

# درس ۳

## تابع نمایی

### فعالیت

«بنیاد ملی بازی‌های رایانه‌ای» با هدف تبیین، تقویت و ترویج مبانی فرهنگ و هویت ایرانی-اسلامی و حمایت کامل از ظرفیت‌های موجود صنعت بازی‌های رایانه‌ای، از سال ۱۳۸۵ شروع به کار کرده و تاکنون تولیدات خوبی داشته است. یکی از تولیدات این بنیاد، «مجموعه بازی‌های سبز» است که قرار است دانش‌آموز را در قالب بازی، به آموزش و نگهداری از منابع و ترویج فرهنگ درخت کاری هدایت کند. بازی به این صورت است که در شروع بازی یک امتیاز به بازیکن داده می‌شود. اگر بازیکن بتواند در طول بازی در مرحله اول، یکی از عوامل آلوده‌کننده محیط‌زیست را شناسایی و نابود کند، ۳ امتیاز می‌گیرد. در مرحله دوم، اگر بازیکن بتواند عامل دیگری را که باعث تخریب محیط‌زیست می‌شود شناسایی و نابود کند، ۹ امتیاز می‌گیرد و به همین ترتیب در مرحله بعد، ۲۷ امتیاز، در مرحله بعد از آن ۸۱ امتیاز و... خواهد گرفت. بازی زمانی تمام می‌شود که بازیکن به امتیاز ۴۶۷۲۱<sup>۴۳°</sup> برسد. اکنون به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۱. فکر می‌کنید در مرحله ششم، بازیکن چند امتیاز خواهد گرفت؟

برای یافتن پاسخ، جدول زیر را کامل کنید.

جدول ۱

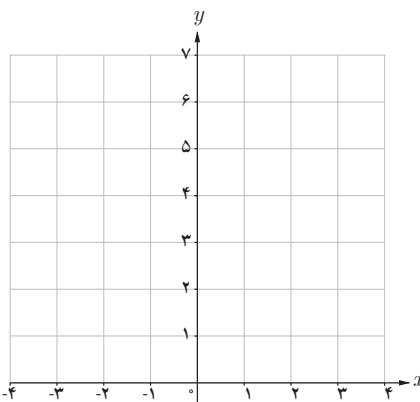
میزان امتیازهای کسب شده	تعداد مراحل بازی
$3^0 = 1$	۰
$3^1 = 3$	۱
$3^2 = 9$	۲
$3^3 = 27$	۳
?	۴
۲۴۳	?
?	۶
?	۷
?	۸
?	۹
?	۱۰

۲. در کدام مرحله، میزان امتیازات کسب شده ۶۵۶۱ خواهد شد؟
۳. آیا اعداد این جدول، الگویی را مشخص می‌کند؟ بین تعداد مراحل بازی و میزان امتیازات کسب شده، رابطه‌ای به دست آورید.
۴. با توجه به رابطه به دست آمده در قسمت قبل، آیا می‌توانید امتیازات کسب شده در مراحل دهم، بیستم و یا مرحله  $n$ ام را به دست آورید؟

## فعالیت

در بخش دنباله‌ها، با توجه به مثلث خیام و اعداد واقع در این مثلث، الگویی را به دست آوردم که به عنوان تابع از ضابطه  $2^n$  پیروی می‌کرد. دوباره به این فعالیت برمی‌گردیم؛

