

فصل ۳

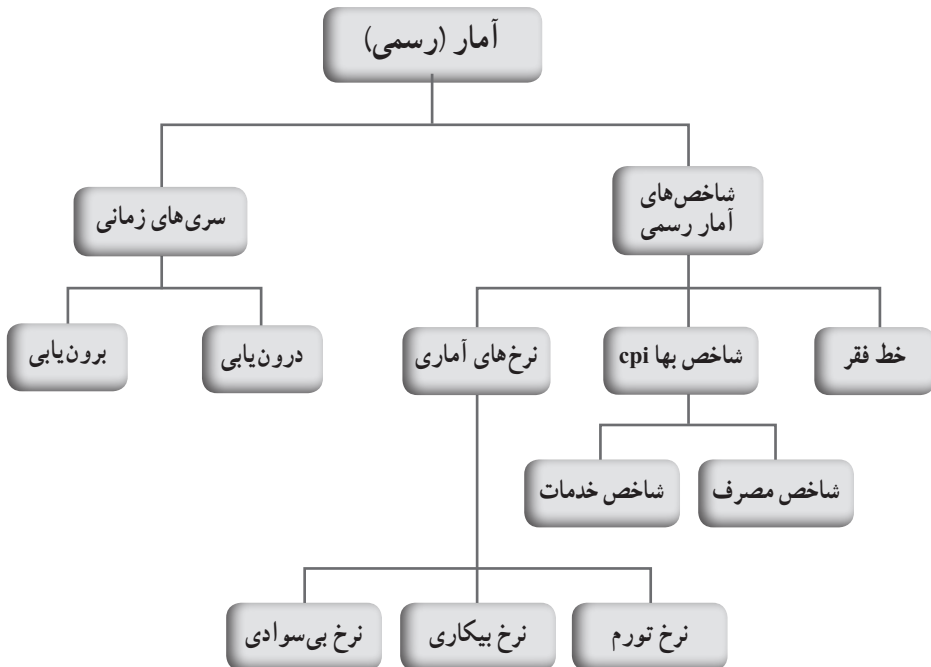
آمار

نگاه کلی به فصل

دانش آموز، در دوره ابتدایی و متوسطه اول، با علم آمار به عنوان علم گردآوری اطلاعات و پردازش آشنا شده و رسم انواع نمودارها را در حد مطلوبی فراگرفته است. در دوره متوسطه دوم و در کتاب ریاضی و آمار رشته انسانی، ضمن جمع بندی و تکمیل مطالب دوره های قبل، با طریقه گردآوری داده ها و معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی که می توانند به ما در تصمیم گیری کمک کنند، آشنا شده اند.

این فصل شامل دو درس است: در درس اول، با عنوان «شاخص ها»، دانش آموزان با برخی از شاخص های آمار رسمی آشنا می شوند و می آموزند که آمار چگونه در علوم مختلف نظیر اقتصاد، جامعه شناسی، زبان شناسی و تربیت بدنی در زندگی روزمره و همچنین تحصیلاتشان نقش خواهد داشت. در درس دوم، با عنوان «سری های زمانی»، دانش آموزان با یکی از انواع مدل سازی آماری و همچنین پیش بینی آشنا می شوند.

نقشه مفهومی فصل



نمونه سؤالات ارزشیابی

۱ فرض کنیم، در یک نمونه ۳۰ تایی از درآمد افراد مختلف یک کشور در آمریکای جنوبی، داده‌های جدول زیر برحسب هزار دلار به دست آمده باشد. با توجه به تعریف خط فقر، تخمینی از خط فقر برای این کشور به دست آورید.

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| ۱/۲ | ۵ | ۲/۴ | ۶/۳ | ۰/۷ | ۲/۳ | ۶ | ۴ | ۱/۳ | ۳ |
| ۴ | ۲ | ۰/۷ | ۰/۸۵ | ۲/۵ | ۹ | ۱/۷ | ۳/۳۵ | ۴ | ۳ |
| ۳ | ۱/۵ | ۰/۸ | ۵/۲ | ۳/۵ | ۱/۷ | ۳/۲ | ۲/۳ | ۲/۶ | ۱/۴ |

۲ مشخص کنید هر یک از افراد زیر به چه دسته‌ای تعلق دارند :

- خانم‌های خانه‌دار ☐ شاغل ☐ بیکار ☐ خارج از نیروی کار ☐
- دانشجویان ☐ شاغل ☐ بیکار ☐ خارج از نیروی کار ☐
- افراد معلول و مریض احوال ☐ شاغل ☐ بیکار ☐ خارج از نیروی کار ☐
- افراد بدون شغلی که، به دلیل ناامیدی از پیدا کردن شغل، در جست‌وجوی کار نبوده‌اند :
- ☐ شاغل ☐ بیکار ☐ خارج از نیروی کار ☐

۳ در سرشماری از یک روستا، کل جمعیت ۷۵۰ نفر و جمعیت افراد کمتر از ۱۶ سال ۲۲۰ نفر بوده است. ترکیب جمعیت ۱۶ ساله و بالاترین روستا (از نظر وضع فعالیت) به صورت جدول زیر بوده است :

| جمع | سایر (ناامید از پیدا شدن کار، بیمار و...) | در حال تحصیل | خانه‌دار | جمعیت بیکار | دارای درآمد بدون کار | جمعیت شاغل | شرح |
|-----|---|--------------|----------|-------------|----------------------|------------|-------|
| ۵۳۰ | ۵۰ | ۱۸۰ | ۱۰۰ | ۲۵ | ۲۵ | ۱۵۰ | تعداد |

با توجه به اطلاعات جدول، نرخ بیکاری این روستا را محاسبه کنید. پاسخ: $\% ۱۴ \approx \frac{۲۵}{۱۵۰+۲۵} \times ۱۰۰$

۴ در این روستا یک کارگاه نجاری تأسیس می‌شود. اگر ده نفر از جمعیت بیکار روستا جذب این کارگاه شوند، نرخ بیکاری چقدر کاهش می‌یابد؟

۵ اگر هزینه پوشاک برای یک خانواده ۵ نفره در سال ۱۳۹۰ برابر ۱۳۰۰۰۰۰۰ ریال باشد، با توجه به جدول، شاخص بهای مصرف هزینه پوشاک برای یک خانواده ۵ نفره در خرداد ماه سال ۱۳۹۳ و ۱۳۹۴ را محاسبه کنید.

۶ با توجه به جدول، شاخص بهای مصرف کالا و خدمات نرخ تورم را در سال ۱۳۹۳ به دست آورید.

مشخص کنید هریک از افراد زیر به چه دسته‌ای تعلق دارند:

| | | | |
|---------------------|-------------------------------|--------------------------------|--|
| خانم‌های خانه‌دار | <input type="checkbox"/> شاغل | <input type="checkbox"/> بیکار | <input type="checkbox"/> خارج از نیروی کار |
| دانشجویان | <input type="checkbox"/> شاغل | <input type="checkbox"/> بیکار | <input type="checkbox"/> خارج از نیروی کار |
| افراد معلول و بیمار | <input type="checkbox"/> شاغل | <input type="checkbox"/> بیکار | <input type="checkbox"/> خارج از نیروی کار |

افراد بدون شغلی که، به دلیل ناامیدی از پیدا کردن شغل، در جست‌وجوی کار نبوده‌اند:

☐ شاغل ☐ بیکار ☐ هیچ کدام

اکنون جمعیت را به دو گروه بالای شانزده سال و کمتر از شانزده سال تقسیم می‌کنیم. با توجه به اینکه افراد گروه دوم (افراد کمتر از ۱۶ سال) در سن اشتغال قرار ندارند، بنابراین، این گروه در محاسبه نرخ بیکاری به حساب نمی‌آیند. حال با توجه به تعاریف و قراردادهایمان، افراد شانزده سال و شانزده سال به بالا را به گروه‌های دیگری به شکل زیر تجزیه می‌کنیم؛

الف) مجموعه افراد شاغل؛

ب) مجموعه افراد بیکار؛

ج) مجموعه افراد دارای درآمد بدون کار؛

د) مجموعه افراد خانه‌دار؛

هـ) مجموعه افراد در حال تحصیل؛

و) سایر.

