فصل ۲

کار، انرژی و توان

انرژی جنبشی ۲ـ۱
کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت ۲ـ۲
کار و انرژی جنبشی ۲ـ۳
کار و انرژی پتانسیل ۲ـ۴
پایستگی انرژی مکانیکی ۲ـ۵
کار و انرژی درونی ۲ـ۶
توان ۲ـ۷
پرسش‌ها و مسئله‌های فصل ۲

پیامدها

دانش‌آموزان با درک مفاهیم انرژی، کار و توان :

- متوجه می‌شوند که انرژی در همه‌چیز و همه‌جا وجود دارد.
- انرژی به شکل‌های مختلف وجود دارد و این شکل‌های مختلف انرژی می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند.
- با انجام کار روی یک دستگاه یا سامانه، می‌توان انرژی را به آن منتقل کرد.

چه شناختی مطلوب است؟

- هر جسم در حال حرکت انرژی دارد که آن را انرژی جنبشی می‌نامند.
- کار انرژی را منتقل می‌کند و اگر نیرو وارد به جسم در حین جابه‌جایی ثابت بماند، کار را می‌توان محاسبه کرد.
- کار برایند نیروهای وارد بر جسم، برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است.
- کار نیروی وزن، با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم برابر است.
- کار نیروی فنر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی آن برابر است.
- در نبود نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی جسم پایسته می‌ماند.
- در یک سامانهٔ منزوی، مجموع کل انرژی‌ها پایسته می‌ماند.
- آهنگ انجام کار، توان است.

چه پرسش‌هایی اساسی است و باید در نظر گرفته شوند؟

- مفهوم انرژی از منظر مصادیق آن چیست؟
- مفهوم کار چیست؟
- کار کل روی یک سامانه چگونه محاسبه می‌شود؟
- قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی چیست؟
- اصل پایستگی انرژی مکانیکی و قانون پایستگی انرژی چیست؟
- توان مکانیکی یک سامانه چیست؟

در پایان این واحد یادگیری دانش‌آموزان چه دانش و مهارت‌های اساسی را کسب می‌کنند؟

الف) دانش‌آموزان خواهند دانست که :

- **واژگان کلیدی** : انرژی و شکل‌های آن، کار نیروی ثابت، پایستگی انرژی مکانیکی، قانون پایستگی انرژی، توان.
- **انواع انرژی مکانیکی شامل** : انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل.
- **انواع انرژی پتانسیل شامل** : انرژی پتانسیل گرانشی، کشسانی، شیمیایی و ...

ب) دانش‌آموزان قادر خواهند بود که :

- کار نیروی ثابت را محاسبه کنند.
- کار کل را به دو روش محاسبه کنند.
- کار نیروی وزن را محاسبه کنند.
- توان را محاسبه کنند.
- با کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی و قانون پایستگی انرژی مسائل آخر فصل را حل نمایند.

بودجه‌بندی پیشنهادی فصل دوم

- **جلسهٔ اوّل** : نگاهی به تصویر و مقدمهٔ فصل + بخش ۲ــ۱ و بخش ۲ــ۲ تا ابتدای مهارت ریاضی
- **جلسهٔ دوم** : بخش ۲ــ۲ از مهارت‌های ریاضی تا پایان بخش ۲ــ۲
- **جلسهٔ سوم** : بخش ۲ــ۳
- **جلسهٔ چهارم و پنجم** : بخش ۲ــ۴
- **جلسهٔ ششم** : بخش‌های ۲ــ۵ و ۲ــ۶
- **جلسهٔ هفتم** : بخش ۲ــ۷
- **جلسهٔ هشتم** : جمع‌بندی، رفع اشکال و حل پرسش‌ها و تمرین‌های باقیمانده از پایان فصل دوم
- **جلسهٔ نهم** : آزمون تشریحی فصل دوم

آنچه لازم است همکاران گرامی، قبل از آموزش فصل دوم، به آن توجه داشته باشند :

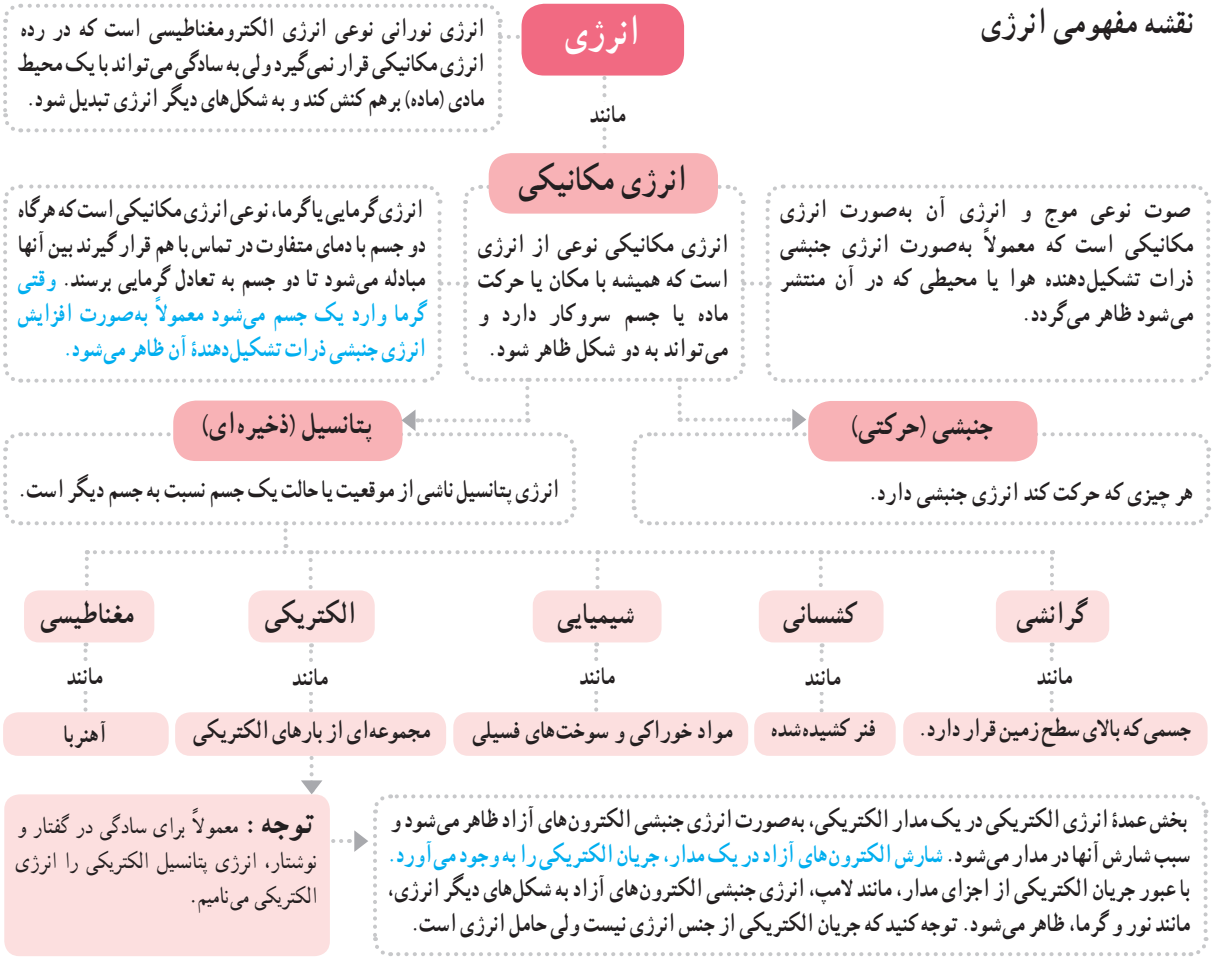
دانش‌آموزان در کتاب علوم تجربی سال هفتم، در فصل‌هایی با انرژی و منابع انرژی، با برخی از مفاهیم از قبیل کارنیروی ثابت در جهت جابه‌جایی، آشنایی کیفی با شکل‌های مختلف انرژی و منابع انرژی و اهمیت آنها در دنیای امروز آشنا شده‌اند. همچنین دانش‌آموزان در علوم سال نهم، در دو فصل با عناوین حرکت چیست؟ و نیرو با مبانی لازم برای ورود به فصلی که هم‌اینک در اختیار دارید آشنا شده‌اند. دانش‌آموزان در این دو فصل، ضمن شناخت مفاهیم اولیهٔ حرکت از قبیل مسافت، جابه‌جایی (به‌صورت یک کمیت برداری)، تندی، سرعت (به‌صورت یک کمیت برداری)، شتاب (به‌صورت یک کمیت برداری) با قانون‌های نیوتون نیز آشنا شده‌اند و درک خوبی از تفاوت بین کمیت‌های تندی و سرعت به‌دست آورده‌اند.

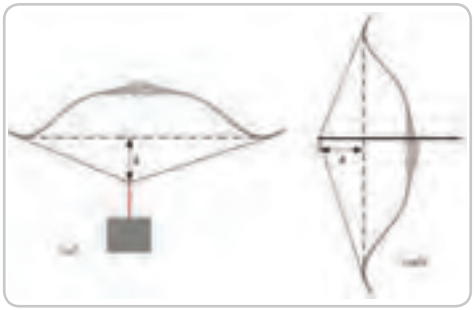
نیرو را به عنوان یک کمیت برداری می‌شناسند و با نیروهای متوازن و نامتوازن و نحوهٔ محاسبهٔ نیروهای نامتوازن در یک راستا آشنا شده‌اند. در رابطهٔ F=ma، نیروی F را به عنوان اندازهٔ نیروی خالص وارد بر جسم می‌شناسند و با محاسبهٔ نیروی خالص برای حالتی که چندین نیرو در یک راستا به جسم وارد شده است آشنایی دارند. افزون بر اینها، شناختی کیفی از نیروهای اصطکاک ایستایی و جنبشی پیدا کرده‌اند. به این ترتیب تأکید می‌کنیم که :

مفاهیم و تعریف‌های فصل کار، انرژی و توان به گونه‌ای سازمان‌دهی و تألیف شده‌اند که بر پایهٔ آموخته‌های قبلی دانش‌آموزان در دورهٔ اول متوسطه باشند و نیازی به حرکت‌شناسی و دینامیک، فراتر از آنچه در علوم سال نهم خوانده‌اند نباشد.

لذا به دبیران محترم فیزیک، که کتاب فیزیک ۱ پایهٔ دهم را آموزش می‌دهند، توصیه می‌کنیم کتاب‌های دانش‌آموز و راهنمای معلم علوم تجربی سال‌های هفتم و نهم را ببینند (برای دانلود فایل این راهنماها به سایت www.chap.sch.ir مراجعه کنید).