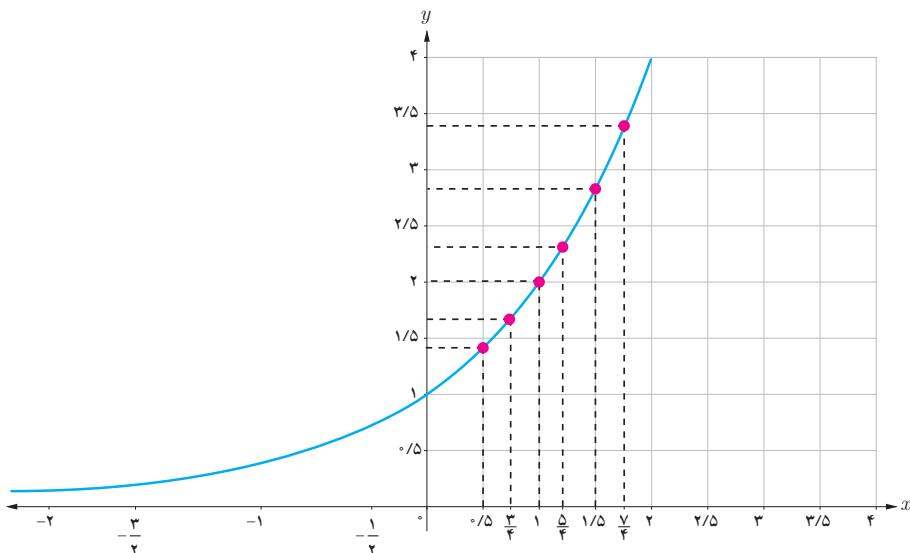
۱. مقادیر به دست آمده در آن فعالیت را در جدولی تنظیم کنید و نقاط به دست آمده را روی دستگاه مختصات زیر نمایش دهید.



۲. جدول زیر را با ماشین حساب کامل کرده‌ایم. این نقاط را نیز در دستگاه مختصات بالا نشان دهید.

$x$	$2^x$
۰	۱
$-\frac{1}{2}$	$0.707$
-1	$0.500$
$-\frac{3}{2}$	$0.353$
-2	$0.250$

۳. اگر مقادیر تابع  $f(x) = 2^x$  را برای  $x$  های دیگر نیز به دست آوریم، نمودار تابع  $f(x) = 2^x$  به صورت زیر خواهد بود :



هر تابع به صورت  $y = a^x$ ، که  $a$  یک عدد حقیقی مثبت و مخالف یک است، یک تابع نمایی<sup>۱</sup> نامیده می شود.

**تذکر :** حرف  $a$  معرف پایه و حرف  $x$  معرف نمایانه توان است. با نمادهای تعریف شده در سال دهم برای یک تابع، می توان تابع نمایی  $f$  را به صورت زیر تعریف کرد :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$f(x) = a^x \quad (a > 0, a \neq 1) \quad \text{منظور از } \mathbb{R}^+ \text{، مجموعه } \{x | x \in \mathbb{R}, x > 0\} \text{ است.}$$

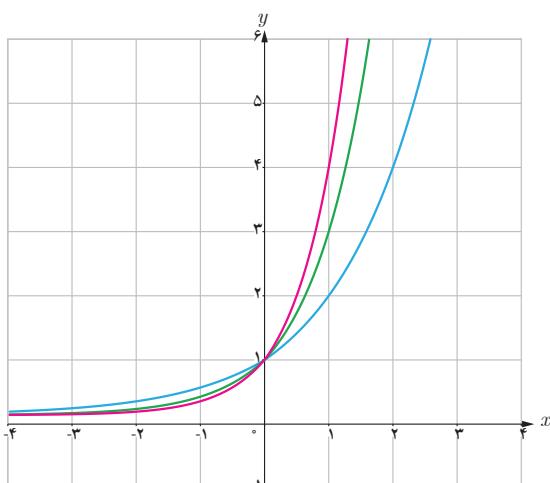
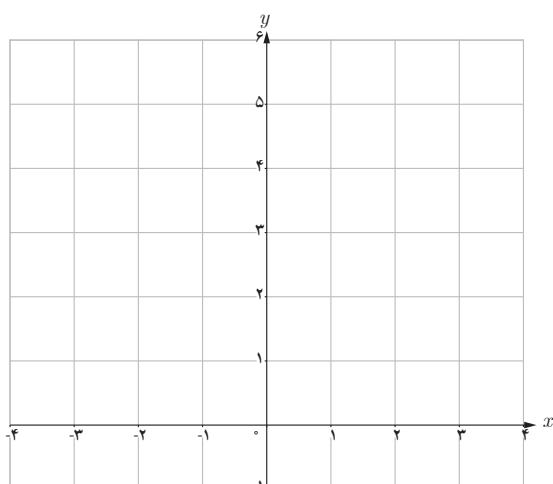
## فعالیت

الف) در فعالیت ابتدای این درس با تابع نمایی  $y = 3^x$  آشنا شدید. نقاط  $y$  حاصل شده در جدول صفحه بعد را روی محورهای مختصات به دست آورید. سپس آنها را به هم وصل کنید.

