# واحد کار دوم

## تشخیص سطوح و احجام هندسی

| هدف کلّی: توانایی تشخیص سطوح و احجام هندسی |
|---|

۱- چگونگی ترسیم خطوط افقی، مورب و قائم را بیان کند.

۲- انواع سطوح هندسی را نام ببرد.

۳- انواع احجام هندسی را نام ببرد.

۴- انواع زاویه را نام ببرد.

۵- سیستم‌های اندازه‌گیری را نام ببرد.

۶- سیستم‌های اندازه‌گیری را به یکدیگر تبدیل نماید.

۷- وسایل اندازه‌گیری را نام ببرد.

۸- سطوح و احجام هندسی را ترسیم نماید.

۹- کاربرد وسایل اندازه‌گیری را توضیح دهد.

| ساعات آموزش | | |
|---|---|---|
| نظری | عملی | جمع |
| ۵ | ۱۰ | ۱۵ |

# پیش آزمون (۲)

۱- سطوح هندسی را نام ببرید.

۲- قطرهای کدام چهارضلعی‌ها با هم برابرند؟

- مربع　　- لوزی　　- ذوزنقه　　- متوازی‌الاضلاع

۳- انواع زاویه را نام ببرید.

۴- انواع واحدهای اندازه‌گیری را نام ببرید.

۵- احجام هندسی را نام ببرید.

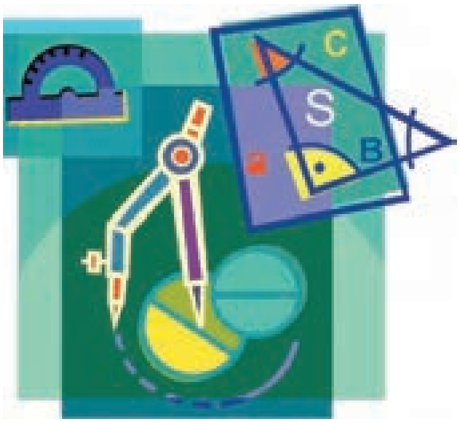
۶- وسایل اندازه‌گیری طول را نام ببرید.

۷- محیط و مساحت لوزی چگونه محاسبه می‌شود.

۸- هر یک متر، چند سانتی‌متر، چند دسی‌متر و چند میلی‌متر است؟ توضیح دهید.

## ۲-۱-اصول ترسیمی اشکال هندسی

برای ساختن هرجسم، باید ابتدا طرح و نقشه آن جسم را ترسیم نمود. لذا ترسیم کنندگان نقشه باید با اصول ترسیمات هندسی آشنا شوند تا بتوانند سطوح و احجام هندسی را با دقت زیاد ترسیم و از آن‌ها در نقشه‌های ساختمانی استفاده کنند و مساحت، محیط و حجم آن‌ها را محاسبه نمایند. شکل ۲-۱



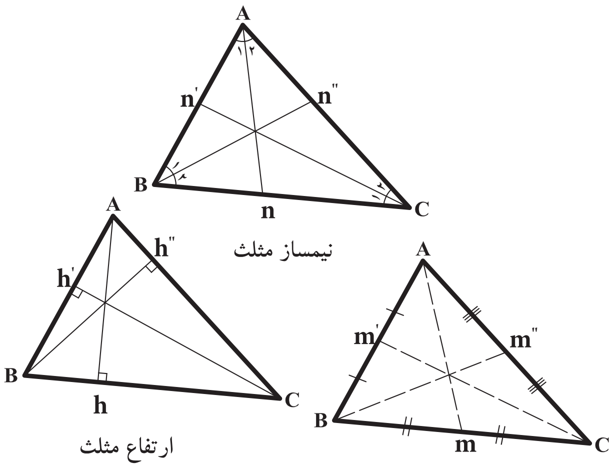
شکل ۲-۱

### مثلث:

«مثلث»، از اساسی ترین شکل‌ها درهندسه است. یک مثلث دارای سه رأس است که سه ضلع این رئوس را به هم وصل می‌کند. خط راستی که از یک رأس مثلث عبور کرده و برضلع مقابل آن رأس عمود می‌شود«ارتفاع» و ضلعی را که ارتفاع برآن عمود می‌شود «قاعده»ی مثلث گویند. «نیم‌ساز» یک زاویه از مثلث نیزخط راستی است که از یک رأس مثلث گذشته و آن زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم کند. از ویژگی‌های مثلث شامل:

-مجموع زاویه‌های داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است.

-هرمثلث دارای سه ارتفاع، سه نیم‌ساز و سه میانه است(اشکال ۲-۲).



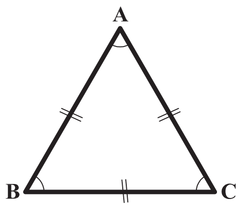
نیمساز مثلث

ارتفاع مثلث

میانه مثلث

شکل ۲-۲

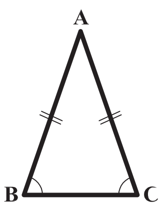
-مثلثی که دارای سه ضلع با طول‌های مساوی است و زوایای داخلی این مثلث نیز با هم برابرند«مثلث متساوی‌الاضلاع» گویند(شکل ۲-۳).



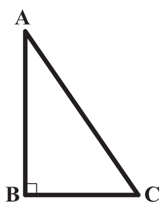
شکل ۲-۳

-مثلثی که دارای دوضلع با طول‌های مساوی است و دو زاویه‌ی داخلی برابر دارد «مثلث متساوی‌الساقین» گویند(شکل ۲-۴).

-مثلثی که یکی از زوایای آن۹۰ درجه است «مثلث قائم‌الزاویه» تعریف می‌شود(شکل ۲-۵).



شکل ۲-۴



شکل ۲-۵

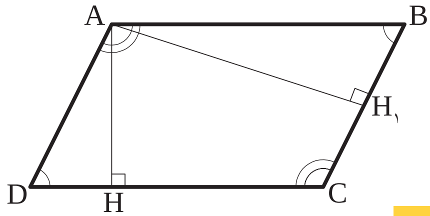
البته مثلث می‌تواند دارای سه ضلع با طول‌های مختلف و زوایای غیرمساوی نیز باشد.

مساحت هر مثلث از حاصل ضرب قاعده در نصف ارتفاع به دست می‌آید و محیط آن از مجموع سه‌ضلع محاسبه می‌گردد.

$$A = \frac{۱}{۲} AH \times BC$$

$$P = AB + BC + CD$$

**متوازی‌الاضلاع:** «متوازی‌الاضلاع»، چهارضلعی‌ای است که هر دو ضلع مقابل آن موازی باشند. در هر متوازی‌الاضلاع به فاصله‌ی عمودی دوضلع مقابل به هم را «ارتفاع» می‌نامند. درشکل ۲-۶ اگر AH ارتفاع باشد، CD قاعده است و چنان‌چه $AH_1$ ارتفاع باشد، پس BC قاعده خواهد بود.



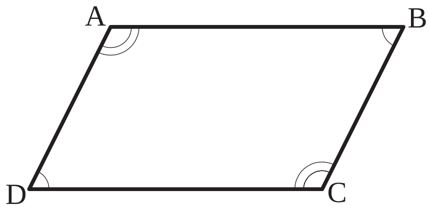
شکل ۲-۶

$BC \parallel AD \;,\; AB \parallel DC$

از ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع شامل:

-درهرمتوازی‌الاضلاع، اضلاع مقابل باهم برابرند.

درشکل ۲-۷، AB=CD و AD=BC است.



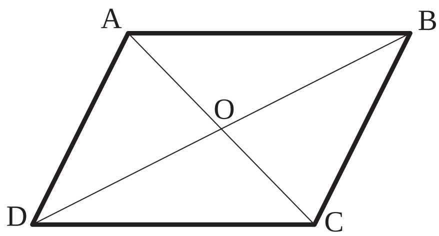
شکل ۲-۷

-درهرمتوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مقابل برابرند. <D=<B و <A=<C هم‌چنین هر دو زاویه‌ی مجاور یک ضلع، مکمّل یکدیگرند. بنابراین:

درضلع AB: $\angle A + \angle B = ۱۸۰$

درضلع BC: $\angle C + \angle D = ۱۸۰$

-درهرمتوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند. در شکل ۲-۸، AC و BD یکدیگر را درنقطه‌ی O نصف کرده‌اند.



شکل ۲-۸

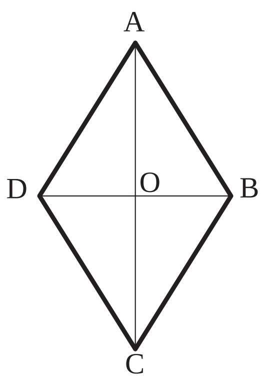
-درهرمتوازی‌الاضلاع، نقطه‌ی تقاطع دوقطر، مرکز تقارن آن شکل است. در شکل ۲-۸، نقطه‌ی O مرکز تقارن متوازی‌الاضلاع است.

مساحت متوازی الاضلاع، از حاصل ضرب قاعده در ارتفاع آن به دست می‌آید و محیط آن از حاصل جمع طول و عرض ضرب در دو محاسبه می‌گردد.

$A = AH \times DC$

$P = (AB + BC) \times ۲$

**لوزی:** «لوزی» نوعی متوازی‌الاضلاع است که چهارضلع آن با هم برابرند. بنابراین، لوزی کلیه‌ی ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را داراست. درشکل ۲-۹ متوازی‌الاضلاع ABCD که است، یک لوزی است.



شکل ۲-۹

از ویژگی‌های لوزی شامل:

- در هرلوزی قطرها برهم عمودند و نیم‌ساز زوایای داخلی‌اند و هر قطر محور تقارن لوزی است. بنابراین، لوزی دو محور تقارن دارد.

مساحت لوزی از نصف حاصل‌ضرب قطربزرگ در قطرکوچک به دست می‌آید و محیط آن از حاصل‌ضرب اندازه‌ی یک ضلع در چهار محاسبه می‌شود.

$$A = \frac{۱}{۲}(DB \times AC)$$

$$P = ۴ \times AD$$

**مستطیل:** «مستطیل» نوعی متوازی-الاضلاع است که دارای زوایای قائمه است.

درشکل ۲-۱۰ الف، متوازی‌الاضلاع efCD به مستطیل ABCD تبدیل شده‌است. بنابراین، مستطیل کلیه‌ی ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را داراست.

درشکل ۲-۱۰ب، متوازی‌الاضلاع ABCD یک مستطیل است، زیرا $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = ۹۰^\circ$ می‌باشد.

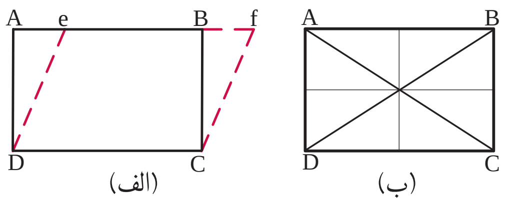
از ویژگی‌های مستطیل شامل:

-اضلاع بزرگ‌تر AB و CD طول واضلاع کوچک‌تر BC و AD عرض مستطیل‌اند.

-خطی که وسط دو ضلع روبه‌رو را به هم وصل می‌کند محور تقارن مستطیل است. بنابراین، مستطیل دو محورتقارن دارد.

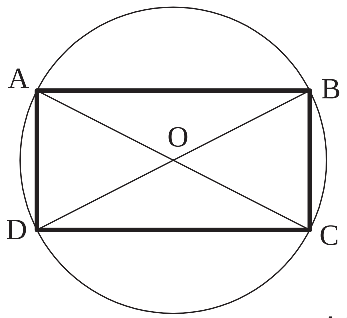
-قطرهای مستطیل با هم برابرند و منصّف یکدیگرند.

-از چهار گوشه‌ی مستطیل یک دایره‌ی محیطی می‌گذرد. نقطه‌ی O در مرکزآن دایره، محل تلاقی دو قطراست. در شکل ۲-۱۱ دایره‌ی محیطی مستطیل ABCD به مرکز O محل تلاقی دو قطر و به شعاع OA رسم شده است.



