \rightarrow \boxed{\quad} \rightarrow 14 \text{ و } -4 \rightarrow \boxed{\quad} \rightarrow -1 \quad y = \underline{\quad}$$

فعالیت ۵

۱- به عددهای زوج زیر توجه کنید. همان‌طور که می‌بینید، هر عدد زوج را می‌توان

به صورت $n \times 2$ نشان داد.

۲

۴

۶

۸

۱۰

↓

↓

↓

↓

↓

$$2 \times 1$$

$$2 \times 2$$

$$2 \times 3$$

$$2 \times \underline{\quad}$$

$$2 \times \underline{\quad}$$

۲- عددهای زیر را به صورت $2n$ (یک عدد طبیعی باشد) نشان دهید.

۴۴

۸۰

۷۰۰

۱۰۰۰۰

۲۰۰۰

۳- در عبارت های زیر به جای حروف k , m و a عددهای طبیعی مختلفی قرار دهید. آیا

عددهای حاصل، زوج اند؟

$$2a$$

Diagram illustrating the factorization of $2a$ into 2×5 . A vertical line labeled $2a$ has two green arrows pointing downwards to the numbers 2 and 5 .

$$2m$$

Diagram illustrating the factorization of $2m$ into $2 \times m$. A vertical line labeled $2m$ has one red arrow pointing downwards to the number m .

$$2k$$

Diagram illustrating the factorization of $2k$ into $2 \times k$. A vertical line labeled $2k$ has two blue arrows pointing downwards to the numbers 2 and k .

۴- a , b و c را عددهای طبیعی درنظر بگیرید و به سؤال های زیر پاسخ دهید :

- آیا عبارت $2b$ یک عدد زوج را نشان می دهد؟

- آیا عبارت $4c$ یک عدد زوج را نشان می دهد؟ چرا؟

- آیا عبارت $2ab$ یک عدد زوج را نشان می دهد؟ چرا؟

۵- آیا حاصل ضرب هر دو عدد زوج عددی زوج است؟

برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا مانند نمونه چند مثال بزنید.

$$4 \times 2 = 8$$

$$8 \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \times \underline{10} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

برای اینکه بدون مثال و در حالت کلی اثبات کنیم که جمله بالا درست است، دو عدد زوج را

به صورت $2n$ و $2m$ درنظر می گیریم و حاصل ضرب آنها را می نویسیم.

$$2m \times 2n = 2(m \times 2 \times n)$$

چگونه این تساوی ثابت می کند که حاصل ضرب دو عدد زوج عددی زوج است؟ توضیح دهید.



مانند سؤال ۵ فعالیت بالا، ثابت کنید که حاصل ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی زوج است.

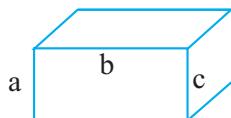
(الف) چند مثال بزنید.

$$2n = \text{عدد زوج}$$

(ب) به صورت جبری ثابت کنید : $1 - 2m = \text{عدد فرد}$

$$2n \times (2m - 1) = \text{حاصل ضرب عدد زوج در عدد فرد}$$

تمرین



۱- مساحت کل مکعب مستطیل روبه رو را به صورت جبری بنویسید.

اگر $a = 2$ و $b = 6$ و $c = 3$ باشند، مساحت کل چقدر می شود؟

۲- مساحت قاعده منشوری 20 و ارتفاع آن 4 است. حجم این منشور را با نوشتن رابطه جبری حجم منشورها به دست آورید.

۳- قاعده های ذوزنقه ای 4 و 7 سانتی متر و ارتفاع آن 2 سانتی متر است. مساحت این ذوزنقه را پس از نوشتن رابطه جبری مساحت ذوزنقه حساب کنید.

۴- آیا $x = 2$ و $-2 = x$ پاسخ معادله $4x^2 = -2$ هستند؟ چرا؟

۵- طول یک لوله x متر است. طول لوله دیگر، y برابر لوله اول است. طول لوله دوم را به صورت جبری بنویسید.



