پاسخ : فعالیت‌ها ، کار در کلاس‌ها ، تمرین‌های پایان درس

فعالیت ص ۲

۱ ۵۵

۲ تعداد ردیف‌ها ۱۰ و تعداد دگمه‌ها در هر ردیف ۱۱ پس تعداد کل دگمه‌ها برابر $۱۱ \times ۱۰ = ۱۱۰$

$$\text{تعداد دگمه‌های آبی} = \frac{۱۱۰}{۲} = ۵۵$$

۳ جملات S را یکبار دیگر از آخر به اوّل می‌نویسیم و جفت، جفت آنها را با هم جمع می‌کنیم تعداد n جفت تشکیل می‌شود که مجموع هر جفت $n+۱$ است پس $۲S = n(n+۱)$ و از آنجا با تقسیم طرفین بر ۲ به $S = \frac{n(n+۱)}{۲}$ می‌رسیم.

فعالیت ص ۳

۱

$$S_n = a + (a+d) + (a+۲d) + \ldots + \big(a+(n-۲)\,d\big) + \big(a+(n-۱)\,d\big)$$

$$S_n = \big(a+(n-۱)\,d\big) + \big(a+(n-۲)\,d\big) + \ldots + (a+d) + a$$

$$۲S_n = \big(۲a+(n-۱)\,d\big) + \big(۲a+(n-۱)\,d\big) + \ldots + \big(۲a+(n-۱)\,d\big) + \big(۲a+(n-۱)\,d\big)$$

$$۲S_n = n\big[۲a+(n-۱)d\big]$$

$$S_n = \frac{n}{۲}\big(۲a+(n-۱)d\big)$$

کار در کلاس ص ۴

۱ $S_n = \frac{n}{۲}[۲a_۱ + (n-۱)d] = \frac{n}{۲}\left[a_۱ + \underbrace{a_۱ + (n-۱)d}_{a_n}\right] = \frac{n}{۲}[a_۱ + a_n]$

۲ اولین مضرب دورقمی ۴ برابر ۱۲ و آخرین آن ۹۶ است. ابتدا تعداد آنها را به‌دست آورید.

$a_n = a_۱ + (n-۱)\,d$

$۹۶ = ۱۲ + (n-۱) \times ۴ \Rightarrow n = ۲۲$

$S_n = \frac{۲۲}{۲}(۱۲ + ۹۶) = ۱۱۸۰$

فعالیت ص ۴

۱ قدر نسبت ۱ و مجموع n جمله آن a_n

۲ الف) $a_n = aq^{n-۱}$

ب) $S_n - S_n q = a - aq^n$

$S_n(۱-q) = a(۱-q^n) \Rightarrow S_n = a\frac{۱-q^n}{۱-q}$

کار در کلاس ص ۵

$S_{۱۰} = \frac{۱}{۸} \times \frac{۱-(\frac{۱}{۲})^{۱۰}}{۱-\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۸} \times \frac{۱-\frac{۱}{۱۰۲۴}}{۱} = \frac{۱۰۲۳}{۸۱۹۲}$

کار در کلاس ص ۶

الف) $S = ۱ \times \frac{۱-۲^{۶۴}}{۱-۲} = ۲^{۶۴} - ۱$ گرم

$۲^{۶۴} - ۱ > ۲^{۶۳} = (۲^۷)^۹ > ۱۲۸^۹ > ۱۰۰^۹ = ۱۰^{۱۸}$

هر تن $۱۰^۶$ گرم است. $۱۰^{۱۸}$ گرم برابر $۱۰^{۱۲}$ تن گندم خواهد بود پس تعداد گندم‌ها از ۱۰۰۰ میلیارد تن بیشتر است.

تمرین ص ۶

۱ $5+8+11+\ldots+(5+(n-1)\,3)>493$

$$\frac{n}{2}(10+(n-1)\times 3)>493$$

$$n(7+3n)>986$$

عبارت $3n^2+7n-986=0$ به‌ازای $n=17$ جواب دارد پس حداقل ۱۸ جمله باید جمع شود تا به منظورمان برسیم.

۲ الف) $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$

ب) $S=\frac{n}{2}(2+(n-1)\times 2)=n^2$

۳ اولین عدد طبیعی سه‌رقمی که مضرب ۶ باشد برابر ۱۰۲ و آخرین عدد سه‌رقمی مضرب ۶ برابر ۹۹۶ است.

$$996=102+(n-1)\,6\Rightarrow n=150$$

$$S=\frac{150}{2}(102+996)=82350$$

۴

$$\begin{cases} a_1+a_3+\ldots+a_{19}=135 \\ \\ a_2+a_4+\ldots+a_{20}=150 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} S_{20}=285$$

$$\Rightarrow 285=\frac{20}{2}(2a_1+19d)\Rightarrow 28/5=2a_1+19d$$

$$(a_2-a_1)+(a_4-a_3)+\ldots+(a_{20}-a_{19})=15\Rightarrow 10d=15\Rightarrow \begin{cases} d=1/5 \\ a_1=0 \end{cases}$$

۵ $a_1=1\ ,\ a_2=2\ ,\ a_3=4$

جملات دنباله هندسی با قدر نسبت ۲ خواهند بود.

$$S_n=255$$

$$1\times\frac{1-2^n}{1-2}=255\Rightarrow 2^n=256\Rightarrow 2^n=2^8\Rightarrow n=8$$

۶ $\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۸}, \ldots$

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\ldots+\frac{۱}{۲^n} \geq ۰/۹۹$$

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۱-(\frac{۱}{۲})^n}{۱-\frac{۱}{۲}} \geq \frac{۹۹}{۱۰۰} \Rightarrow ۱-\frac{۱}{۲^n} \geq \frac{۹۹}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۱}{۲^n} \leq \frac{۱}{۱۰۰}$$

$\Rightarrow ۲^n \geq ۱۰۰$ با آزمایش خط $n = ۷$

۷ الف) $S = ۱ + a + a^۲ + \ldots + a^n = ۱ \times \frac{۱-a^n}{۱-a} = \frac{a^n-۱}{a-۱}$

ب) $(a-۱)(۱ + a + a^۲ + \ldots + a^n) = a^n - ۱$

کار در کلاس ص ۷

۱ $۳x^۲ - ۵x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۵ \pm \sqrt{۱}}{۶} = \begin{cases} x = ۱ \\ x = \frac{۲}{۳} \end{cases}$

۲ $x = -۱ \Rightarrow ۴ + m - ۷ = ۰ \Rightarrow m = ۳$

$$۴x^۲ - ۳x - ۷ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۳ \pm \sqrt{۹+۱۱۲}}{۸} = \frac{۳ \pm ۱۱}{۸} \begin{cases} x = \frac{۷}{۴} \\ x = -۱ \end{cases}$$

فعالیت ص ۸

۱

$ax^۲ + bx + c = ۰$	مقدار ریشه‌ها		S	p	a	b	c	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$
$۳x^۲ - ۵x + ۲ = ۰$	۱	$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۵}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$	۳	-۵	۲	$\frac{۵}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$
$۴x^۲ - ۳x - ۷ = ۰$	-۱	$\frac{۷}{۴}$	$\frac{۳}{۴}$	$-\frac{۷}{۴}$	۴	-۳	-۷	$\frac{۳}{۴}$	$-\frac{۷}{۴}$
$x^۲ - ۲x + ۱ = ۰$	۱	۱	۲	۱	۱	-۲	۱	۲	۱
$۵x^۲ + ۶x - ۸ = ۰$	-۲	$\frac{۴}{۵}$	$-\frac{۶}{۵}$	$-\frac{۸}{۵}$	۵	۶	-۸	$-\frac{۶}{۵}$	$-\frac{۸}{۵}$

۲ الف) در ستون جمع ریشه‌ها و ستون $-\frac{b}{a}$ نظیر به نظیر جملات برابر است پس : $S=-\frac{b}{a}$

ب) در ستون ضرب ریشه‌ها و ستون $\frac{c}{a}$ نظیر به نظیر جملات برابر است پس : $p=\frac{c}{a}$

۳

$$S=x_۱+x_۲=\frac{-b}{۲a}=\frac{-b}{a}$$

$$P=x_۱x_۲=(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{۲a})(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲a})=\frac{(-b)^۲-\Delta}{۴a}=\frac{b^۲-(b^۲-۴ac)}{۴a}=\frac{c}{a}$$

فعالیت ص ۹

۱ الف) با هریک از ریشه‌ها معادله‌ای ساخته و طرفین درهم ضرب شده و به یک معادله درجه دوم رسیده‌ایم.