(الف) (ب)

شکل ۲-۱۰



AC=BD

شکل ۲-۱۱

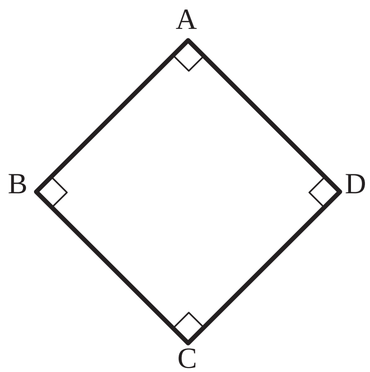
مساحت مستطیل ازحاصل‌ضرب طول درعرض به دست می‌آید. محیط مستطیل نیز از مجموع طول و عرض ضرب در دو محاسبه می‌شود.

$$A = AD \times DC$$

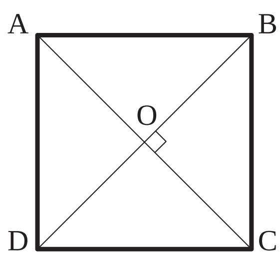
$$P = ۲ \times (AD + DC)$$

**مربع:** «مربع» نوعی لوزی بازوایای قائمه است. بنابراین، مربع کلیه‌ی ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع، مستطیل و لوزی را دارد. در شکل ۲-۱۲ چهارضلعی ABCD یک مربع است. از ویژگی‌های مربع:

-درهرمربع قطرها برهم عمود وبا هم برابر و هردو محورتقارن مربع‌اند(شکل ۲-۱۳).



شکل ۲-۱۲

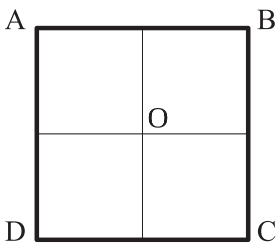


شکل ۲-۱۳

–به جز محورهای تقارن مزبور، خطی که وسط دو ضلع مقابل را به هم وصل می‌کند، محور تقارن مربع می‌باشد. بنابراین مربع چهارمحور تقارن به تعداد اضلاع دارد(شکل ۲–۱۴).

–مربع یک چهارضلعی منتظم است و کلیه‌ی ویژگی‌های چندضلعی منتظم را داراست.

مساحت مربع از حاصل‌ضرب یک ضلع مربع در خودش و محیط آن از ضرب یک ضلع در عدد چهار به دست می‌آید.



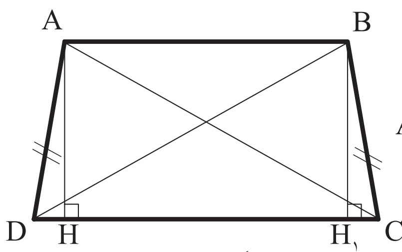
شکل ۲–۱۴

$$A = AD^{۲}$$

$$P = ۴ \times AD$$

**ذوزنقه:** هرچهارضلعی که فقط دو ضلع آن با هم موازی باشد، «ذوزنقه»نامیده می‌شود.

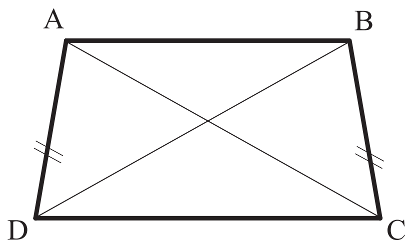
درچهارضلعی $ABCD$ دوضلع موازی با هم یعنی $AB$ و $CD$ را «قاعده‌ها» و دوضلع غیرموازی یعنی $AD$ و $BC$ را «ساق‌ها» و $AH$ و $BH_{۱}$ را «ارتفاع» می‌نامند (شکل ۲–۱۵).



$AB \parallel CD$

شکل ۲–۱۵

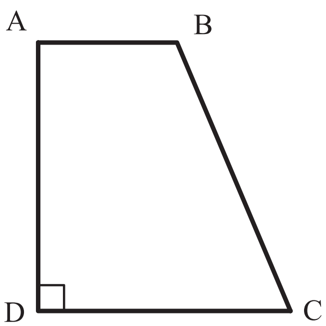
اگر دو ساق ذوزنقه باهم مساوی باشند، ذوزنقه را «متساوی‌الساقین» و اگر یکی از ساق‌ها بر دوقاعده عمود باشد، ذوزنقه را«قائم‌الزاویه» می‌نامند(شکل ۲–۱۶ و شکل ۲–۱۷).



شکل ۲–۱۶ متساوی الساقین

ازویژگی‌های ذوزنقه شامل:

–درهرذوزنقه‌دوزاویه‌ی‌مجاوربرهرساق،مکمّل یکدیگرند.



شکل ۲–۱۷ قائم الزاویه

– در هرذوزنقه متساوی الساقین دوقطر با هم و هم‌چنین دو زاویه‌ی مجاور به هر قاعده با هم برابراند (شکل ۲–۱۶).

$AC=BD$ و $\angle A=\angle B$ و $\angle C=\angle D$

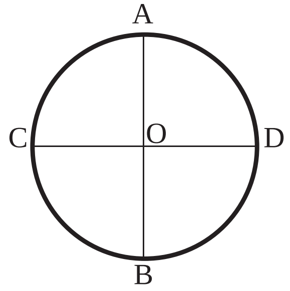
مساحت ذوزنقه از حاصل‌ضرب نصف مجموع دو قاعده در ارتفاع و محیط آن از مجموع چهارضلع آن به‌دست می‌آید.

$$A = \frac{AB + DC}{۲} \times AH$$

$$P = AB + BC + CD + AD$$

**دایره:** هنگامی که تعداد اضلاع چندضلعی منتظمی افزایش یابد و به بی‌نهایت نزدیک شود، چندضلعی جدید را، «دایره» می‌گویند. به‌عبارت‌دیگر، «دایره» منحنی بسته‌ای است که فاصله‌ی همه نقاط آن از مرکز به یک اندازه است.

تعاریف دیگری نیز برای دایره آورده‌اند: مثلاً «دایره» مجموعه نقاطی از صفحه است که فاصله‌های آن‌ها از یک نقطه موسوم به مرکز مساوی یکدیگر باشند. پاره‌خط AB و CD دو قطر اصلی و عمود برهم دایره است که آن‌را به چهارقسمت مساوی تقسیم می‌کند.



شکل ۲-۱۸

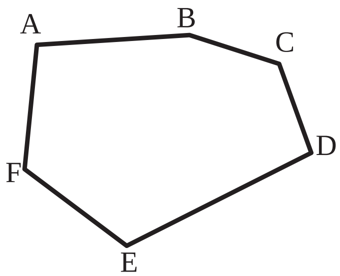
دردایره‌ی c ، نقطه‌ی O مرکز و پاره خط OA شعاع دایره است. «شعاع» دایره، پاره‌خطی است که از مرکز دایره به محیط دایره وصل می‌شود(شکل ۲-۱۸).

مساحت دایره از حاصل‌ضرب مجذورشعاع دایره درعدد $\pi$ و محیط دایره ازحاصل‌ضرب دو برابرشعاع دایره در عدد$\pi$ محاسبه می شود.

$A=\pi r^{۲}$

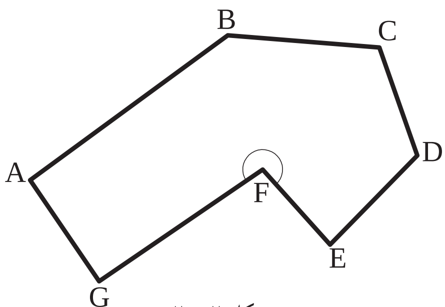
$P=۲\pi r$

**چندضلعی‌ها:** هرخط شکسته و بسته را «چندضلعی» می‌نامند. مثلث یک چندضلعی (سه‌ضلعی)است. اگر یکی از زوایای داخلی چندضلعی بزرگ‌تر از ۱۸۰درجه باشد، چندضلعی را «مقعّر» و در غیراین صورت چندضلعی را«محدّب» می‌نامند.



شکل ۲-۱۹

شکل ۲-۱۹ ABCDEF یک چندضلعی«محدّب» است، زیرا دراین چندضلعی زاویه‌ی بزرگتر از نیم‌صفحه وجود ندارد.تمام چندضلعی‌های منتظم، محدّب هستند.



شکل ۲-۲۰

شکل ۲-۲۰ ABCDEFG یک چندضلعی«مقعّر» است، زیرا درآن زاویه‌ی بزرگ‌تر از نیم‌صفحه وجود دارد.

## دستورالعمل ترسیم مثلث با معلوم‌بودن طول سه ضلع:

طول سه ضلع یک مثلث به اندازه‌های

AB=۴/۵

AC=۵

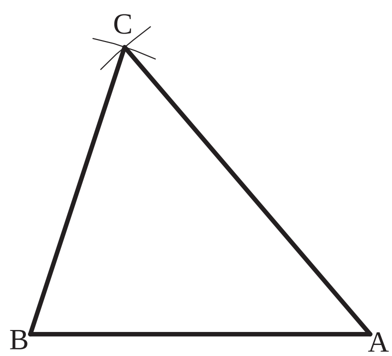
BC=۴

سانتی‌متر مفروض است.


شکل ۲-۲۱

### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا ضلع AB را به اندازه‌ی ۴/۵ سانتی‌متر ترسیم کنید(شکل ۲-۲۱).




شکل ۲-۲۲

۲- سپس به مرکز A و به شعاع AC یعنی ۵ سانتی‌متر یک قوس و به مرکز B و به شعاع BC یعنی ۴ سانتی‌متر قوس دیگری رسم کنید(شکل ۲-۲۲).

۳- این دو قوس همدیگر را در نقطه‌ی C رأس سوم مثلث قطع خواهند کرد.

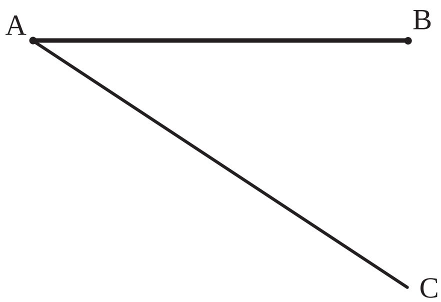
## دستورالعمل تقسیم پاره‌خط به قسمت‌های مساوی:

می‌خواهیم پاره‌خط AB را به n قسمت مساوی تقسیم کنیم.

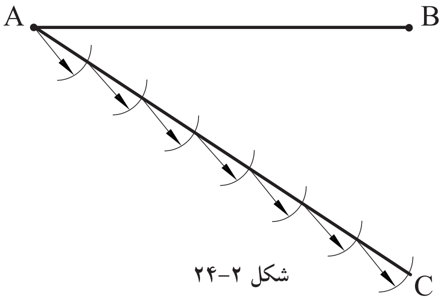
### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا از نقطه‌ی A نیم‌خط AC را با طول مناسب، که به n قسمت قابل تقسیم و نسبت به پاره‌خط AB دارای زاویه‌ی حاده‌ی دلخواه(کم‌تر از ۹۰ درجه) است، رسم کنید (شکل ۲-۲۳).

اندازه‌ی طول نیم خط AC نیز دلخواه می‌باشد.



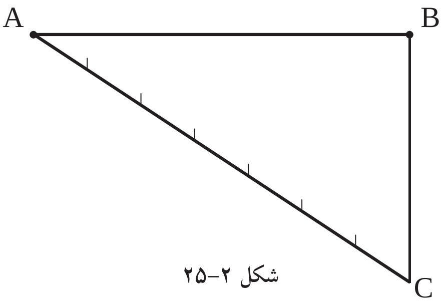

شکل ۲-۲۳




شکل ۲-۲۴

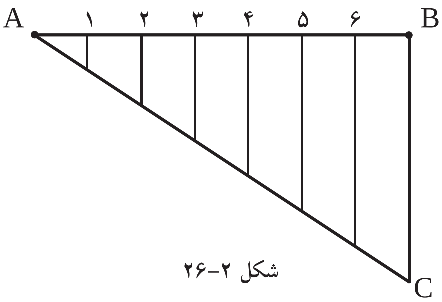
۲-نیم‌خط AC را به n قسمت مساوی تقسیم کنید. در این شکل به هفت قسمت شده است.