۷ در سرشماری از یک روستا، کل جمعیت ۷۵۰ نفر و جمعیت افراد کمتر از ۱۶ سال ۲۲۰ نفر بوده

است. ترکیب جمعیت ۱۶ ساله و بالاترین روستا (از نظر وضع فعالیت) به صورت جدول زیر بوده است:

| جمع | سایر (ناامید از پیدا شدن کار، بیمار و...) | در حال تحصیل | خانه‌دار | جمعیت بیکار | دارای درآمد بدون کار | جمعیت شاغل | شرح |
|-----|---|--------------|----------|-------------|----------------------|------------|-------|
| ۵۳۰ | ۵۰ | ۱۸۰ | ۱۰۰ | ۲۵ | ۲۵ | ۱۵۰ | تعداد |

با توجه به اطلاعات جدول، نرخ بیکاری این روستا را محاسبه کنید.

۸ در این روستا یک کارگاه نجاری تأسیس می‌شود. اگر ده نفر از جمعیت بیکار روستا جذب این

کارگاه شوند، نرخ بیکاری چقدر کاهش می‌یابد؟

۹ برای هریک از موارد زیر مثال بزنید.

الف) سری زمانی در اقتصاد

(ب) سری زمانی در جمعیت‌نگاری

(ج) سری زمانی در بازاریابی

(د) سری زمانی در هواشناسی

(هـ) سری زمانی در پزشکی

۱۰ جمعیت گردشگران سالیانه یک کشور برحسب میلیون نفر، به صورت زیر هر دو سال یک بار گزارش

شده است :

| سال | ۱۳۸۸ | ۱۳۹۰ | ۱۳۹۲ | ۱۳۹۴ |
|--------------|------|------|------|------|
| تعداد گردشگر | ۸/۵ | ۱۰ | ۱۲/۲ | ۱۳ |

(الف) نمودار سری‌های زمانی جمعیت را رسم کنید.

(ب) تعداد گردشگرها را در سال‌های ۱۳۹۱ و ۱۳۹۳ درون‌یابی کنید.

(ج) تعداد گردشگران را در سال ۱۳۹۵ برون‌یابی کنید.

۱۱ نمودارهای زیر سری زمانی مربوط به سود یک کارخانه برحسب میلیون تومان را یک بار هر ده روز

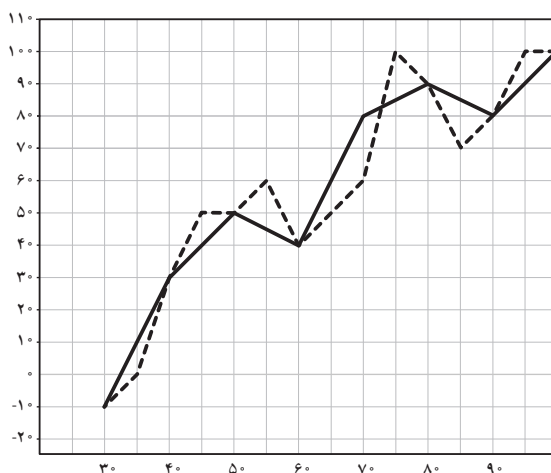
و بار دیگر هر پنج روز نشان می‌دهد.

(الف) مشخص کنید کدام نمودار مربوط به هر پنج روز یک بار می‌باشد. چرا؟

(ب) اگر تنها سری زمانی ده روز یک بار را داشته باشیم، با توجه به شکل خطای درون‌یابی برای روز

چهل و پنجم را مشخص کنید.

(ج) با توجه به هر دو نمودار سود کارخانه را در روز پنجاه و دوم درون‌یابی کنید.



۱۲ میزان صید ماهی در شهر بندرعباس برحسب هزار تن در طی دو سال به صورت زیر گزارش شده است.

| اسفند | بهمن | دی | آذر | آبان | مهر | شهریور | مرداد | تیر | خرداد | اردیبهشت | فروردین | |
|-------|------|-----|-----|------|-----|--------|-------|-----|-------|----------|---------|------|
| ۲/۵ | ۳/۲ | ۳/۴ | ۲/۵ | ۲/۴ | ۲/۳ | ۲ | ۱/۵ | ۱/۶ | ۱/۸ | ۲ | ۲/۲ | ۱۳۹۳ |
| ۲/۷ | ۳/۳ | ۳ | ۲/۶ | ۲/۶ | ۲/۴ | ۱/۹ | ۱/۶ | ۱/۸ | ۲ | ۲/۱ | ۲/۳ | ۱۳۹۴ |

نمودار سری زمانی هریک را جداگانه رسم کنید. میزان صید را در هر فصل از سال توصیف کنید.



۱۳ نمودار روبه‌رو سری زمانی سود یک فروشگاه را در برخی از ماه‌ها نشان می‌دهد. مجموع سود ۹ ماه اول این فروشگاه را تخمین بزنید.

| سال | حجم آب (میلیون مترمکعب) |
|------|-------------------------|
| ۱۳۸۷ | ۳/۴ |
| ۱۳۸۸ | ۳/۶ |
| ۱۳۸۹ | ۳/۳ |
| ۱۳۹۰ | ۳ |
| ۱۳۹۱ | ۳/۳ |
| ۱۳۹۲ | ۲/۹ |
| ۱۳۹۳ | ۲/۸ |
| ۱۳۹۴ | ۳ |
| ۱۳۹۵ | ۳/۴ |
| ۱۳۹۶ | ۳/۶ |

۱۴ جدول روبه‌رو حجم آب پشت سد الف را برحسب میلیون متر مکعب در اول تیرماه ده سال متوالی نشان می‌دهد. سری زمانی داده‌های روبه‌رو را رسم کنید. حجم آب پشت سد را برای تیرماه سال بعد برون‌یابی کنید.

شاخص‌های آماری

درس اول

اهداف درس اول

آگاهی از:

۱. تعریف شاخص‌های آماری و درک کاربردهای آن؛
۲. تعریف خط فقر و نحوه محاسبه آن؛
۳. تعریف خط فقر بین‌المللی و درک رابطه آن با مبلغ یارانه دریافتی و دانستن نحوه محاسبه آن؛
۴. تعریف شاخص بهای کالا و مصرف و برآورد هزینه‌های سال جاری و سال به‌خصوص با توجه به نمودار شاخص بهای کالا و مصرف و داشتن هزینه‌های سال پایه؛
۵. فرمول نرخ تورم و درک محاسبه آن.

روش تدریس

سؤال پیش درس صفحه ۵۶

در این سؤال، پیش‌زمینه‌ای برای معرفی شاخص‌ها به‌عنوان کمیت‌هایی که با آنها اطلاعاتی از جامعه به‌دست می‌آوریم، ایجاد می‌شود. می‌توان از میانه، میانگین و انحراف معیار به‌عنوان پاسخ سؤال یاد کنیم.

فعالیت صفحه ۵۶

در این فعالیت، با بررسی میزان حقوق دریافتی کارکنان یک مؤسسه تجاری فرضی و محاسبه متوسط درآمد هر عضو از خانواده و طرح پرداخت یارانه شرکت به کارکنانی که میزان متوسط درآمد هر عضو آن کمتر از سایرین است، زمینه تعریف خط فقر را فراهم می‌کنیم.

«کار در کلاس اول»، صفحه ۵۷

در این «کار در کلاس» با نمونه قراردادن میزان درآمد کارکنان مؤسسه تجاری فرضی، به‌عنوان درآمد افراد جامعه، فرمول خط فقر را تمرین می‌کنیم.

«کار در کلاس دوم»، صفحه ۵۷

در این «کار در کلاس» با معرفی خط فقر بین المللی توسط بانک جهانی، شاخص دیگری را معرفی می کنیم. سپس با محاسبه آن، ارتباط بین آن و یارانه را بررسی می کنیم. در پایان این فعالیت، زمینه معرفی شاخص مهیا می شود.

تصویر صفحه ۵۷

در این تصویر با اشاره به اینکه داشبورد اتومبیل، کمیت های عددی زیادی را معرفی می کند (همگی به نوعی شاخص محسوب می شوند) به تعریف شاخص، عمق بیشتری می بخشیم.