ب)

$$\begin{matrix}x=\alpha\\x=\beta\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}x-\alpha=۰\\x-\beta=۰\end{matrix}\Rightarrow(x-\alpha)(x-\beta)=۰\Rightarrow x^۲-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=۰$$

کار در کلاس ص ۹

$$\begin{matrix}S=۴\\P=(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳})=-۱\end{matrix}\Rightarrow x^۲-۴x-۱=۰$$

فعالیت ص ۱۰

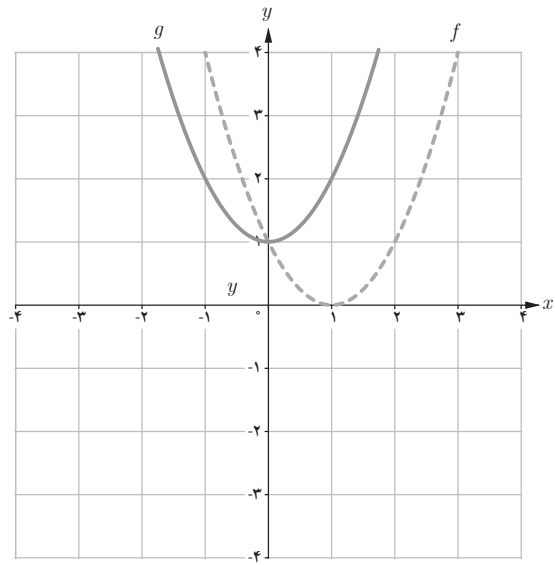
۱

$$f(x)=۰\Rightarrow x^۲+۴x+۳=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۱\\x=-۳\end{cases}$$

۲ طول‌های نقاط تلاقی جواب‌های معادله $f(x)=۰$ هستند.

کار در کلاس ص ۱۰

۱ $f(x) = (x-۱)^۲$



۲ منحنی f در نقطه $x=۱$ محور طول‌ها را قطع کرده است پس معادله $f(x)=۰$ یک جواب دارد
منحنی g محور xها را قطع نکرده است پس معادله $g(x)=۰$ جواب ندارد.

کار در کلاس ص۱۲

۱ الف) $(۹,۸)$ ب) (۴) پ) $(۲,۱)$ ت) $(۷,۵)$
ث) (۷) ج) (۳) چ) $(۹,۸,۳)$ ح) $(۶,۴,۲,۱)$

شماره شکل / ویژگی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
تعداد صفر f	۲	۲	۱	۲	۰	۲	۰	۲	۲
علامت a	+	−	+	+	+	−	−	−	+
علامت b	+	−	−	+	−	−	+	+	−
علامت c	−	+	+	+	+	بی‌علامت $c=۰$	−	−	+

کار در کلاس ص ۱۳

$x=-۲ \Rightarrow -۸+۴k+۲-۲=۰ \Rightarrow k=۲$

$f(x)=x^۳+۲x^۲-x-۲$

$f(x)=(x+۲)(x^۲-۱)$

$$f(x)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x+۲=۰ & \Rightarrow x=-۲ \\ x^۲-۱=۰ & \Rightarrow x=\pm ۱ \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} x^۳+۲x^۲-x-۲ & x+۲ \\ \hline x^۳+۲x^۲ & x^۲-۱ \\ \hline ۰-x-۲ & \\ -x-۲ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

کار در کلاس ص ۱۳

با فرض $u=x^۲$ داریم :

$$u^۲-۱۰u+۱۶=۰ \Rightarrow (u-۲)(u-۸)=۰ \Rightarrow \begin{cases} u=۲ \\ u=۸ \end{cases}$$

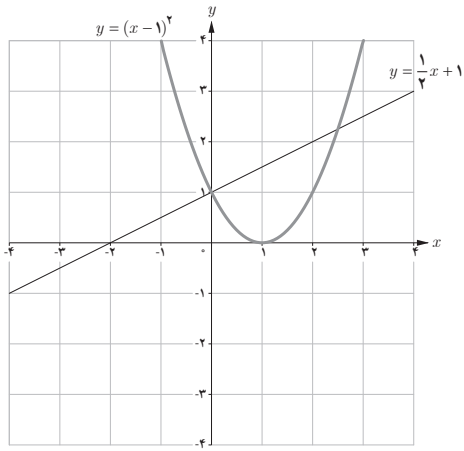
$u=۲ \Rightarrow x^۲=۲ \Rightarrow x=\pm\sqrt{۲}$

$u=۸ \Rightarrow x^۲=۸ \Rightarrow x=\pm ۲\sqrt{۲}$

فعالیت ص ۱۴

۱ $x^۲-۲x+۱=\frac{۱}{۲}x+۱ \Rightarrow x^۲-\frac{۵}{۲}x=۰ \Rightarrow x(x-\frac{۵}{۲})=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=\frac{۵}{۲} \end{cases}$

۲



۳ طول‌های نقاط تلاقی همان جواب‌های معادله مذکور هستند.

تمرین ص ۱۵

۱ الف) $S=\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۳}=۱\quad,\quad P=\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۹}\ \Rightarrow\ x^{۲}-x+\frac{۲}{۹}=۰$

ب) فرض کنیم یکی از ریشه‌ها a باشد پس ریشه دیگر آن $۲a$ است و داریم :

$$\begin{aligned}&S=a+۲a=۳a\\&P=a\times ۲a=۲a^{۲}\end{aligned}\ \Rightarrow\ \begin{aligned}&x^{۲}-Sx+P=۰\\&x^{۲}-۳ax+۲a^{۲}=۰\end{aligned}$$

همان‌طورکه مشاهده می‌شود معادله بی‌شمار جواب دارد کافی است به‌جای a مقادیر مختلف قرار دهیم.

۲ الف) صفر تابع $x=۲$ است.

$$P(x)=a(x-x_{۱})(x-x_{۲})=a(x-۲)^{۲}$$

$$P(۰)=-۲\Rightarrow -۲=a(-۲)^{۲}\Rightarrow a=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow P(x)=-\frac{۱}{۲}(x-۲)^{۲}$$

ب) صفرها $x=۱$ و $x=-۳$ هستند.

$$P(x)=a(x-۱)(x+۳)$$

$$P(-۱)=-۲\Rightarrow -۲=a(-۲)(۲)\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

$$P(x)=\frac{۱}{۲}(x-۱)(x+۳)=\frac{۱}{۲}x^{۲}+x-\frac{۳}{۲}$$

الف) وقتی توپ به زمین می‌خورد که $h(x)=۰$ در این‌صورت معادله دو جواب $x_{۱}=۰$ و $x_{۲}=۳۶$ را دارد که اولی مربوط به نقطه اولیه و دیگری مربوط به نقطه پایانی است بنابراین توپ ۲۶ متر فاصله افقی را طی می‌کند.

