

فصل ۴

علوم پایه

نسبت و تناسب

۱ در حالت کلی، دو نسبت a به b و c به d مساوی‌اند، هرگاه برای یک عدد مانند k داشته باشیم:

$$c = kd \text{ و } a = kb \text{ یا } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

۲ اگر a و b مقادیر متناظر دو کمیت باشند که با هم رابطه معکوس دارند، مقدار $k = a \times b$ ثابت است و اگر c و d دو مقدار متناظر دیگر از همین کمیت باشند، داریم:

$$a = \frac{k}{b} \text{ و } c = \frac{k}{d} \text{ یا } k = a \times b = c \times d$$

۳ خواص عملیات:

در عبارت‌های زیر، فرض بر آن است که مخرج‌ها مخالف صفر هستند.

$\frac{a}{b} = \frac{ca}{cb} \quad (c \neq 0)$	$c \times \frac{a}{b} = \frac{ca}{b}$	$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
$\frac{a+b}{c} = \frac{\frac{a}{c} + \frac{b}{c}}{1}$	$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$	
$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	

تساوی $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ معادل است با $a \times d = b \times c$

درصد و کاربردهای آن

۱ معادله درصد: رابطه بین مقدار اولیه، درصدی از مقدار اولیه و مقدار نهایی را نشان می‌دهد.

$$b = x \times a$$

\nwarrow مقدار نهایی \nearrow مقدار اولیه
 \downarrow
 درصد به صورت عدد اعشاری / کسری

۲ درصد تغییر: برای هر کمیتی مقدار

$$100 \times \text{نسبت تغییر} = 100 \times \frac{\text{میزان تفاوت در مقدار}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100 = \frac{\text{مقدار اولیه} - \text{مقدار نهایی}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100$$

را درصد تغییر آن کمیت می‌نامند.

درصد تغییر می‌تواند منفی هم باشد که به معنای کاهش است.

واحد‌های اندازه‌گیری انگلیسی

۱ واحد‌های اندازه‌گیری طول

- $1 \text{ (mm) میلی‌متر} = 25/4 \text{ (cm) سانتی‌متر} = 2/54 \text{ (in) اینچ}$
 $1 \text{ (in) اینچ} = 12 \text{ (ft) فوت}$
 $1 \text{ (cm) سانتی‌متر} \approx 90 \text{ (in) اینچ} = 36 \text{ (ft) فوت} = 3 \text{ (yd) یارد}$
 $1 \text{ (m) متر} = 1609/344 \text{ (in) اینچ} = 63360 \text{ (ft) فوت} = 5280 \text{ (mil) مایل خشکی}$
 $1 \text{ (m) متر} \approx 1853 \text{ فوت} \approx 6080 \text{ مایل دریایی}$
 $1 \text{ مایل خشکی} \approx 1/15$

برای تبدیل از	به	ضریب تبدیل (با تقریب کمتر از ۰/۰۱)
مایل	کیلومتر	۱/۶۱
اینچ	سانتی‌متر	۲/۵۴
فوت	متر	۰/۳۱
یارد	متر	۰/۹۱
کیلومتر	مایل	۰/۶۲
سانتی‌متر	اینچ	۰/۳۹
متر	فوت	۳/۲۸
متر	یارد	۱/۰۹

۲ واحد‌های اندازه‌گیری جرم

- $1 \text{ (g) گرم} \approx 28 \text{ (oz) اونس}$
 $1 \text{ (kg) کیلوگرم} \approx 35/27 \text{ (oz) اونس}$
 $1 \text{ (lb) پوند} \approx 450 \text{ (oz) اونس}$
 $1 \text{ (g) گرم} \approx 0/35 \text{ (oz) اونس}$
 $1 \text{ (kg) کیلوگرم} \approx 2200 \text{ (T) تن}$
 $1 \text{ (lb) پوند} \approx 0/45 \text{ (kg) کیلوگرم}$

۳ واحد‌های اندازه‌گیری حجم

- $1 \text{ (ml) میلی‌لیتر} = 5 \text{ (tsp) قاشق چایخوری}$
 $1 \text{ (ml) میلی‌لیتر} = 15 \text{ (tbsp) قاشق سوپ‌خوری}$
 $1 \text{ (ml) میلی‌لیتر} = 240 \text{ (C) فنجان}$

۱ قوانین مربوط به توان رسانی

$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$ $a^1 = a$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

۲ اتحادهای جبری

اتحاد مربع دو جمله‌ای

اتحاد مزدوج

اتحاد جمله مشترک

۳ معادله درجه دوم

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

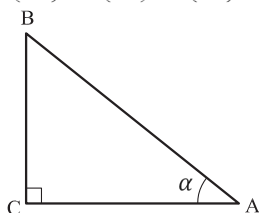
$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{معادله ریشه ندارد} \end{array} \right.$$

۱ یکی از حالات تشابه دو مثلث، تساوی زاویه‌های آن دو مثلث می‌باشد.