فعالیت صفحه ۵۸

در این فعالیت، شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی معرفی می شود. این شاخص با نام اختصاری cpi شناخته می شود و کاربردهای فراوانی دارد. این شاخص نسبت به یک سال پایه محاسبه می شود و، در حقیقت، درصد تغییرات نسبت به سال پایه است.

در صفحه ۵۸ نمودار پراکنش نگاشت شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی مناطق شهری در ۵ سال متوالی رسم شده است.

این شاخص، به عنوان وسیله ای برای اندازه گیری سطح عمومی قیمت کالاها و خدمات مورد مصرف خانوارها، یکی از بهترین معیارهای سنجش تغییر قدرت خرید پول داخل کشور به شمار می رود. کاربرد این شاخص برای تعدیل مزد و حقوق در قراردادهای دوجانبه و نیز دعاوی حقوقی و همچنین به عنوان مهم ترین معیار سنجش میزان تورم در اقتصاد ایران، اهمیت فراوان دارد.

مطالبی برای معلم در ارتباط با cpi

۱ سابقه بررسی در ایران : شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی اولین بار در ایران در سال ۱۳۱۵ تهیه شد و در سال ۱۳۳۸ در جنبه های مختلف تهیه این شاخص، تجدید نظر اساسی شد. تجدید نظرهای بعدی به علت تغییرات چشمگیر در الگوی مصرفی خانوار و تحولات اجتماعی و اقتصادی به ترتیب در سال های ۱۳۴۸، ۱۳۵۳، ۱۳۶۱، ۱۳۶۹، ۱۳۷۶، ۱۳۸۳ و آخرین آن در سال ۱۳۹۰ صورت گرفت.

۲ دوره بررسی : دوره بررسی این طرح ماهانه است.

۳ زمان بررسی : زمان بررسی این طرح از اول هر ماه شروع و تا بیست و نهم همان ماه ادامه دارد.

۴ پوشش جغرافیایی : گستردگی جغرافیایی شاخص، به میزان قابل توجهی، تعیین کننده درجه درستی و اعتبار شاخص است. بدیهی است فرهنگ مصرفی و سلیقه افراد تا حدودی می تواند ناشی از شرایط اقلیمی و خصوصیات جغرافیایی هر منطقه باشد. به همین دلیل به منظور پوشش مناسب جغرافیایی در همه مناطق شهری کشور، ۷۹ شهر نمونه در سطح استان های مختلف کشور به طریق علمی طوری انتخاب شده

که تغییرات قیمت در آنها نشانگر تغییرات در کل مناطق شهری و در هر استان باشد. در نهایت، شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در ۳۱ استان به صورت مستقل محاسبه شده و از ترکیب شاخص استان‌های مختلف، شاخص کل مناطق شهری کشور به دست می‌آید.

۵ پوشش جمعیتی شاخص: در سال پایه ۱۳۹۰ پس از انتخاب شهرها، حدود ۱۶۰۰۰ خانوار به طریق علمی از بین خانوارهای ساکن در ۷۹ شهر انتخاب شد که متوسط هزینه آنها نماینده متوسط هزینه همه خانوارهای ساکن در شهرهای ایران است. خانوارهای نمونه، همه نوع خانوار با درآمدها و الگوهای مصرف متفاوت را شامل می‌شود. پس از انتخاب خانوارها، با مراجعه مستقیم آمارگیران اداره آمار اقتصادی بانک مرکزی، درباره ریز اقلام و هزینه آنها پرسش و سپس به کل خانوارهای ساکن در هر استان و به کل مناطق شهری تعمیم داده می‌شود تا هزینه خانوارها برای کلیه کالاها و خدمات، که در طول سال خریداری و مصرف می‌شود، مشخص شود.

۶ طبقه‌بندی کالاها و خدمات: ۳۸۵ قلم کالا و خدمت مشمول بررسی، به ۱۲ گروه اصلی تقسیم شده که ضرایب اهمیت آنها به شرح ذیل است:

| نام گروه | ضریب اهمیت |
|---|------------|
| ۱- خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها | ۲۷/۸۳ |
| ۲- دخانیات | ۰/۳۵ |
| ۳- پوشاک و کفش | ۴/۹۴ |
| ۴- مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌ها | ۳۲/۸۲ |
| ۵- اثاث، لوازم و خدمات مورد استفاده در خانه | ۵/۱۳ |
| ۶- بهداشت و درمان | ۶/۹۸ |
| ۷- حمل و نقل | ۹/۸۷ |
| ۸- ارتباطات | ۲/۳۸ |
| ۹- تفریح و امور فرهنگی | ۲/۸۵ |
| ۱۰- تحصیل | ۲/۲۴ |
| ۱۱- رستوران و هتل | ۱/۸۶ |
| ۱۲- کالاها و خدمات متفرقه | ۳/۲۰ |

۷ نحوه جمع‌آوری اطلاعات: جمع‌آوری اطلاعات مربوط به قیمت کالاها و خدمات، در همه شهرهای مورد بررسی، از طریق مراجعه مستقیم آمارگیران ثابت، رسمی، محلی و کارآزموده اداره آمار اقتصادی بانک مرکزی به منابع اطلاع و مصاحبه با آنها صورت می‌گیرد. در واقع، برای دستیابی به قیمت‌های واقعی، آمارگیران اقتصادی این اداره هر ماه به حدود ۴۰۰۰۰ منبع اطلاع مراجعه و از قیمت جاری بیش از ۱۲۱۰۰۰ مظنه از کالاها و خدمات، پرسش می‌کنند. در صورتی که قیمت کالا یا خدمتی در ماه قیمت‌گیری نسبت به ماه گذشته، افزایش یا کاهش داشته باشد، دلایل این نوسان، بررسی و ثبت می‌شود. در جمع‌آوری اطلاعات همواره سعی می‌شود قیمت‌های عملی حاکم بر بازار هر شهر، جمع‌آوری و گزارش شود. منبع:

مثال صفحه ۵۹

در این مثال، نحوه محاسبه شاخص بهای مصرف‌نا و گوشت محاسبه می‌شود. اعداد ۲۰۰ و ۸۰، به ترتیب، میزان متوسط مصرف‌نا و گوشت خانوارهای ایرانی است.

کار در کلاس صفحه ۵۹

در این «کار در کلاس»، با پر کردن جاهای خالی، می‌خواهیم دانش‌آموز بر مفهوم شاخص بهای کالا و خدمات تسلط بیشتری پیدا کند.

۱ زمان — عدد شاخص (درصد نسبت به سال پایه)

۲ ندارد

۳ گران — خدمات

۴ ۳۰۰

۵ قدرت خرید خانوارها را نشان می‌دهد

مطلب درسی صفحه ۶۰

در این مطلب درسی، نرخ تورم و ارتباط آن با cpi معرفی می‌شود.

«کار در کلاس» صفحه ۶۰

در این «کار در کلاس»، نرخ بیکاری برای دانش‌آموز تشریح می‌شود. یک تعریف جدید به جای معرفی شدن در «فعالیت»، در تمرین «کار در کلاس» معرفی می‌شود. این امر نشان می‌دهد که این تعریف در زمره اهداف درجه دوم درس قرار می‌گیرد. علاوه بر این شاخص، شاخص‌های دیگری مانند شاخص توده بدنی (BMI) و شاخص خوانایی نیز در تمرین‌های پایان درس قرار می‌گیرند. از این روند کتاب نتیجه می‌گیریم شاخص‌های زیادی هستند که می‌توانیم از آنها در درس یا فرایند ارزشیابی استفاده کنیم.

نرخ بیکاری

نرخ بیکاری، یکی از مهم‌ترین شاخص‌های آماری مهم برای مردم و مسئولان است. مردم همیشه علاقه‌مندند بدانند نرخ بیکاری، که هر سال از طرف دولت‌ها اعلام می‌شود، چگونه محاسبه می‌شود و چه عواملی بر آن تأثیرگذار است.