ب) باید بیشترین مقدار تابع h را بیابیم که در نقطه طول رأس سهمی رخ می‌دهد.

$$h(x)=-۰/۰۳x^{۲}+۱/۰۸x$$

$$x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۱/۰۸}{-۰/۰۶}=۱۸$$

بیشترین ارتفاع توپ برحسب متر $h(۱۸)=-۹/۷۲+۱۹/۴۴=۹/۷۲$

۴ الف) $f(x)=x^3-4x=0\Rightarrow x(x^2-4)=0\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 2 \end{cases}$

ب) $g(x)=2x^3+x^2+3x=0 \Rightarrow x(\underbrace{2x^2+x+3}_{\Delta \text{ منفی}})=0 \Rightarrow x=0$

پ) $h(x)=x^4+3x^2+5\ ,\ \Delta=9-20<0 \Rightarrow$ جواب ندارد $\Rightarrow$ تابع هیچ صفری ندارد

۵ الف) $x^4-3x^2-4=0$

$$x^2=u\Rightarrow u^2-3u-4=0\Rightarrow \begin{cases} u=-1\Rightarrow x^2=-1 \quad \text{جواب ندارد} \\ u=4\Rightarrow x^2=4 \ \Rightarrow \ x=\pm 2 \end{cases}$$

ب)

$$\frac{x^2}{3}-2=u\Rightarrow u^2-7u+6=0\Rightarrow \begin{cases} u=1\Rightarrow \dfrac{x^2}{3}-2=1\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm 3 \\ u=6\Rightarrow \dfrac{x^2}{3}-2=6\Rightarrow x^2=24\Rightarrow x=\pm 2\sqrt{6} \end{cases}$$

پ)

$$4-x^2=u\Rightarrow u^2-4u-12=0\Rightarrow (u+2)(u-6)=0\Rightarrow \begin{cases} u=-2 \\ u=6 \end{cases}$$

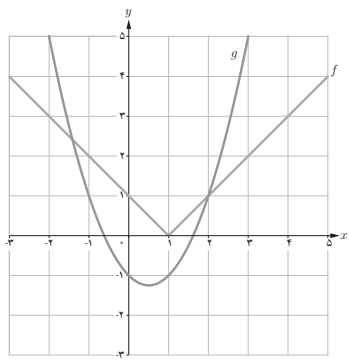
$$\begin{cases} u^2=-2\Rightarrow 4-x^2=-2\Rightarrow x^2=6\Rightarrow x=\pm\sqrt{6} \\ u^2=6\Rightarrow 4-x^2=6\Rightarrow x^2=-2 \quad \text{غیرقابل قبول} \end{cases}$$

۶ $f(x)=|x-1|\ ,\ g(x)=x^2-x-1$

تعداد جواب‌ها دوتاست.

یکی $x=2$ و دیگری عددی بین -1 و -2

(جواب دقیق $-\sqrt{2}$ خواهد بود که با شکل نمی‌توان به آن رسید.)



۷ الف) تابع صفر ندارد و $a=۱$ در نتیجه $f(x)=x^۲+bx+c$ و چون نقطه $(-۳،۵)$ نقطه مینیمم تابع است پس $\frac{-b}{۲a}=-۳$ و از آنجا $b=۶$ و چون $f(-۳)=۵$ پس :

$$۹-۳b+c=۵\Rightarrow ۹-۱۸+c=۵\Rightarrow c=۱۴\quad f(x)=x^۲+۶x+۱۴$$

ب) تابع دو صفر دارد و چون دهانه سهمی روبه پایین است پس $a=-۱$ و در نتیجه $f(x)=-x^۲+bx+c$

نقطه $(-۲،۲)$ نقطه ماکزیمم تابع است پس $x=\frac{-b}{۲a}$ و در نتیجه $\frac{-b}{-۲}=-۲$ و $b=-۴$ از طرفی

$$f(-۲)=۲\Rightarrow -۴-۲b+c=۲\Rightarrow c=-۲\Rightarrow f(x)=x^۲-۴x-۲$$

پ) تابع دو صفر دارد و $a=۱$ در نتیجه $f(x)=x^۲+bx+c$ و $x=۳$ طول نقطه مینیمم است

$$۳=\frac{-b}{۲a}\Rightarrow b=-۶\Rightarrow f(۳)=-۳\Rightarrow -۳=۹-۱۸+c\Rightarrow c=۶\Rightarrow f(x)=x^۲-۶x+۶$$

ت) تابع هیچ صفری ندارد و $a=-۱$ لذا $f(x)=-x^۲+bx+c$ و $x=-۲$ نقطه ماکزیمم پس

$$-۲=\frac{-b}{۲a}\Rightarrow b=-۴\Rightarrow f(x)=-x^۲-۴x+c, f(-۲)=-۱\Rightarrow -۴+۸+c=-۱\Rightarrow c=-۵$$

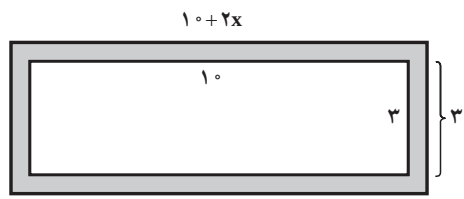
$$f(x)=-x^۲-۴x-۵$$

۸ پهنای آبراه را x درنظر می‌گیریم.

$$\text{مساحت آبراه}=۲\big(x(۱۰+۲x)+۲(۳\times x)\big)$$

$$۱۴=۴x^۲+۲۶x$$

$$۲x^۲+۱۳x-۷=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۷ & \text{غ ق ق}\\ x=\frac{۱}{۲} & \text{متر}\end{cases}$$



۹ اگر عرض کف‌پوش را x درنظر بگیریم طول کف‌پوش $۴x+۱$ می‌باشد و مساحت هر کف‌پوش $۴x^۲+x$ خواهد بود

$$۲۰۰۰\,(۴x^۲+x)=۵۲/۸\times ۱۰^۴\Rightarrow ۴x^۲+x=۲۶۴$$

$$۴x^۲+x-۲۶۴=۰\Rightarrow x=\frac{-۱\pm ۶۵}{۸}\begin{cases}x=۸ & \text{سانتی‌متر}\\ x=\frac{-۳۳}{۴} & \text{غیرقابل قبول}\end{cases}$$

طول کف‌پوش $۳۳=۱+۴\times ۸$ سانتی‌متر خواهد بود.

کار در کلاس ص ۱۸

$$\frac{۸+۵}{۲۰۰+۵-y}=\frac{۷}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{۱۳}{۲۰۵-y}=\frac{۷}{۱۰۰}\Rightarrow ۱۳۰۰=۱۴۳۵-۷y$$

$$\Rightarrow y=۱۹/۲۸$$

تقریباً ۱۹/۲۸ کیلوگرم از آب محلول باید تبخیر شود.

کار در کلاس ص ۱۹

۱

$$۱+۲(x-۲)=۳(x-۲)^۲\Rightarrow ۳x^۲-۱۴x+۱۵=۰$$

$$x=\frac{۱۴\pm ۱۶}{۶}\begin{cases}x=۵ & \text{مورد قبول}\\ x=\frac{-۱}{۳} & \text{مورد قبول}\end{cases}$$

۲

$$۲(w+L)=۱۴۴$$

$$w=۷۲-L$$

$$\frac{L}{۷۲-L}=\frac{۷۲}{L}\Rightarrow L^۲+۷۲L-۵۱۴۸=۰$$

$$\Delta=(۷۲)^۲+۴(۵۱۴۸)=۵\times ۷۲^۲$$

$$L=\frac{-۷۲\pm ۷۲\sqrt{۵}}{۲}$$

$$L=۳۶(-۱\pm\sqrt{۵})\quad L\simeq ۴۴/۵$$

طول تقریباً ۴۴/۵ و عرض ۲۷/۵ می‌باشد.

کار در کلاس ص ۲۱

۱ فرض کنیم عدد صحیح موردنظر x باشد داریم :

$$x+\sqrt{x}=۶\Rightarrow\sqrt{x}=۶-x\xrightarrow{\text{توان ۲}}x=۳۶+x^۲-۱۲x$$

$$x^۲-۱۳x+۳۶=۰\Rightarrow x=\frac{۱۳\pm ۵}{۲}\begin{cases}x=۹ & \text{قبول}\\ x=۴ & \text{غیرقابل قبول}\end{cases}$$

۲

$$\sqrt{x^۲+۴}=-۲\sqrt{x}\xrightarrow{\text{توان ۲}}x^۲+۴=۴x\Rightarrow x^۲-۴x+۴=۰$$

$$\Rightarrow x=۲$$

با آزمایش جواب، $x=۲$ غیرقابل قبول است.