برای تقسیم نیم‌خط AC لازم است دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی دلخواه باز کرده و از نقطه‌ی A به ترتیب کمان‌هایی را رسم کنید تا نیم‌خط AC را قطع کند. نیم‌خط AC را تا n قسمت تقسیم کنید(شکل ۲-۲۴).



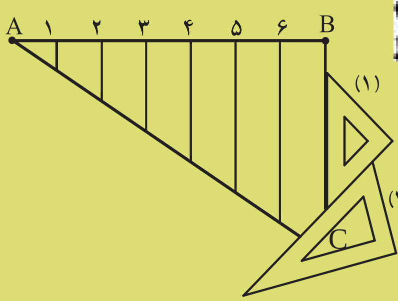

شکل ۲-۲۵

۳-از نقطه C انتهای نیم‌خط AC را به نقطه‌ی B وصل کنید(شکل ۲-۲۵).




شکل ۲-۲۶

۴-از نقاط تقسیم بر روی نیم‌خط AC خطوطی موازی با خط BC رسم نمایید، تا پاره‌خط AB را در نقاط (۶ و ۵ و ۴ و ...) قطع نماید. به این ترتیب پاره‌خط AB به n قسمت مساوی تقسیم می‌شود(شکل ۲-۲۶).




**نکته:** جهت ترسیم خطوط موازی با خط BC، از روش رسم دوخط موازی با دوگونیا استفاده نمایید. ابتدا وتر گونیای ۱ را روی خط BC قراردهید. سپس گونیای ۲ را زیر گونیای ۱ بگذارید. حال با ثابت نگه‌داشتن گونیای ۲، گونیای ۱ را تا نقطه‌ی ۶ حرکت داده وخط موازی را رسم کنید. به همین ترتیب برای نقاط دیگرعمل کنید.

**خودآزمایی ۱:** خطی به طول ۹ سانتی‌متر را به ۸ قسمت مساوی تقسم نمایید.

**خودآزمایی ۲:** خطی به طول ۸ سامتی‌متر را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنید.

پاسخ:..............................................

..........................................................

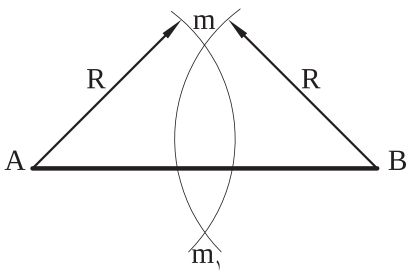
..........................................................

..........................................................

..........................................................

### دستورالعمل ترسیم عمودمنصّف یک پاره خط:

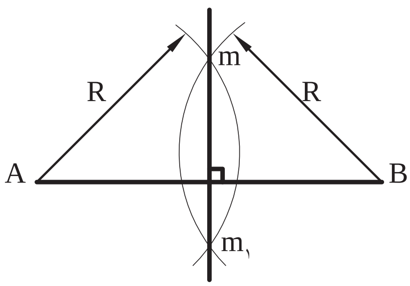
پاره‌خط AB مفروض است.




شکل ۲-۲۷

### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی $R > \frac{AB}{2}$ باز نمایید. سپس به مرکزهای A و B کمان‌هایی رسم کنید تا یکدیگر را در نقطه‌ی m و $m_1$ قطع کنند(شکل ۲-۲۷).

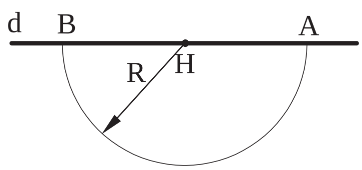



شکل ۲-۲۸

۲-دونقطه‌ی m و $m_1$ را به هم وصل کنید. خط حاصله عمودمنصّف پاره‌خط AB است(شکل ۲-۲۸).

### دستورالعمل ترسیم خط عمود بریک خط، ازیک نقطه واقع برآن خط:

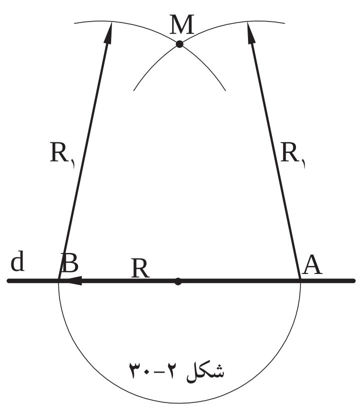
نقطه‌ی H و خط d مفروض است.




شکل ۲-۲۹

### مراحل انجام کار:

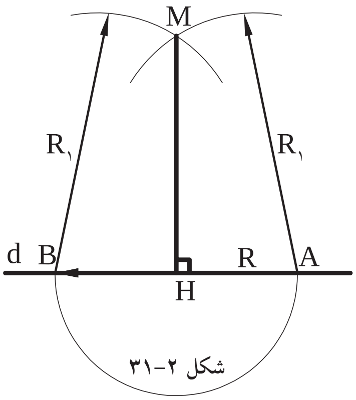
۱- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی شعاع دلخواه R باز نمایید. سپس به مرکز نقطه‌ی H بر روی خط d کمانی رسم کنید تا خط d را در دو نقطه‌ی A و B قطع کند (شکل ۲-۲۹).




شکل ۲-۳۰

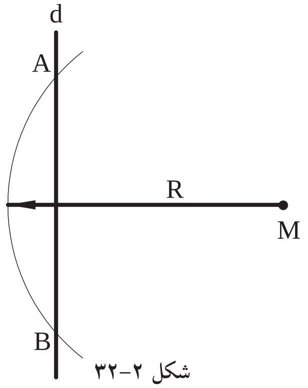
۲- مجدداً دهانه‌ی پرگار را بیش از R باز نمایید. سپس به مرکز نقاط A و B، و به شعاع $R_1$ کمان‌های جدیدی رسم کنید تا یکدیگررا در نقطه‌ی M قطع کنند (شکل ۲-۳۰).

۳- نقطه‌ی $M$ را به نقطه‌ی $H$ وصل کنید تا پاره‌خط $MH$ به‌دست‌آید. این خط همان خط عمود از نقطه‌ی $H$ برروی خط $d$ است(شکل ۲-۳۱).



شکل ۲-۳۱

## دستورالعمل ترسیم خط عمود بر یک خط، از یک نقطه خارج آن خط:

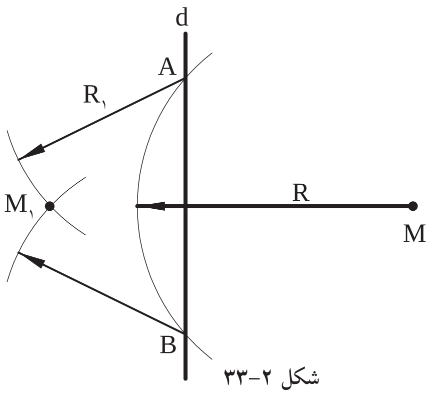


شکل ۲-۳۲

خط $d$ ونقطه‌ی $M$ درخارج خط مفروض است.

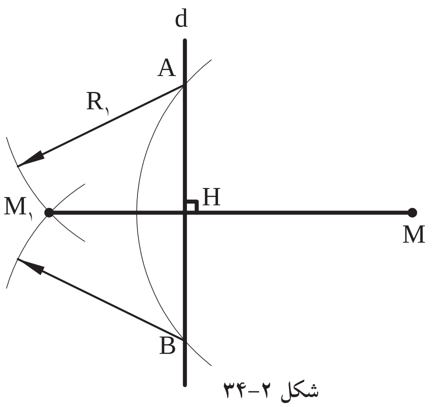
### مراحل انجام کار:

۱-دهانه‌ی پرگاررا به اندازه‌ی شعاع دلخواه$R$ (بیش‌تر از فاصله نقطه $M$ تا خط $d$) باز نمایید. سپس به مرکز نقطه‌ی $M$ کمانی ترسیم کنید تا خط $d$ را در دو نقطه$A$ و$B$ قطع کند(شکل ۲-۳۲).



شکل ۲-۳۳

۲- مجدداً به مراکز $A$ و$B$ دو کمان به شعاع $R_1$ یا شعاعی که مقدارش کم‌تر از $\frac{AB}{۲}$ نباشد، رسم کنید. به صورتی که دو کمان یکدیگر را در نقطه‌ی$M_1$ قطع کنند (شکل ۲-۳۳).

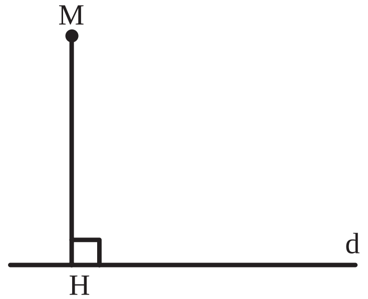


شکل ۲-۳۴

۳-نقطه‌ی$M$رابه نقطه‌ی$M_1$ وصل کنید. پاره‌خط ترسیم شده، خط عمود از نقطه‌ی $M$ برخط $d$ است (شکل ۲-۳۴).

## دستورالعمل ترسیم خط موازی ازیک نقطه خارج از یک خط:

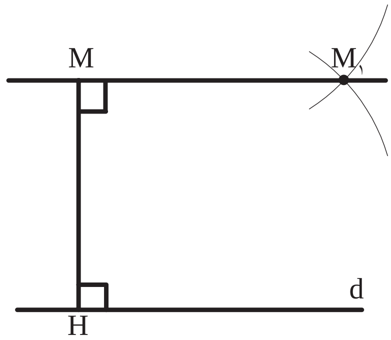
خط d و نقطه‌ی M درخارج خط d مفروض است.




شکل ۲-۳۵

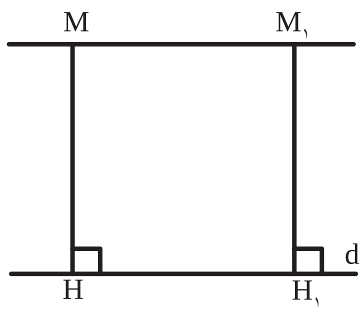
**مراحل انجام کار:**

۱- از نقطه‌ی M خط عمود MH را مطابق با ترسیم عمود ازیک نقطه‌ی خارج از خط مطابق با دستورالعمل گفته شده، ترسیم کنید(شکل ۲-۳۵).




شکل ۲-۳۶

۲-از نقطه‌ی M مطابق با دستورالعمل(۱۲-۴-۱) خط $MM_1$ را عمود برخط MH ترسیم کنید(شکل ۲-۳۶).




شکل ۲-۳۷

۳- خط $MM_1$ خط موازی موردنظر به دست می آید (شکل ۲-۳۷).

یادداشت: ..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

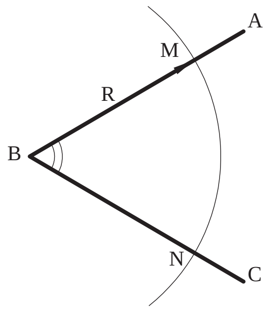
..........................................................................................................

### دستورالعمل ترسیم زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی ABC :

زاویه‌ی ABC مفروض است. اندازه‌ی زاویه‌ی ABC دلخواه است.

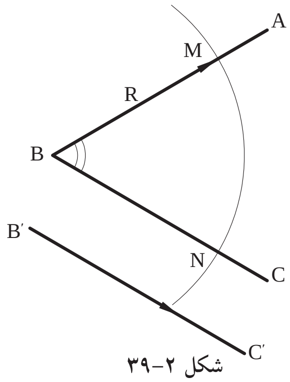
**مراحل انجام کار:**

۱-دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی شعاع دلخواه R باز نمایید. سپس به مرکز B رأس زاویه قوسی ترسیم کنید تا اضلاع زاویه را در دو نقطه M و N قطع کند (شکل ۲-۳۸).



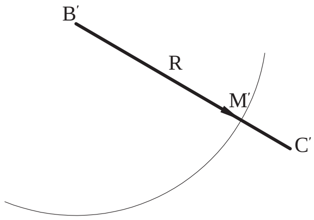
شکل ۲-۳۸

۲- سپس پاره‌خط B´C´ را مساوی خط BC رسم نمایید(شکل ۲-۳۹).