۱- این تابع به این علت نمایی نامیده می شود که متغیر  $x$  در نمایانه توان قرار دارد.

## جدول ۲

$x$	$3^x$	$y$	محاسبه $y$ با استفاده از ماشین حساب تا سه رقم اعشار
-۲	$3^{-2}$	$\frac{1}{9}$	۰/۱۱۱
$-\frac{3}{2}$	$3^{-\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{3\sqrt{3}}$	۰/۱۹۲
-۱	$3^{-1}$	$\frac{1}{3}$	۰/۳۳۳
$-\frac{1}{2}$	$3^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	۰/۵۷۷
۰	$3^0$	۱	۱
$\frac{1}{2}$	$3^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{3}$	۱/۷۳۲
۱	$3^1$	۳	۳
$\frac{3}{2}$	$3^{\frac{3}{2}}$	$3\sqrt{3}$	۵/۱۹۶
۲	$3^2$	۹	۹



همانگونه که دیده می‌شود، نمودار تابع  $y = 3^x$  در نقطه یک محور  $y$  را قطع می‌کند.

ب) با استفاده از نمودار تابع  $y = 3^x$ ، مقدار تقریبی عدد  $3^{\frac{5}{2}}$  را به دست آورید.

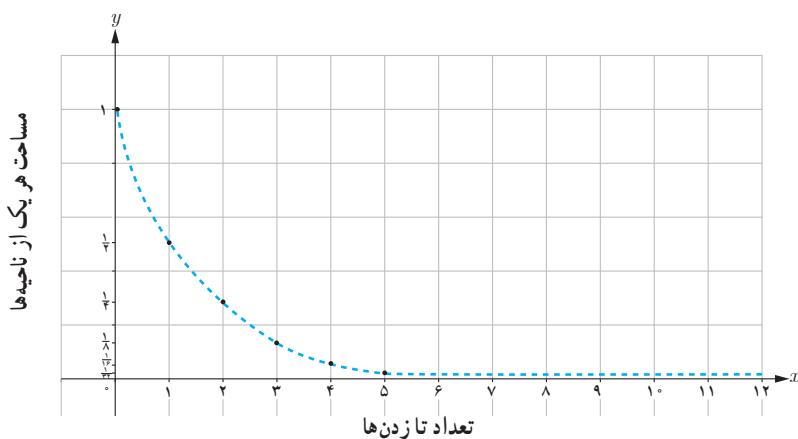
پ) نمودار توابع  $y = 2^x$ ,  $y = 3^x$  و  $y = 4^x$  را در یک دستگاه رسم کرده‌ایم. ابتدا مشخص کنید کدام نمودار بیانگر هر یک از توابع فوق است. سپس، تفاوت‌ها و شباهت‌های بین این سه تابع را بیان کنید.

یک صفحه کاغذ سفید را انتخاب کنید و آن را به دو قسمت مساوی تا بزنید. بعد از تازدن، دو ناحیه به وجود می‌آید که مساحت هر یک، نصف مساحت اولیه است. اکنون کاغذ تا شده را یک بار دیگر تا بزنید. در دومین تازدن، چهار ناحیه ایجاد می‌شود که مساحت هر کدام از آنها، نصف مساحت قبلی، یعنی  $\frac{1}{4}$  مساحت اولیه است. در جدول ۳ چگونگی تغییر مساحت ناحیه‌هایی که بر اثر تازدن‌های متوالی ایجاد می‌شوند، نشان داده شده است.

جدول ۳

میزان مساحت هر یک از ناحیه‌ها	تعداد تازدن‌ها
۱	۰
$\frac{1}{2}$	۱
$\frac{1}{4}$	۲
$\frac{1}{8}$	۳
?	۴
$\frac{1}{32}$	?
⋮	⋮
?	۸
$\frac{1}{1024}$	?

با توجه به اعداد جدول ۳، چه الگویی را می‌توانید پیشنهاد دهید؟ در نمودار زیر، رابطه تعداد تازدن‌ها و میزان مساحت هر یک از ناحیه‌ها نمایش داده شده است.



نقطه تقاطع منحنی با محور  $y$ ‌ها چیست؟

## فعالیت

۱. تابع  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  را در نظر بگیرید و با استفاده از ماشین حساب، جدول زیر را کامل کنید.