نقشه مفهومی انرژی





راهنمای تدریس : در تصویر شروع فصل که با یک پرسش شروع شده است، لازم است ذهن دانش‌آموزان را برای دقایقی به آن معطوف کنید. از آنجا که دانش‌آموزان از علوم سال هفتم، با مفاهیم انرژی و شکل‌های آن، کار و محاسبهٔ کار نیروی ثابت در جهت جابه‌جایی، آشنایی دارند لذا با توجه به شناخت قبلی آنها سعی کنید تا مروری بر آن مفاهیم شود. در مقدمهٔ این فصل، انرژی از منظر مصادیق آن و با یادآوری از آنچه در علوم هفتم خوانده‌اند، مرور شده است. برای پاسخ به پرسش زیر شکل، می‌توان به‌طور غیرمستقیم انرژی پتانسیل کشسانی لازم را بدون استفاده از رابطهٔ آن، به‌دست آورد. کافی است مطابق شکل (ب) کمان را به‌طور افقی نگه‌داریم و وزنه‌ای را از قسمت کشسان آن آویزان کنیم تا کشیدگی آن مطابق شکل (الف) باشد. در این‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی جسم در حالت (ب) برابر انرژی پتانسیل کشسانی در حالت (الف) خواهد بود.

به‌این‌ترتیب، با داشتن جرم تیر، می‌توان تندی آن را هنگام رها شدن از کمان به‌دست آورد.

دانستنی برای معلم

ابداع مفهوم انرژی یکی از برجسته‌ترین نمونه‌های خلاقیت بشر در زمینهٔ علمی است. مطالعهٔ دنیای فیزیکی پیرامون، از هر نوعی که باشد در نهایت سر از مفاهیم ماده و انرژی در می‌آورد. این دو مفهوم در کنار یکدیگر، همان چیزی است که عالم را تشکیل می‌دهد. درک شهودی ما از ماده در همان سال‌های آغازین زندگی شکل می‌گیرد و حتی برخی از جنبه‌های کمی آن را نیز شامل می‌شود. اما در مقابل، ایده یا پندارهٔ مربوط به انرژی ظریف‌تر و انتزاعی‌تر است. ما عموماً نمی‌توانیم انرژی را مستقیماً حس یا لمس کنیم، ببینیم، و یا بشنویم. در عوض معمولاً انرژی را در جسمی (یا موجی) که با جسم دیگری برهم‌کنش دارد احساس می‌کنیم. مثلاً انرژی موجود در یک موج صوتی را هنگامی که موج صوتی مطابق شکل زیر یک جام شیشه‌ای را می‌شکند حس می‌کنیم.

تقریباً غیرممکن است که بتوانیم مفهوم انرژی را بدون در نظر گرفتن مفهوم کار، که رابطهٔ تنگاتنگی با آن دارد، به تصور کنیم. انرژی را به کمک مقدار کاری که می‌تواند انجام دهد اندازه‌گیری می‌کنند. از این‌رو درک روشن مفهوم انرژی مستلزم درک روشن مفهوم کار است.

۲ــ۱ــ انرژی جنبشی

راهنمای تدریس : دانش‌آموزان در علوم سال هفتم، به‌طور کیفی با مفهوم انرژی جنبشی (حرکتی) آشنا شده‌اند. در این بخش ضمن توجه به این موضوع، رابطهٔ کمی انرژی به همراه تعدادی مثال و تمرین آمده است.

از آنجا که دانش‌آموزان با مفهوم تندی در علوم سال نهم آشنا شده‌اند، لذا رابطهٔ انرژی جنبشی به شکل استاندارد آن معرفی شده است. در رابطهٔ انرژی جنبشی، کمیت V، نشان‌دهندهٔ تندی لحظه‌ای جسم است که برای سادگی آن را تندی می‌نامیم. توصیه می‌شود برای تمایز بین کمیت‌های تندی متوسط، تندی لحظه‌ای (تندی)، سرعت متوسط، سرعت لحظه‌ای (سرعت)، به راهنمای معلم فصل حرکت علوم نهم مراجعه کنند (برای دانلود به سایت www.chap.sch.ir مراجعه کنید).

حل تمرین ۲ــ۱

$m = ۲۲۰\ kg$

$v = ۲/۵\ km/s = (۲/۵\ km/s)(\frac{۱۰۰۰\ m}{۱\ km}) = ۲/۵ \times ۱۰^{۳}\ m/s$

$K = \frac{۱}{۲}mv^{۲} = \frac{۱}{۲}(۲۲۰\ kg)(۲/۵ \times ۱۰^{۳}\ m/s)^{۲} = ۶۹ \times ۱۰^{۷}\ J = ۹۰۳\ MJ$

حل تمرین ۲ــ۲

$m = ۸/۴۰ \times ۱۰^{۲}\ kg$

$v_{۱} = ۱۸/۰\ m/s$

$v_{۲} = ۲۵/۰\ m/s$

$K_{۱} = \frac{۱}{۲}mv_{۱}^{۲} = -(۸/۴۰ \times ۱۰^{۲}\ kg)(۱۸/۰\ m/s)^{۲} = ۱۳۶ \times ۱۰^{۳}\ J = ۱۳۶\ kJ$

$K_{۲} = \frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲} = \frac{۱}{۲}(۸/۴۰ \times ۱۰^{۲}\ kg)(۲۵/۰\ m/s)^{۲} = ۲۶۲ \times ۱۰^{۳}\ J = ۲۶۲\ kJ$

$\Delta K = K_{۲} - K_{۱} = ۲۶۲\ kJ - ۱۳۶\ kJ = ۱۲۶\ kJ$

پاسخ پرسش ۲ــ۱

انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای است و فقط به تندی و جرم جسم بستگی دارد.

برای حل این پرسش ابتدا انرژی جنبشی اجسام را محاسبه کرده و برحسب K_1 می‌نویسیم.

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 = \frac{1}{2}m \times (4v^2) = 4\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 4K_1$$

$$K_3 = \frac{1}{2}mv^2 = K_1$$

$$K_4 = \frac{1}{2}(2m)v^2 = 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 2K_1$$

$$K_5 = \frac{1}{2}(2m)(2v)^2 = \frac{1}{2} \times 2m \times (4v^2) = 8\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 8K_1$$

بنابراین می‌توان نوشت :

$$(K_1 = K_3) < K_4 < K_2 < K_5$$

۲ــ۲ــ کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت

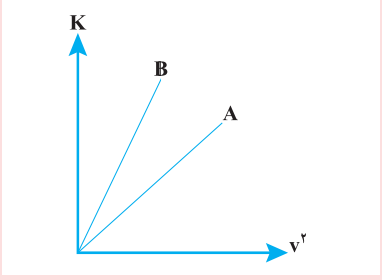
راهنمای تدریس : قسمت اول این بخش تا قبل از مهارت‌های ریاضی، یادآوری از علوم سال هفتم است ضمن آنکه در مثال ۲ــ۳، از اطلاعات دانش‌آموزان از علوم سال نهم نیز استفاده شده است. همان‌طور که پیش از این نیز اشاره شد، دانش‌آموزان در علوم سال نهم با قانون دوم نیوتون به‌صورت F=ma آشنایی دارند و F را به عنوان نیروی خالص وارد بر جسم می‌شناسند.

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۲ ــ ۱

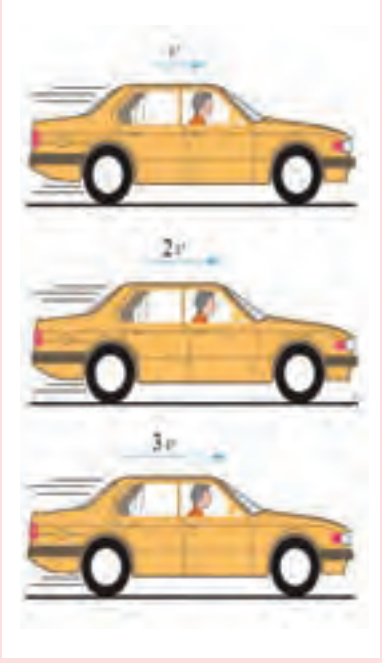
۱ شکل روبه‌رو کامیونی به جرم ۲۵ تن و خودرویی به جرم ۹۰۰kg را نشان می‌دهد که در امتداد مسیر مستقیمی در حرکت‌اند.

الف) اگر تندی کامیون و خودرو یکسان و برابر ۷۲km/h باشد، انرژی جنبشی هر کدام را به طور جداگانه پیدا کنید.

ب) اگر کامیون با تندی ۱۰m/s در حرکت باشد، خودرو باید با چه تندی‌ای حرکت کند تا انرژی جنبشی آن با انرژی جنبشی کامیون برابر شود؟



۲ نمودار تغییرات انرژی جنبشی دو توپ به جرم‌های m_A و m_B برحسب مجذور تندی آنها مطابق شکل روبه‌رو است. به کمک این نمودار جرم دو توپ را با هم مقایسه کنید.



۳ الف) در شکل روبه‌رو، جرم هر سه خودرو یکسان ولی تندی حرکت آنها متفاوت است. انرژی جنبشی هر خودرو را پیدا کنید.

ب) با توجه به نتیجه قسمت الف جمله زیر را کامل کنید.

هرگاه تندی حرکت جسمی دو برابر شود انرژی جنبشی آن ..... برابر می‌شود. همچنین هرگاه تندی حرکت جسمی به $\frac{۱}{۳}$ مقدار اولیه برسد انرژی جنبشی آن ..... برابر می‌شود.

حل تمرین ۲ــ۳

$m=۶۵\ kg$

$d=۴۵\ cm=(۴۵\ cm)\times(\frac{۱\ m}{۱۰۰\ cm})=۴۵\times۱۰^{-۲}m$

$g=۹/۸\ N/kg$

چون حرکت وزنه یکنواخت است بنابراین نیروی F با نیروی وزن برابر است و داریم :

$F=mg$

$F=۶۵\ kg\times۹/۸\ N/kg=۶/۴\times۱۰^{۲}\ N$

$W=Fd=۶/۴\times۱۰^{۲}N\times۴۵/۰\times۱۰^{-۲}m=۲/۹\times۱۰^{۲}J$

برای آگاهی از سطح آشنایی دانش‌آموزان به مبحث بردارها، به کتاب ریاضی سال هشتم آنها مراجعه کنید. در این کتاب در یک فصل موضوع بردارها بررسی شده است.

ادامهٔ راهنمای تدریس : همان‌طور که در کتاب درسی نیز اشاره شده است لازم است دانش‌آموزان بتوانند مؤلفهٔ نیروی در امتداد جابه‌جایی را پیدا کنند؛ زیرا کار مؤلفه عمود بر جابه‌جایی همواره صفر است. به همین دلیل در رابطهٔ محاسبهٔ کار (رابطهٔ ۲ــ۳)، مؤلفهٔ نیرو در امتداد جابه‌جایی به‌طور جداگانه و در یک پرانتز آمده است ($F\cos\theta$).

حل تمرین ۲ــ۴

چون گفته به آرامی پایین می‌آورد $F=mg$

$F=۶/۴\times۱۰^{۲}N$

$d=۴۵cm=۷۴۵\ m$

$g=۱۸۰^\circ\Rightarrow\cos۱۸۰^\circ=-۱$

$W=(F\cos\theta)d=-۶/۴\times۱۰^{۲}N\times۰/۴۵m=-۲/۹\times۱۰^{۲}J$

در این حالت کار انجام‌شده توسط ورزشکار منفی است.