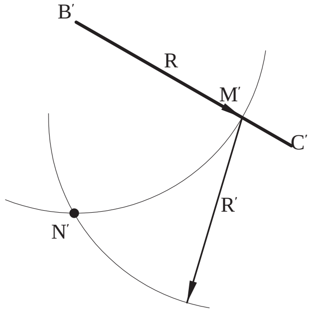
شکل ۲-۳۹

۳-به مرکز B´ و به شعاع R=BM قوسی رسم کنید، تا خط B´C´ را درنقطه‌ی M´ قطع کند(شکل ۲-۴۰).



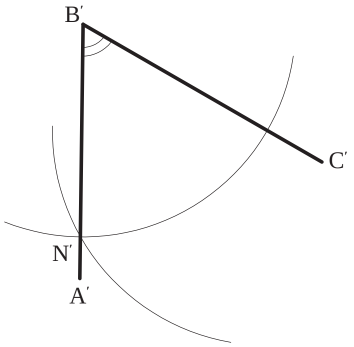
شکل ۲-۴۰

۴-به مرکز M´ و شعاع R´=MN قوس دیگری رسم کنید تا دو قوس یکدیگر را در N´ قطع کنند (شکل ۲-۴۱).



شکل ۲-۴۱

۵-ازنقطه‌ی $N'$ به $B'$وصل کنید وادامه دهید تازاویه‌ی $A'B'C'$مساوی زاویه‌ی $ABC$به دست آید(شکل ۲-۴۲).



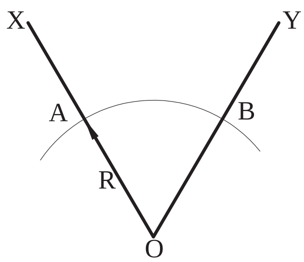
شکل ۲-۴۲

## دستورالعمل ترسیم نیم‌ساز زاویه:

زاویه‌ی $XOY$ به اندازه‌ی دلخواه مفروض است.

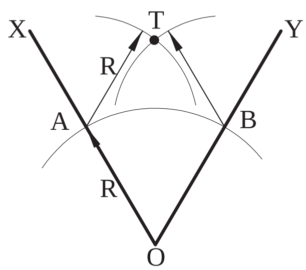
### مراحل انجام کار:

۱- به مرکزنقطه‌ی $O$ رأس زاویه و به شعاع دلخواه $R$ کمانی رسم کنید تا دوضلع زاویه ی $OX$ و $OY$ را دردو نقطه‌ی $A$ و $B$ قطع نماید(شکل ۲-۴۳).



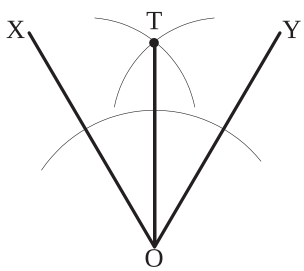
شکل ۲-۴۳

۲- مجدداً از نقاط $A$ و $B$ دو کمان مساوی به شعاع $R$ یا هرشعاع دیگررسم نمایید، تایکدیگر را درنقطه‌ی $T$ قطع کنند(شکل ۲-۴۴).



شکل ۲-۴۴

۳- از نقطه‌ی $T$ به نقطه $O$ وصل کنید. خط $OT$ نیم‌ساز زاویه‌ی $XOY$ است(شکل ۲-۴۵).



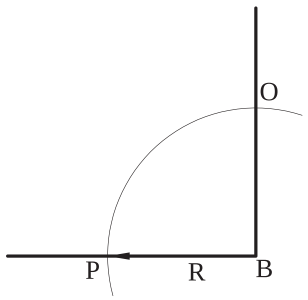
شکل ۲-۴۵

## دستورالعمل تقسیم زاویه‌ی قائمه به سه قسمت مساوی:

زاویه‌ی قائمه‌یABC مفروض است.

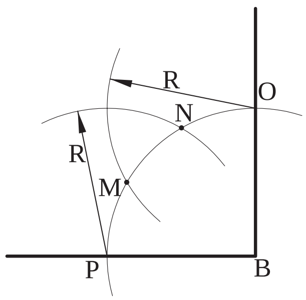
**مراحل انجام کار:**

۱–ازنقطه‌یB رأس زاویه، کمانی به شعاع R رسم کنید تا دوضلع زاویه را درنقاطO وP قطع نماید (شکل ۲–۴۶).



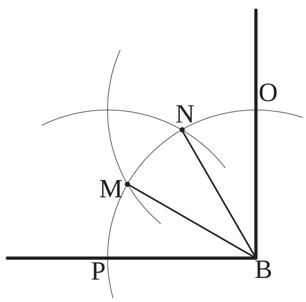

شکل ۲–۴۶

۲– مجدداً از نقاط O و P دوکمان به شعاع R رسم نمایید تا کمان OP را دردونقطه‌یM وN قطع کند (شکل ۲–۴۷).




شکل ۲–۴۷

۳– نقاطM وN را به مرکززاویه‌ی قائمه، یعنی نقطه‌یB وصل کنید. به این ترتیب زاویه‌ی قائمه به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود(شکل ۲–۴۸).




شکل ۲–۴۸

$<PBM=<MBN=<NBO=۳۰^\circ$

**نکته:**

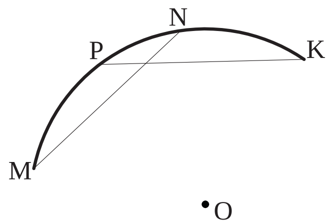
از این روش برای تقسیم زاویه‌ی ۹۰ درجه به دو زاویه‌ی ۳۰ و ۶۰ درجه نیز استفاده می‌شود. $<OBN=۳۰^\circ$ و $<NBP=۶۰^\circ$

## دستورالعمل یافتن مرکز یک کمان یا یک دایره:

یک کمان مفروض است.

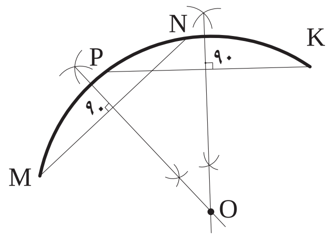
### مراحل انجام کار:

۱-ابتدا دو وتر دلخواه NM وKP را روی قوس مفروض جدا کنید(شکل ۲-۹۴).



شکل ۲-۴۹

۲-عمودمنصّف دوپاره‌خط مذکور را رسم نمایید (شکل ۲-۵۰). از محل برخورد دو عمود منصّف، نقطه‌ی O مرکز کمان دایره به دست می آید.



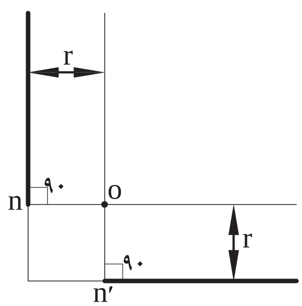
شکل ۲-۵۰

## دستورالعمل ترسیم قوس با شعاع معین، مماس بر دوخط متقاطع مورد نظر:

رسم قوس در زوایای قائمه، حاده، منفرجه صورت می گیرد. مفروضات این ترسیم، اندازه‌ی شعاع r و زاویه‌ی بین دوخط است.

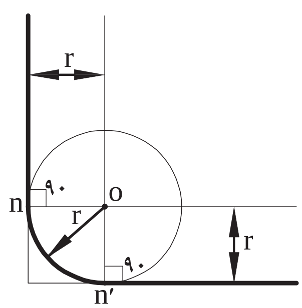
### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا دوخط، بازاویه‌ی معلوم نسبت به یکدیگر و به موازات دوخط مفروض اولیّه با فاصله‌ی r رسم کنید. این دو خط همدیگر را در نقطه o قطع می کنند (شکل ۲-۵۱).



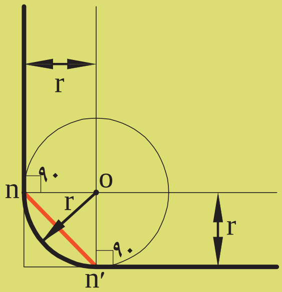
شکل ۲-۵۱

۲-سپس به مرکز نقطه‌ی o و به شعاع r قوسی رسم کنید. این قوس بردوضلع زاویه‌ی اولیّه مماس‌خواهد بود (شکل ۲-۵۲).



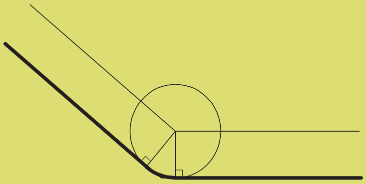
شکل ۲-۵۲

**نکته:** طول قوس مماس بر دو ضلع زاویه عبارت خواهد بود، برفاصله‌ی دو نقطه‌ای که دوعمود از نقطه‌ی o برآن‌ها وارد می‌شود. فاصله‌ی nn´ طول قوس موردنظراست(شکل ۲-۵۳).

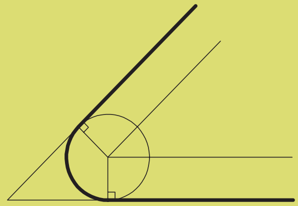



شکل ۲-۵۳

قوس در زوایای حاده و منفرجه نیز به همین روش ترسیم می‌گردد (شکل‌های ۲-۵۴ و ۲-۵۵).



شکل ۲-۵۴



شکل ۲-۵۵

### دستورالعمل ترسیم دایره‌ی مماس بر دو خط موازی:

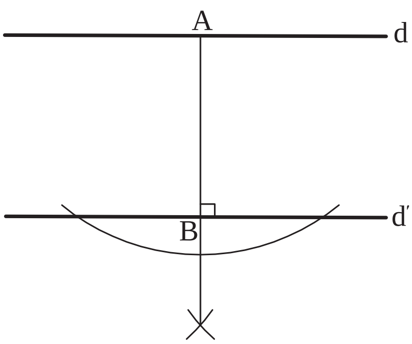
دو خط موازی d و d´ مفروض است.

**تعریف:** دایره‌ی مماس بردو خط موازی، دایره‌ای است که مرکز آن در وسط فاصله دو خط قرارمی‌گیرد و شعاع آن نصف فاصله دو خط مورد نظراست.

### مراحل انجام کار:

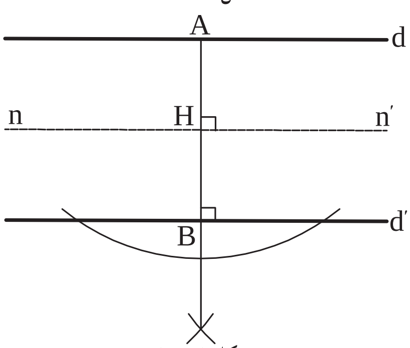
۱- خط AB را عمود برخطوط d و d´ رسم کنید.

این ترسیم را می‌توانید طبق دستورالعمل‌های گفته شده انجام دهید(شکل ۲-۵۶).



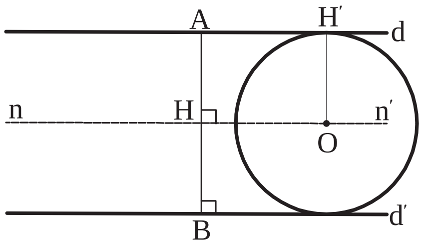

شکل ۲-۵۶

۲-عمودمنصّف خط AB راترسیم کنید.عمود nn´ خط AB را درنقطه‌ی H قطع می کند(شکل ۲-۵۷).




شکل ۲-۵۷

۳- روی خط ´nn، نقطه‌ای مانند O را در نظر بگیرید و دایره‌ای به مرکز O و به شعاع ´OH رسم کنید. این دایره بر دوخط موازی d و ´d مماس است(شکل ۲-۵۸).