بدون حل معادله چون مجموع دو عبارت نامنفی برابر صفر شده است پس تک‌تک عبارات صفر هستند و :

$$\begin{cases} x^۲ - ۴ = ۰ \\ x = ۰ \end{cases} \Rightarrow x = \pm ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک}}$$ جواب ندارد.

تمرین ص۲۲

۱

$$۶(x+۱) = ۲x(x+۱)^۲ + (x-۳)x \Rightarrow ۳x^۲ - ۷x - ۶ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۷ \pm ۱۱}{۶} \begin{cases} x = ۳ & \text{ق ق} \\ x = \frac{-۲}{۳} & \text{ق ق} \end{cases}$$

۲

$$۲p^۲ + ۴(۲-p) = -۳p(۲-p) \Rightarrow p^۲ - ۲p - ۸ = ۰ \Rightarrow (p-۴)(p+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} p = ۴ & \text{ق ق} \\ p = -۲ & \text{ق ق} \end{cases}$$

۳

$$۳y + ۵ + y(y+۴) = (y+۱)(y+۵)$$
$$۳y + ۵ + y^۲ + ۴y = y^۲ + ۶y + ۵$$
$$\Rightarrow y = ۰ \text{ غیرقابل قبول}$$

۴

$$۴x = ۳x + ۴ \Rightarrow x = ۴ \Rightarrow \text{آزمایش } ۲\sqrt{۴} \overset{?}{=} \sqrt{۱۲+۴} \Rightarrow ۴ = ۴ \checkmark$$ $x = ۴$ قابل قبول است.

۵

$$\frac{۱-\sqrt{x}}{۱+\sqrt{x}} = (۱-\sqrt{x})(۱+\sqrt{x}) \xrightarrow{\text{با فرض } ۱+\sqrt{x} \neq ۰} \frac{۱}{۱+\sqrt{x}} = ۱+\sqrt{x} \Rightarrow (۱+\sqrt{x})^۲ = ۰$$

$۱-\sqrt{x} = ۰ \Rightarrow x = ۱$ قابل قبول است $\qquad ۱+\sqrt{x} = ۰$ جواب ندارد

۶ با ضرب طرفین معادله در $(\sqrt{x}+۲)(\sqrt{x}-۲)$ داریم :

$$۵(\sqrt{x}-۲)=۲(\sqrt{x}-۲)(\sqrt{x}+۲)-(\sqrt{x}+۲)$$

$$۵\sqrt{x}-۱۰=۲(x-۴)-\sqrt{x}-۲$$

$$۶\sqrt{x}=۲x\Rightarrow ۳۶x=۴x^{۲}\Rightarrow ۴x(x-۹)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۰ & \text{ق ق} \\ x=۹ & \text{ق ق} \end{cases}$$

۷

$$\sqrt{x+۳}=۴-\sqrt{۳x+۱}$$

$$x+۳=۱۶+۳x+۱-۸\sqrt{۳x+۱}$$

$$۲x+۱۴=۸\sqrt{۳x}+۱$$

$$x+۷=۴\sqrt{۳x}+۱$$

$$x\ \ +۱۴x+۴۹=۱۶(۳x+۱)$$

$$x^{۲}-۳۴x+۳۳=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۱ & \text{قابل قبول} \\ x=۳۳ & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۸ x : قیمت یک اسباب‌بازی قبل از تخفیف

تعداد اسباب‌بازی قبل از تخفیف $=\frac{۱۲۰۰۰۰}{x}$

تعداد اسباب‌بازی بعد از تخفیف $=\frac{۱۲۰۰۰۰}{x}$

$$\frac{۱۲۰۰۰۰}{x}+۴=\frac{۱۲۰۰۰۰}{x-۱۰۰۰}$$

$$-x^{۲}+۱۰۰۰x+۳۰\times ۱۰^{۶}=۰$$

$$\Delta=۱۲۱\times ۱۰^{۶}$$

$$\sqrt{\Delta}=۱۱۰۰۰$$

$$\begin{cases} x=۶۰۰۰ \\ x=-۵۰۰۰ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۹ x : سرعت در مسیر خلاف جریان آب

$$\frac{۱۴۴}{x+۸}+\frac{۱۴۴}{x}=۱۵$$

$$۱۵x^{۲}-۱۶۸x-۱۱۵۲=۰\Rightarrow \sqrt{\Delta}=۳۱۲\quad ,\quad x=۱۶$$

سرعت در جریان آب ۲۴ = ۸ + ۱۶ کیلومتر بر ساعت

۱۰ اگر کل کار را V درنظر بگیریم و ماشین A کار را در x ساعت انجام دهد ماشین B کار را در $x+۱۵$ ساعت انجام می‌دهد.

$$\frac{V}{x}+\frac{V}{x+۱۵}=\frac{V}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱۵}=\frac{۱}{۱۸}$$

$$۱۸(x+۱۵)+۱۸x=x(x+۱۵)$$

$$۱۸x+۲۷۰+۱۸x=x^{۲}+۱۵x$$

$$x^{۲}-۲۱x-۲۷۰=۰$$

$$\Delta=۱۵۲۱\Rightarrow\sqrt{\Delta}=۳۹$$

$$x=\frac{۲۱\pm۳۹}{۲}\quad\begin{cases}x=۳۰\\x=-۹\ \text{غیر قابل قبول}\end{cases}$$

ماشین A در ۳۰ ساعت و ماشین B در ۴۵ ساعت کار را به‌تنهایی انجام می‌دهند.

کار در کلاس ص ۲۳

۱

الف) $|-۵-(-۳)|=|-۵+۳|=|-۲|=۲$

ب) $\left|\sqrt{۳}-\sqrt{۵}\right|=\sqrt{۵}-\sqrt{۳}$

پ) $|۰|=۰$

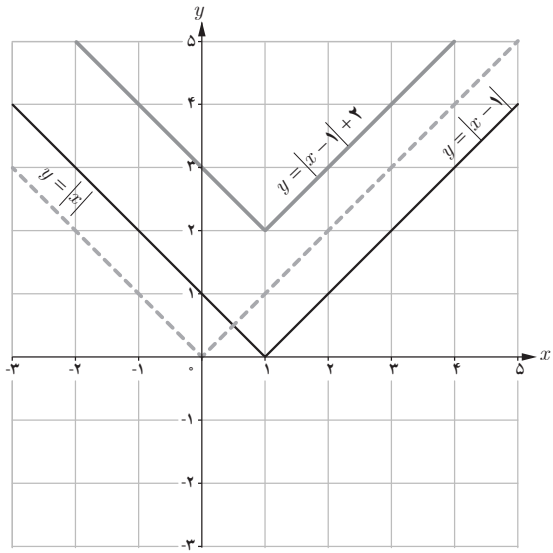
۲

الف) $\sqrt{a^{۴}+۲a^{۲}+۱}=\sqrt{(a^{۲}+۱)^{۲}}=\left|a^{۲}+۱\right|=a^{۲}+۱$

ب) $\sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}=\sqrt{(\sqrt{۳}-۲)^{۲}}=\left|\sqrt{۳}-۲\right|=۲-\sqrt{۳}$

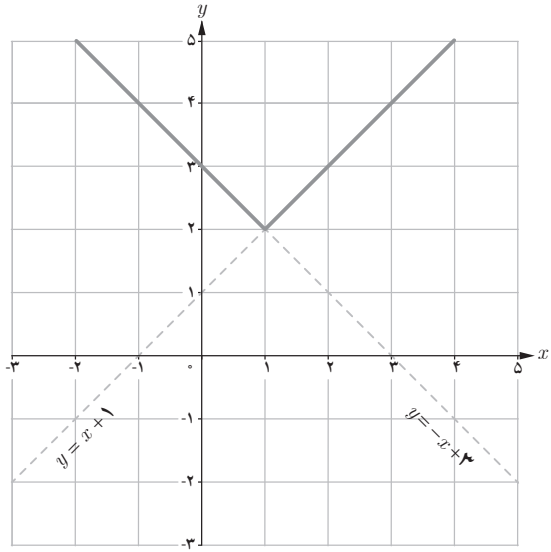
فعالیت ص ۲۴

روش اول



روش دوم

$$y=|x-۱|+۲=\begin{cases}x+۱ & , \quad x\geq ۱\\ -x+۳ & , \quad x<۱\end{cases}$$



فعالیت ص ۲۵

۱
$$|ab| = \sqrt{a^{۲}b^{۲}} = \sqrt{a^{۲}} \times \sqrt{b^{۲}} = |a| \times |b|$$
$$\left|\frac{a}{b}\right| = \left|a \times \frac{۱}{b}\right| = |a| \times \left|\frac{۱}{b}\right| = |a| \times \frac{۱}{|b|} = \frac{|a|}{|b|}$$