برای محاسبه نرخ بیکاری در یک جامعه، ابتدا تعاریف و قراردادهای زیر را در نظر می‌گیریم. شاغل: فرد ۱۶ ساله یا بالاتر از ۱۶ ساله‌ای که در یک هفته مرجع (بازه زمانی هفت روزه‌ای که وضع فعالیت افراد در آن در نظر گرفته می‌شود) حداقل یک ساعت کار کرده باشد.

بیکار: فرد ۱۶ ساله یا بالاتر از ۱۶ ساله‌ای که سه شرط زیر را توأمان دارا باشد:

- ۱- در هفته مرجع حتی یک ساعت هم کار نکرده باشد؛
- ۲- آمادگی برای انجام دادن کار داشته باشد؛
- ۳- در هفته مرجع و سه هفته قبل از آن، جویای کار بوده باشد (اقدامات مشخصی را به منظور جست‌وجوی شغل دارای مزد یا خوداشتغالی انجام داده باشد).

محاسبه نرخ بیکاری

نرخ بیکاری: از تقسیم تعداد افراد بیکار جویای کار بر مجموع افراد بیکار و شاغل حاصل می‌شود. برای بیان راحت‌ترین نرخ، معمولاً آن را در ۱۰۰ ضرب کرده و به درصد بیان می‌کنند. نرخ تورم: نرخ تورم، از شاخص‌های آماری مهم دیگری است که همواره بر زندگی مردم اثر می‌گذارد.

پدیده تورم از برهم خوردن تعادل میان کالای موجود در جامعه با مقدار نقدینگی یا پول در گردش پدید می‌آید. به عبارت بهتر، وقتی کالا کمیاب و پول یا قدرت خرید برای مالکیت آن زیاد باشد، خلأ حاصل «تورم» نام می‌گیرد.

فرض کنید شما یک منزل دارید که در حالت عادی ۳ نفر مشتری برای خرید آن از شما پول دارند. وقتی تعداد مشتریان پول‌دار، که نماد قدرت خرید کاذب هستند، به ۳۰ نفر افزایش یابد، اما واحد آماده فروش همان یک عدد باقی‌بماند، رفتار اقتصادی شما چه خواهد بود؟ روشن است که در برابر سیل مشتری‌ها قیمت را بالا می‌برید. این پدیده درباره سایر کالاها هم وجود دارد؛ یعنی وقتی تعداد مشتری زیاد در برابر کالای کم قرار می‌گیرد، تورم تولید می‌شود و قیمت‌ها بالا می‌رود.

شیوه محاسبه نرخ تورم: نرخ تورم، درصد تغییر سطح قیمت در واحد زمان است؛ بنابراین، اگر قیمت

فعلی را با P_1 و قیمت قبلی را با P_0 نشان دهیم، نرخ تورم با دستور زیر حساب می‌شود.

$$\text{تورم} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \times 100\%$$

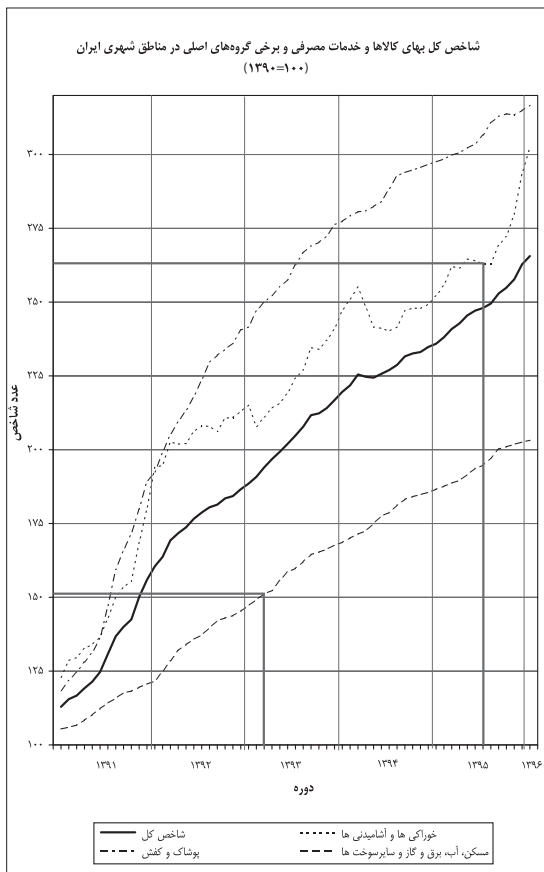
دقت داشته باشید که هرچه نرخ تورم افزایش یابد، قدرت خرید مردم کمتر می‌شود.

حل تمرینات برگزیده

۱ اگر میانگین درآمد خانوارهای کشور ۳۵۰۰۰۰۰۰ ریال باشد، حداقل حقوق دریافتی کارکنان شرکت الف باید چقدر باشد تا هیچ کارمندی در این شرکت زیر خط فقر نباشد؟ چه زمانی از میانه درآمد خانوارها برای محاسبه خط فقر استفاده می‌کنیم؟ پاسخ:

$$35000000 \div 2 = 17500000$$

بنابراین، خط فقر، هفده میلیون و پانصد هزار ریال تعیین می‌شود. پس اگر شرکت می‌خواهد درآمد هیچ‌یک از کارمندانش زیر خط فقر نباشد، باید حداقل دریافتی کارکنان شرکت هفده میلیون و پانصد هزار ریال باشد. هنگامی که داده‌های دورافتاده داریم، بهتر است از میانه برای تعیین خط فقر استفاده کنیم.



۲ در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و شاغل اند. در این منطقه ۲۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کارند.

الف) نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟

ب) حداقل چند شغل در این منطقه باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه برابر ۵ درصد باشد؟

پاسخ: الف)
$$\frac{200}{1400} \times 100 = 14.28\%$$

ب)
$$\frac{200 - x}{1400} \times 100 = 5 \Rightarrow 200 - x = 70 \Rightarrow x = 130$$

پس باید ۱۳۰ شغل ایجاد کنیم تا نرخ بیکاری ۵ درصد باشد.

۳ خانواده آقای صالحی در فروردین ماه سال ۱۳۹۰، پانصد هزار تومان هزینه مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌ها داشته است. در همان تاریخ، هزینه ماهانه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌های این خانواده دویست و پنجاه هزار تومان بوده است. اگر تعداد افراد این خانواده تغییری نکرده باشد، بر مبنای نمودار شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی، موارد زیر را به‌طور تقریبی محاسبه کنید:

الف) هزینه ماهانه مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌های این خانواده در خردادماه ۱۳۹۳؛

ب) هزینه ماهانه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌های این خانواده در مهرماه ۱۳۹۵.

پاسخ:

$$\frac{500000 \times 153}{100} = 765000$$

الف)

$$\frac{250000 \times 264}{100} = 660000$$

ب)

۴ نماتوپ یا شاخص توده بدنی، که در سال گذشته آن را در کتاب ریاضی و آمار دیدید، یکی دیگر از شاخص‌های مهم آماری است که به «شاخص سلامت» معروف است. برای محاسبه آن باید وزن فرد را به کیلوگرم بر توان دوم قدش بر حسب متر تقسیم کرد.

| افراد خانواده | سن (سال) | وزن (کیلوگرم) | قد (سانتی متر) |
|---------------|----------|---------------|----------------|
| صالح | ۱۷ | ۶۲ | ۱۷۷ |
| برادر | ۲۲ | ۸۵ | ۱۸۳ |
| خواهر | ۲۵ | ۵۳ | ۱۷۰ |
| مادر | ۵۰ | ۶۰ | ۱۶۵ |
| پدر | ۵۵ | ۸۱ | ۱۷۴ |

جدول روبه‌رو اطلاعات خانواده صالحی را نشان می‌دهد.

$$BMI_{(صالح)} = \frac{۶۲}{(۱/۷۷)^۲} = ۱۹/۷۸$$

$$BMI_{(برادر)} = \frac{۸۵}{(۱/۸۳)^۲} = ۲۵/۳۸$$

$$BMI_{(خواهر)} = \frac{۵۳}{(۱/۷۰)^۲} = ۱۸/۳۳$$

$$BMI_{(مادر)} = \frac{۶۰}{(۱/۶۵)^۲} = ۲۲/۰۳$$

$$BMI_{(پدر)} = \frac{۸۱}{(۱/۷۴)^۲} = ۲۶/۷۵$$

پدر و برادر اضافه وزن دارند. صالح و مادرش در محدوده سلامت قرار دارند. خواهرش کمبود وزن دارد.