پاسخ پرسش ۲ــ۲

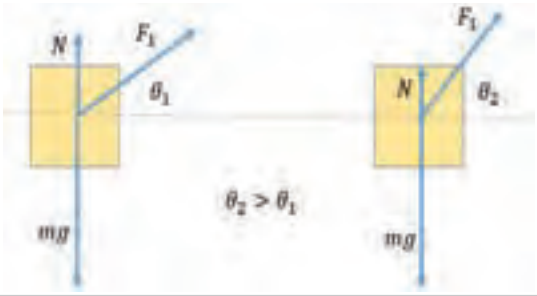
در هر دو حالت نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

$W_۱ = (F_۱\cos\theta_۱)\, d$

$W_۲ = (F_۲\cos\theta_۲)\, ۱$

$W_۱ = W_۲ \Longrightarrow F_۱\cos\theta_۱\, d = F_۲\cos\theta_۲\, d$

$F_۱\cos\theta_۱ = F_۲\cos\theta_۲$ چون $\cos\theta_۲ < \cos\theta_۱ \Longrightarrow F_۲ > F_۱$



حل تمرین ۲ــ۵

$d = ۲۰۰\ m$

$mg = ۱۵۰۰۰N$

$F_۱ = ۵۵۰۰N$

$\theta = ۴۵^\circ$

$f_k = ۳۵۰۰N$

روش اول :

$W_۱ = (F_۱\cos\theta)d = (۵۵۰۰N \times \frac{\sqrt{۲}}{۲})(۲۰۰m) = ۷۷۸ \times ۱۰^۳ J$

$W_{fk} = (f_k\cos\theta)d = [۳۵۰۰N \times (-۱)](۲۰۰m) = -۷۰۰ \times ۱۰^۳ J$

چون نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمود هستند پس کار آنها صفر است بنابراین

$W_t = W_۱ + W_{f_k} = ۷۷۸ \times ۱۰^۳ J - ۷۰۰ \times ۱۰^۳ J = +۷۸ \times ۱۰^۳ J$

روش دوم :

ابتدا نیروها و مؤلفه‌های نیروهایی را که در امتداد جابه‌جایی بر جسم وارد می‌شوند شناسایی می‌کنیم. اندازه نیروی خالص در امتداد جابه‌جایی برابر است با :

$F = F_۱\cos۴۵ - f_k = ۵۵۰۰N \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} - ۳۵۰۰N = ۳۸۹N$

$W_t = Fd = (۳۸۹N)(۲۰۰m) = ۷۸ \times ۱۰^۳ J$

دانستنی برای معلم

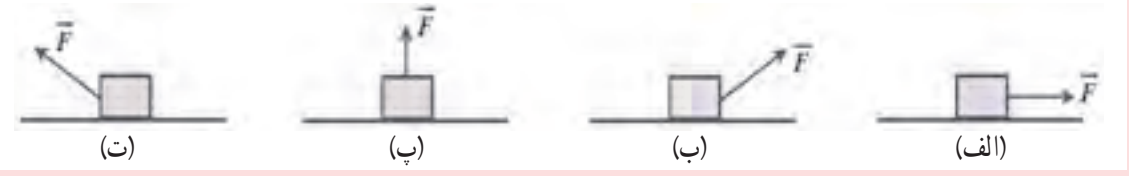
کارهایی که انجام می‌گیرند را معمولاً می‌توان به دو گروه تقسیم کرد :

۱ کاری که در برابر نیروی دیگر انجام می‌شود مثل وقتی که کمان‌گیر زه کمان خود را می‌کشد و در برابر نیروی کشسانی کمان کار انجام می‌دهد. یا وقتی باری را روی سطح شیب‌داری بالا می‌بریم و در مقابل نیروی گرانش کار انجام می‌دهیم.

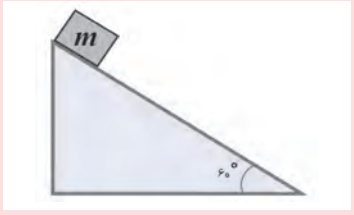
۲ نوع دیگر کار را می‌توان کاری در نظر گرفت که برای تغییر انرژی جنبشی (تغییر سرعت) یک جسم انجام می‌شود. این کاری است که باعث افزایش یا کاهش سرعت جسم می‌شود. در هر دو مورد کار متضمن انتقال انرژی است.

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۲ـ۲

۱ شکل زیر چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها بر جعبه‌ای که روی سطح بدون اصطکاکی به طرف راست به اندازهٔ مسافت d می‌لغزد، نیرویی وارد می‌شود. بزرگی نیروها یکسان و جهت آنها در شکل نشان داده شده است. این چهار وضعیت را بنابر کار انجام‌شده روی جعبه در حین جابه‌جایی، از مثبت‌ترین مقدار تا منفی‌ترین مرتب کنید.



۲ جسمی به جرم ۲kg از بالای سطح شیب‌داری با زاویهٔ شیب 60° مطابق شکل روبه‌رو به پایین می‌لغزد. کار نیروی عمودی تکیه‌گاه، که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، پس از ۲m جابه‌جایی جسم چقدر است؟



۳ دانش‌آموزی جعبه‌ای را به آرامی از زمین بلند می‌کند و روی میزی می‌گذارد (شکل روبه‌رو). دانش‌آموز دیگری به او می‌گوید : «هیچ کاری انجام نداده‌ای، چون در حین جابه‌جایی جعبه، دو نیرو بر آن وارد شده است. یکی نیروی وزن جعبه، mg، رو به پایین و دیگری نیروی دست شما که رو به بالا وارد کرده‌اید. جمع این دو نیرو صفر می‌شود و در نتیجه کاری انجام نداده‌اید.» آیا آنچه دانش‌آموز دوم ادعا کرده، درست است؟ توضیح دهید.

۲ــ۳ــ کار و انرژی جنبشی

راهنمای تدریس : طرح قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برای درک ارتباط کار انجام شده و تغییر انرژی جنبشی است. کسب مهارت در حل مسئله‌ها با به‌کارگیری این قضیه نیز بسیار اهمیت دارد.

حل تمرین ۲ــ۶

قضیه کار ـ انرژی جنبشی را برای هر دو قایق می‌نویسیم

$W_{t_1} = K_2 - K_1 = K_2$ قایق اول (سبک)

$W_{t_2} = K'_2 - K'_1 = K'_2$ قایق دوم (سنگین)

چون $W_{t_1}=W_{t_2}$ بنابراین انرژی جنبشی هر دو قایق درست پس از عبور از خط پایان با هم برابر است امّا تندی آنها یکی نیست.

$$K_2=\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}(2m)v_2^2\Rightarrow v_1^2=2v_2^2\Rightarrow v_1=\sqrt{2}\,v_2$$

حل تمرین ۲ــ۷

$m=۸/۴۰\times۱۰^{۲}kg, W_t=۷/۳۵\times۱۰^{۴}J, v_A=۵۴/۰ km/h, v_B=?$

حل : ابتدا تندی در موقعیت A را برحسب m/s می‌نویسیم :

$$v_A=(۵۴/۰\ km/h)\left(\frac{۱}{۳۶۰۰}\frac{h}{s}\right)\left(\frac{۱۰۰۰ m}{۱\ km}\right)=۱۵/۰\ m/s$$

$$W_t=K_B-K_A$$

$$۷/۳۵\times۱۰^{۴}J=\frac{۱}{۲}(۸/۴۰\times۱۰^{۲}kg)\,v_b^{۲}$$

$$-\frac{۱}{۲}(۸/۴۰\times۱۰^{۲}kg)(۱۵/۰\ m/s)^{۲}$$

$$\Rightarrow v_B^{۲}=۴۰۰\Rightarrow v_B=۲۰ m/s$$

حل تمرین ۲ــ۸

توجه : قبل از حل تمرین نیروی ثابت وارد به جعبه به اشتباه ۵۰N تایپ شده است آن را به ۱۵۰N تبدیل کنید.

$F=۱۵۰N$

$m=۱۰\ kg$

$d=۱/۵\ m\ ,\ g=۹/۸$

الف)

$$W_{mg}=mg\times d\cos ۱۸۰^{\circ}=۱۰N\times ۹/۸\ N/kg\times ۱/۵\ m\times(-۱)=-۱۴۷\ J$$

$$W_F=F\times d\times\cos ۰^{\circ}=۱۵۰N\times ۱/۵\ m\times(۱)=۲۲/۵\ J$$

ب)

$$W_t=W_{mg}+W_F=-۱۴۷J+۲۲/۵J=۷۸J$$

پ)

$$W_t=K_۲-K_۱\Rightarrow ۷۸J=\frac{۱}{۲}\times۱۰\times v_۲^{۲}$$

$$\Rightarrow v_۲^{۲}=۱۵/۶\Rightarrow v_۲=۳/۹\ m/s$$

پاسخ پرسش ۲ــ۳

$$W_{۱t}=K_۲-K_۱=\frac{۱}{۲}mv^{۲}-۰=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\ ,\ W_{۲t}=K_۲-K_۱=\frac{۱}{۲}m(۲v)^{۲}-\frac{۱}{۲}mv^{۲}=\frac{۳}{۲}mv^{۲}$$

$$\Rightarrow W_{۱t}/W_{۲t}=\frac{\frac{۱}{۲}mv^{۲}}{\frac{۳}{۲}mv^{۲}}=\frac{۱}{۳}$$

مثال پیشنهادی

جسمی به جرم ۲kg را با شتاب ثابت $۲/۲\frac{m}{s^۲}$ تا ارتفاع ۱۰m از سطح زمین بالا می‌بریم، کار انجام‌شده توسط نیروی بالابر (نیرویی که جسم را بالا می‌برد) و کارنیروی وزن را به‌دست آورید. انرژی‌های پتانسیل گرانشی و افزایش انرژی جنبشی را با کارنیروی بالابر مقایسه کنید.

حل :

مطابق قانون دوم نیوتون داریم : $F - mg = ma$

نیروی بالابر $F = m(g + a) = ۲(۹/۸ + ۲/۲) = ۲۴$

کار نیروی بالابر $W_F = Fd\cos۰^\circ = ۲۴ \times ۱۰ \times ۱ = ۲۴۰J$

$W_g = mgh\cos۱۸۰^\circ = ۲ \times ۹/۸ \times ۱۰ \times (-۱) = -۱۹۶J$

انرژی پتانسیل گرانشی در این وضعیت : $\Delta U = -W_g = ۱۹۶J$

مطابق قضیهٔ کار و انرژی افزایش انرژی جنبشی جسم برابر کار برایند نیروهاست.

$\Delta K = K_۲ - K_۱ = F_R d\cos۰^\circ$

$F_R = ma = ۲ \times ۲/۲ = ۴/۴N$

کار برایند $W_R = ۴/۴ \times ۱۰ = ۴۴J$

$W_T = ۲۴۰ - ۱۹۶ = ۴۴J$

دیدیم که کار برآیند نیروها برابر مجموع کارهای انجام‌شده است.