۶- یک زمین والیبال مستطیل شکل، دارای x متر عرض و $2x$ متر طول است. مساحت این زمین را به صورت جبری نشان دهید. اگر عرض این زمین 9 متر باشد، مساحت آن چند متر مربع است؟

۷- در درس علوم یاد می گیرید که انرژی پتانسیل ذخیره شده در هر جسم از رابطه $U = mg \cdot h$ به دست می آید که در آن، U انرژی پتانسیل، m جرم جسم، g شتاب زمین و h ارتفاع جسم است. در صورتی که جسمی به جرم 25 کیلوگرم تا ارتفاع 4 متر بالا برود، مقدار انرژی پتانسیل آن را پیدا کنید. (شتاب زمین 10 فرض کنید).

۸- با توجه به رابطه x و y ، مقدار y را برای x های مختلف پیدا کنید.

$$y = x - 3$$

x	y
1	
.	
2	
-1	

$$y = -2x + 1$$

x	y
1	
.	
2	
-1	

$$y = x^2$$

x	y
2	
-2	
.	
-1	

فعالیت



۱- در دوره دستان یاد گرفتید که با تبدیل صورت و مخرج کسر به ضرب عدددها، می‌توان کسر را ساده کرد.

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

کسرهای زیر را مانند نمونه ساده کنید.

$$\frac{12}{18} =$$

$$\frac{15}{35} =$$

۲- بعضی از عبارت‌های جبری را نیز می‌توان به صورت ضرب دو یا چند عبارت نوشت:

$$a(b+c) = ab+ac$$

خاصیت توزیع پذیری

$$ab + ac = a(b + c)$$

تبدیل به ضرب) تجزیه کردن

با توجه به تساوی بالا، عبارت‌ها را به ضرب تبدیل کنید.

$$5ab + 8ac = a(\quad + \quad)$$

$$x + xy =$$

$$5ab + 3b =$$

$$3a + ab =$$

۳- برای تجزیه یک عبارت جبری، عامل یا بخش مشترک دو یا چند جمله را پیدا می‌کنیم و بیرون بر انتز می‌نویسیم. برای تشخیص قسمت مشترک، می‌توان عبارت‌ها را به صورت ضرب نوشت:

$$\begin{aligned} 6a^2b^3 + 9a^3b^2 &= 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b \times b + 3 \times 3 \times a \times a \times a \times b \times b \\ &= 2 \times 3 \times a^1 \times b^1 \times b + 3 \times 3 \times a^1 \times b^1 \times a \end{aligned}$$

با توجه به تساوی بالا، عامل مشترک دو جمله عبارت جبری چیست؟

با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله اول عبارت ساخته می‌شود؟

با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله دوم عبارت ساخته می‌شود؟

حالا این تساوی را کامل کنید.

$$6a^2b^3 + 9a^3b^2 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

۴- با توجه به سؤال صفحه قبل، عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$ab+ac=$$

$$ab-ac=$$

$$5ab+3abc=$$

$$6ab+3a^2=$$

$$4x^2y+6xy^2=$$

$$8x^2y^2-4xy^2=$$

۵- ابتدا صورت و مخرج کسر را تجزیه و سپس آن را ساده کنید.

$$\frac{ab+ac}{ab-ac}=$$

($a \neq 0$, $b \neq c$)

$$\frac{a^2-a}{ab-b}=$$

($a \neq 1$, $b \neq 0$)

کار در کلاس



۱- عبارت‌های زیر را به ضرب تبدیل کنید.