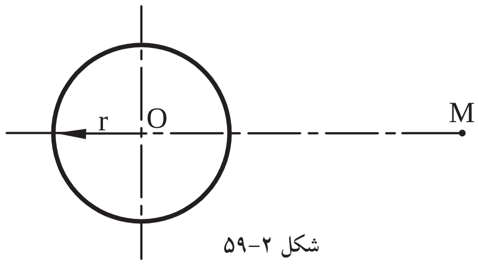


شکل ۲-۵۸

## دستورالعمل ترسیم خط مماس بردایره:

رسم مماس بر دایره به دو حالت صورت می گیرد؛

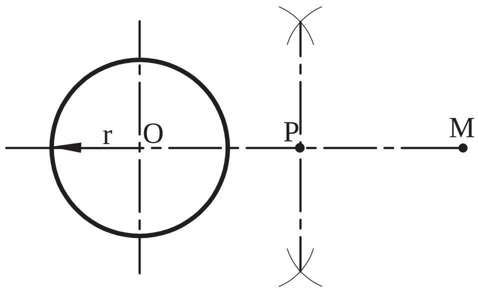
**الف) مماس بر دایره از یک نقطه‌ی خارج از دایره:** شعاع r و فاصله‌ی OM مفروض است.



شکل ۲-۵۹

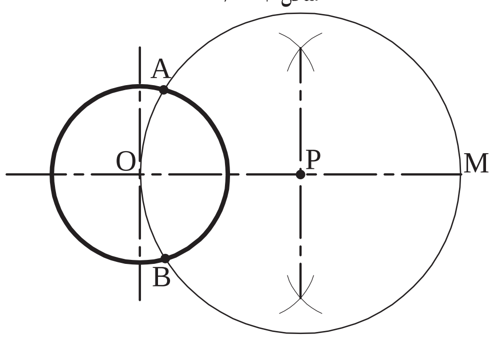
**مراحل انجام کار:**

۱-از نقطه‌ی O و به شعاع r دایره‌ای رسم کنید (شکل ۲-۵۹).



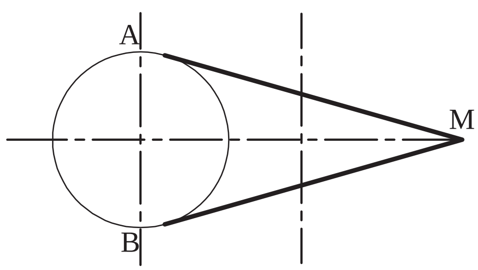
شکل ۲-۶۰

۲- از O به M وصل کنید و نقطه‌ی P را دروسط OM تعیین نمایید(شکل ۲-۶۰).



شکل ۲-۶۱

۳-به مرکز P و به شعاع PM کمانی ترسیم کنید که از نقاط M و O عبور کند و دایره‌ی مذکور را درنقاط A و B قطع نماید(شکل ۲-۶۱).



شکل ۲-۶۲

۴-نقاط A و B نقاط تماس، خطوط مماس مورد نظر بر دایره‌اند. بنابراین، دوخط AM و BM دوخط مماس از نقطه‌ی M بردایره‌اند(شکل ۲-۶۲).

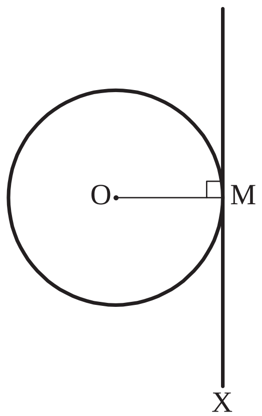
**ب) مماس بر دایره از یک نقطه برروی دایره:**

دایره‌یP و نقطه‌ی M بر روی دایره‌ی مذکور مفروض است.

**مراحل انجام کار:**

۱ـاز نقطه‌یM خط MX را بر OM شعاع دایره عمود کنید.

۲ـخط MX مماس مورد نظراست. به عبارت دیگرخط مماس درنقطه‌ی تماس برشعاع عمود است (شکل ۲ـ۶۳).



شکل ۲ـ۶۳

## دستورالعمل ترسیم دایره محاطی:

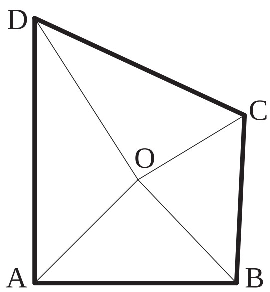
**تعریف:** «دایره‌ی‌محاطی»، دایره‌ای است که درون یک چندضلعی منتظم یا غیرمنتظم احاطه شده باشد، یعنی چندضلعی مماس برمحیط دایره است.

شرط چهارضلعی غیرمنتظم ABCD این است که اضلاع آن‌ها با هم برابر نبوده و مجموع دو ضلع مقابل با مجموع دو ضلع مقابل دیگر برابر باشد.

چهارضلعی غیرمنتظمABCD مفروض است.

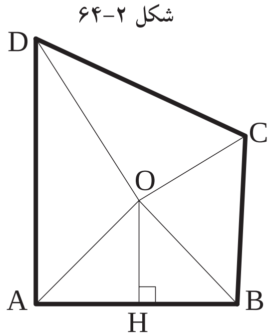
**مراحل انجام کار:**

۱ـابتدا نیم‌ساز هر یک از چهار رأسABCD را رسم کنید. محل برخورد همه‌ی نیم‌سازها را نقطه‌ی O بنامید(شکل ۲ـ۶۴).



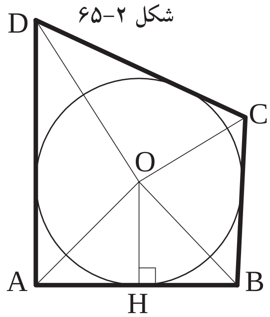
شکل ۲ـ۶۴

۲ـاز نقطه‌ی O عمود OH را ترسیم کنید. (شکل ۲ـ۶۵).



شکل ۲ـ۶۵

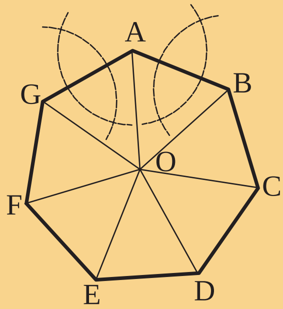
۳ـدایره‌ای به مرکز O و به شعاع OH دایره‌ی محاطی چهارضلعی ABCD است(شکل ۲ـ۶۶).



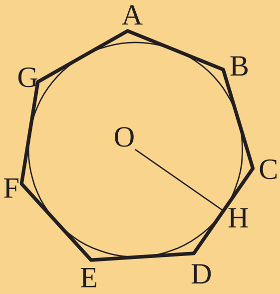
شکل ۲ـ۶۶

-اگر چندضلعی منتظم باشد، محل برخوردنیم‌ساز زاویه‌ها و عمود منصّف اضلاع مرکز دایره‌ی محاطی خواهد بود(شکل ۲-۶۷).

-عمودمنصّف OH شعاع دایره‌ی محاطی چند ضلعی منتظم خواهد بود(شکل ۲-۶۸).




شکل ۲-۶۷




شکل ۲-۶۸

### دستورالعمل ترسیم دایره‌ی محیطی:

**تعریف:** دایره‌ی محیطی، دایره‌ای است که محیط آن از رئوس چندضلعی‌ها می‌گذرد و چندضلعی را در بر می‌گیرد.

شرط چهارضلعی غیرمنتظم ABCD این است که زوایای آن‌ها با هم برابر نبوده و مجموع دو زاویه‌ی مقابل ۱۸۰ درجه باشد.

چهارضلعی غیرمنتظم ABCD مفروض است.

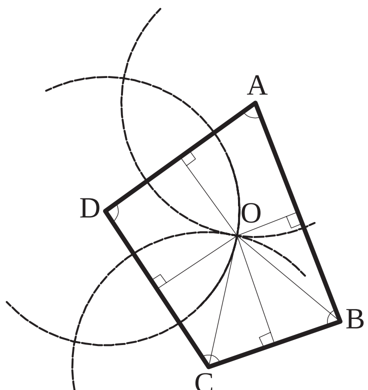
**مراحل انجام کار:**

۱-ابتدا عمود منصّف‌های هر یک از اضلاع چهار ضلعی را رسم کنید.

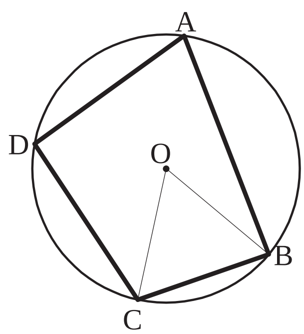
محل برخورد همه‌ی عمود منصّف‌ها را نقطه‌ی O بنامید(شکل ۲-۶۹).

۲- ازنقطه‌ی O دایره‌ای به شعاع OB و OC ترسیم کنید. تا دایره‌ی محیطی چهارضلعی غیرمنتظم ABCD به دست آید(شکل ۲-۷۰).

**خودآزمایی ۳:** مرکز و شعاع دایره‌ی محیطی مثلث متساوی‌الاضلاعی پیدا و ترسیم نمایید.

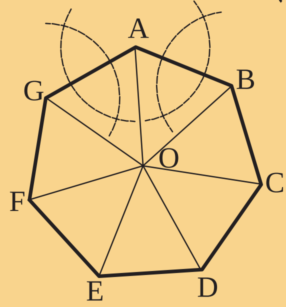



شکل ۲-۶۹



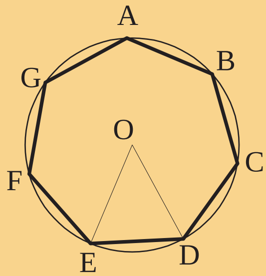

شکل ۲-۷۰

–اگرچندضلعی منتظم باشد، محل برخورد عمود منصّف اضلاع مرکز دایره‌ی محاطی خواهد بود (شکل ۲–۷۱).



شکل ۲–۷۱

–دایره‌ای به مرکز O و به شعاع OD یا OE، دایره‌ی محیطی چندضلعی منتظم خواهد بود (شکل ۲–۷۲).

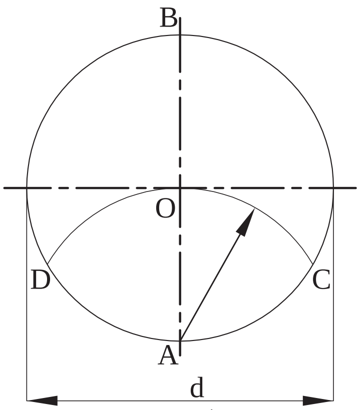


شکل ۲–۷۲

### دستورالعمل تقسیم دایره به سه قسمت مساوی:

درتقسیم دایره به سه قسمت، باید مثلث متساوی–الاضلاع محاط دردایره را رسم نماییم.

قطر d از دایره، مفروض است.

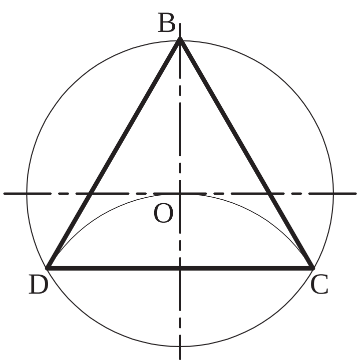


شکل ۲–۷۳

### مراحل انجام کار:

۱–از نقطه‌ی A یک سرقطر دایره، کمانی به شعاع OA رسم کنید به صورتی که از مرکز دایره(نقطه O) بگذرد و محیط دایره را در دو نقطه‌ی C و D قطع کند (شکل ۲–۷۳).

۲– نقاط B و C و D سردیگر قطردایره، رأس مثلث خواهند بود. لازم است این سه نقطه را به هم وصل کنید تا سه ضلعی منتظم BCD حاصل شود(شکل ۲–۷۴).

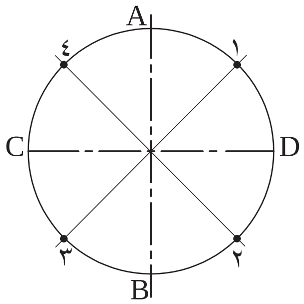


شکل ۲–۷۴

## دستورالعمل تقسیم دایره به چهارقسمت مساوی:

قطر d از دایره، مفروض است.