اندازهٔ کار نیروی بالابر ۲۴۰J ژول کار و نیروی گرانشی ۱۹۶J و ۴۴J صرف افزایش انرژی جنبشی جسم شده است. به عبارت دیگر کار نیروی برایند صرف کار در مقابل نیروی گرانشی زمین و افزایش انرژی جنبشی جسم شده است.

حل :

الف) $d = ۱/۴۰m$

$W_F = Fd\cos۰^\circ = ۵۲/۷N \times ۱/۴۰m = +۷۳/۸J$

$W_{mg} = mgd\cos۱۸۰^\circ = ۴/۱۰kg \times ۹/۸۱N/kg \times ۱/۴۰m \times (-۱) = -۵۶/۳J$

ب) $W_t = W_{\text{نیروی دست}} + W_{\text{نیروی وزن}} = ۷۳/۸J - ۵۶/۳J = ۱۷/۵J$

پ) جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده است. $W_t = K_۲ - K_۱$

$۷۱/۵\,J = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \Rightarrow \frac{۱۷/۵J \times ۲}{۴/۱۰kg} = v_۲^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۸/۵۳$

$v_۲ = ۲/۹۲m/s$

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۲ــ۳

۱ قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی به صورت رابطهٔ $W=K_2-K_1$ بیان می‌شود. این رابطه نشان می‌دهد

الف) کار برایند نیروهای وارد بر جسم در یک جابه‌جایی با تغییر انرژی جنبشی جسم در این جابه‌جایی برابر است.

(درست ☐ نادرست ☐)

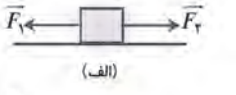
ب) اگر کار برایند نیروهای وارد بر جسم مثبت باشد، انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد.

(درست ☐ نادرست ☐)

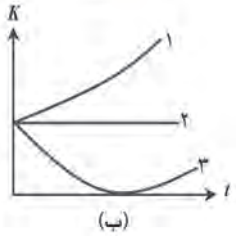
پ) اگر کار برایند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد، جسم با تندی ثابت در حرکت است.

(درست ☐ نادرست ☐)

۲ شکل الف دو نیروی افقی را نشان می‌دهد که بر قطعه‌ای که روی سطح افقی بدون اصطکاکی به طرف راست می‌لغزد وارد شده‌اند. شکل ب سه نمودار انرژی جنبشی K قطعه را برحسب زمان t نشان می‌دهد. هر یک از این سه نمودار با کدام‌یک از سه وضعیت زیر بهتر سازگار است؟



(الف)



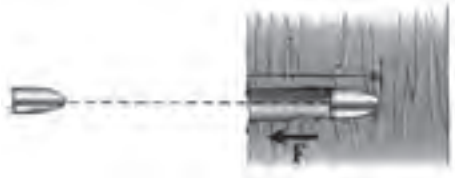
(ب)

الف) $F_1 = F_2$

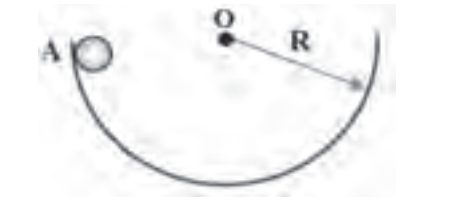
ب) $F_1 > F_2$

پ) $F_1 < F_2$

۳ گلوله‌ای به جرم ۱۶g و با تندی ۲۶۰m/s به تنه درختی برخورد می‌کند و پس از طی مسافت ۱۲cm درون تنه درخت، متوقف می‌شود (شکل روبه‌رو). نیروی میانگین وارد بر گلوله هنگام حرکت درون تنه درخت چقدر است؟



۴ گلوله‌ای به جرم m درون سطح نیم‌کره‌ای مطابق شکل روبه‌رو، از نقطهٔ A رها می‌شود و پس از چند حرکت رفت و برگشتی، در پایین سطح می‌ایستد. نسبت کار نیروی گرانشی زمین به کار نیروی اصطکاک کدام است؟



الف) ۱ ب) $\frac{1}{2}$ پ) ۱

ت) $-\frac{1}{2}$ ث) ۲ ج) ۲-

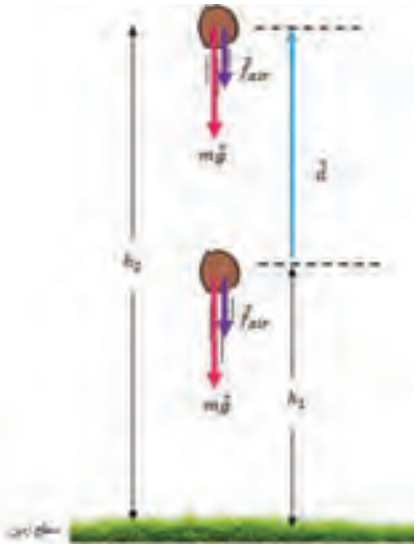
۲ــ۴ــ کار و انرژی پتانسیل

راهنمای تدریس: دانش‌آموزان از علوم سال هفتم به‌طور کیفی با مفهوم و انواع انرژی پتانسیل آشنا شده‌اند. در اینجا تأکید روی این است که انرژی پتانسیل مربوط به یک جسم نیست بلکه در سامانه‌ای شامل دست کم دو جسم ذخیره می‌شود. پس از آن انرژی پتانسیل گرانشی به عنوان نوع مهمی از انرژی پتانسیل، با تفصیل بیشتری بررسی شده است.

حل تمرین ۲ــ۹

جسمی را در نظر می‌گیریم که به طرف بالا پرتاب شده است نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا در یک جهت هستند.

$$W_{وزن} = (mg\cos\theta)d = (mg\cos 180^\circ)d = -mg$$
$$= -mgd(h_2 - h_1)$$



بنابراین داریم:

$$W_{وزن} = -(mgh_2 - mgh_1) = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

حل تمرین ۲ــ۱۰

الف)

$m = ۱۵۰\,kg\ ,\ h_۱ = ۹۰\,m\ ,\ h_۲ = ۵۰\,m$

$U_۱ = mgh_۱ = ۱۵۰\,kg \times ۹/۸N/kg \times ۵۰\,m = ۱/۳ \times ۱۰^۵ J$

$U_۲ = mgh_۲ = ۱۵۰\,kg \times ۹/۸N/kg \times ۵۰\,m = ۷/۳ \times ۱۰^۴ J$

ب)

$W_{وزن} = -\Delta U = -(U_۲ - U_۱) = U_۱ - U_۲ = ۱/۳ \times ۱۰^۵ J - ۷/۳ \times ۱۰^۴ J$

$\Rightarrow W_{وزن} = +۵/۹ \times ۱۰^۴ J$

چون علامت آن مثبت است یعنی نیروی وزن کار انجام داده است.

حل تمرین ۲ــ۱۱

$m = ۷/۵۰ \times ۱۰^۴ kg$

$v = ۸۶۴\ km/h = (۸۶۴ km/h)(\frac{۱۰۰۰ m}{۱\ km})(\frac{۱}{۳۶۰۰}\ \frac{h}{s}) = ۲/۴۰ \times ۱۰^۲ m/s$

$h = ۹/۶۰ \times ۱۰^۳ m$

$K = \frac{۱}{۲} mv^۲ \Rightarrow K = \frac{۱}{۲} \times ۷/۵۰ \times ۱۰^۴ kg \times (۲۴۰\ m/s)^۲ = ۲/۱۶ \times ۱۰^۹ J$

$U = mgh = ۷/۵۰ \times ۱۰^۴ kg \times ۹/۸۱ N/kg \times ۹/۶۰ \times ۱۰^۳ m = ۷۰۶ \times ۱۰^۷ J = ۷/۰۶ \times ۱۰^۹ J$

$\frac{U}{K} = \frac{۷/۰۶ \times ۱۰^۹ J}{۲/۱۶ \times ۱۰^۹ J} \simeq ۳ \Rightarrow U \approx ۳K$

پاسخ فعالیت ۲ــ۱

مشاهده می‌شود که قسمت انتهای آزاد فنر تا زمانی که فنر به‌طور کامل جمع نشده است سقوط نخواهد کرد. یعنی ابتدا فنر جمع می‌شود و انرژی پتانسیل کشسانی آن باعث می‌شود فنر به حالت تعادل (حالتی که کشیده نشده است) درآید. و سپس فنر سقوط خواهد کرد و انرژی پتانسیل گرانشی آن آزاد خواهد شد. البته توجه داشته باشید در قسمت اول حرکت فنر هم با وجود اینکه انتهای آن ثابت است اما مرکز جرم فنر در حال سقوط است.

دانستنی برای معلم

انرژی شیمیایی سوخت‌ها نیز نوعی انرژی پتانسیل است. در واقع، این انرژی مربوط به مکان در مقیاس میکروسکوپی است. این انرژی وقتی در اختیار قرار می‌گیرد که مکان بارهای الکتریکی داخل و بین مولکول‌ها تغییر کند، یعنی وقتی تغییر شیمیایی صورت گیرد. هر ماده‌ای که بتواند از طریق واکنش شیمیایی کار انجام دهد دارای انرژی پتانسیل شیمیایی است. انرژی پتانسیل را می‌توان در سوخت‌های فسیلی، باتری‌های الکتریکی و غذایی که مصرف می‌کنیم یافت.

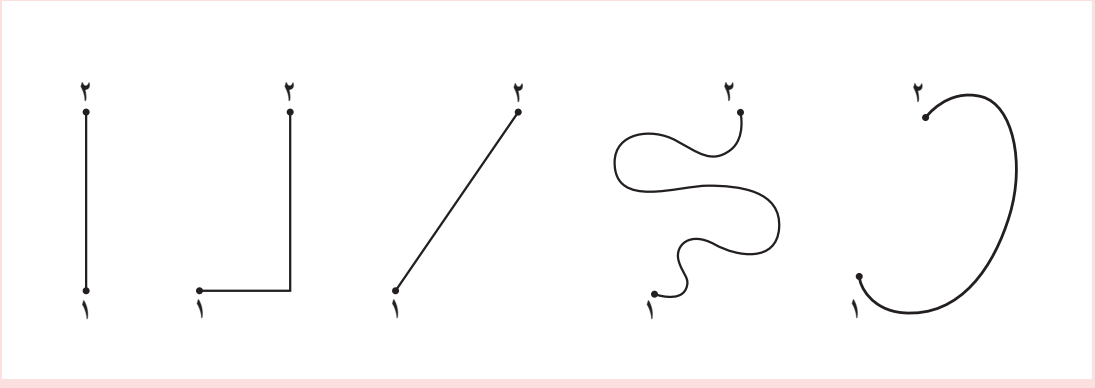
یک جسم به دلیل برهم‌کنش با جسم‌های دیگر که به آن نیرو وارد می‌کنند، انرژی جنبشی به‌دست می‌آورد یا از دست می‌دهد. تغییر در انرژی جنبشی جسم در حین هر برهم‌کنش برابر است با کار کل انجام‌شده روی جسم توسط نیروهایی که بر آن وارد می‌شوند. در بسیاری وضعیت‌ها این‌گونه به نظر می‌رسد که گویی انرژی در دستگاهی ذخیره می‌شود تا بعدها از آن استفاده شود. به عنوان مثال برای بالا بردن سنگی بالای سر خود باید کار انجام دهیم. این منطقی به نظر می‌آید که در بالا بردن سنگ در هوا در آن انرژی ذخیره می‌کنیم، انرژی‌ای که بعداً به هنگام رها کردن سنگ و سقوط آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