۵ موقع خرید کتاب‌های داستان، معمولاً به رده سنی مشخص شده، توجه می‌کنیم. به نظر شما چگونه این کار را انجام می‌دهند؟ آیا نظر افراد با تجربه برای تعیین سطح یک متن، برای همیشه، یکسان است؟ ارزیابی آنها کیفی است یا کمی؟

خوانایی متن عبارت است از میزان سهولت درک متن از طریق انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت دستور نگارش.

یکی از شاخص‌های خوانایی، که سال‌های تحصیل خواننده متون انگلیسی را تخمین می‌زند، به صورت زیر تعریف شده است:

شاخص پایه آموزش = $[(۴/۰) \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات «دشوار»})]$
 منظور از کلمات «دشوار» کلمات دو هجایی بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات ترکیبی آسان است. این شاخص عددی بین ۱ تا ۱۲ است که نشان‌دهنده پایه تحصیلی است.
 الف) برای کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه‌ای و ۲۰ درصد کلمه سخت، شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید. این کتاب مناسب دانش‌آموزان چه پایه‌ای است؟
 پاسخ: این کتاب مناسب دانش‌آموزانی است که پایه را به پایان رسانده‌اند. (یازدهم)
 $(۲۰ + ۸) \times ۰/۴ = ۱۱/۲$

ب) مزایا و محدودیت‌های این شاخص چیست؟

پاسخ: استفاده از این شاخص ساده است. با این حال، فرض می‌کند که کلمات بزرگ‌تر و جملات طولانی‌تر باعث شدن (سخت) متن می‌شوند. اما یک نویسنده چیره‌دست می‌تواند با کلمات و جملات دیگری باعث متن شود. (ساده شدن)

ج) همان‌گونه که متوجه شده‌اید، این شاخص براساس دو آماره از دو متغیر تعریف شده است. آنها را نام ببرید. (تعداد کلمات در هر جمله، کلمات دشوار)

۶ هزینه‌های زندگی خانواده آقای صالحی در سال ۱۳۹۰ در جدول زیر آمده است. با توجه به نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی جدول زیر را کامل کنید.

| | ۱۳۹۰ | مهرماه ۱۳۹۳ | دی ماه ۱۳۹۵ |
|--|------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| هزینه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها (برحسب هزار تومان) | ۲۱۰ | $\frac{۲۱۰ \times ۲۲۵}{۱۰۰} = ۴۷۲/۵۰$ | $\frac{۲۱۰ \times ۲۷۰}{۱۰۰} = ۵۶۷$ |
| هزینه کل (برحسب هزار تومان) | ۸۵۰ | $\frac{۸۵۰ \times ۲۰۲}{۱۰۰} = ۱۷۱۷$ | $\frac{۸۵۰ \times ۲۵۳}{۱۰۰} = ۲۱۵۰/۵$ |

۷ شاخص پوسیدگی دندان ($DMFT$) در ایران برای سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده است؛ یعنی هر ایرانی، به‌طور متوسط، دارای یک دندان کشیده شده، یک دندان پوسیده و یک دندان پُر شده است. این شاخص در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده است. این شاخص را در سال ۱۳۹۵ تفسیر کنید. شاخص در سال ۱۳۹۵ چند درصد افزایش داشته است؟

پاسخ: تفسیر در سال ۱۳۹۵ به‌طور متوسط هر شخص دو دندان کشیده، دو دندان پُر شده و دو دندان پوسیده دارد.

$$100\% = 100\% - \left(\frac{6}{3} \times 100 \right)\%$$

این شاخص در سال ۱۳۶۰ نسبت به سال ۱۳۹۵ چند درصد کاهش داشته است؟

سری های زمانی

درس دوم

اهداف درس دوم

۱ شناخت سری های زمانی

۲ کاربرد آنها در آمار

مطالبی برای معلم

موضوع: چگونه باید انگیزه دانش آموزان را در درس آمار افزایش داد؟

یکی از این روش های محبوب یادگیری برای دانش آموزان، ایجاد انگیزه است. «تجزیه و تحلیل داده»، انگیزه بسیار خوبی برای یادگیری دانش آموزان است.

اگر دانش آموزان «استنباط از داده ها» را یاد بگیرند، پاسخ بسیاری از سؤالات اطراف خودشان را پیدا می کنند. تجزیه و تحلیل و استنباط از داده ها باید به این منجر شود که دانش آموز راه رسیدن به «تصمیم گیری» را بیاموزد؛ بنابراین، یک عنوان بسیار مهیج برای ایجاد انگیزه این است که به دانش آموزان بگوییم آنها می خواهند یاد بگیرند که «چگونه می توان تصمیم گیری درست اقتصادی انجام داد»

البته باید دقت کنیم که این امر به طور غیرمستقیم انجام شود؛ زیرا دانش آموزان در تصمیم گیری علت را نمی خواهند. همچنین باید دقت داشته باشیم حتی آمارگیرها در زندگی خودشان به ندرت از روش های آماری برای تصمیم گیری استفاده می کنند. (برای اثبات باید از یک آماری پرسیم چند بار در زندگی خصوصی، به طور مستقیم، از تجزیه و تحلیل واریانس به منظور تفسیر تصمیم گیری کرده است؟) شاید یکی از عواملی که تصمیم گیری را مشکل می کند پیچیدگی رابطه بین متغیرهاست.

شرکت های بزرگ چگونه تصمیم گیری می کنند؟

به یقین می توان حدس زد که مبنای بسیاری از «تصمیم گیری ها» تجزیه و تحلیل آماری داده هاست.

اصطلاح «تصمیم گیری» تقریباً همیشه فاقد یقین است، و در نتیجه، بهترین وسیله برای تصمیم گیری، استفاده

از اطلاعات حاصل از تجربه یعنی آمار است.

عنوان جذاب دیگری که می‌تواند یادگیری را در دانش‌آموزان بالا ببرد، این است که بگوییم می‌خواهیم «پیش‌بینی کردن» را بیاموزیم. برای نمونه، موضوعات پیش‌بینی می‌تواند موارد زیر باشد:

— متوسط درآمد سالانه در طول چند سال آینده؛

— طول عمر؛

— آیا فردا باران می‌آید؟

در این روند، با این وعده که دانش‌آموزان قرار است یاد بگیرند چگونه پیش‌بینی‌های دقیق داشته باشند، زمینه‌های یادگیری فراهم می‌شود.

اکثر دانش‌آموزان به دانستن اینکه چگونه به درستی می‌توان پیش‌بینی کرد، بسیار علاقه‌مند هستند. ما با استفاده از این علاقه‌مندی می‌خواهیم زمینه‌های یادگیری و درک ماندگار در آمار را برای آنان ایجاد کنیم. بنابراین، ما می‌خواهیم آمار را به عنوان مجموعه‌ای از روش‌ها برای کمک به ایجاد پیش‌بینی‌های دقیق آموزش دهیم.

شکی نیست که ما می‌توانیم این کار را به خوبی انجام دهیم؛ زیرا دانش‌آمار مانند کلیدی است برای رمزگشایی از مجموعه‌ای از پیش‌بینی‌های بهینه.

روش تدریس

مجموعه سؤالات آغازین درس (صفحه ۶۳)

در این مجموعه سؤالات بنا داریم تا توجه دانش‌آموزان را به مسئله «پیش‌بینی» و مفید بودن جمع‌آوری مجموعه‌ای از داده‌های آماری در فواصل زمانی مساوی و منظم جلب کنیم. این مجموعه گردآوری شده را «سری زمانی» می‌نامیم. در حقیقت، یک نوع ساده پیش‌بینی در آمار این است که اطلاعات گذشته را اساس کار پیش‌بینی آینده قرار دهیم.