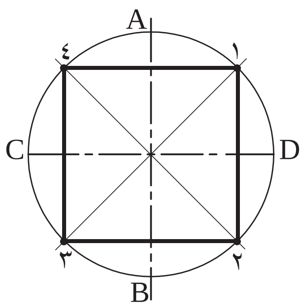
### مراحل انجام کار:




شکل ۲-۷۵

۱-دایره را به قطر d ترسیم کنید. سپس با گونیای ۴۵ درجه، دو قطر مورّب دایره را رسم نمایید. قطرها، محیط دایره را در نقاط ۱و۲و۳و۴ قطع می کند(شکل ۲-۷۵).

توجه داشته باشید گونیا را بر روی خط کش تی قرار دهید و قطرهای مورّب را رسم کنید.

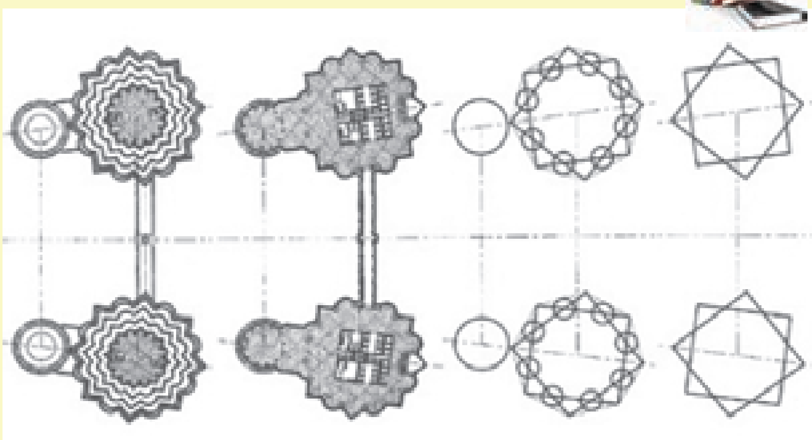



شکل ۲-۷۶

۲-چهار نقطه‌ی مذکور را به هم وصل کنید تا مربع مورد نظر به‌دست آید(شکل ۲-۷۶).

**بیش تر بدانیم**

**نمود هندسه در معماری**

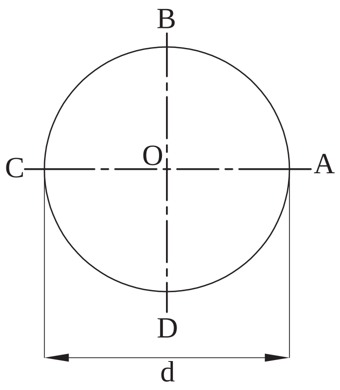


برج‌های دو قلوی پتروناس را همه‌ی ما می‌شناسیم. آیا می‌دانستید که طراحی معماری این برج‌ها بر اساس دو مربع ساده‌ی هندسه‌ی اسلامی که ستاره‌ای ۸ پَر را می‌سازد انجام شده است و بازتاب‌کننده و حدت در عین کثرت، هماهنگی، پایداری و خِرَد است؟

شکل ۲-۷۷

## دستورالعمل تقسیم دایره به پنج قسمت مساوی:

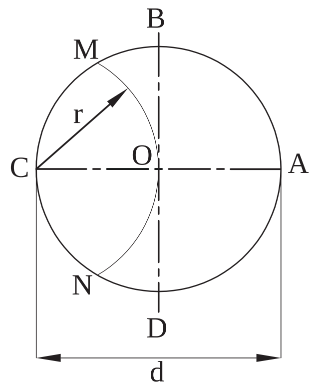
قطر d از دایره، مفروض است.



شکل ۲-۷۸

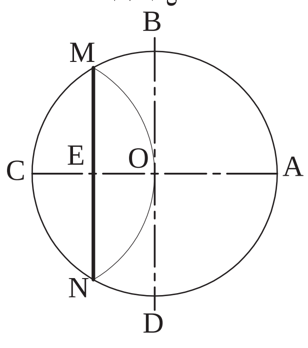
### مراحل انجام کار:

۱-با ترسیم دو خط عمود برهم، دایره‌ی مفروض را به مرکز تلاقی دو خط رسم نمایید. سپس محل برخورد این اَقطار با محیط دایره را نام‌گذاری کنید (شکل ۲-۷۸).



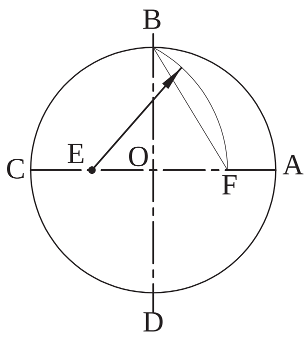
شکل ۲-۷۹

۲- خط OC شعاع دایره را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید. به این ترتیب که به مرکز C و به شعاع OC کمانی ترسیم کنید تا از مرکز دایره بگذرد و محیط دایره را در دو نقطه‌ی M و N قطع نماید(شکل ۲-۷۹).



شکل ۲-۸۰

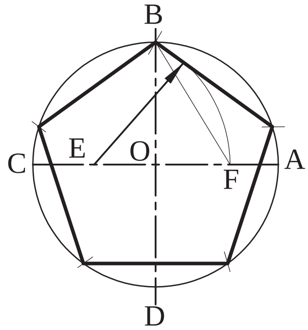
۳-نقاط M و N را به هم وصل کنید. پاره‌خط MN عمودمنصّف خط OC خواهد بود و آن‌را در نقطه‌ی E قطع می‌کند(شکل ۲-۸۰).



شکل ۲-۸۱

۴-حال به مرکز E و به شعاع BE کمانی ترسیم کنید تا این کمان از نقطه‌ی B عبور کند و خط OA را نیز درنقطه‌ی F قطع نماید(شکل ۲-۸۱).

۵- فاصله‌ی BF اندازه طول یک ضلع پنج‌ضلعی خواهد بود. اندازه‌ی دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی BF باز نمایید. سپس ازنقطه B شروع کنید به کمان زدن، به این ترتیب محیط دایره، به پنج قسمت مساوی تقسیم می‌شود (شکل ۲-۸۲).

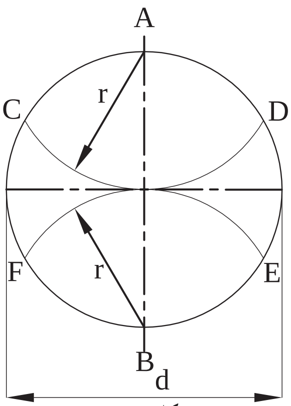


شکل ۲-۸۲

## دستورالعمل تقسیم دایره به شش قسمت مساوی:

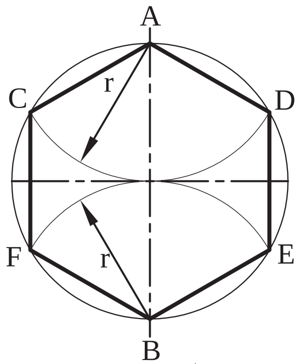
### مراحل انجام کار:

۱- با ترسیم دو خط عمود برهم، دایره‌ی مفروض را به مرکز تلاقی دو خط رسم نمایید. از نقاط A وB دوسر قطردایره کمان‌هایی به شعاع (r)را چنان ترسیم کنید که دایره را در نقاط D وC وE وF قطع نماید(شکل ۲-۸۳).



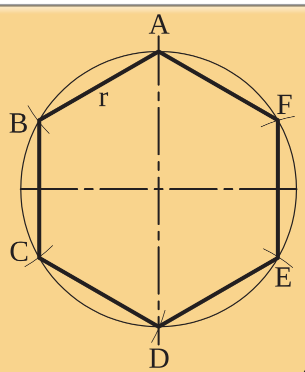
شکل ۲-۸۳

۲- نقاط حاصل شده را به هم وصل کنید. شش ضلعی منتظمADEBFC به دست می‌آید(شکل ۲-۸۴).



شکل ۲-۸۴

روش دیگر: دو خط عمود برهم را ترسیم و به مرکز تلاقی دو خط، دایره‌ی مذکور را رسم کنید.
سپس دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی شعاع دایره (r)، باز نموده و از نقطه‌ی A روی دایره کمانی رسم کنید.
مجدداً از نقطه‌ی(B)کمانی دیگر رسم کرده تا دایره را در نقطه‌ی C قطع نماید. این کار را ادامه دهید تا دایره به ۶ قسمت مساوی تقسیم گردد.



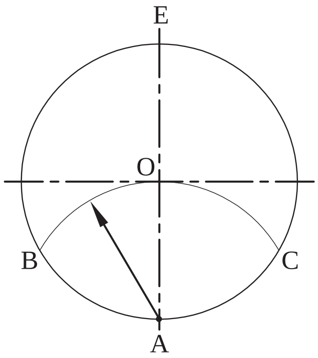
شکل ۲-۸۵

## دستورالعمل تقسیم دایره به هفت قسمت مساوی:

قطر d از دایره، مفروض است.

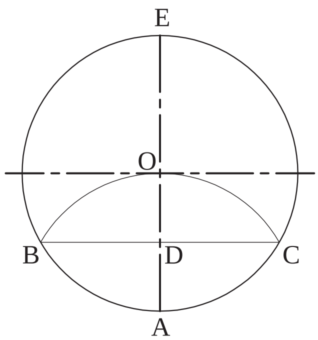
### مراحل انجام کار:

۱-با ترسیم دو خط عمود برهم، دایره‌ی مفروض را به مرکز تلاقی دو خط رسم نمایید. سپس از نقطه‌ی A به عنوان مرکز و به شعاع AO قوسی رسم کنید تا دایره را درنقاط B و C قطع نماید(شکل ۲-۸۶).



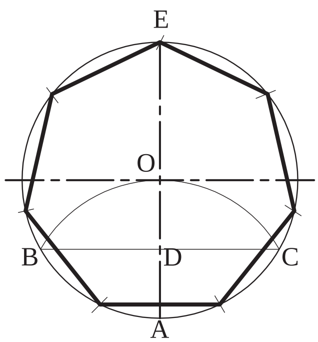
شکل ۲-۸۶

۲-پاره‌خط BC محورعمودی AE را در نقطه‌ی D قطع می‌کند. خط به‌دست آمده‌ی BD ، اندازه‌ی ضلعِ هفت ضلعی مورد نظراست(شکل ۲-۸۷).



شکل ۲-۸۷

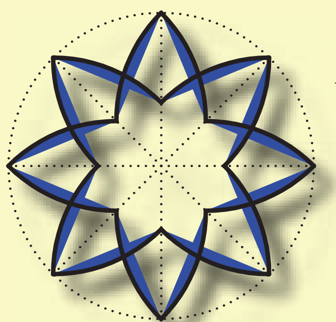
۳-بنابراین، دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی BD باز نمایید. سپس از نقطه‌ی E شروع کنید و کمان‌هایی را روی دایره به ترتیب مشخص نمایید. به این ترتیب دایره، به هفت قسمت تقسیم می‌شود(شکل ۲-۸۸).



شکل ۲-۸۸

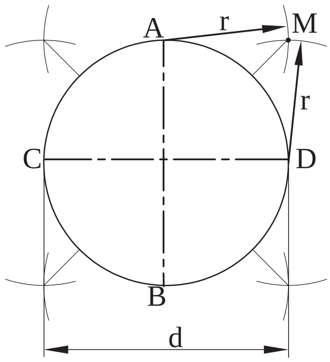
**بیش تر بدانیم**

شکوه و زیبایی معماری ایران به ویژه در دوره اسلامی، به تزیین و آرایش آن بستگی دارد. هنرهای والای اسلامی از هنرهای تزیینی و کاربردی گرفته تا احداث بزرگ‌ترین بناهای مذهبی اهمیّت و اعتبار ویژه‌ای دارد. تزئیناتی چون آیینه‌کاری، آجرکاری، گچ بَری، کاشی‌کاری، حجاری، منبت‌کاری و نقاشی در سراسر دوران اسلامی رواج داشته و در هردوره‌ای با امکانات آن روزگاران پیشرفت کرده است.