این مثال ساده بر این نظر اشاره دارد که انرژی مکان جسم‌ها در یک دستگاه (سیستم) بستگی دارد. این نوع انرژی معیاری است از پتانسیل یا امکان انجام کار. هنگامی که سنگی را در هوا بالا می‌بریم این پتانسیل وجود دارد که نیروی دست‌ها روی آن کار انجام دهد، ولی تنها به این شرط که سنگ بتواند به زمین سقوط کند. به این دلیل انرژی وابسته به مکان را انرژی پتانسیل می‌نامند. اگر این امکان مربوط به وزن جسم و ارتفاع آن از سطح زمین باشد به آن انرژی پتانسیل گرانشی می‌گویند. اگر این امکان مربوط به فاصله اتم‌ها و مولکول‌های یک جسم نسبت به یکدیگر باشد به آن انرژی پتانسیل شیمیایی می‌گویند و اگر این امکان (از دید ماکروسکوپی) مربوط به فشردگی یا کشیدگی یک حجم کشسان باشد به آن انرژی پتانسیل کشسانی می‌گویند. همچنین می‌توان گفت وقتی فنری را می‌کشیم یا می‌فشاریم پیوندهای الکتریکی میان اتم‌های آن را تغییر شکل می‌دهیم (از دید میکروسکوپی) و فنر دارای انرژی پتانسیل کشسانی می‌شود.

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۲ـ۴

۱ بالابری بسته‌ای به جرم ۱۲۰kg را ابتدا به ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین می‌برد و سپس آن را ۲/۰ متر پایین می‌آورد. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی این بسته نسبت به هنگامی که روی زمین بود چقدر است؟

۲ جسمی با طی پنج مسیر متفاوت مطابق شکل زیر از نقطهٔ ۱ به نقطهٔ ۲ با ارتفاع‌های یکسان منتقل می‌شود. انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ جسم زمین در نقطه ۲ در کدام مسیر بیشتر و در کدام مسیر کمتر است؟



۳ با توجه به شکل زیر که آونگ در حال نوسانی را نشان می‌دهد، جاهای خالی را پر کنید. نقطهٔ B را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی بگیرید.

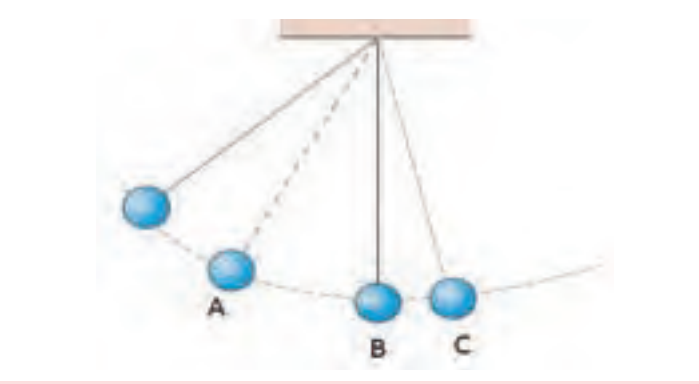
الف) انرژی آونگ در نقطهٔ A، شامل انرژی ..... و انرژی ..... است.

ب) انرژی آونگ در نقطهٔ B تنها از نوع انرژی ..... است.

پ) انرژی پتانسیل گرانشی آونگ در نقطهٔ ..... کمینه است.

ت) انرژی جنبشی آونگ در نقطهٔ ..... بیشتر از نقطهٔ ..... است.

ث) تندی آونگ در نقطهٔ ..... بیشینه است.



۴ شکل زیر ورزشکاری را در حال پرتاب یک توپ بسکتبال به طرف حلقه نشان می‌دهد. اگر تندی توپ در لحظهٔ پرتاب ۶/۰ m/s باشد، مطلوب است :

الف) انرژی جنبشی توپ در لحظهٔ پرتاب.

ب) تندی توپ هنگام عبور از حلقه.

جرم توپ را ۵۹۰g بگیرید و مقاومت هوا را در حین حرکت توپ ناچیز فرض کنید.

۲ــ۵ــ پایستگی انرژی مکانیکی

راهنمای تدریس : اهمیت این بخش در آن است که در نبود نیروهای اتلافی، به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان به حل مسئله‌های مختلفی پرداخت که حل بسیاری از این مسئله‌ها، به روش‌های دیگر یا اساساً امکان‌پذیر نیست و یا دشوار است. با حل مثال‌های متنوعی می‌توانید دانش‌آموزان را با اهمیت این اصل در حل مسئله‌ها آشنا کنید.

پاسخ پرسش ۲ــ۴

چون ارتفاع جسم در هر چهار حالت نسبت به نقطه B با هم برابر است بنابراین نسبت به این نقطه انرژی پتانسیل گرانشی یکسانی دارد. چون اصطکاک نداریم بنابراین کل این انرژی پتانسیل گرانشی زمانی که جسم به نقاط B می‌رسد، بدون توجه به شکل مسیر به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و بنابراین سرعت در تمام حالت‌ها برابر است.

حل تمرین ۲ــ۱۲

در این حالت $h_1 = 0$ است و $h_2 = 1/0\,m$، بنابراین داریم :

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}m\,(7m/s)^2 + 0 = \frac{1}{2}m\,v_2^2 + m \times (9/8\,N/kg) \times (1/0\,m)$$

$$\frac{49}{2} = \frac{1}{2}\,v_2^2 + 9/8$$

$$\Rightarrow v_2 = 5/4\ \text{—}$$

مثال پیشنهادی

در گروه خود بحث کنید که در چه صورت انرژی مکانیکی یک دستگاه ثابت (پایسته) می‌ماند و در چه صورت پایستگی انرژی مکانیکی برای یک دستگاه برقرار نیست.

پاسخ : در مواردی که به جسم در حال حرکت نیروی اصطکاک جنبشی یا نیروی اتلاف‌کنندهٔ دیگری مانند مقاومت هوا اثر می‌کند، انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد. انرژی کاهش یافته به‌صورت انرژی درونی در جسم و سطح یا محیط در می‌آید. در این‌گونه موارد انرژی مکانیکی پایسته نمی‌باشد.

اکنون موردی را ذکر کنید که با وجود نیروی اتلاف کننده بتوان فرض کرد که انرژی مکانیکی یک جسم پایسته است.

پاسخ : وقتی انرژی تلف شده نسبت به انرژی مکانیکی جسم قابل اغماض باشد، به‌طور مثال وقتی سنگی را از ارتفاع چند متری بالای زمین رها می‌کنیم، می‌توان از اثر مقاومت هوا در حرکت جسم صرف نظر کرد و فرض کرد تنها نیروی گرانشی بر جسم اثر می‌کند و در این صورت انرژی مکانیکی جسم پایسته می‌ماند.

حال اگر یک ورقهٔ کاغذ را از همین ارتفاع رها کنیم، اثر مقاومت هوا قابل ملاحظه است و انرژی مکانیکی جسم پایسته نمی‌ماند.

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۲ــ۵

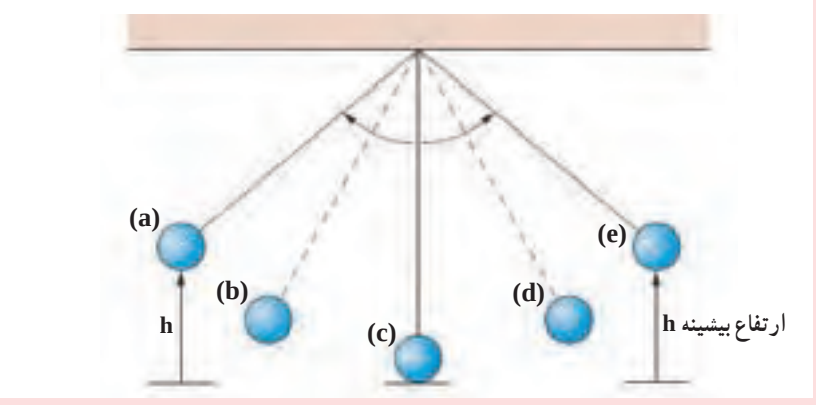
۱ توپی به جرم ۴۵۰g را با تندی ۷m/s در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. انرژی پتانسیل گرانشی در بالاترین نقطه نسبت به سطح زمین چقدر است؟ این ارتفاع را به دست آورید (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید).

۲ شکل زیر آونگ ساده‌ای را در چند وضعیت مختلف نشان می‌دهد.

الف) در کدام وضعیت انرژی جنبشی آونگ بیشینه است؟

ب) تندی آونگ در وضعیت (a) چقدر است؟

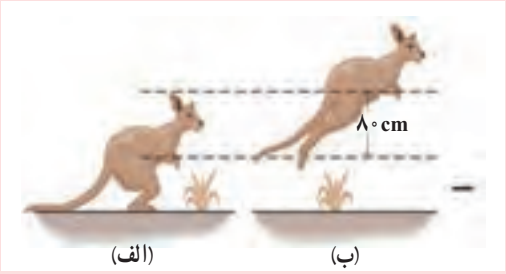
پ) در وضعیت (d) آونگ دارای چه نوع انرژی‌هایی است؟



۳ بچه کانگوروبی به جرم ۱۲kg با تندی ۵m/s تا ارتفاع ۸۰cm به طرف بالا می‌پرد (شکل روبه‌رو)

الف) انرژی جنبشی کانگورو هنگام پرش (شکل الف) چقدر است؟

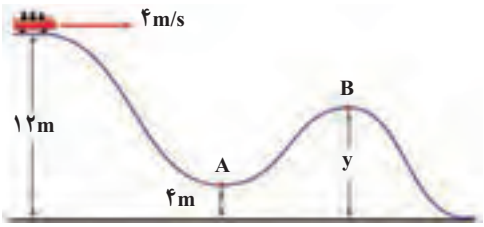
ب) با نادیده گرفتن اتلاف انرژی، انرژی پتانسیل گرانشی کانگورو در وضعیت شکل ب چقدر است؟



۴ یک قطار تفریحی همانند شکل روبه‌رو، در ارتفاع ۱۲ متری دارای تندی ۴m/s است. اگر اصطکاک و مقاومت هوا در طول مسیر قطار، ناچیز باشد، مطلوب است :

الف) تندی قطار در نقطهٔ A.