۲ رابطه فیثاغورس: در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$



۳ نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه تند:

در مثلث قائم‌الزاویه ABC زاویه تند α را در نظر بگیرید. بنا به تعریف داریم:

$$\tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع روبه روی زاویه } \alpha}{\text{طول ضلع مجاور زاویه } \alpha} = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{طول ضلع روبه روی زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{AC}{AB}$$

۴ جدول نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های 0° و 30° و 45° و 60° و 90° :

زاویه α نسبت مثلثاتی	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
$\cos \alpha$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
$\tan \alpha$	۰	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	∞
$\cot \alpha$	∞	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰

۵ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی:

ب) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

الف) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

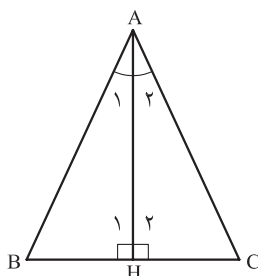
۶ محیط و مساحت دایره:

$S = \pi r^2$ (شعاع r) مساحت دایره

$P = 2\pi r$ (شعاع r) محیط دایره

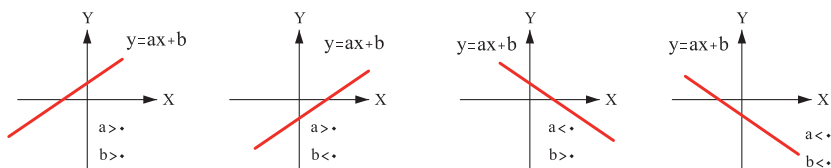
۷ در مثلث متساوی‌الساقین ABC داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = A_2 \Rightarrow \text{AH نیمساز زاویه A است} \\ H_1 = H_2 = 90^\circ \Rightarrow \text{AH بر BC عمود است} \\ BH = HC \Rightarrow \text{AH منصف ضلع BC است} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{AH عمود منصف BC است}$$

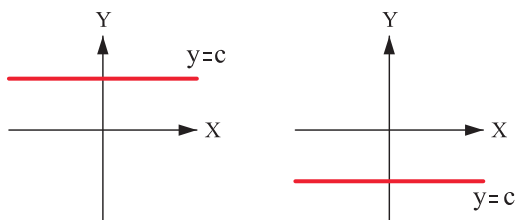


نمودار تابع خاص

۱ نمودار تابع خطی:



۲ نمودار تابع ثابت:



کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)	کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)
نیروی وزن	$g = \frac{w}{m} \rightarrow w = mg$	بازه زمانی	$\Delta t = t_f - t_i$
بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی	$f_{s(max)} = \mu_s N$	جابجایی	$\Delta x = x_f - x_i$
نیروی اصطکاک جنبشی	$f_k = \mu_k N$	سرعت متوسط	$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
شدت جریان الکتریکی متوسط	$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$	رابطه مکان زمان حرکت یکنواخت	$x = vt + x_i$
قانون اهم	$R = \frac{V}{I}$	شتاب متوسط	$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
مقاومت رساناهای فلزی در دمای ثابت	$R = \frac{\rho L}{A}$	شتاب لحظه‌ای حرکت با شتاب ثابت	$a = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
انرژی الکتریکی مصرفی	$U = I^2 R t$	رابطه سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت	$v = v_i + at$
توان مصرفی	$P = I^2 R$ و $P = \frac{U}{t}$ $P = VI$ و $P = \frac{V^2}{R}$	سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت	$\bar{v} = \frac{v_f + v_i}{2}$
جریان مقاومت‌های متوالی (سری)	$I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq}$	رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت	$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_i)$
ولتاژ مقاومت‌های متوالی (سری)	$V_1 + V_2 + V_3 = V_{eq}$	رابطه جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت	$\Delta x = x_f - x_i = \frac{1}{2}at^2 + v_i t$
مقاومت معادل مقاومت‌های متوالی (سری)	$R_1 + R_2 + R_3 = R_{eq}$	قانون دوم نیوتن	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)
جریان مقاومت‌های موازی	$I_1 + I_2 + I_3 = I_{eq}$
ولتاژ مقاومت‌های موازی	$V_1 = V_2 = V_3 = V_{eq}$
مقاومت معادل مقاومت‌های موازی	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{eq}}$
فشار و ارتباط آن با نیروی عمودی و سطح تماس	$P = \frac{F}{A}$
اختلاف فشار دو نقطه شاره ساکن	$P_2 - P_1 = +\rho g \Delta h$
فشار یک نقطه شاره ساکن	$p = \rho g \Delta h + p_{atm}$
اصل پاسکال	$P_2 = P_1 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$
چگالی	$\rho = \frac{m}{v}$
چگالی نسبی	$d = \frac{\rho_2}{\rho_1}$
رابطه دما در مقیاس سلسیوس و مقیاس فارنهایت	$F = \frac{9}{5}\theta + 32$
رابطه دما در مقیاس سلسیوس و مقیاس کلونین	$T = \theta + 273$
رابطه دما در مقیاس فارنهایت و مقیاس کلونین	$T = (F + 459) \div 1.8$
مقدار گرمای داده شده به یک جسم	$Q = mC(\theta_f - \theta_i) = mC\Delta\theta$
تعادل گرمایی	$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$
گرمای منتقل شده از طریق رسانش	$Q = \frac{KA t(T_2 - T_1)}{L} = \frac{KA t \Delta T}{L}$
انبساط خطی	$L_f - L_i = \alpha L_i \Delta\theta$ $L_f = L_i (1 + \alpha \Delta\theta)$
انبساط سطحی	$A_f - A_i = 2\alpha A_i \Delta\theta$ $A_f = A_i (1 + 2\alpha \Delta\theta)$
انبساط حجمی	$V_f - V_i = 3\alpha V_i \Delta\theta$ $V_f = V_i (1 + 3\alpha \Delta\theta)$