$$x \times 2^a - y \times 2^a =$$

$$42xy^2 - 35x^2y^2 =$$

$$2^x \times 2^y - 2^x \times 2^z =$$

$$-a^2 + 2a^2 =$$

۲- با تبدیل به ضرب، صورت و مخرج کسر را ساده کنید. ($a \neq b$, $ab \neq 0$)

$$\frac{a^2b - ab^2}{a^2b^2 - a^2b^3} =$$

۳- آیا تساوی $a-b = -(a+b)$ همواره برقرار است؟

۴- چرا مجموع دو عدد زوج، عددی زوج می‌شود؟

$2n$: عدد زوج

$2m$: عدد زوج دیگر

$2n + 2m$: مجموع دو عدد زوج

خواندنی

خوارزمی در کتاب جبر و مقابله خود برای عده‌های علامت‌دار اصطلاحاتی به کار برده است؛ برای مثال ۵- را «پنج ناقص» و $+5$ را «پنج زاید» خوانده است. با اینکه در زمان خوارزمی کاربرد حروف متداول نبوده است، او در حل معادله‌های جبری، مجھول را «شیئی» و مجدور مجھول را «مال» نامیده است.

فَعْالِيَّةٌ



۱- تفاوت x^r و $2x$ چیست؟

$$x^r =$$

$$2x =$$

۲- مانند نمونه، طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$3^r = 3 \times 3$$

$$(-5)^r = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

$$a^r = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

$$\square^r = \square \times \square$$

$$\triangle^r = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

$$(a+b)^r = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

۳- جدول زیر را برای مقدارهای مختلف a و b کامل کنید.

a	۱	۲	۰	۲	-۱
b	۱	۰	-۳	۴	-۲
$(a+b)^r$					
$a^r + b^r$					

از مقایسه دو ردیف آخر، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴- مانند نمونه، عبارت‌ها را ساده کنید.

$$(a+b)^r = (a+b)(a+b) = a^r + ab + ab + b^r = a^r + 2ab + b^r$$

$$(x-y)^r =$$

$$(2x+1)^r =$$

کار در کلاس



۱- مانند نمونه، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$x^r = x \times x \times x$$

$$-x^r =$$

$$(-x)^r =$$

$$(a-b)^r =$$

$$(a+b)^r =$$

$$(x+1)^r =$$

۲- چرا $ba = ab$ است؟ (از کدام خاصیت ضرب استفاده می‌شود؟)

۳- عبارت زیر را ساده کنید.

$$-(a+b)^r =$$

آیا منفی به توان ۲ می‌رسد؟ چرا؟



تمرین

۱- آیا $b-a = -(a-b)$ است؟ چرا؟

۲- چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می‌شود؟

۳- مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می‌شود یا فرد؟ چرا؟

۴- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+3)^2 =$$

$$(2x-3y)^2 =$$

$$(x+7)(x-7) =$$

$$a^2+b^2-(a-b)^2 =$$

۵- با توجه به پیکان‌های رسم شده، عبارت را ساده کنید.

$$(x-1)(x^2+x+1)$$

۶- نشان دهید که تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش، مضرب ۹ است.

۷- اگر دو پرانتز زیر را در هم ضرب کنیم، چند جمله خواهیم داشت؟ چرا؟

$$(a+b+c)(z+y+x)$$

خواندنی

خوارزمی

ابوعبدالله محمد بن موسی خوارزمی حدود سال ۱۳۵ هجری قمری در شهر خوارزم (که امروز خیوه نامیده می‌شود) متولد شد. وی یکی از مفاخر علمی ایران و جهان و از بزرگ‌ترین دانشمندان مسلمان در قرن‌های گذشته است.

یکی از آثار خوارزمی کتاب جبر و مقابله است. این کتاب نخستین کتابی است که نام جبر را بر خود دارد. نام جبر به عنوان بخشی از ریاضی از نام این کتاب گرفته شده است. از این نظر، خوارزمی را می‌توان یکی از بنیان‌گذاران علم جبر دانست. امروز جبر به شاخه‌ای مهم از ریاضی گفته می‌شود.

کتاب حساب خوارزمی در قرن دوازدهم هجری به زبان‌های اروپایی ترجمه شد و به «الخورسیمی» یا «الگوریسمی» که از نام «الخوارزمی» گرفته شده بود، شهرت یافت. بعدها الگوریسم یا الگوریتم (Algorithm) به معنای فن محاسبه (یعنی حساب) به کار رفت. امروزه الگوریتم به روشهای محاسبه گفته می‌شود که در آن محاسبه مرحله به مرحله انجام می‌گیرد و محاسبه هر مرحله به مرحله قبلی بستگی دارد.