ب) اگر تندی قطار در نقطهٔ B برابر ۱۰m/s باشد، ارتفاع y چقدر است؟



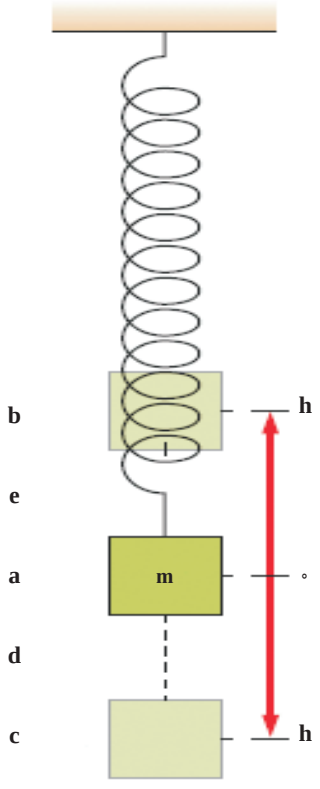
۵ شکل روبه‌رو وزنه‌ای به جرم m را نشان می‌دهد که به انتهای فنری سبک بسته شده و در حال نوسان در امتداد قائم است. با فرض ناچیز بودن اتلاف انرژی در حین نوسان وزنه، به هر یک از پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) در نقطهٔ a وزنه دارای چه نوع انرژی است؟

ب) در چه نقطه‌هایی انرژی پتانسیل کشسانی فنر بیشینه است؟

پ) در چه نقطه‌هایی انرژی پتانسیل کشسانی فنر صفر است؟

ت) در نقطه‌های e و d وزنه دارای چه نوع انرژی(هایی) است؟



حل تمرین ۲ــ۱۳

$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$

$v_۱ = ۴۰\,m/s$

$v_۲ = ۲۵\,m/s$

$$\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲$$

$$\frac{۱}{۲}(۴۰\,m/s)^۲ + ۰ = \frac{۱}{۲}(۲۵m/s)^۲ + ۹/۸N/kg \times h_۲ \Rightarrow h_۲ = ۶۰/۵m$$

۲ــ۶ــ کار و انرژی درونی

راهنمای تدریس: در این بخش دانش‌آموزان متوجه می‌شوند که در وجود نیروهای اتلافی انرژی مکانیکی سامانه پایسته نمی‌ماند. انرژی تلف شده سرانجام به‌صورت انرژی درونی سامانه و محیط درمی‌آید.

در خصوص رابطهٔ ۲ــ۱۰ باید توجه کنید که فرض بر این است که به جز نیروهای اتلافی (مانند مقاومت هوا و اصطکاک)، نیرویی که سبب انجام کار مثبت روی جسم شود وارد نمی‌شود. اگر در حین حرکت جسم، نیرویی مانند، نیروی دست به جسم وارد شود به طوری که سبب شود این نیرو روی جسم کار مثبت انجام دهد در این صورت باید رابطهٔ ۲ــ۱۰، به شکل کامل‌تر آن، که در برگیرندهٔ همهٔ نیروها باشد، نوشته شود که خارج از اهداف کتاب درسی است.

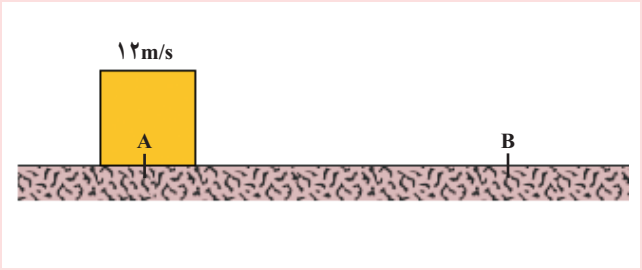
پاسخ پرسش ۲ــ۴

انرژی جنبشی توپ در اثر برخورد با مولکول‌های هوا و سرانجام برخورد با دست، باعث بالا رفتن انرژی درونی محیط اطراف و دست می‌شود.

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۲ـ۶

۱ شکل زیر صندوقی به جرم ۱۵kg را نشان می‌دهد که از بالای یک سراشیبی به طرف پایین در حرکت است و در انتهای مسیر به فنری برخورد می‌کند و متوقف می‌شود. اگر در طول مسیر ۲۰ درصد انرژی صندوق تلف شود (بر اثر اصطکاک به انرژی درونی صندوق و مسیر تبدیل شود)، بیشترین مقدار انرژی پتانسیل کشسانی که در فنر ذخیره می‌شود چقدر است؟

۲ شکل زیر قطعه‌ای به جرم ۲۰۰g را نشان می‌دهد که روی مسیری ناصاف از نقطهٔ A به طرف نقطهٔ B در حرکت است. اگر تندی قطعه هنگام رسیدن آن به نقطهٔ B برابر ۸m/s باشد، چقدر از انرژی جنبشی قطعه به انرژی درونی قطعه و سطح تبدیل شده است؟



۳ توپی به جرم ۵۰۰g مطابق شکل زیر با تندی ۱۰m/s از نقطهٔ A شروع به حرکت می‌کند. اگر هنگامی که توپ به نقطهٔ B می‌رسد ۲۰ درصد انرژی آن بر اثر اصطکاک بین توپ و سطح به انرژی درونی تبدیل شده باشد،

الف) تغییر انرژی درونی توپ و سطح را در حین این جابه‌جایی پیدا کنید.

ب) تندی توپ در نقطهٔ B چقدر است؟

حل تمرین ۲ــ۱۴

می‌توان گفت که ۸۰ درصد انرژی جنبشی اولیه توپ به انرژی جنبشی آن در نقطه B تبدیل می‌شود.

$m = ۰/۴۵kg\ ,\ v_۱ = ۸/۰\ m/s$

$$\frac{۸۰}{۱۰۰} K_A = K_B \Rightarrow \frac{۸۰}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۲} m \times (۸/۰\ m/s)^۲ = \frac{۱}{۲} m v_B^۲$$

$$\Rightarrow v_B = ۷/۱\ m/s$$

۲ــ۷ــ توان

راهنمای تدریس: دانش‌آموزان از دورهٔ متوسطه اول به‌طور ضمنی با مفهوم توان آشنا شده‌اند. در اینجا به‌طور دقیق‌تر و همچنین براساس رابطهٔ (۲ــ۱۱) می‌توانند به یافتن توان هر ماشینی بپردازند.

حل تمرین ۲ــ۱۵

$$P = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t}$$

$$= \frac{Fd\cos\theta}{\Delta t} = \frac{۲/۰ \times ۱۰^۵ N \times ۱۵ \times ۱۰^۳ m}{۶۰ s}$$

$$= ۵۰ MW$$

$$P = ۵۰ \times ۱۰^۶ W \times \left(\frac{۱ hp}{۷۴۶ W}\right) = ۶/۷ \times ۱۰^۴ hp$$

مثال پیشنهادی

۱ دو تلمبهٔ A و B از دو چاه آب می‌کشند. تلمبهٔ A، $۲m^۳$ آب را در مدت ۰/۵ ساعت، ۲۰m و تلمبهٔ B، $۴m^۳$ آب را در مدت ۱ ساعت، ۸m بالا می‌برد. کار هریک از تلمبه‌ها را در مدت ۱s محاسبه و نتیجه را با هم مقایسه کنید.

پاسخ : جرم آبی که تلمبهٔ A بالا می‌کشد $m_A=۲۰۰۰kg$ است.

(هر متر مکعب آب تقریباً ۱۰۰۰kg جرم دارد زیرا چگالی آب در حدود $۱۰۰۰kg/m^۳$ است) و جرم آبی که تلمبهٔ B بالا می‌کشد ۴۰۰۰kg است.

کار تلمبهٔ A $W_A=m_Agh_A=۲۰۰۰\times۹/۸\times۲۰=۳/۹۲\times۱۰^۵J$

کار تلمبهٔ B $W_B=m_Bgh_B=۴۰۰۰\times۹/۸\times۱۶=۶/۲۷۲\times۱۰^۵J$

کاری که تلمبهٔ A در مدت یک ثانیه انجام می‌دهد برابر است با :

$$\frac{۳/۹۲\times۱۰^۵}{۳۶۰۰\times۰/۵}=۲۱۶/۷J/s$$

و کاری که تلمبهٔ B در مدت یک ثانیه انجام می‌دهد برابر است با :

$$\frac{۶/۲۷۲\times۱۰^۵}{۳۶۰۰}=۱۷۴/۳$$

مشاهده می‌کنیم کاری که تلمبهٔ A در یک ثانیه انجام می‌دهد بیشتر از تلمبهٔ B است. در اصطلاح می‌گویند توان متوسط تلمبهٔ A بیشتر از توان متوسط تلمبهٔ B است.

۲ معمولاً جاده‌های کوهستانی با شیب تند، پیچ و خم زیادی دارند. چرا این جاده‌ها را مستقیم نمی‌سازند؟

پاسخ : خودروها توان مصرفی محدودی دارند. به‌طور مثال وقتی توان خودرویی ۶۰ اسب بخار باشد، نمی‌تواند با بیش از این توان حرکت کند.

طول مسیر مارپیچ همواره از مسیر مستقیم بیشتر است. در نتیجه در سرعت معین هر قدر نیروی موتور کمتر باشد، توان مصرفی آن کمتر است ($P=F.v$). چون شیب جاده مارپیچ کمتر از جاده مستقیم است، نیروی لازم برای بالا رفتن کمتر می‌شود.

حل تمرین ۲ــ۱۶

$h = ۹۰/۰\ m$

$P = ۲۰۰\ MW = ۲۰۰ \times ۱۰^{۶} W$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{۱s} \Rightarrow ۲۰۰ \times ۱۰^{۶} = \frac{۰/۸۵ \times m \times ۹/۸۱ \times ۹۰/۰}{۱s}$$

$$\Rightarrow m = ۲/۶۶ \times ۱۰^{۵} kg$$

حجم آبی که باید در هر ثانیه روی توربین ریخته شود برابر است با :

$$\text{حجم آب } V = \frac{۲/۶۶ \times ۱۰^{۵}}{۱/۰۰ \times ۱۰^{۳}} = ۲/۶۶ \times ۱۰^{۲}\ m^{۳}$$

پاسخ فعالیت ۲ــ۲

الف) مقدار انرژی لازم برای یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ واتی

$$W = Pt = ۱۰۰\ W \times (۱۸۰h) \times (۳۶۰۰ \frac{s}{۱h}) = ۶/۴۸ \times ۱۰^{۷} J$$

انرژی مفیدی که با سوختن یک لیتر گازوئیل تأمین می‌شود برابر است با :

$$\frac{۹۵}{۱۰۰} \times \frac{۳۵}{۱۰۰} \times ۳۴/۲ \times ۱۰^{۶}\ J/L$$

به این ترتیب حجم گازوئیل موردنیاز برابر است با :

$$V = \frac{۶/۴۸ \times ۱۰^{۷} J}{۰/۳۵ \times ۳۴/۲ \times ۱۰^{۶} J/L} = ۵/۴۱ L$$

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۲ـ۷

۱ از یک جرثقیل دستی برای بالا کشیدن باری به جرم ۲۰۰kg تا سقف ساختمانی به ارتفاع ۱۰m بهره می‌گیرند (شکل زیر). با فرض اینکه بتوانید با این جرثقیل با آهنگ ثابت ۲۰۰W کار کنید، چه مدت طول می‌کشد تا بار را به سقف ساختمان بکشید؟ (اتلاف انرژی ناشی از اصطکاک را نادیده بگیرید.)