جدول ۴

$x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$y$	محاسبه $y$ با ماشین حساب تا ۳ رقم اعشار
-۲	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$	۴	۴
$-\frac{3}{2}$			
-۱			
$-\frac{1}{2}$			
۰			
$\frac{1}{2}$			
۱			
$\frac{3}{2}$			
۲			

۲. نقاط به دست آمده در جدول بالا را روی صفحه مختصات به دست آورید و به هم وصل کنید. آیا می‌توانید به کمک نمودار،

مقدار تابع  $\left(\frac{1}{2}\right)^x$  را برای هر عدد دلخواه  $x$  حدس بزنید؟

۳. نمودار تابع  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  را با نمودار تابع  $y = 2^x$ ، که در فعالیت‌های قبلی رسم کرده بودید، مقایسه کنید. چه تفاوت اساسی بین

این دو نمودار ملاحظه می‌کنید؟

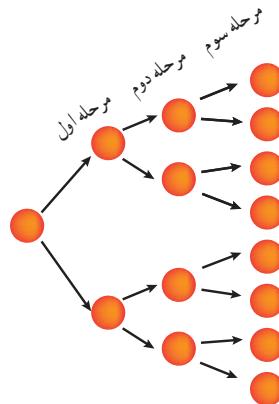
در تابع نمایی  $y = a^x$ ، اگر  $a < 1$  باشد، وقتی  $x$  بزرگ می‌شود، مقدار  $y$  کم می‌شود و برای  $x$ ‌های کوچک‌تر از صفر، با کاهش مقدار  $x$  مقدار  $y$  به سرعت افزایش پیدا می‌کند.

کار در کلاس

تابع نمایی  $f(x) = a^x$  را در نظر بگیرید. با انتخاب عدد  $a > 1$ ، نمودار  $f(x)$  را رسم کنید. نمودار  $g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$  را در همان صفحه مختصات رسم کنید. دو نمودار حاصل را با هم مقایسه کنید.

## تمرين

۱. در پژوهشکده روان وابسته به جهاد دانشگاهی، سلول‌های بنیادی جنین انسان تولید می‌شود. این سلول‌ها قابلیت تکثیر نامحدودی دارند و می‌توانند تمام انواع سلول‌های بدن نظیر عصب و ماهیچه قلب را به وجود آورند. در شکل زیر، روند تکثیر سلول بنیادی جنین در سه مرحله نشان داده شده است.



اگر روند تکثیر سلول بنیادی جنین مانند شکل بالا، ادامه پیدا کند:

الف) پس، از حند مرحله، تعداد سلول‌های تکثیر شده  $2 \cdot 48$  سلول خواهد شد؟

ب) در مرحله هشتم، حه تعداد سلوی تکثیر شده است؟

ب) آیا می‌توانید الگویی برای تکثیر سلول‌ها مشخص کنید؟

۲. یک نمونه واقعی (شبیه به تمرین یک) بیان کنید که از الگویتابع نمایی پیروی کند.

۳. در شکل صفحه بعد، نمودار دو تابع  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  و  $y = 4^x$  رسم شده است. مشخص کنید هر نمودار مربوط به کدام تابع است.



۴. نمودار توابع  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  و  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  و  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  را در یک دستگاه (صفحه مختصات) رسم کنید و تفاوت‌ها و شباهت‌های آنها را برشمیرید.

۵. نمودار توابع  $y = 2^x$  و  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  را در یک دستگاه رسم کنید و سپس، آنها را با یکدیگر مقایسه کنید.

### رشد و زوال نمایی

در این قسمت یکی از کاربردهای مهم توابع نمایی را بررسی می‌کیم. ابدا رشد نمایی را مورد توجه قرار می‌دهیم:

### فعالیت

احسان هفده ساله است. پدرش قصد دارد مبلغ ده میلیون تومان برای او سرمایه‌گذاری کند. او با توجه به اینکه سال ۱۳۹۷ به فرموده رهبر معظم انقلاب اسلامی سال «حمایت از کالای ایرانی» نام‌گذاری شده است، تصمیم گرفته است که این مبلغ را در یک شرکت تولیدکننده کالای ایرانی سرمایه‌گذاری کند. این شرکت اعلام کرده است که در پاسخ به اعتماد سرمایه‌گذاران به فعالیت‌های تولیدی اش، در پایان هر سال، ۱۴ درصد سود علی‌الحساب به آنان پرداخت خواهد کرد.