شکل ۲-۸۹

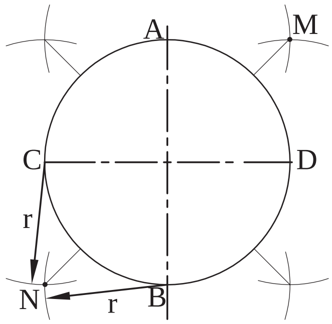
### دستورالعمل تقسیم دایره به هشت قسمت مساوی:

**مراحل انجام کار:**



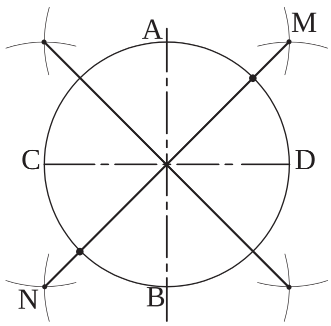

شکل ۲-۹۰

۱-دایره‌ای به قطر d مفروض است. ابتدا از نقاط A و D (محل برخورد دو قطرعمود برهم دایره با محیط دایره)، کمان‌هایی به شعاع $r = \frac{d}{۲}$ رسم نمایید. محل برخورد دو کمان را M بنامید(شکل ۲-۹۰).



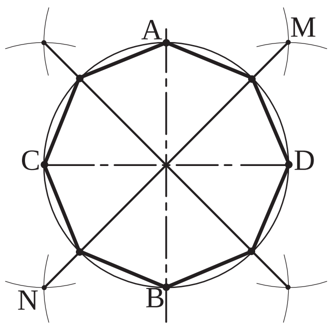

شکل ۲-۹۱

۲-همین کار را برای نقاط B وC نقاط دیگر روی دایره انجام دهید، سپس محل برخورد دوکمان را N بنامید (شکل ۲-۹۱).




شکل ۲-۹۲

۳- نقاط M وN را به هم وصل کنید. از برخورد خط MN بامحیط دایره، دورأس هشت ضلعی به دست می‌آید(شکل ۲-۹۲).




شکل ۲-۹۳

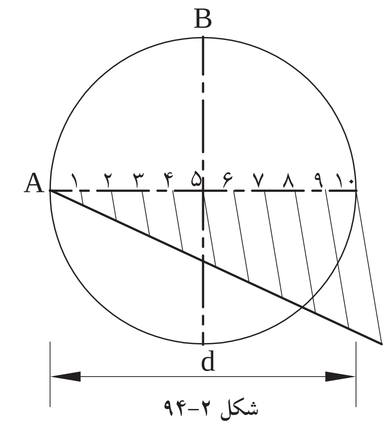
۴- مطابق با مراحل ۱ تا ۳، رأس‌های دیگر هشت ضلعی را به همین ترتیب به دست آورید. با به هم وصل نمودن چهارنقطه‌ی به‌دست‌آمده و نقاط AوBوCوD هشت ضلعی مورد نظر ترسیم می‌شود(شکل ۲-۹۳).

## دستورالعمل تقسیم دایره به n قسمت مساوی:

### مراحل انجام کار:

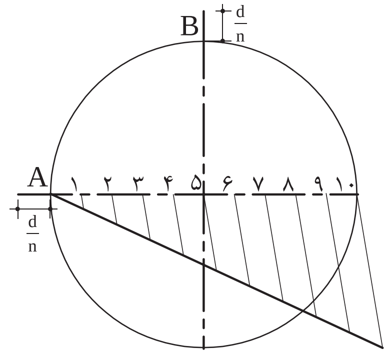
۱- دایره ای به قطر d مفروض است.

۲- به کمک روش تقسیم پاره‌خط به قسمت‌های مساوی- قبلاً توضیح داده شده است- قطرافقی d را به n قسمت مساوی تقسیم کنید(شکل ۲-۹۴).



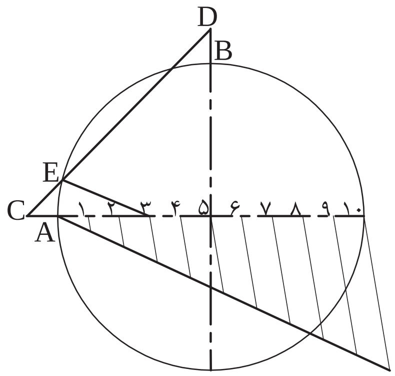
شکل ۲-۹۴

۳-از نقطه‌ی A روی محورافقی و نقطه‌ی B روی محورعمودی به خارج از دایره، به اندازه‌ی $\frac{d}{n}$ امتداد دهید(شکل ۲-۹۵).



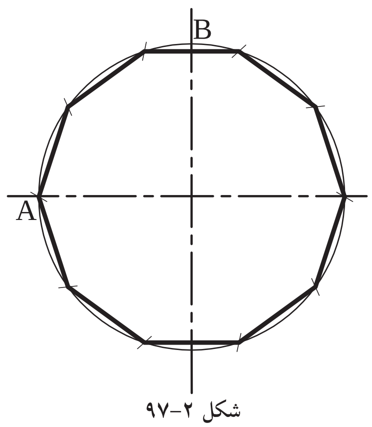
شکل ۲-۹۵

۴- نقاط حاصل شده را C وD بنامید و به یکدیگر وصل نمایید، تا دایره را در نقطه E قطع نمایند. اگرنقطه‌ی به‌دست آمده‌ی E ، به عدد۳ متصل شود، خط $E_۳$ اندازه‌ی طول ضلع کثیرالاضلاع خواهد بود(شکل ۲-۹۶).



شکل ۲-۹۶

۵- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی $E_۳$ بازکرده و از نقطه‌ی A شروع نمایید. سپس دایره را با کمان‌هایی به n قسمت تقسیم نمایید(شکل ۲-۹۷).



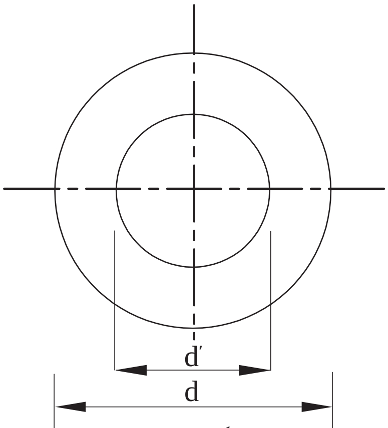
شکل ۲-۹۷

## دستورالعمل رسم بیضی دردایره:

اندازه‌ی d و ´d قطرهای دو دایره‌ی داخلی وخارجی مفروض است.

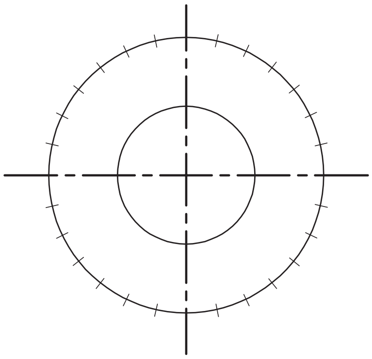
### مراحل انجام کار:

۱- ابتدا دو دایره‌ی متحدالمرکزی را با قطرهای d و ´d ترسیم نمایید. قطر دایره‌ی کوچک‌تر، قطر کوچک بیضی و قطر دایره‌ی بزرگ‌تر، قطر بزرگ بیضی است (شکل ۲-۹۸).

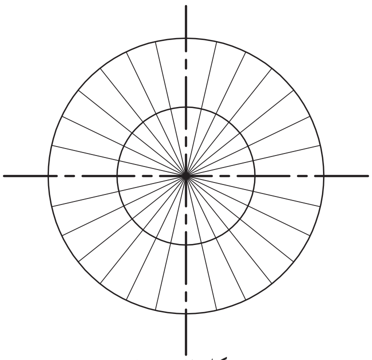


شکل ۲-۹۸

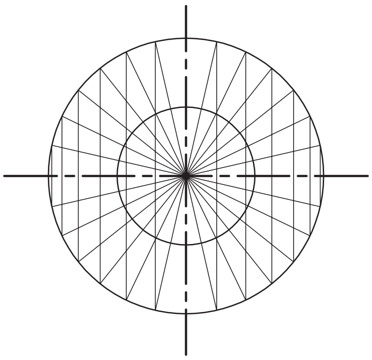
۲-روی دایره‌ی خارجی را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید. تعداد این تقسیمات دلخواه است. هرچه تعداد تقسیمات بیش‌تر باشد، بیضی به‌دست آمده دقیق‌تر و درست‌تر خواهد بود. در این مثال دایره ۲۸ قسمت شده است(شکل ۲-۹۹).


شکل ۲-۹۹

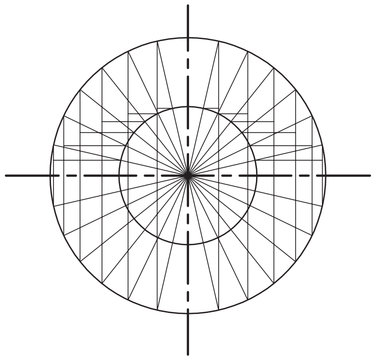
۳- خطوطی را از مرکز دایره‌ها به نقاط تقسیم روی محیط دایره‌ی خارجی وصل کنید، تا محیط هردو دایره به قسمت‌های مورد نظر تقسیم شود(شکل ۲-۱۰۰).


شکل ۲-۱۰۰

۴- از نقاط تقسیم روی دایره‌ی خارجی، خطوط عمودی رسم کنید(شکل ۲-۱۰۱).

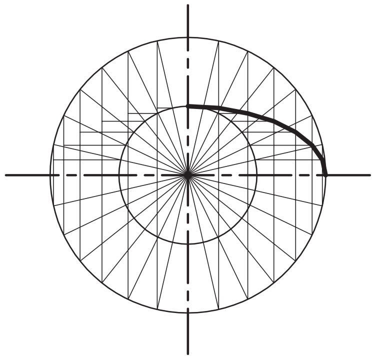

شکل ۲-۱۰۱

۵–از نقاط تقسیم دایره‌ی درونی، خطوط افقی ترسیم کنید(شکل ۲–۱۰۲).



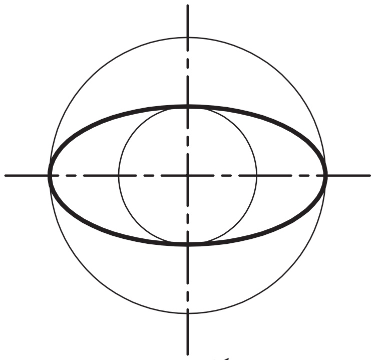
شکل ۲–۱۰۲

۶–خطوط عمودی و خطوط افقی ترسیم شده یکدیگر را قطع خواهند کرد و نقاط حاصل شده محیط بیضی را تشکیل می‌دهند(شکل ۲–۱۰۳).



شکل ۲–۱۰۳

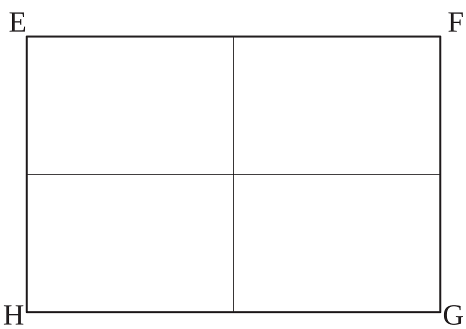
۷– نقاط به‌دست آمده را با پیستوله به هم وصل کنیدتا بیضی مورد نظرترسیم شود(شکل ۲–۱۰۴).



شکل ۲–۱۰۴

## دستورالعمل رسم بیضی درمستطیل:

مستطیل EFGH مفروض است.