فعالیت

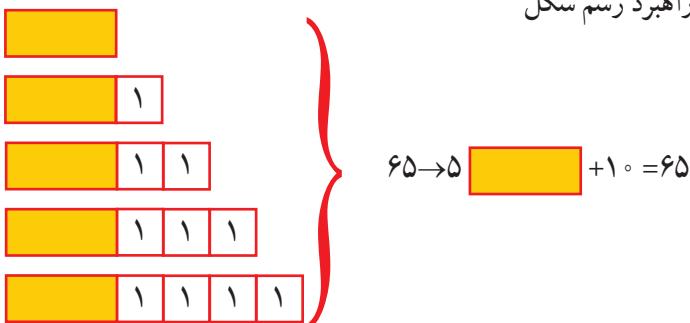


۱- حاصل جمع پنج عدد متوالی طبیعی ۶۵ شده است. عدد وسط چه عددی است؟
پنج دانش آموز این مسئله را با راهبردهای مختلف حل کرده اند. راه حل هر کدام را کامل کنید و توضیح دهید.

راه حل سمیه: راهبرد حدس و آزمایش

حاصل جمع	عدد پنجم	عدد چهارم	عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
۲۵	۹	۸	۷	۶	۵
۴۵	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
۶۵	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱

راه حل فریده: راهبرد رسم شکل



راه حل فهیمه: راهبرد روش های نمادین

$$O + (O+1) + (O+2) + (O+3) + (O+4) = 65$$

عدد وسطی را در تساوی بالا مشخص کنید.

راه حل مهدیه: راهبرد تشکیل معادله

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 65$$

$$5x + 10 = 65$$

راه حل فرشته: راهبرد تشکیل معادله

$$(x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) = 65$$

تفاوت راه حل های فرشته و مهدیه را توضیح دهید.

۲- مهدیه با توجه به آنچه سال گذشته آموخته بود، معادله خود را به صورت زیر حل کرد:

$$\begin{aligned}
 & 5x + 1 = 65 \\
 -1 & \downarrow \\
 & 5x + 1 - 1 = 65 - 1 \\
 & 5x = 64 \\
 \times \frac{1}{5} & \downarrow \\
 & \frac{1}{5} \times 5x = \frac{1}{5} \times 64 \\
 & x = 11
 \end{aligned}$$

علم راه حل مهدیه را به صورت زیر خلاصه کرد. توضیح دهید در این روش معنی پیکان‌ها

چیست؟

$$5x + 1 = 65$$

$$5x = 65 - 1$$

$$5x = 64 \rightarrow x = \frac{64}{5} = 11$$

۳- با توجه به سؤال بالا، روش حل معادله را توضیح دهید؛ سپس معادله‌های دیگر را به همین

ترتیب حل کنید.

$$2x - 3 = x + 5$$

$$3x - 1 = x - 7$$

$$2(x-1) = 3(x+4)$$

$$2x - x = 5 + 3$$

$$x = 8$$

کار در کلاس



معادله‌های زیر را حل کنید.

$$5(x-2) = 8$$

$$x + 4 = 16$$

$$4x - 3 = 2x - 1 + 5x$$

$$1 - 2x = -(x-1) + 2$$

$$2(x-1) = 3(1-x)$$

$$2x - 3(1-x) = 0$$

فعالیت



۱- معادله زیر را دو دانش آموز حل کرده اند. راه حل آنها را توضیح دهید. ویژگی های هر کدام از روش هارا بگویید و در کلاس با یکدیگر در این باره گفت و گو کنید.