۲ یک دوندهٔ ماراتون به جرم ۵۰kg، از پله‌های برجی بلند به ارتفاع ۴۴۳m، در مدت ۱۵ دقیقه بالا می‌رود (شکل زیر). توان متوسط او چند وات و چند کیلو وات است؟

۳ نیروگاه تلمبه ذخیره‌ای سیاه‌بیشه در ۱۰کیلومتری شمال تونل کندوان و در مسیر رودخانهٔ چالوس ساخته شده است. این نیروگاه دارای دو سد بالادست و پایین‌دست است. در مواقعی که مصرف برق در کشور کم و تولید سایر نیروگاه‌ها بیش از مصرف باشد، آب انباشته شده در سد پایین‌دست به سد بالادست تلمبه می‌شود و در ساعاتی که نیاز به مصرف برق بیش از توان تولیدی نیروگاه‌های کشور باشد، توربین‌های این نیروگاه مانند نیروگاه‌های برق آبی عمل می‌کنند و با استفاده از ذخیرهٔ آب سد بالادست به تولید برق می‌پردازند (شکل زیر).

دانستنی برای معلم

یکی از ویژگی‌های خودروها توان آنهاست به طور مثال توان خودروی پژو پارس ۱۰۰hp و توان خودروی پراید ۶۲hp است. این اعداد حداکثر توان اسمی خودرو را بیان می‌کنند. وقتی خودرو در جادهٔ افقی و مستقیم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، مجموع نیروهای مقاوم در برابر حرکت برابر نیروی موتور است و توان مصرفی خودرو در این حالت برابر با : $P=Fv$ است. بنابراین وقتی خودرو بیشترین توان را مصرف می‌کند، سرعت آن نیز به بیشترین مقدار می‌رسد، حال فرض کنید خودرویی به جرم ۱ تن با سرعت ثابت ۵۴/۰km/h در جادهٔ افقی و مستقیم در حرکت باشد، در این صورت مجموع نیروهای مقاومت (مقاومت هوا و اصطکاک) برابر نیروی موتور است. اگر توان مصرفی خودرو در این وضعیت به‌طور مثال ۱۰/۰hp باشد، آنگاه :

$$P=Fv$$

$$F=\frac{۷۴۶^{\circ}}{۱۵/۰}=۷۹۷\,N$$

حال فرض کنید خودرو وارد جاده شیب‌داری با زاویهٔ $\theta=۱۴/۵^{\circ}$ می‌شود و از آن بالا می‌رود. در این صورت علاوه بر نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا، مؤلفهٔ نیروی وزن نیز در خلاف جهت حرکت ظاهر می‌شود. اگر راننده بخواهد با همان سرعت ۱۵/۰ m/s بالا رود باید توان مصرفی خودرو افزایش یابد.

$F'=F+mg\sin\theta=۷۹۷+۱۰۰۰\times۹/۸\times۰/۲۵=۳/۲۵\times۱۰^{۳}N$ (مجموع نیروهای مقاوم در سطح شیب‌دار)

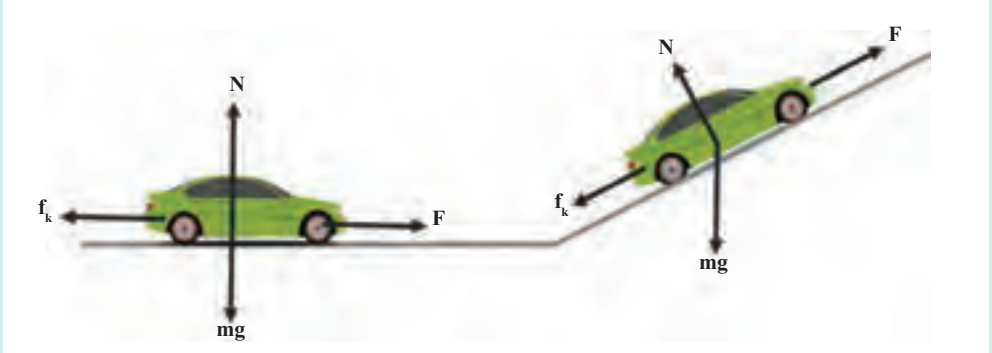
و توان مصرفی برابر خواهد بود با :

$P'=F'v=۲۹۴۶/۷\times۱۵/۰=۴/۸۷\times۴$ وات

$P'=۶۵/۳\,hp$

حال اگر حداکثر توان خودرو در حدود ۶۶ hp باشد خودرو با همان سرعت ۵۴km/h می‌تواند از جاده شیب‌دار بالا رود در غیر این صورت باید سرعت خودرو را کاهش دهد.

در دفترچه خودروها، اغلب حداکثر شیب را برای خودرو می‌نویسند به طور مثال برای خودروهای نسبتاً مرغوب حدود ۳۶° است. این بدان معناست که خودرو با دندهٔ سنگین و سرعت کم از شیب ۳۶° بالا می‌رود. یعنی توان مصرفی خودرو در این حالت به اندازه حداکثر توان خودرو است.



$$V=\frac{۶/۴۸\times۱۰^{۷}J}{۰/۹۵\times۰/۳۵\times۳۴/۲\times۱۰^{۶}J/L}\simeq ۵/۷L$$

مقدار ۵/۷ لیتر گازوئیل باید مصرف شود.

ب) هرچه انرژی الکتریکی کمتر مصرف شود سوخت کمتری مصرف شده و آلودگی کمتری هم به‌وجود خواهد آمد.

پ) فرض کنیم جمعیت ایران ۸۰ میلیون نفر باشد و هر خانواده ۴ نفر باشد بنابراین ۲۰ میلیون خانواده داریم یعنی ۲×۱۰^{۷} که می‌توانیم مرتبهٔ بزرگی آن را به صورت $۱۰^{۷}$ بگیریم.

مرتبهٔ بزرگی مقدار گازوئیل مصرفی را هم $۱۰^{۱}$ در نظر می‌گیریم. بنابراین مقدار گازوئیل صرفه‌جویی شده برابر خواهد بود با :

$$۱۰^{۱}\times۱۰^{۷}=۱۰^{۸}L$$

یعنی مرتبهٔ بزرگی گازوئیل صرفه‌جویی شده در هر ماه از مرتبه $۱۰^{۸}L$ است!

پاسخ فعالیت ۲ــ۳

برای این کار به کمک زمان‌سنج تلفن همراه، مدت زمان را اندازه گرفته و ارتفاع هر پله (y) را در تعداد آنها (n) ضرب می‌کنیم. بنابراین می‌توان نوشت (h = ny) :

$$P=\frac{W}{\Delta t}=\frac{mgh}{\Delta t}$$

راهنمای پرسش‌ها و مسئله‌های فصل ۲

۱

$m_{\text{شهاب سنگ}} = ۱/۳۵ \times ۱۰^{۵}\text{kg}$

$v_{\text{شهاب سنگ}} = ۴/۱۲\text{km/s} = ۴/۱۲ \times ۱۰^{۳}\text{m/s}$

$K_{\text{شهاب سنگ}} = \frac{۱}{۲} mv^{۲} = \frac{۱}{۲}(۱/۳۵ \times ۱۰^{۵}\text{kg})(۴/۱۲ \times ۱۰^{۳}\text{m/s})^{۲}$

$= ۱۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\text{J}$

$m_{\text{هواپیما}} = ۷/۲۵ \times ۱۰^{۴}\text{kg}$

$v_{\text{هواپیما}} = ۹۳۶\text{km/h} = (۹۳۶\text{km/h}) \times \left(\frac{۱۰^{۳}\text{m}}{۱\text{km}}\right) \times \left(\frac{۱}{۳۶۰۰}\ \frac{\text{h}}{\text{s}}\right)$

$= ۲/۶۰ \times ۱۰^{۲}\text{m/s}$

$K_{\text{هواپیما}} = \frac{۱}{۲} mv^{۲} \times ۷/۲۵ \times ۱۰^{۴}\text{kg} \times (۲/۶۰ \times ۱۰^{۲}\text{m/s})^{۲}$

$= ۲۴/۵ \times ۱۰^{۸}\text{J}$

$$\frac{K_{\text{شهاب سنگ}}}{K_{\text{هواپیما}}} = \frac{۱۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\text{J}}{۲۴/۵ \times ۱۰^{۸}\text{J}} = \frac{۱۱۵۰۰ \times ۱۰^{۸}\text{J}}{۲۴/۵ \times ۱۰^{۸}\text{J}} \approx ۴۶۹$$

$K_{\text{شهاب سنگ}} \simeq ۴۷۰ K_{\text{هواپیما}}$

۲

$m = ۱/۴۰ \times ۱۰^{۸}\text{kg}$

$v = ۱۲/۰\text{km/s} = (۱۲/۰\text{km/s})\left(۱۰^{۳}\frac{\text{m}}{\text{km}}\right) = ۱۲/۰ \times ۱۰^{۳}\text{m/s}$

$K = \frac{۱}{۲} mv^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۱/۴۰ \times ۱۰^{۸}\text{kg} \times (۱۲/۰ \times ۱۰^{۳}\text{m/s})^{۲} = ۱۰۱ \times ۱۰^{۱۴}\text{J}$

اگر بخواهیم مقایسه‌ای با انرژی آزاد شده توسط هر تن TNT داشته باشیم، داریم :

$$\frac{۱۰۱ \times ۱۰^{۱۴}\text{J}}{۴/۱۸ \times ۱۰^{۹}\text{J}} = \frac{۱۰۱}{۴/۱۸} \times ۱۰^{۵} \simeq ۲/۴ \times ۱۰^{۶}$$

یعنی تقریباً انرژی آن معادل دو نیم میلیون تن TNT بوده است.

۳

$W_t = \Delta K$

$W_t = K_۲ - K_۱$

(حالت الف) $W_t = \frac{۱}{۲} mv^{۲}$

(حالت ب) $W'_t = \frac{۱}{۲}(۲m)v^{۲}$

$$\frac{W_t}{W_t} = \frac{\frac{۱}{۲}(۲)mv^{۲}}{\frac{۱}{۲}mv^{۲}} = ۲$$

کار انجام شده در حالت (ب) باید دو برابر حالت (الف) باشد.

۴

$m = ۱۵۰\,g = (۱۵۰\,g)(۱۰۰۰\,kg/g) = ۱۵۰ \times ۱۰^{-۳}\,kg$

$F = ۷۵/۰\,N\ ,\ d = ۱/۵\,m\ ,\ W_t = \Delta K$

از کار مقاومت هوا صرف نظر می‌کنیم

$Fd\cos\theta = K_۲ - K_۱$

$۷۵/۰\,N \times ۱/۵\,m = \frac{۱}{۲} \times ۱۵۰ \times v^۲$

$\Rightarrow v = \sqrt{۱/۵۰ \times ۱۰^۳} \Rightarrow v \quad ۳۹\,m/s$

۵ بله. با توجه به رابطه کار ـ انرژی جنبشی داریم

$W_t = K_۲ - K_۱$

اگر W_t منفی باشد به این معنی است که $K_۱ > K_۲$ یعنی تندی جسم کاهش پیدا کرده است و این اتفاق زمانی برقرار است که یک خودرو ترمز می‌گیرد.