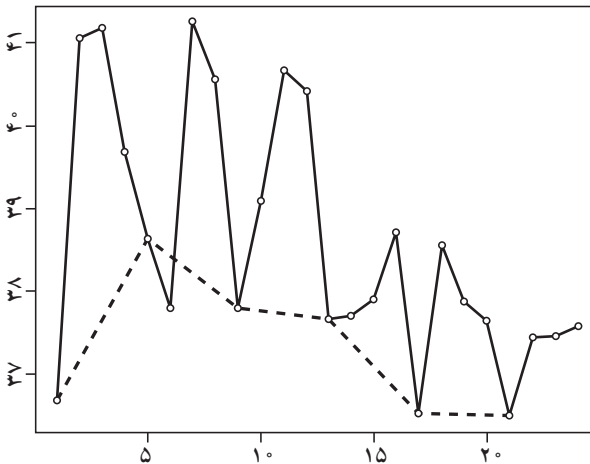
فعالیت صفحه ۶۳

اولین مرحله در تجزیه و تحلیل سری زمانی، رسم داده‌ها و به دست آوردن آماره‌های نمونه است. در این فعالیت با طرح مسئله میزان بارندگی در شش ماه دوم سال دو شهر آ و ب می‌خواهیم نشان دهیم داده‌های جمع‌آوری شده می‌توانند در توصیف و تشریح اطلاعات ما مفید باشند. به این ترتیب، زمینه تعریف سری زمانی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کنیم.

دقت داشته باشیم که دانش‌آموز، پس از رسم نمودار پراکنش نگاشت داده‌ها، در مورد دو شهر و توصیف اینکه فصل بیشترین میزان بارندگی در دو شهر متفاوت است، می‌تواند مفید بودن جمع‌آوری داده‌ها

در فواصل زمانی مناسب را درک کند.

کار در کلاس (صفحه ۶۴)



در این «کار در کلاس» با جمع‌آوری داده مربوط به ۶ روز درجه حرارت بدن یک بیمار و طرح پرسش‌هایی، مفهوم سری زمانی و یکی از کاربردهای آن (توصیف و تشریح اطلاعات گردآوری شده) را مرور می‌کنیم.

دقت داشته باشیم در یکی از قسمت‌های این فعالیت (رسم نمودار فقط برای ساعات ۷ صبح) دانش‌آموز درک می‌کند اگرچه

جمع‌آوری داده‌ها در تعداد بیشتر مفید است، اما گاهی نتیجه‌گیری از روی داده‌های کمتر، بهتر است.

(نمودار برای ۷ صبح بهتر نشان می‌دهد که بیمار پس از روز چهارم، وضعیت رو به بهبود دارد)

تذکر: در سری زمانی، محور افقی مربوط به زمان است. در برگه‌های ثبت دمای بدن بیمار، در هر روز

۴ بار دمای بدن بیمار ثبت می‌شود (هر شش ساعت یک بار)؛ بنابراین، هر یک واحد روی محور افقی، برابر با شش ساعت است.

فعالیت صفحه ۶۵

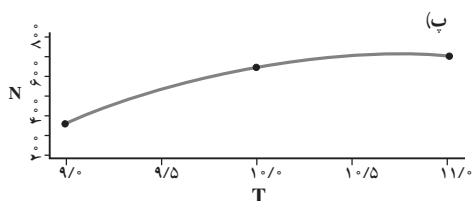
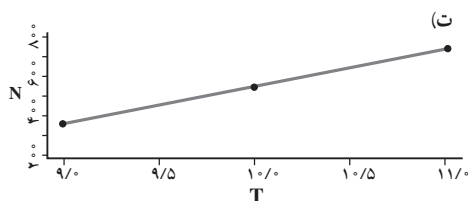
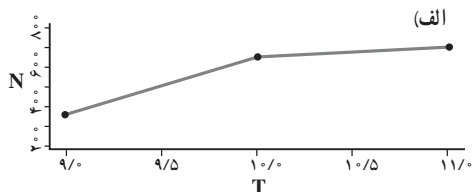
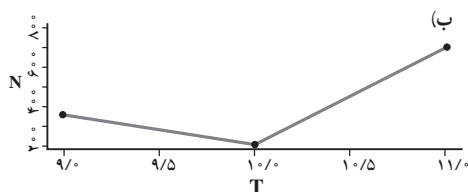
کاربرد اصلی تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی، پیش‌بینی است. اگر بین داده‌ها در طول زمان، وابستگی خاصی باشد، فرصت مناسبی پیش می‌آید تا به کمک آن مشاهدات بتوان روند آینده پدیده‌ای را از طریق یافتن الگوی داده‌ها پیش‌بینی کرد. در این فعالیت، هدف ما این است که دانش‌آموز درک کند اگر بتوانیم الگوی داده‌ها را شناسایی کنیم، قادر خواهیم بود پیش‌بینی‌های خوبی از آینده داشته باشیم.

فعالیت صفحه ۶۶

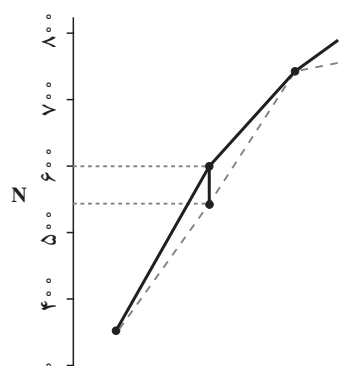
دانش‌آموزان در این فعالیت با درون‌یابی (تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت شده) آشنا می‌شوند.

تعداد مشتری‌ها در ساعت‌های فرد ثبت شده است. از دانش‌آموز می‌خواهیم، با توجه به تعداد مشتری‌ها در ساعات ۹ و ۱۱، تعداد مشتری‌ها را در ساعت ۱۰ حدس بزنند.

تغییر تعداد مشتری‌های فروشگاه بین ساعت ۹ تا ۱۱ ممکن است به شکل هریک از ۴ نمودار صفحه بعد صورت بگیرد، اما می‌توانیم نتیجه بگیریم بهترین تصمیم برای تخمین تعداد مشتری‌ها در ساعت ۱۰، استفاده



از نمودار «ت» (تغییر به شکل یکنواخت) است؛ زیرا در این صورت، حتی اگر تعداد مشتری‌ها از الگوی نمودار «ت» تبعیت نکرده باشند، خطای تخمین ما از نمودارهای دیگر احتمالاً کمتر است، به این ترتیب، دانش‌آموز با انجام دادن این فعالیت قادر خواهد بود مفهوم درون‌یابی را درک کند.



در حقیقت تعداد مشتری‌ها نه تنها در ساعات فرد، بلکه در ساعات‌های زوج نیز ثبت شده است. در شکل روبه‌رو، خطای تخمین تعداد مشتری‌ها در ساعت ۱۰ براساس ثبت تعداد مشتری‌ها در ساعات فرد، با پاره‌خطی نشان داده شده است.

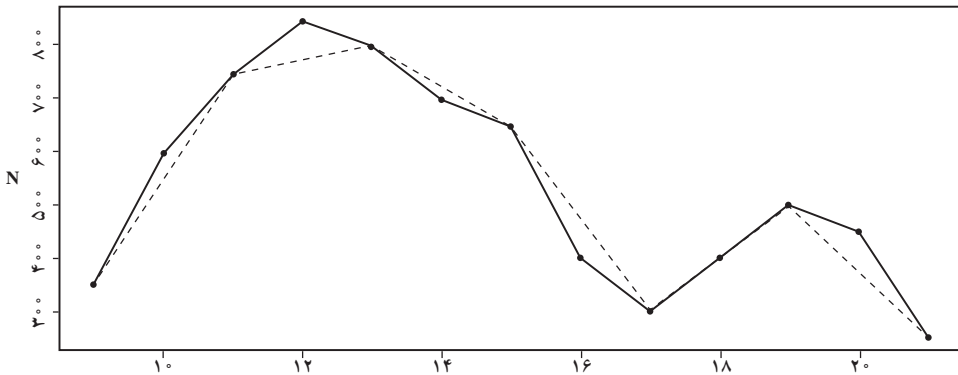
کار در کلاس (صفحه ۶۷)

در این فعالیت، با نوشتن معادله خط، مفهوم درون‌یابی خطی را کامل می‌کنیم.

$$y - ۷۵۰ = \frac{۷۵۰ - ۳۵۰}{۱۱ - ۹} (x - ۱۱) \Rightarrow y = ۲۰۰x - ۱۴۵۰ \Rightarrow y = ۵۵۰ \quad x=۱۰$$

بنابراین، خطای تخمین $|۵۵۰ - ۶۰۰| = ۵۰$ است.