فعالیت ص ۲۵

۱ (۲) ↔ (الف)

(۳) ↔ (ب)

(۱) ↔ (پ)

(۴) ↔ (ت)

۲ اگر $a \geq ۰$ آن‌گاه $-a \leq a \leq a$ بدیهی است اگر $a < ۰$ آن‌گاه $a \leq a \leq -a$
$(a < ۰ \Rightarrow -a > ۰)$

۳
$$\begin{cases} -|a| \leq a \leq |a| \\ -|b| \leq b \leq |b| \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} -|a| - |b| \leq a + b \leq |a| + |b|$$

۴
$$-|a| - |b| \leq a + b \leq |a| + |b| \Rightarrow -(|a| + |b|) \leq a + b \leq (|a| + |b|)$$
$$\Rightarrow |a + b| \leq |a| + |b|$$

تذکر : به‌صورت مستقیم نیز می‌توانیم حکم را نتیجه بگیریم

$$(|x| + |y|)^{۲} = |x|^{۲} + |y|^{۲} + ۲|x||y| \geq x^{۲} + y^{۲} + ۲xy = (x + y)^{۲}$$
$$\Rightarrow (|a| + |y|) \geq |x + y|$$

از طرفی $||a| + |b|| = |a| + |b|$ پس $|x| + |y| \geq |x + y|$

کار در کلاس ص ۲۶

۱ ***روش اول***

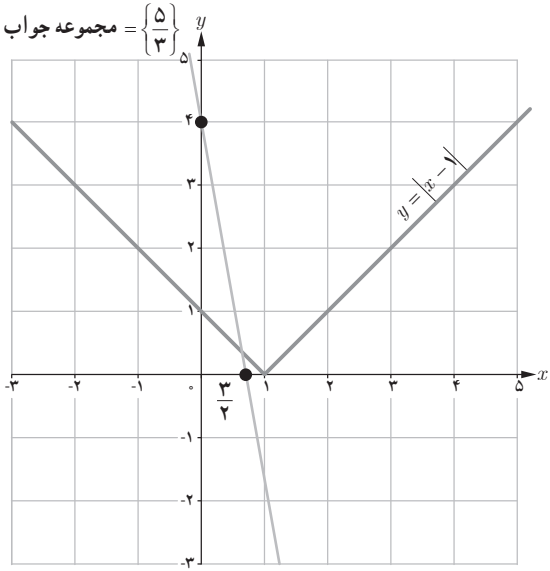
$$|x-۱| = \begin{cases} x-۱ & , \quad x \geq ۱ \\ -x+۱ & , \quad x < ۱ \end{cases}$$

حالت اول : $x \geq ۱ \Rightarrow x-۱ = ۴-۳x \Rightarrow x = \frac{۵}{۳}$ قابل قبول

حالت دوم : $x < ۱ \Rightarrow -x+۱ = ۴-۳x \Rightarrow ۲x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}$ غیرقابل قبول

روش دوم

مجموعه جواب $= \left\{\frac{۵}{۳}\right\}$



روش سوم

$$(|x-۱|)^۲ = (۴-۳x)^۲ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = ۱۶ - ۲۴x + ۹x^۲$$

$$۸x^۲ - ۲۲x + ۱۵ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۳}{۲} & \text{قابل قبول} \\ x = \frac{-۵}{۴} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

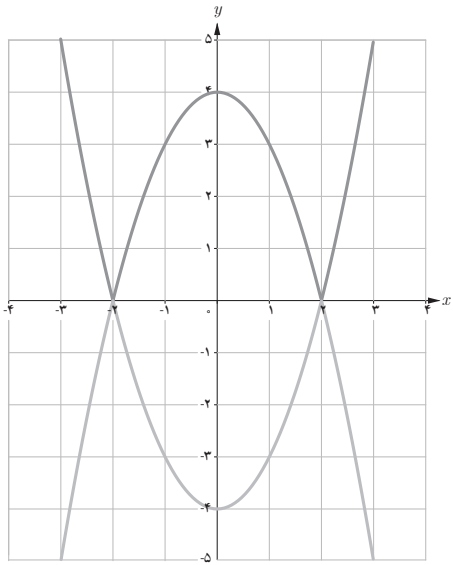
(در معادله اولیه صدق نمی‌کند.)

فعالیت ص ۲۷

		−۲		۲	
$x^۲-۴$	+	۰	−	۰	+

۱ $y = x^۲ - ۴$

۲



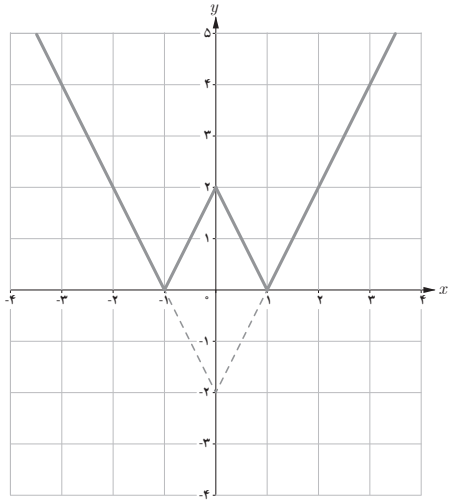
$$y = \left|x^۲ - ۴\right| = \begin{cases} x^۲ - ۴ & , \quad x \geq ۲ \\ -x^۲ + ۴ & , \quad -۲ < x < ۲ \\ x^۲ - ۴ & , \quad x < -۲ \end{cases}$$

۳

$$y = \left|f(x)\right| = \begin{cases} f(x) & f(x) > ۰ \\ -f(x) & f(x) < ۰ \end{cases}$$

۴ نمودار $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم بخشی از نمودار که پایین محور xهاست را آینه‌وار به بالای محور xها منتقل می‌کنیم.

۵



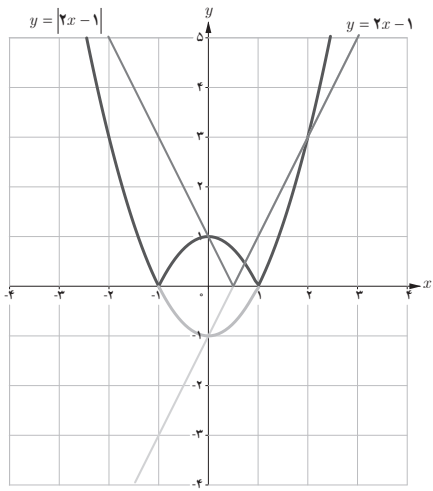
کار در کلاس ص ۲۷

۱ تعداد جواب = ۴

یک جواب $x = ۰$ یکی $x = ۲$

یک جواب بین ۲- و ۳-

یک جواب بین ۰ و ۱



۲

$$x^۲ - ۱ = -۲x + ۱ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{-۲ \pm \sqrt{۱۲}}{۲} = -۱ \pm \sqrt{۳}$$

تمرین ص ۲۸

۱ الف)

$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x^۲ & , \quad x \geq ۰ \\ -x^۲ & , \quad x < ۰ \end{cases}$$

ب)

$$g(x) = \left|x^۲ - ۱\right| = \begin{cases} x^۲ - ۱ & , \quad x \geq ۱ \\ -x^۲ + ۱ & , \quad -۱ < x < ۱ \\ x^۲ - ۱ & , \quad x \leq -۱ \end{cases}$$