۶

در حالت اول $W_۱ = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲} mv^۲$

در حالت دوم $W_۲ = \Delta K$

$W_۲ = K_۲ - K_۱$

$W_۲ = \frac{۱}{۲} m(۳v)^۲ = ۹(\frac{۱}{۲} mv^۲) = ۹\,W_۱$

در نتیجه باید ۹ برابر کار انجام شود.

۷ خیر. زیرا نیروی دست ما بر جابه‌جایی عمود است.

در حالتی که تندی تغییر کند چون زاویه نیروی دست ما با راستای جابه‌جایی عمود نمی‌ماند بنابراین کار انجام خواهد شد. توجه کنید که از منظر انرژی، وقتی روی جسمی کار انجام می‌شود یا انرژی جنبشی، یا انرژی پتانسیل و یا هر دوی آنها می‌تواند تغییر کند.

۸

$m = ۱۵۰\,g = (۱۵۰\,g)(\frac{kg}{۱۰۰۰\,g}) = ۱۵۰ \times ۱۰^{-۳}\,kg$

$h = ۱۸۰\,m\ ,\ v = ۱۲\,m/s$

در مرحله اول این کار برابر منهای کار نیروی وزن است و در حالت دوم برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم.

مرحله اول $W_۱ = mgh = ۱۵۰ \times ۱۰^{-۳}\,kg \times ۹/۸\,N/kg \times ۱۸۰ \simeq ۲/۶ \times ۱۰^۲\,J$

مرحله دوم $W_۲ = \Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲} mv^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۵۰ \times ۱۰^{-۳}\,kg \times (۱۲\,m/s)^۲ \simeq ۱۱\,J$

کار کل برابر مجموع این دو مقدار است.

$W_{کل} = ۲/۶ \times ۱۰^۲\,J + ۱۱\,J = ۲۷۱\,J$

۹ چون این نیرو بر مسیر حرکت ماهواره همواره عمود است؛ بنابراین کاری روی ماهواره انجام نمی‌دهد. بنابراین انرژی جنبشی ماهواره ثابت می‌ماند.

۹۴

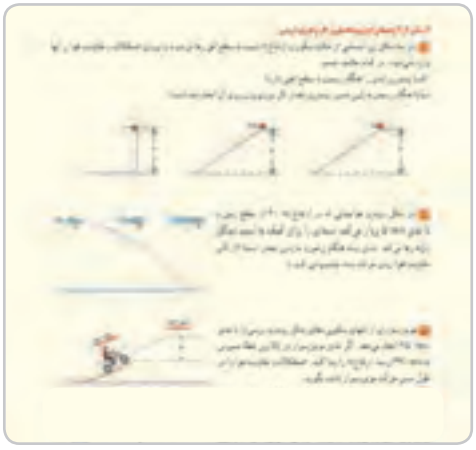
۱۰ انرژی جنبشی جسم همواره مقداری مثبت است. پرسش کتاب در خصوص انرژی پتانسیل، معطوف به انرژی پتانسیل گرانشی است که با جزئیات بیشتری بررسی شده است. امّا انرژی پتانسیل گرانشی یک سامانه، به مبدأ که در نظر می‌گیریم بستگی دارد و می‌تواند مثبت، منفی و یا صفر باشد. توجه کنید همان طور که در کتاب نیز توضیح داده شده است کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد ΔU است نه U.

۱۱ الف) نادرست ـ انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) برای دو شخص هم جرم، فقط به ارتفاع از مبدأ درنظر گرفته شده بستگی دارد.

ب) نادرست

پ) درست ـ زیرا این کار با تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آنها یکسان است.

ت) درست



۱۲ الف) تندی هر سه یکسان است زیرا از ارتفاع‌های یکسان رها شده‌اند و تندی در پایین سطح شیب‌دار بدون اصطکاک تنها به ارتفاع بستگی دارد ($v = \sqrt{2gh}$).

ب) کار نیروی وزن با تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر است و این کار برای جسم وسطی بیشتر است زیرا جرم بیشتری دارد.

۱۳

$h = 300\,m$

$v = 50\,m/s$

$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی می‌گیریم بنابراین $U_2 = 0$

$$\frac{1}{2}m(50\,m/s)^2 + m \times 9/8\,N/kg \times 300\,m = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2 \simeq 91\,m/s$$

۱۴

$v_1 = 35/0\,m/s\ ,\ v_2 = 32/0\,m/s\ ,\ h = ?$

مکان جدا شدن از سکو را مبدأ پتانسیل درنظر می‌گیریم بنابراین داریم :

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}m(35/0\,m/s)^2 = \frac{1}{2}m(32/0\,m/s)^2 = m \times 9/8\,N/kg \times h \Rightarrow h = 10/2\,m$$

۱۵ چون اصطکاک نداریم طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، چون ارتفاع و تندی همه آنها در ابتدا یکسان است بنابراین تندی آنها در لحظه برخورد با زمین هم یکسان خواهد بود و در نتیجه چون جرم یکسان دارند انرژی جنبشی یکسانی نیز خواهند داشت.

۱۶

$m = ۵۰\,g$

$v_۱ = ۱/۵\ km/s = (۱/۵\ km/s)(۱۰^۳ \frac{m}{km}) = ۱/۵ \times ۱۰^۳ m/s$

$h = ۱/۶ m$

$v_۲ = ۰/۴۵ km/s = ۰/۴۵ \times ۱۰^۳ m/s$

الف)

$W_f = E_۲ - E_۱$

$W_f = (K_۲ + U_۲) - (K_۱ + U_۱) = [\frac{۱}{۲} \times ۵۰ \times ۱۰^{-۳} kg \times (۰/۴۵ \times ۱۰^۳ \frac{m}{s})^۲] + ۰ - [\frac{۱}{۲} \times ۵۰ \times ۱۰^{-۳}\ kg \times (۱/۵ \times ۱۰^۳ \frac{m}{s})^۲ + ۵۰ \times ۱۰^{-۳} kg \times ۹/۸ \frac{m}{s^۲} \times ۱/۶ m] = -۵/۱ \times ۱۰^۴ J$

ب) کار نیروی وزن برابر $۷۸۴ \times ۱۰^{-۳} J$ است که در مقابل کار نیروی اصطکاک قابل چشم‌پوشی است.

۱۷

$m = ۱۲ kg\ ,\ h_A = ۵/۰ m\ ,\ h_B = ۳/۲ m\ ,\ v_B = ?$

الف)

$E_A = E_B$

$U_A + K_A = U_B + K_B$

$mgh_A = mgh_B + \frac{۱}{۲} m v_B^۲$

$۹/۸ N/kg \times ۵/۰ m = ۹/۸ N/kg \times ۳/۲ m + \frac{۱}{۲} v_B^۲ \Rightarrow v_B = ۵/۹ m/s$

ب) کار نیروی وزن برابر است، با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانش جسم

$W_{mg} = -mg\Delta h = -mg(h_C - h_A) = -۱۲ kg \times ۹/۸ N/kg \times (۲/۰ m - ۵/۰ m) = +۳/۵ \times ۱۰^۲ J$

۱۸ الف) انرژی گلوله قبل از رها کردن برابر است با انرژی پتانسیل گرانشی آن (توجه شود که گلوله باید رها شود و هیچ‌گونه انرژی جنبشی نباید به گلوله داده شود) بنابراین در برگشت مقداری از انرژی آن به‌دلیل مقاومت هوا تلف خواهد شد و مطمئن خواهیم بود که تا ارتفاعی کمی پایین‌تر از محل رها شدن بالا خواهد آمد.

ب) در این حالت احتمال برخورد با صورت دانش‌آموز وجود دارد.

۹۶

۱۹

$m_۱ = ۶/۵۰ \times ۱۰^۲ kg , t = ۱۸۰ s , h = ۷۵m , ۲m = ۳/۲۰ \times ۱۰^۲ kg$

$m = m_۱ + m_۲ = ۹/۷ \times ۱۰^۲ kg$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{۹/۷ \times ۱۰^۲ \times ۹/۸ \times ۷۵m}{۱۸۰s}$$

$P \simeq ۳/۹ \times ۱۰^۳ W$

$$P = (۳/۹ \times ۱۰^۳ W)(\frac{۷۴۶}{۱}\ \frac{hp}{W}) \simeq ۲/۹۰ \times ۱۰^۳ hp$$

۲۰

$m = ۷۲ kg , t = ۹۰ s , n = ۵۰ \text{ پله} , y = ۳۰ cm$

$h = ny = ۵۰ \times ۳۰ = ۱/۵ \times ۱۰^۳ cm = ۱۵m$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{۷۲ \times ۹/۸ \times ۱۵}{۹۰} = ۱/۲ \times ۱۰^۲ W$$

۲۱

$v_۱ = ۰ , m = ۷۲/۰ \times ۱۰^۴ kg , d = ۲/۰۵ \times ۱۰^۳ m$

$v_۲ = ۷۰ m/s$

الف)

$W_t = \Delta K$

$$W_t = \frac{۱}{۲} m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = \frac{۱}{۲} \times ۷/۲۰ \times ۱۰^۴ kg\ (۷۰^۲ - ۰^۲) = ۱/۸ \times ۱۰^۴ J$$

$h = ۵۶۰ m , v_۳ = ۱۴۰ m/s$

ب)

$W_{mg} = -\Delta U = -mg(h_۲ - h_۱) = -۷۲/۰ \times ۱۰^۴ kg \times ۹/۸ N/kg \times ۵۶۰ m = -۳/۹ \times ۱۰^۹ J$

پ) سه نیروی دیگر بر هواپیما اثر می‌کند. ۱ـ نیروی جلو بر هواپیما (پیشرانه thrust) ۲ـ نیروی بالابر (lift) ۳ـ نیروی مقاومت هوا (drag) که کار نیروی مقاومت هوا منفی و سایر نیروها زمانی که هواپیما در حال جلو رفتن و اوج گرفتن است مثبت است.

۲۲

$h_۱ = ۲/۰۵ \times ۱۰^۳ m , h_۲ = ۲/۷۰ \times ۱۰^۳ m , \Delta h = ۶/۵۰ \times ۱۰^۲ m$

برای ۲ پمپ $\Delta U = mg\Delta h = (۸/۶۰ \times ۱۰^۲ kg) \times (۹/۸ N/kg) \times (۶/۵۰ \times ۱۰^۲ m) = ۵/۴۸ \times ۱۰^۶ J$

برای یک پمپ $\frac{\Delta U}{۲} = \frac{۵/۴۸ \times ۱۰^۶}{۲} = ۲/۷۴ \times ۱۰^۶ J$

توان هر پمپ $= (۰/۲۸) P \Rightarrow P = \frac{\frac{۲/۷۴ \times ۱۰^۶ J}{۰/۲۸}}{۱ s} = ۹/۷۸ \times ۱۰^۶ W = ۹/۷۸ MW$

$= (۹/۷۶ \times ۱۰^۶ W) \times (\frac{hp}{۷۴۶ W}) = ۱/۳۱ \times ۱۰^۴ hp$