برای مشخص کردن خطای تخمین برای نقاط دیگر از روی شکل، می‌توانیم به نمودار زیر مراجعه کنیم.



فعالیت صفحه ۶۸

مانند فعالیت قبلی، در این فعالیت نیز زمینه تعریف برون‌یابی (تخمین داده‌های بعد یا قبل از داده‌های ثبت‌شده) فراهم می‌شود.

طبیعی است که رفتار قبل و بعد از داده‌های ثبت شده می‌تواند از الگوی داده‌های ثبت شده پیروی نکند، اما درست‌ترین تصمیم می‌تواند این باشد که تصور کنیم در یک بازه زمانی کوتاه مدت، این رفتار همچنان ادامه دارد. اگرچه می‌توانیم برای نقاط بعدی از آخرین باره خط (یا برای نقاط قبلی از اولین باره خط) استفاده کنیم، اما در این فعالیت نشان می‌دهیم خطی که نقطه انتهایی (یا ابتدایی) را به نقطه میانگین داده‌ها وصل می‌کند می‌تواند وسیله دیگری برای برون‌یابی باشد.

با توجه به اینکه (۳, ۱۲) نقطه وسط است، معادله خطی که می‌خواهیم با آن برون‌یابی کنیم:

$$y - 19 = \frac{19 - 12}{5 - 3}(x - 5) \Rightarrow y = \frac{3}{5}x + 1/5 \Rightarrow \boxed{y = 22/5} \quad x=6$$

حل تمرینات برگزیده

۱ کدام یک از داده‌های زیر سری زمانی است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

(الف) تعداد مسافران فرودگاه بوشهر در هر ماه در ۱۰ سال گذشته.

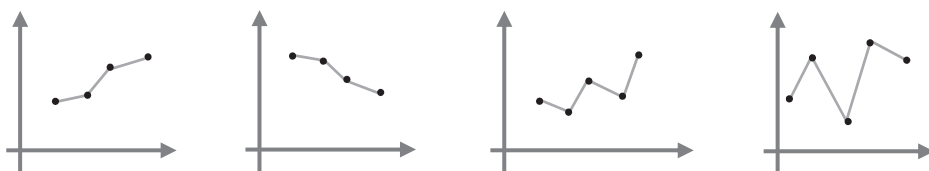
(ب) تعداد مشتریان یک تاجر برحسب مدت زمانی که صرف بازاریابی می‌کند.

(ج) تعداد ساعاتی که در معرض نور مستقیم خورشید قرار داریم (شدت آفتاب سوختگی).

پاسخ: فقط مورد الف، سری زمانی است.

موارد ب و ج سری زمانی نیستند زیرا جمع‌آوری داده‌ها در زمان‌های مساوی و منظم نمی‌باشند.

۲ اگر نمودارهای شکل زیر یک سری زمانی باشند، در کدام حالت درونیابی و برون‌یابی خطی بهتری امکان‌پذیر است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



پاسخ: در دو نمودار مشخص شده، داده‌ها یکنواخت‌تر تغییر می‌کنند؛ پس درونیابی و برون‌یابی خطی بهتری صورت می‌گیرد.

۳ یک دکه‌دار تعداد بطری‌های آب فروخته‌شده از شروع فصل گرما را یک روز در میان، مطابق جدول زیر، ثبت کرده است:

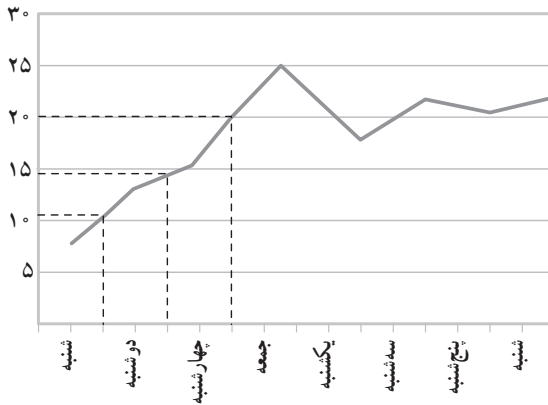
| روز | شنبه | دوشنبه | چهارشنبه | جمعه | یکشنبه | سه‌شنبه | پنجشنبه | شنبه |
|---------------|------|--------|----------|------|--------|---------|---------|------|
| تعداد بطری‌ها | ۸ | ۱۳ | ۱۶ | ۲۵ | ۱۸ | ۲۲ | ۲۱ | ۲۳ |

(الف) سری زمانی داده‌ها را رسم کنید.

(ب) تعداد بطری‌های فروخته‌شده در روزهای فرد را درونیابی کنید.

(ج) تعداد بطری‌های فروخته‌شده در روز دوشنبه از هفته دوم را برون‌یابی کنید.

تذکر: در قسمت ب، منظور، روزهای فرد هفته (اول) است؛ بنابراین، به ترتیب و با توجه به شکل، در



یکشنبه هفته اول ۱۱، در سه‌شنبه ۱۴ و در پنجشنبه ۲۱ بطری فروخته شده است.

در قسمت ج، هفته دوم به هفته سوم تغییر کند.

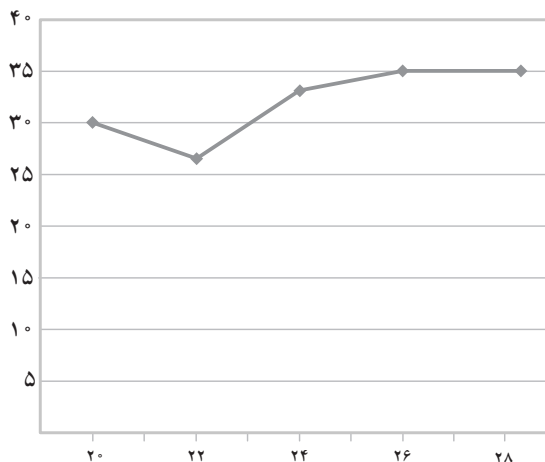
نقطه میانگین (۴/۵، ۱۸/۲۵)

$$y - 23 = \frac{23 - 18/25}{8 - 4/5}(x - 8) \Rightarrow y = \frac{19}{14}x + \frac{85}{7} \quad x=1 \Rightarrow \boxed{y=26}$$

۴ تعداد گل‌های زده شده در لیگ برتر فوتبال جام خلیج فارس در هفته‌های زوج و پایانی در جدول زیر آمده است.

| هفته | ۲۰ | ۲۲ | ۲۴ | ۲۶ | ۲۸ |
|-------------|----|----|----|----|----|
| تعداد گل‌ها | ۳۰ | ۲۷ | ۳۲ | ۳۵ | ۳۵ |

سری زمانی مربوط به آن را رسم کنید. تعداد گل‌های هفته ۱۳م را برون‌یابی کنید.



پاسخ:

(نقطه میانگین $(۲۴, ۳۱/۸)$)

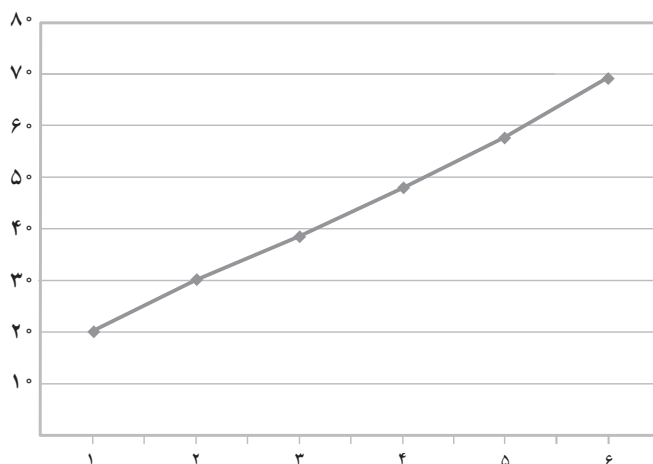
$$y - ۳۵ = \frac{۳۱/۸ - ۳۵}{۲۴ - ۲۸}(x - ۲۸) \Rightarrow y = ۵/۸x + ۱۲/۶ \quad x = ۳۰ \Rightarrow \boxed{y = ۳۷}$$

۵ میانگین افزایش خدمات یک تعمیرگاه نسبت به سال اول (سال پایه) برحسب درصد در جدول زیر آمده است.

| سال | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|-------|------|----|------|----|----|----|
| درآمد | ۱۹/۵ | ۲۹ | ۳۸/۵ | ۴۸ | ۵۸ | ۶۷ |

الف) سری زمانی داده‌ها را رسم کنید.