جدول زیر را در نظر بگیرید:

جدول ۵

سن احسان	مبلغ سرمایه‌گذاری شده در شرکت تولیدی
۱۷	۱۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان
۱۸	
۱۹	
⋮	
۲۳	

برای تکمیل جدول بالا، ابتدا مبلغ سرمایه‌گذاری شده در ۱۸ سالگی احسان (یک سال بعد از سپرده‌گذاری در شرکت) را به دست آورید.

$$10,000,000 + \left( \dots \times \frac{14}{100} \right) = \dots + 1,400,000 = 11,400,000$$

بنابراین، در جدول شماره ۵، باید در سطر دوم عدد ۱۱,۴۰۰,۰۰۰ گذاشته شود.

اکنون سطر سوم جدول را محاسبه کنید.

در واقع، باید میزان مبلغ سپرده‌گذاری شده در ۱۸ سالگی احسان را در نظر بگیریم و بر اساس سود ۱۴ درصد، مبلغ جدید سپرده‌گذاری شده را در ۱۹ سالگی او (دو سال پس از سرمایه‌گذاری اولیه) به دست آوریم:

$$11,400,000 + \dots + \dots = \dots$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، میزان موجودی در ۱۹ سالگی احسان به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$10,000,000 \times (1/14)^2 = 12,996,000$$

با توجه به فرمول فوق، میزان موجودی را در ۲۳ سالگی احسان به دست آورید و جدول صفحه قبل را کامل کنید.

معادله کلی رشد نمایی، به صورت  $f(t) = c(1+r)^t$  است که در آن  $f(t)$  بیانگر مقدار نهایی،  $c$  بیانگر مقدار اولیه،  $r$  بیانگر میزان رشد (تغییرات بر حسب اعشار) و  $t$  بیانگر زمان است.

بنابراین در فعالیت قبل، معادله کلی که بیانگر مبلغ سرمایه‌گذاری پس از  $t$  سال است، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f(t) = 10,000,000 \times (1 + 0/14)^t$$

## کار در کلاس

در ابتدای سال ۱۹۹۰ میلادی، جمعیت کره زمین حدود ۵/۲ میلیارد نفر بوده است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۲ درصد در سال باشد، پس از ۳۰ سال جمعیت کره زمین به چند میلیارد نفر خواهد رسید؟ پس از ۳۵ سال، ۷۰ سال و ۱۰۵ سال جمعیت کره زمین چه میزان خواهد شد؟ با توجه به محاسبات بالا، آیا می‌توانید وضع جمعیت کره زمین را در هر دوره زمانی ۳۵ ساله مقایسه کنید؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

## زوال نمایی

اگر مقدار تابع پس از گذشت زمان کاهش یابد، به آن مسئله زوال می‌گوییم. حال اگر تابع مورد نظر تابع نمایی باشد، می‌توان صحبت از زوال نمایی کرد.

معادله کلی زوال نمایی، به فرم  $f(t) = c(1 - r)^t$  است که در آن  $f(t)$  بیانگر مقدار نهایی،  $c$  بیانگر مقدار اولیه،  $r$  بیانگر میزان تزبول بر حسب اعشار و  $t$  بیانگر زمان است.

**مثال :** جمعیت کشوری، در سال ۲۰۰۰ میلادی حدود چهل میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۱۸ میلادی چند نفر خواهد بود؟

**حل :** با جایگذاری  $c$ ,  $r$ ,  $t$  در معادله کلی زوال نمایی، جمعیت این کشور در سال ۱۸ میلادی برابر است با :

$$y = 40,000,000 (1 - r)^t = 3,338,600$$

## تمرین

۱. در یکی از فعالیت‌های بخش اقل این درس، به یک شرکت تولید کننده محصولات فرهنگی اشاره کردیم. اگر یکی از سهام‌داران این شرکت، در سال ۱۳۹۷ مبلغ چهل میلیون تومان در این شرکت سرمایه‌گذاری کند، پس از ده سال چه مبلغی به سرمایه این سهام‌دار اضافه خواهد شد؟

۲. جمعیت شهری یک میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال باشد، جمعیت این شهر پس از ده سال چند نفر خواهد شد؟

۳. جزیره‌ای پر از موش شده بود. مسئولان تصمیم گرفتند به کمک گربه‌ها با موش‌ها مقابله کنند. در آن سال، جمعیت موش‌ها ۲۳۵۷۶ بود که پس از مبارزه با آنها، این تعداد با نرخ  $2/5$  درصد در سال رو به کاهش گذاشت. در همان سال، جمعیت گربه‌ها ۱۵۷۸۶ بود که با نرخ  $1/8$  درصد در سال رو به افزایش گذاشت.