پ)

$$h(x) = |x - ۱| + |x + ۱|$$

	-۱		۱	
$x-۱$	$-$	$-$	۰	$+$
$x+۱$	$-$	۰	$+$	$+$
	(۱)		(۲)	(۳)

$$x<-1 \Rightarrow h(x)=-(x-1)-(x+1)=-2x$$
$$-1\le x\le 1 \Rightarrow h(x)=-(x-1)+(x+1) \Rightarrow h(x)=\begin{cases}2x & , \quad x>1\\ 2 & , \quad -1\le x\le 1\\ -2x & , \quad x<-1\end{cases}$$
$$1<x \Rightarrow h(x)=x-1+x+1=2x$$

۲ فرض کنیم نقاط موردنظر روی محور طول‌ها به طول x باشند.

$$|x+1|+|x-3|=6$$

$x>3 \Rightarrow x+1+x-3=6 \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow x=4$ مورد قبول

$-1\le x\le 3 \Rightarrow x+1-(x-3)=6 \Rightarrow 4=6$ غیرممکن

$x<-1 \Rightarrow -(x+1)-(x-3)=6 \Rightarrow -2x=4 \Rightarrow x=-2$ قابل قبول

دو نقطه به طول‌های ۲- و ۴ جواب‌های مسئله‌اند.

۳ الف)

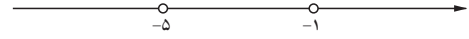
$$|x-3|=7 \Rightarrow \begin{cases}x-3=7 \Rightarrow x=10\\ x-3=-7 \Rightarrow x=-4\end{cases}$$

ب)

$$2|x-6|=4 \Rightarrow |x-6|=2 \Rightarrow \begin{cases}x-6=2 \Rightarrow x=8\\ x-6=-2 \Rightarrow x=4\end{cases}$$

پ)

$$|x+3|>2 \Rightarrow \begin{cases}x+3>2 \Rightarrow x>-1\\ x+3<-2 \Rightarrow x<-5\end{cases}$$



۴

الف) $x>3 \Rightarrow \dfrac{2-x}{x-3}=1 \Rightarrow 2-x=x-3 \Rightarrow x=\dfrac{5}{2}$ غیرقابل قبول

ب) $x<3 \Rightarrow \dfrac{2-x}{-x+3}=1 \Rightarrow 2-x=-x+3 \Rightarrow 2=3$ غیرممکن

این معادله جواب ندارد.

$$\sqrt{(x-1)^2}=2x+1 \Rightarrow |x-1|=2x+1$$

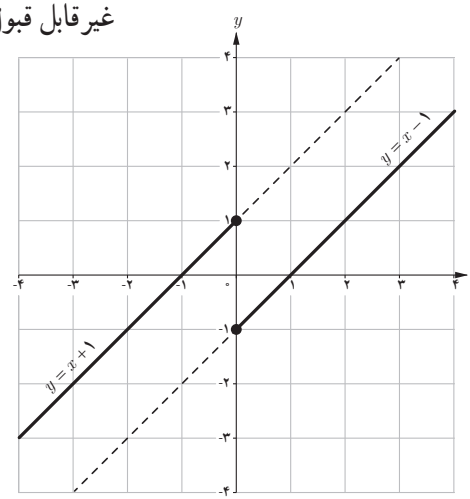
$x\ge 1 \Rightarrow x-1=2x+1 \Rightarrow x=-2$ غیرقابل قبول

$x<1 \Rightarrow -x+1=2x+1 \Rightarrow x=0$ قابل قبول

۵ الف)

$$y = x - \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x-۱ & , \quad x > ۰ \\ x+۱ & , \quad x < ۰ \end{cases}$$

$$y = ۳ \Rightarrow \begin{cases} x > ۰ \Rightarrow ۳ = x-۱ \Rightarrow x = ۴ & \text{قابل قبول} \\ x < ۰ \Rightarrow x+۱ = ۳ \Rightarrow x = ۲ & \text{غیرقابل قبول} \end{cases}$$

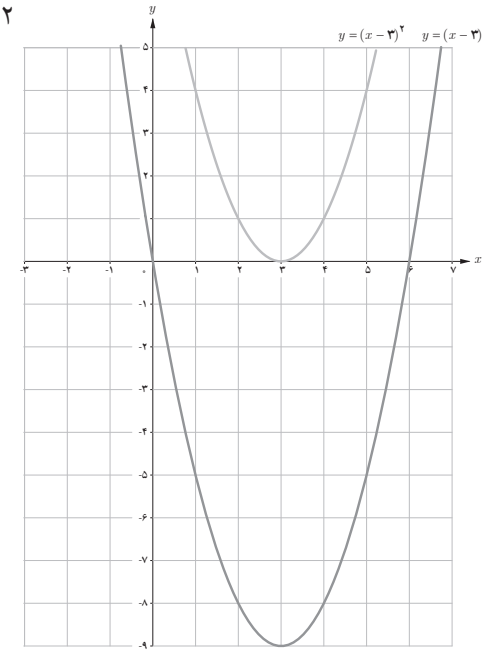


ب)

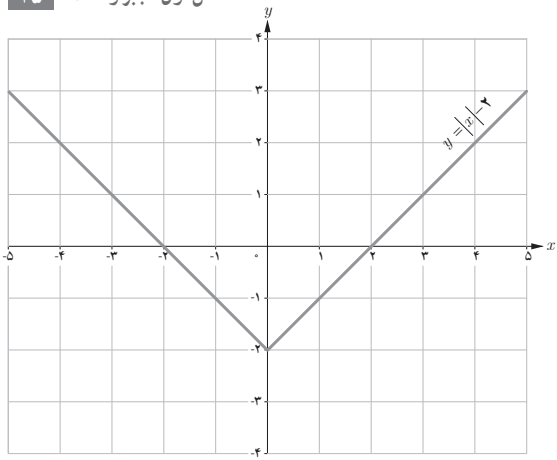
$$y = x^۲ - ۶x = (x-۳)^۲ - ۹$$

$$y = ۳ \Rightarrow (x-۳)^۲ - ۹ = ۳ \Rightarrow (x-۳)^۲ = ۱۲$$

$$x - ۳ = \pm\sqrt{۱۲} \Rightarrow x = ۳ \pm \sqrt{۱۲}$$



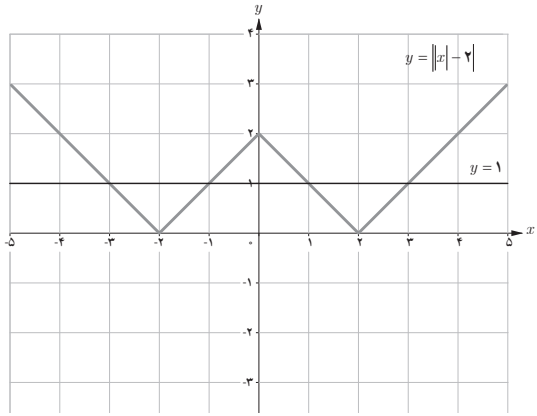
۶ روش هندسی



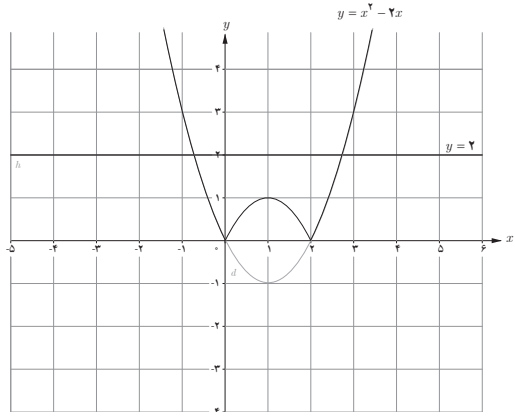
معادله دارای ۴ جواب است.

$$\big||x|-۲\big|=۱ \Rightarrow |x|-۲=\pm ۱$$

$$|x|-۲=۱ \Rightarrow |x|=۳ \Rightarrow x=\pm ۳$$
$$|x|-۲=-۱ \Rightarrow |x|=۱ \Rightarrow x=\pm ۱$$