ثابت تفکیک اسیدها (K_a) و بازها (K_b)

توجه: در شرایط یکسان (دما و غلظت) هر چه ثابت تفکیک اسید یا بازی بزرگتر باشد، آن اسید یا باز قوی تر است.

نام اسید	فرمول شیمیایی	ثابت تفکیک (K_a)
پرکلریک اسید	HClO_4	6.9×10^{-2}
سولفوریک اسید	H_2SO_4	1.3×10^{-2}
هیدرویدیک اسید	HI	7.4×10^{-4}
هیدروکلریک اسید	HCl	6.3×10^{-4}
نیتریک اسید	HNO_3	5.6×10^{-4}
تری کلرواستیک اسید	$\text{CCl}_3\text{CO}_2\text{H}$	6.2×10^{-5}
کرومیک اسید	H_2CrO_4	1.8×10^{-1}
یدیک اسید	HIO_3	1.7×10^{-1}
اگزالیک اسید	$\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_4$	5.6×10^{-1}
فسفرو اسید	H_3PO_3	5×10^{-2}
دی کلرواستیک اسید	$\text{CHCl}_2\text{CO}_2\text{H}$	4.5×10^{-2}
سولفورو اسید	H_2SO_3	1.4×10^{-2}
فسفریک اسید	H_3PO_4	6.9×10^{-2}
کلرو استیک اسید	$\text{CH}_2\text{ClCO}_2\text{H}$	1.3×10^{-2}
سیتریک اسید	$\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7$	7.4×10^{-4}
هیدروفلوئوریک اسید	HF	6.3×10^{-4}
نیترو اسید	HNO_2	5.6×10^{-4}
بنزوئیک اسید	$\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}$	6.2×10^{-5}
استیک اسید	$\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$	1.7×10^{-5}
کربنیک اسید	H_2CO_3	4.5×10^{-7}
هیدروسولفوریک اسید	H_2S	8.9×10^{-8}
هیپوکلرو اسید	HClO	4×10^{-8}
بوریک اسید	H_3BO_3	5.4×10^{-10}

نام باز	فرمول شیمیایی	ثابت تفکیک (K_b)
پتاسیم هیدروکسید	KOH	4×10^{-4}
سدیم هیدروکسید	NaOH	6.3×10^{-5}
باریم هیدروکسید	Ba(OH)_2	1.8×10^{-5}
کلسیم هیدروکسید	Ca(OH)_2	1.7×10^{-9}
دی متیل آمین	$(\text{CH}_3)_2\text{NH}$	5.4×10^{-4}
اتیل آمین	$\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$	4.5×10^{-4}
بوتیل آمین	$\text{C}_4\text{H}_9\text{NH}_2$	4×10^{-4}
تری متیل آمین	$(\text{CH}_3)_3\text{N}$	6.3×10^{-5}
آمونیاک	NH_3	1.8×10^{-5}
پیریدین	$\text{C}_5\text{H}_5\text{N}$	1.7×10^{-9}
آنیلین	$\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$	7.4×10^{-10}

فاز پخش شونده	فاز پخش کننده	نوع کلویید	حالت فیزیکی	نام کلویید	نمونه‌ها
گاز	گاز	-	-	-	-
	مایع	گاز در مایع	مایع	کف	کف صابون
	جامد	گاز در جامد	جامد	کف جامد	سنگ پا، یونالیت
مایع	گاز	مایع در گاز	گاز	آیروسول مایع	مه، افشانه‌ها (اسپری‌ها)
	مایع	مایع در مایع	مایع	امولسیون	شیر، کره، مایونز
	جامد	مایع در جامد	جامد	ژل	ژله، ژل موی سر
جامد	گاز	جامد در گاز	گاز	آیروسول جامد	دود، غبار
	مایع	جامد در مایع	مایع	سول	رنگ‌های روغنی، چسب مایع
	جامد	جامد در جامد	جامد	سول جامد	سرامیک، شیشه، رنگی، یاقوت، لعل، فیروزه