ب) درصد افزایش خدمات سال هفتم این تعمیرگاه را نسبت به سال پایه برون‌یابی کنید.

(نقطه میانگین $(۳/۵, ۴۳/۳)$)

$$y - ۶۷ = \frac{۶۷ - ۴۳/۳}{۶ - ۳/۵}(x - ۶) \Rightarrow y = \frac{۲۳۷}{۲۵}x + \frac{۲۵۳}{۲۵} \quad x = ۷ \Rightarrow \boxed{y = ۷۶}$$

۶ تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر در جهان مطابق جدول زیر برای ده سال ثبت شده است.

| سال | اول | دوم | سوم | چهارم | پنجم | ششم | هفتم | هشتم | نهم | دهم |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-------|------|-----|------|------|-----|-----|
| تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر | ۳۰ | ۲۸ | ۲۹ | ۲۳ | ۲۰ | ۱۶ | ۲۱ | ۲۵ | ۱۶ | ۲۱ |

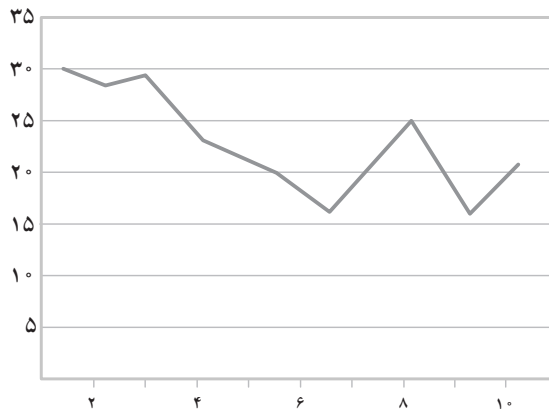
الف) سری زمانی آن را رسم کنید.

ب) میانگین سال و تعداد زلزله‌ها را به دست آورید.

ج) معادله خطی را که نقطه (۲۲ و ۱۰) را به میانگین سال و تعداد زلزله‌ها وصل می‌کند، به دست آورید.

د) با استفاده از خطی که معادله آن را به دست آورده‌اید، تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر در سال یازدهم در جهان را برون‌یابی کنید.

هـ) اگر بدانیم در سال یازدهم دقیقاً ۲۵ زلزله آمده است، خطای برون‌یابی چقدر است؟



نقطه میانگین (۵/۵, ۲۰/۸)

$$y - 21 = \frac{21 - 20/8}{10 - 5/5} (x - 10) \Rightarrow y = \frac{2}{1055} x + \frac{4427}{211} \quad x=11 \Rightarrow \boxed{y=21}$$

بنابراین خطای برون‌یابی ۴ است.

۷ نرخ تورم در ایران بین سال‌های ۱۳۱۶ تا ۱۳۹۵ در جدول زیر داده شده است.

| سال | نرخ تورم | سال | نرخ تورم | سال | نرخ تورم | سال | نرخ تورم | سال | نرخ تورم | سال | نرخ تورم | سال | نرخ تورم | سال | نرخ تورم |
|------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|
| ۱۳۱۶ | ۲۱/۲ | ۱۳۲۶ | ۶/۶ | ۱۳۳۶ | ۴/۴ | ۱۳۴۶ | ۰/۸ | ۱۳۵۶ | ۲۵/۱ | ۱۳۶۶ | ۲۷/۷ | ۱۳۷۶ | ۱۷/۳ | ۱۳۸۶ | ۱۸/۴ |
| ۱۳۱۷ | ۸/۸ | ۱۳۲۷ | ۱۱/۱ | ۱۳۳۷ | ۱/۰ | ۱۳۴۷ | ۱/۵ | ۱۳۵۷ | ۱۰/۰ | ۱۳۶۷ | ۲۸/۹ | ۱۳۷۷ | ۱۸/۱ | ۱۳۸۷ | ۲۵/۴ |
| ۱۳۱۸ | ۸/۰ | ۱۳۲۸ | ۲/۳ | ۱۳۳۸ | ۱۳/۰ | ۱۳۴۸ | ۳/۶ | ۱۳۵۸ | ۱۱/۴ | ۱۳۶۸ | ۱۷/۴ | ۱۳۷۸ | ۲۰/۱ | ۱۳۸۸ | ۱۰/۸ |
| ۱۳۱۹ | ۱۳/۸ | ۱۳۲۹ | -۱۷/۲ | ۱۳۳۹ | ۷/۹ | ۱۳۴۹ | ۱/۵ | ۱۳۵۹ | ۲۳/۵ | ۱۳۶۹ | ۹/۰ | ۱۳۷۹ | ۱۲/۶ | ۱۳۸۹ | ۱۲/۴ |
| ۱۳۲۰ | ۴۹/۵ | ۱۳۳۰ | ۸/۳ | ۱۳۴۰ | ۱/۶ | ۱۳۵۰ | ۵/۵ | ۱۳۶۰ | ۲۲/۸ | ۱۳۷۰ | ۲۰/۷ | ۱۳۸۰ | ۱۱/۴ | ۱۳۹۰ | ۲۱/۵ |
| ۱۳۲۱ | ۹۶/۲ | ۱۳۳۱ | ۷/۲ | ۱۳۴۱ | ۰/۹ | ۱۳۵۱ | ۶/۳ | ۱۳۶۱ | ۱۹/۲ | ۱۳۷۱ | ۲۴/۴ | ۱۳۸۱ | ۱۵/۸ | ۱۳۹۱ | ۳۰/۵ |
| ۱۳۲۲ | ۱۱۰/۵ | ۱۳۳۲ | ۹/۲ | ۱۳۴۲ | ۱/۰ | ۱۳۵۲ | ۱۱/۲ | ۱۳۶۲ | ۱۴/۸ | ۱۳۷۲ | ۲۲/۹ | ۱۳۸۲ | ۱۵/۶ | ۱۳۹۲ | ۳۴/۷ |
| ۱۳۲۳ | ۲/۷ | ۱۳۳۳ | ۱۵/۹ | ۱۳۴۳ | ۴/۵ | ۱۳۵۳ | ۱۵/۵ | ۱۳۶۳ | ۱۰/۴ | ۱۳۷۳ | ۳۵/۲ | ۱۳۸۳ | ۱۵/۲ | ۱۳۹۳ | ۱۵/۶ |
| ۱۳۲۴ | -۱۴/۴ | ۱۳۳۴ | ۱/۷ | ۱۳۴۴ | ۰/۳ | ۱۳۵۴ | ۹/۹ | ۱۳۶۴ | ۶/۹ | ۱۳۷۴ | ۴۹/۴ | ۱۳۸۴ | ۱۰/۴ | ۱۳۹۴ | ۱۱/۹ |
| ۱۳۲۵ | -۱۱/۵ | ۱۳۳۵ | ۸/۸ | ۱۳۴۵ | ۰/۸ | ۱۳۵۵ | ۱۶/۶ | ۱۳۶۵ | ۲۳/۷ | ۱۳۷۵ | ۲۳/۲ | ۱۳۸۵ | ۱۱/۹ | ۱۳۹۵ | ۹ |

الف) نمودار سری زمانی داده‌ها را، ده سال در میان، رسم کنید.

ب) داده‌ها را، با استفاده از قسمت قبل، درونیابی کنید.

ج) بر روی همان سری زمانی، داده‌های پنج سال در میان را با استفاده از جدول به‌روی همان نمودار رسم و خطای درونیابی را محاسبه کنید.