۷



$$y=x^{۲}-۲x=(x-۱)^{۲}-۱$$

خط ۲ = y **معادله نمودار** $y=\left|x^{۲}-۲x\right|$ **را در دو نقطه قطع کرده است و دو جواب دارد.**

$$\left|x^{۲}-۲x\right|=۲\Rightarrow\begin{cases}x^{۲}-۲x=۲\Rightarrow x^{۲}-۲x-۲=۰\Rightarrow x=\dfrac{۲\pm\sqrt{۱۲}}{۲} & \Rightarrow x=۱\pm\sqrt{۳}\\ x^{۲}-۲x=-۲\Rightarrow x^{۲}-۲x+۲=۰\Rightarrow \Delta<۰\Rightarrow & \text{جواب ندارد}\end{cases}$$

فعالیت ص ۲۹

۱ $OA=۴$ و $OB=-۳$

۲ $۴-(-۳)=۷$

۳ ۷

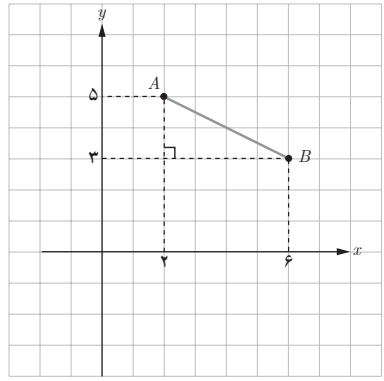
۴ فاصله بین دو نقطه روی یک محور، قدر مطلق تفاضل طول‌های آن دو نقطه است.

فعالیت ص ۳۰

۱ الف

$$AB^{۲}=\left|x_B-x_A\right|^{۲}+\left|y_B-y_A\right|^{۲}$$

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^{۲}+(y_B-y_A)^{۲}}$$



کار در کلاس ص ۳۰

الف)

ب)

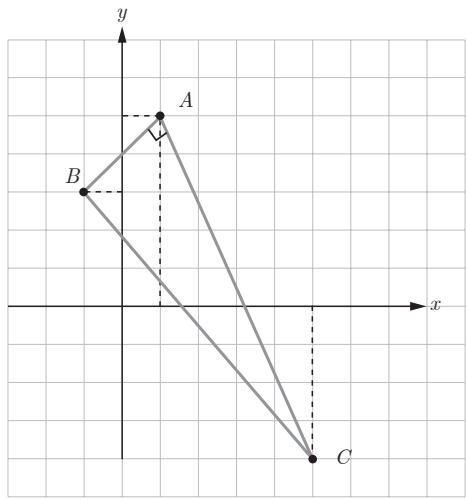
$$AB = \sqrt{۲^۲ + ۱^۲} = ۵$$
$$AC = \sqrt{۱۶ + ۶۴} = \sqrt{۸۰}$$
$$BC = \sqrt{۳۶ + ۴۹} = \sqrt{۸۵}$$

پ) از آنجا که $BC^۲ = AB^۲ + AC^۲$ پس مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه است.

ت) شیب‌ها عکس قرینه هم هستند.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{۲ - ۳}{-۱ - ۱} = \frac{۱}{۲}$$

$$m_{AC} = \frac{-۵ - ۳}{۵ - ۱} = -۲$$



کار در کلاس ص۳۱

فرض کنیم $P(x,y)$ نقطه دلخواهی در عمودمنصف AB باشد داریم :

$$PA = PB \Rightarrow \sqrt{x^۲ + (y+۳)^۲} = \sqrt{(x-۶)^۲ + (y-۱۵)^۲}$$

$$x^۲ + (y+۳)^۲ = (x-۶)^۲ + (y-۱۵)^۲$$

$$x^۲ + y^۲ + ۶y + ۹ = x^۲ + ۳۶ - ۱۲x + y^۲ - ۳۰y + ۲۲۵$$

$$۱۲x + ۳۶y = ۲۵۲$$

$$x + ۳y = ۲۱$$

از آنجا که مختصات نقطه P در معادله عمودمنصف صدق می‌کند پس نقطه P روی عمودمنصف قرار دارد.

$$-۱۲ + ۳(۱۱) = ۲۱$$

فعالیت ص ۳۵

۱ $x_M = ۲$

۲ طول نقطه M معدل طول‌های دو نقطه A و B است.

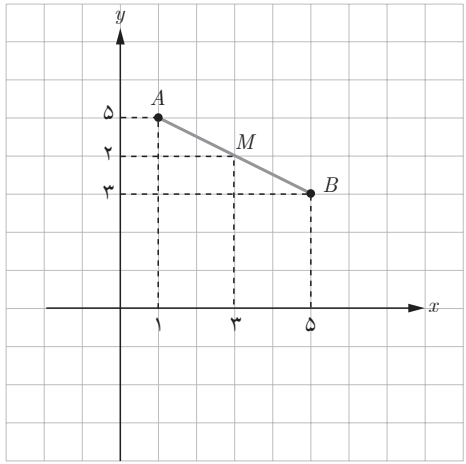
۳

$$AM = MB \Rightarrow x_M - x_A = x_B - x_M \Rightarrow ۲x_M = x_A + x_B \Rightarrow x_M = \frac{x_A + x_B}{۲}$$

۴ مشابه کاری که در قسمت قبل انجام شد می‌توان نوشت :

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{۲}$$

کار در کلاس ص ۳۲



الف)

ب)

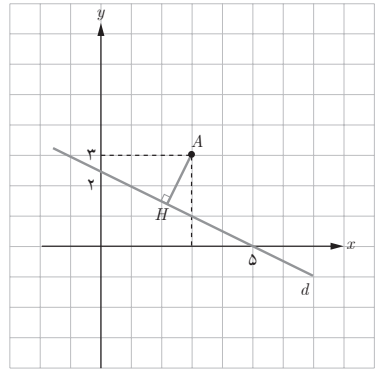
$$x_M = \frac{۱+۵}{۲} = ۳$$

$$y_M = \frac{۵+۳}{۲} = ۴$$

$M\,(۳،۴)$

فعالیت ص۳۳

۱



۲

$$m_{AH} = \frac{-۱}{m_d} \qquad m_d = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow m_{AH} = ۲$$

۳

AH معادله : $y - ۳ = ۲(x - ۴) \Rightarrow ۲x - y = ۵$

۴

$$\begin{cases} ۲y + x = ۵ \\ ۲x - y = ۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲y + x = ۵ \\ ۴x - ۲y = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow ۵x = ۱۵ \Rightarrow x = ۳ \;,\; y = ۱ \Rightarrow H(۳,۱)$$

۵

$$AH = \sqrt{(۴-۳)^۲ + (۳-۱)^۲} = \sqrt{۵}$$

کار در کلاس ص ۳۴

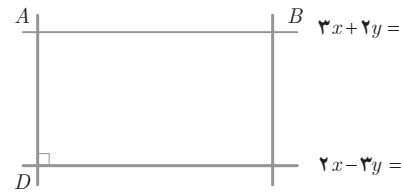
۱ فاصله A تا ضلع داده شده، طول ضلع مربع را به ما می‌دهد.

$$AH = a = \frac{|۶-۱۲-۹|}{\sqrt{۹+۱۶}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳ \Rightarrow \text{مساحت مربع } = a^۲ = ۹ \text{ واحد مربع}$$

۲ چون دو خط موازی نیستند پس دو ضلع مجاور مستطیل‌اند و چون $A(۲،۵)$ روی هیچ یک از خطوط داده شده نیست پس A رأس مستطیل است که مقابل دو ضلع قرار دارد. فاصله A تا دو ضلع، طول و عرض مستطیل را به ما می‌دهد.