(الف) در یک جدول، جمعیت موش‌ها را در  $10$  سال متوالی به دست آورید.

(ب) همین کار را برای جمعیت گربه‌ها طی  $10$  سال متوالی انجام دهید.

(پ) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت گربه‌ها بیشتر از موش‌ها می‌شود؟

(ت) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت موش‌ها و گربه‌ها با یکدیگر برابر می‌شود؟

(ث) اگر همین روند ادامه پیدا کند، برای جمعیت گربه‌ها و موش‌ها چه اتفاقی می‌افتد؟

## منابع

- ۱- امیری، حمیدرضا، بیژن زاده، محمد حسن، بهرامی سامانی، احسان، حیدری، رضا، داورزنی، محمود، ریحانی، ابراهیم، سید صالحی، محمد رضا و قربانی، مجتبی (۱۳۹۶). ریاضی (۱) - چاپ دوم، تهران، ایران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران.
- ۲- امیری، حمیدرضا، ایرانمنش، علی، فرزان، آزادیه، صدر، میر شهرام، میرزاوی، حسین، محمدپور، عادل و خان زاده، فرشید (۱۳۹۶). ریاضی و آمار (۱) - چاپ دوم، تهران، ایران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران.
- ۳- امیری، حمیدرضا، ایرانمنش، علی، فرزان، آزادیه، محمدپور، عادل، میرزاوی، حسین، و مین باشیان، هادی (۱۳۹۶). ریاضی و آمار (۲) - چاپ اول، تهران، ایران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران.
- ۴- ایرانمنش، علی، جمالی، محسن، ربیعی، حمیدرضا، ریحانی، ابراهیم، شاهورانی، احمد، و عالمیان، وحید (۱۳۹۴). ریاضیات (۲) - چاپ هفتم، تهران، ایران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران.
- ۵- بخشعلیزاده، شهرناز، پاشا، عین الله، علی و رستگار، آرش (۴۶). آمار و مدل سازی - چاپ شانزدهم، تهران، ایران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران.

- 6- Barnet, A., Ziegler, R., Byleen, E. & Sobecki, D.(2012) *COLLEGE ALGEBRA WITH TRIGONOMETRY* (9<sup>th</sup> edition). Mc Grow - Hill.
- 7- BATANERO, C. & BOROVCKNIK, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Springer.
- 8- Baxter, H., Handbury, M., Jeskins, J., Matthews, J. & Patmore, M.(2006). *GCSE MATHEMATICS FOR OCR*. Italy: Brain Seager.
- 9- GRAHAM, A. (2006). *Developing thinking in statistics*. Sage.
- 10- Greenwell, Raymond & Margaret. (2012). *precalculus mathematics for calculus*.
- 11- Grigorieva, E. (2017). *Methods of solving sequence and series Problems*.
- 12- *Pre-calculus* Mc Graw Hill 12 Text book (2013).
- 13- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- 14- SOWEY, E. & PETOCZ, P. (2017). *A Panorama of Statistics: Perspectives, Puzzles and Paradoxes in Statistics*. John Wiley & Sons.
- 15- Stewart et al.(2016). *precalculus mathematics for calculus*.
- 16- Sullivan, M.(2011). *precalculus* (9th edition). Pearson.
- 17- Urban, P., Owen, J., Martin, D., Haese, R., Haese, S. & Bruce, M.(2004) *Mathematics for the international student (International Baccalaureate Mathematics HL Course)*. Haese & Harris.
- 18- WATSON, J. M. (2013). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Routledge.



سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی جهت ایفاده نقش خطیر خود در اجرای سند تحول بنیادین در آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، مشارکت معلمان را به عنوان یک سیاست اجرایی مهم دنبال می‌کند. برای تحقق این امر در اقدامی نوآورانه سامانه تعاملی بر خط اعتبارسنجی کتاب‌های درسی راه‌اندازی شد تا با دریافت نظرات معلمان درباره کتاب‌های درسی نونگاشت، کتاب‌های درسی را در اولین سال چاپ، با کمترین اشکال به داشت آموزان و معلمان ارجمند تقدیم نماید. در انجام مطلوب این فرایند، همکاران گروه تحلیل محتوای آموزشی و پژوهشی استان‌ها، گروه‌های آموزشی و دبیرخانه راهبردی دروس و مدیریت محترم پژوهه آقای محسن باهو نقش سازنده‌ای را بر عهده داشتند. ضمن ارج نهادن به تلاش تمامی این همکاران، اسامی دبیران و هنرآموزانی که تلاش ماضعیتی را در این زمینه داشته و با ارائه نظرات خود سازمان را در بهبود محتوای این کتاب یاری کرده‌اند به شرح زیر اعلام می‌شود.

### اسامی دبیران و هنرآموزان شرکت‌کننده در اعتبارسنجی کتاب ریاضی و آمار ۳- کد ۱۱۲۲۱۲

ردیف	نام و نام خانوادگی	استان محل خدمت	ردیف	نام و نام خانوادگی	استان محل خدمت
۱	مصطفی‌محمدی فدایی	فارس	۲۶	الله‌یعنی	کرمانشاه
۲	عاطفه‌رسانی	همدان	۲۷	پرشنگ امامی	کردستان
۳	جعفر صادق کوشش	شهر تهران	۲۸	پروین طالب حسامی آذر	کردستان
۴	لیلی دوستی	آذربایجان شرقی	۲۹	محمدعلی پورفتح‌کوهی	گیلان
۵	مرضیه نیک‌بخت	ایلام	۳۰	شهرزاد تیموری سلطانی	شهرستان‌های تهران
۶	ندا حیدری‌زاد	اردبیل	۳۱	نرگس رشداتی جوینی	البرز
۷	کرامت‌الله ایزدی	فارس	۳۲	محسن امیری بیدشکی	کرمان
۸	ظاهره خلیلی	قزوین	۳۳	طاهره سهرابی	کرمانشاه
۹	عباس اسدی قلعه‌رشیدی	چهارمحال و بختیاری	۳۴	مهران رضایی	خراسان شمالی
۱۰	سوسن علی مردانی	مرکزی	۳۵	فاطمه سادات شاه‌امیری	بوشهر
۱۱	لیلا حمیدی سه‌ده	البرز	۳۶	فرشاد نقی پاسوری	قزوین
۱۲	سیده رقیه حسینی	البرز	۳۷	حمیده محمدزاده	خراسان شمالی
۱۳	ملیحه سادات سادات	اصفهان	۳۸	فرزانه کدخدایی	لرستان
۱۴	سلیمه متین	خراسان رضوی	۳۹	افشین خاصه‌خان	آذربایجان شرقی
۱۵	محمد رضا بختیاری	بوشهر	۴۰	محمد توکلی	اصفهان
۱۶	ساره ماه‌گلی	خراسان جنوی	۴۱	جواد راشدی‌فر	خراسان جنوی
۱۷	مهناز صبوری	شهر تهران	۴۲	علی فرشتیان	شهرستان‌های تهران
۱۸	عاطفه‌حسین پور	مازندران	۴۳	سپیده سینا	خوزستان
۱۹	رضا رحیمی	اردبیل	۴۴	سکینه حبیبی	لرستان
۲۰	سید ابوالفضل فاضلیان	همدان	۴۵	مهدی میرحاج	سمنان
۲۱	مریم زینالی	خوزستان	۴۶	لیلا کولاچی‌زاده	ارومیه، ناحیه ۲
۲۲	اکرم سلامی	آذربایجان شرقی	۴۷	زهه‌صفایی	سمنان
۲۳	علی‌رضا اجارستاقی	مازندران	۴۸	حبیب خالدی‌فرد	خوزستان
۲۴	مریم مجیدی‌فر	زنجان	۴۹	جمال برجمی	ایلام
۲۵	ابوبخلیلیان گل سفیدی	چهارمحال و بختیاری	۵۰	جمال نوین	بزد