راه حل یگانه

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{7}{6}$$

$$x = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{14}{6}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

راه حل یکتا

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$6 \times \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} \right) = 6 \times \frac{5}{6}$$

$$6 \times \frac{1}{2}x - 6 \times \frac{1}{3} = 6 \times \frac{5}{6}$$

$$3x - 2 = 5$$

$$3x = 7$$

$$x = \frac{7}{3}$$

چرا یکتا عدد ۶ را برای ضرب کردن انتخاب کرده است؟

۲- دو دانش آموز کسر $\frac{x+3}{2}$ - را به صورت زیر در ۶ ضرب کرده اند. کدام یک اشتباه کرده است؟ اشتباه او را توضیح دهید.

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2} \right) = -3x - 9$$

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2} \right) = -3x + 9$$

کار در کلاس



معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$-\frac{6}{25}x - \frac{4}{15} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{x+2}{3}$$

تمرین



۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-\frac{3}{8}x + 5 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{12}x - \frac{7}{18} = 2$$

$$4x + \frac{2}{7} = \frac{3}{2}x$$

$$2x - \frac{2}{3} = 5x + 3$$

$$1 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2x-1}{4} = \frac{3}{4}$$

۲- عرض مستطیلی ۵ سانتی متر و محیط آن ۲۴ سانتی متر است. طول این مستطیل چقدر است؟

۳- هفت برابر عددی به اضافه ۴ مساوی ۵۸ است. آن عدد چند است؟

۴- حاصل جمع سه عدد متولی طبیعی ۲۷ شده است. کوچک‌ترین این عددها را پیدا کنید.

۵- از پنج برابر عددی ۳ تا کم کردیم، عدد ۱۷ به دست آمد. آن عدد چند است؟

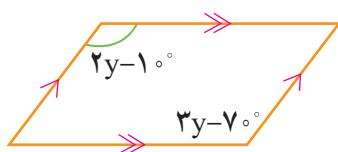
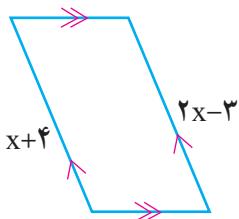
۶- اگر مربع عددی به آن عدد اضافه شود، عدد حاصل، ۴۲ خواهد بود. کدام یک از اندازه‌های زیر می‌تواند مقدار آن عدد باشد؟

الف) ۴۲ ب) ۱۴ ج) ۶ د) ۷ ه) ۵

۷- پدری ۴۵ سال دارد. دو فرزند او ۹ و ۱۴ ساله‌اند. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندانش برابر می‌شود؟

۸- در درس علوم یاد گرفتید که کار انجام شده با مقدار نیرو در اندازه جابه‌جایی برابر است. این رابطه را با تساوی $W=F.d$ نشان می‌دهیم. اگر کار انجام شده ۱۲ و مقدار نیرو ۴ باشد، مقدار جابه‌جایی را حساب کنید.

۹- با توجه به شکل، معادله تشکیل دهید و مقدار مجھول را بیابید.



مرور فصل ۴

مفهوم و مهارت‌ها

در این فصل اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- جمله‌های متشابه
- معادله
- تجزیه کردن (تبديل به ضرب)

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند، با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- تبدیل عبارت جبری به عبارت کلامی و برعکس
- ساده کردن یک عبارت جبری با جمع جمله‌های متشابه
- ضرب جمله در پرانتز
- پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت
- تبدیل یک عبارت به ضرب
- بیان رابطه جبری برای الگوهای مساحت و محیط و...
- ضرب جمله در جمله
- ضرب پرانتز در پرانتز
- حل معادله‌های کسری

کاربرد

موضوعاتی این فصل علاوه بر کاربردهایی که در ریاضی دارد به شما در حل مسئله‌های روزمره نیز کمک می‌کند. شما با تشکیل معادله و حل آن می‌توانید مسائل زیادی را حل کنید؛ به همین ترتیب، می‌توانید در سایر درس‌ها، مثل علوم، نیز از رابطه‌ها و معادله‌های جبری استفاده کنید.

تمرین ترکیبی

۱- عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 =$$

مقدار عددی عبارت حاصل را به ازاء $a=2$ و $b=-2$ بدست آورید.

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$2x-1 = 3(x-1)$$