$$AB = \frac{|۴-۱۵-۲|}{\sqrt{۴+۹}} = \frac{۱۳}{\sqrt{۱۳}} = \sqrt{۱۳}$$

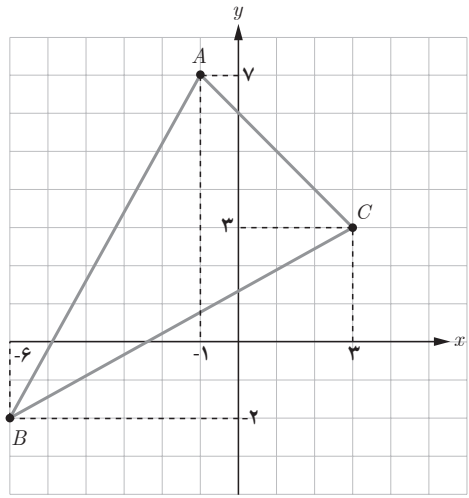
$$AB = \frac{|۶+۶-۱|}{\sqrt{۹+۴}} = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}}$$



$$\text{مساحت مستطیل} = AB \times AD = \sqrt{۱۳} \times \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} = ۱ \quad \text{(واحد مربع)}$$

تمرین ص ۳۵

۱ الف)



ب) ABC متساوی‌الساقین است $\Rightarrow \left.\begin{array}{l} AB=\sqrt{۲۵+۸۱}=\sqrt{۱۲۶} \\ BC=\sqrt{۸۱+۲۵}=\sqrt{۱۲۶} \end{array}\right.$

پ) $M(\frac{-۳}{۲},\frac{۱}{۲})$ وسط BC

$$m_{BC}=\frac{۵}{۹}\Rightarrow m_{\text{عمودمنصف}}=\frac{-۹}{۵}\Rightarrow \text{معادله عمودمنصف } y-\frac{۱}{۲}=\frac{-۹}{۵}(x+\frac{۳}{۲})$$

$$۱۰y-۵=-۱۸x-۲۷\Rightarrow ۱۸x+۱۰y=-۲۲$$

معادله ضلع BC: $y-۳=\frac{۵}{۹}(x-۳)\Rightarrow ۹y-۲۷=۵x-۱۵\Rightarrow ۵x-۹y+۱۲=۰$

$$AH=\frac{|-۵-۹(-۲)-۱۲|}{\sqrt{۲۵+۸۱}}=\frac{۱}{\sqrt{۱۰۶}}$$

۲ وسط قطر مرکز دایره است اگر M وسط BC باشد $x_m=۴$ و $y_m=-۱$ در نیمه $M(۴،-۱)$ شعاع دایره فاصله مرکز تا نقطه A است.

$$MA=R=\sqrt{۱۶+۴۹}=\sqrt{۶۵}$$

۳

الف) $x^۲-۸x-۲۰=۰\Rightarrow (x-۱۰)(x+۲)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=-۲\Rightarrow x_A=-۲ \\ x=۱۰\Rightarrow x_B=۱۰ \end{cases}$

ب) $AB=|x_B-x_A|=|۱۰+۲|=۱۲cm$

پ) اندازه عرض نقطه مینیمم برابر ضخامت عدسی است.

طول نقطه ماکزیمم $=\frac{۸}{۲}=۴\Rightarrow y=۴^۲-۸(۴)-۲۰=-۳۶$

ضخامت عدسی ۳۶ میلی‌متر است.

۴ یک نقطه دلخواه روی یکی درنظر گرفته و فاصله‌اش را تاخط دیگر محاسبه می‌کنیم.

$$A(۰,\frac{-c}{b})$$

$$AH=\frac{|۰+(-c)+c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

۵ شعاع بر خط مماس در نقطه تماس عمود است.

$$OA=R=\frac{|-۴+۶-۵|}{\sqrt{۱۶+۹}}=\frac{۳}{۵}$$

۶ الف)

$$R=۱۰\Rightarrow OS=۱۰\Rightarrow \sqrt{x^۲+۶۴}=۱۰\Rightarrow x=۶$$

ب)

$$m_{PS}=\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱}{۲}\qquad S(۶,۸)\quad ,\quad Q(۱۰,۰)\quad ,\quad P(-۱۰,۰)$$

$$m_{QS}=\frac{۸}{-۴}=-۲$$

پ)

$$m_{PS}\times m_{QS}=\frac{۱}{۲}\times -۲=-۱\Rightarrow PS\perp QS$$

۷

$$ax+۴y-۱=۰\Rightarrow AH=۲$$

$$۲=\frac{|a+۸-۱|}{\sqrt{a^۲+۱۶}}\Rightarrow |a+۷|=۲\sqrt{a^۲+۱۶}\Rightarrow a^۲+۱۴a+۴۹=۴a^۲+۶۴$$

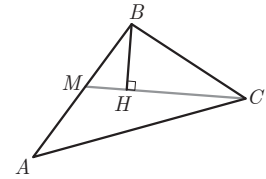
$$\Rightarrow ۳a\ \ -۱۴a+۱۵=۰\Rightarrow a=\frac{۱۴\pm\sqrt{۱۶}}{}\begin{cases} & \text{ق ق}\\ — & \text{ق ق}\end{cases}$$

۸ الف)

$$M(-۷,۵)$$

$$m_{MC}=\frac{۴}{-۱۰}=\frac{-۲}{۵}$$

معادله MC: $y-۱=-\frac{۲}{۵}(x-۳)\Rightarrow ۵y-۵=-۲x+۶$



$$۲x+۵y-۱۱=۰$$

$$BH=\frac{|-۶+۱۵-۱۱|}{\sqrt{۴+۲۵}}=\frac{۲}{\sqrt{۲۹}}$$

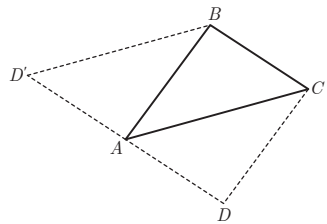
ب)

$$\begin{cases}x_A+x_C=x_B+x_D\\ y_A+y_C=y_B+y_D\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۱۱+۳=-۳+x_D\Rightarrow x_D=-۵\\ -۱۳+۳=۱+y_D\Rightarrow y_D=-۱۱\end{cases}$$

مسئله دو جواب دارد $ABCD$ و $ACBD'$

در حالت دوم

$$\begin{cases}x_A+x_B=x_C+x_{D'}\\ y_A+y_B=y_C+y_{D'}\end{cases}$$

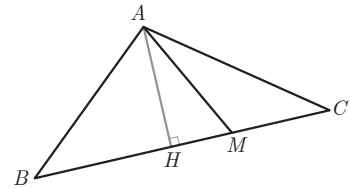


۹ فرض کنیم نقطه $M(a\ ،۲a)$ در خط $y=۲x$ باشد.

$$OM+MA=۵\Rightarrow\sqrt{a^۲+۴a^۲}+\sqrt{(a-۲)^۲+(۲a-۴)^۲}$$

$$۵a^۲=a^۲-۴a+۴+۴a^۲-۱۶a+۱۶$$

$$۲۰a=۲۰\Rightarrow a=۱\Rightarrow M(۱,۲)$$



$$HM^۲=AM^۲-AH^۲$$

$$m_{BC}=\frac{۱}{-۷}$$

معادله BC: $y+۱=-\frac{۱}{۷}(x-۱)$

$$۷y+۷=-x+۱\Rightarrow x+۷y+۶=۰$$

$$AH=\frac{|۴+۱۴+۶|}{\sqrt{۱+۴۹}}=\frac{۲۴}{\sqrt{۵۰}}$$

BC وسط $M(\frac{۹}{۲},-\frac{۳}{۲})\Rightarrow AM=\sqrt{(\frac{۹}{۲}-۴)^۲+(-\frac{۳}{۲}-۲)^۲}=\sqrt{\frac{۱}{۴}+\frac{۴۹}{۴}}=\sqrt{\frac{۵۰}{۴}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$

$$HM^۲=(\frac{۵\sqrt{۲}}{۲})^۲-(\frac{۲۴}{\sqrt{۵۰}})^۲=\frac{۲۵}{۲}-\frac{۵۷۶}{۵۰}=\frac{۴۹}{۵۰}$$