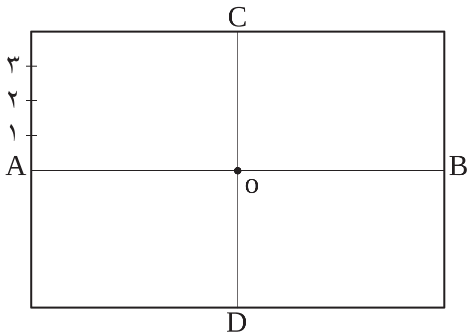



شکل ۲–۱۰۵

### مراحل انجام کار:

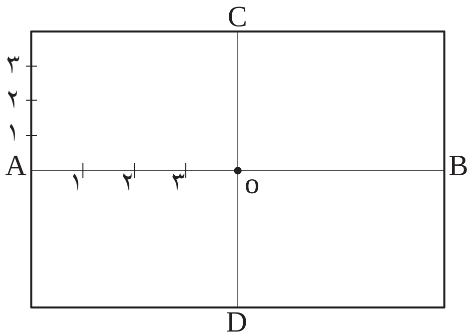
۱–ابتدا مستطیلی رسم کنید که طول آن به اندازه‌ی قطر بزرگ بیضی و عرض آن به اندازه‌ی قطر کوچک بیضی باشد. سپس وسط اضلاع مستطیل را به هم وصل کنید تا مستطیل به چهار قسمت تقسیم شود (شکل ۲–۱۰۵).

۲- سپس عرض مستطیل را از نقطه‌ی A به سمت بالا و پایین به قسمت‌های مساوی تقسیم کنید و آن‌را شماره گذاری نمایید. سپس این نقاط را به C و D وصل کنید(شکل ۲-۱۰۶).



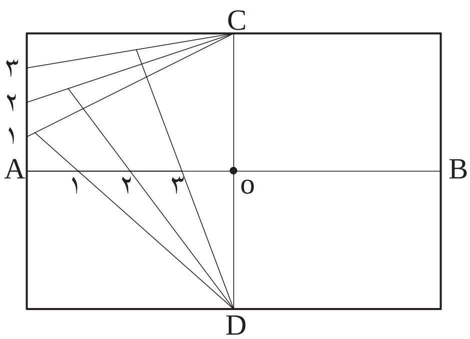
شکل ۲-۱۰۶

۳- قطربزرگ بیضی AB را از نقطه‌ی A تا O به همان تعدادی که عرض مستطیل را تقسیم کرده اید، تقسیم و شماره گذاری نمایید(شکل ۲-۱۰۷).



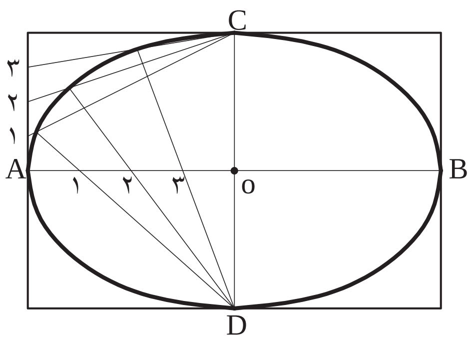
شکل ۲-۱۰۷

۴- حال خطوط را از نقطه‌یC به شماره‌ی ۱روی عرض مستطیل و از نقطه‌یD نیز به شماره‌ی۱روی قطر بزرگ بیضی (OA) وصل کنید. این دوخط همدیگر را در یک نقطه قطع خواهند کرد(شکل ۲-۱۰۸).



شکل ۲-۱۰۸

۵-به همین ترتیب درمورد شماره‌های دیگرعمل نمایید. مراحل۲تا۵ را نیز برای سه قسمت دیگر مستطیل انجام دهید تا تمام بیضی ترسیم شود. با وصل نمودن نقاط حاصل شده(توسط پیستوله) بیضی حاصل می‌شود (شکل ۲-۱۰۹).

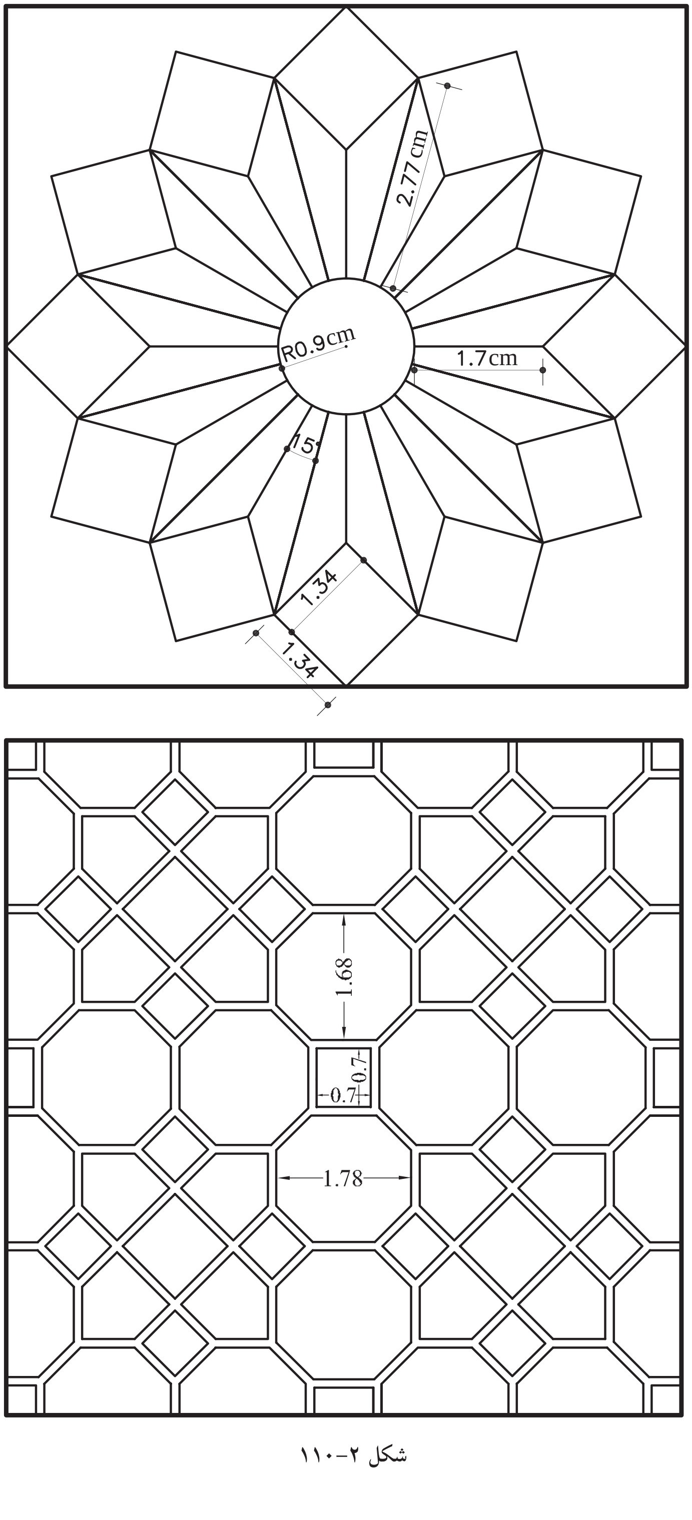


شکل ۲-۱۰۹

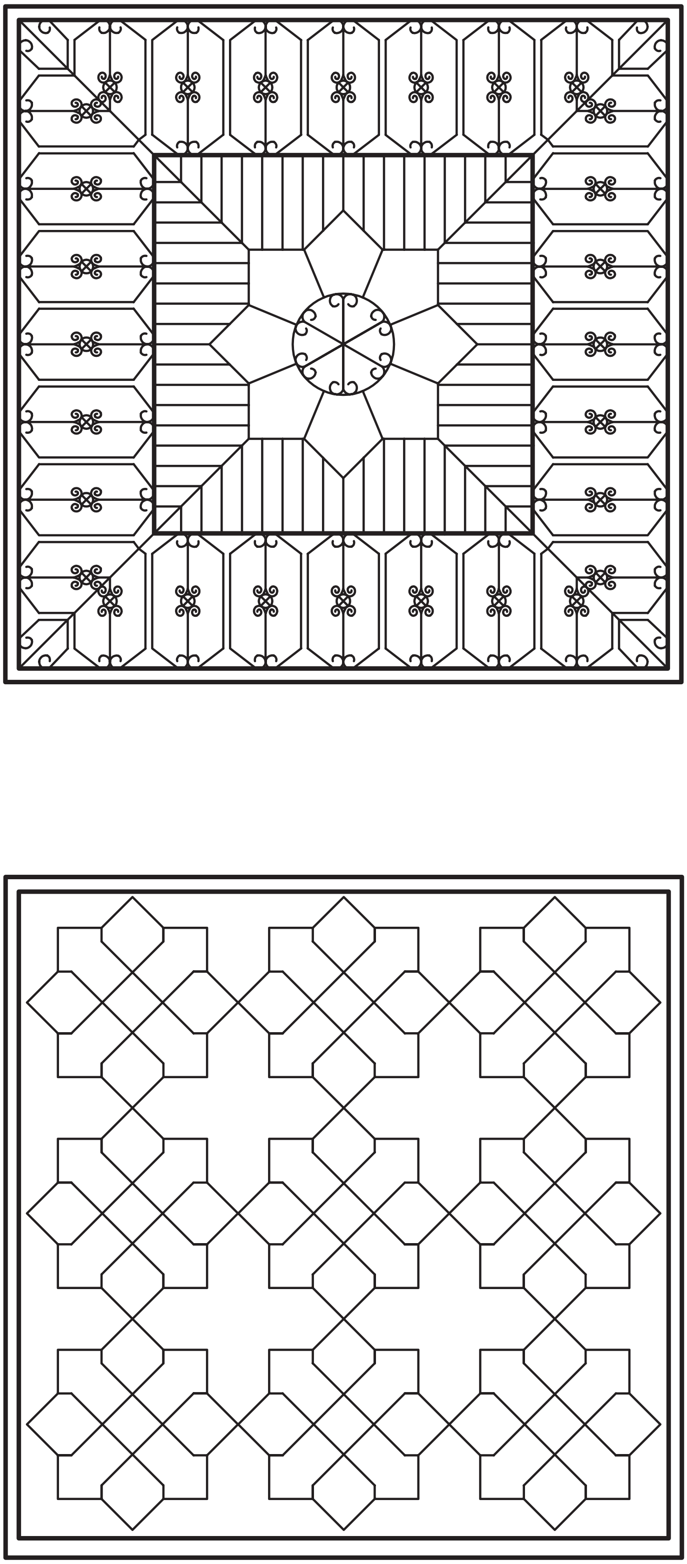
**تمرین کارگاهی ۱:** نمونه‌های کاربردی درشکل‌های ۲-۱۱۰ و ۲-۱۱۱ را با استفاده از ترسیمات ذکر شده بر روی کاغذ $A_۴$ رسم نمایید.

**راهنمایی:**

ابتدا مربع‌ها رابه ابعاد ۹×۹ سانتی‌متر ترسیم‌نمایید. سپس با استفاده ازخط کش تی، گونیا و پرگار، ترسیمات مشخص شده را در مربع‌ها رسم کنید.




شکل ۲-۱۱۰

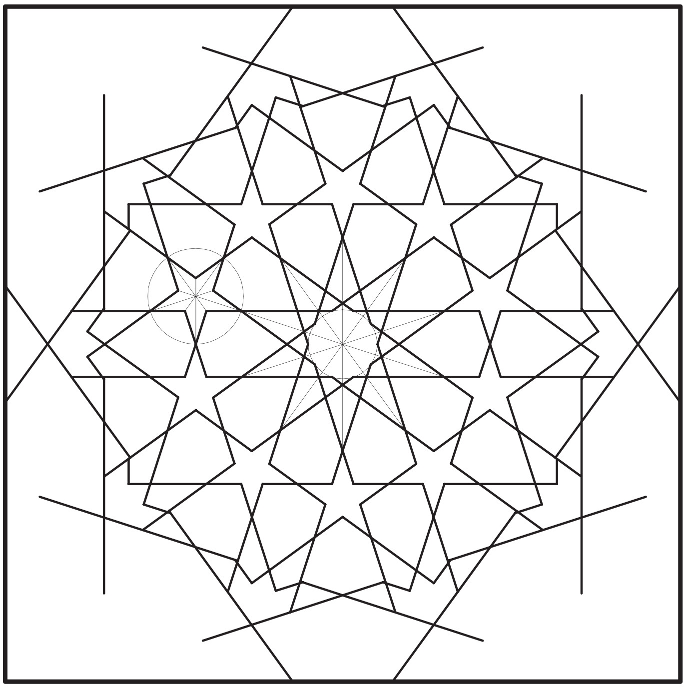


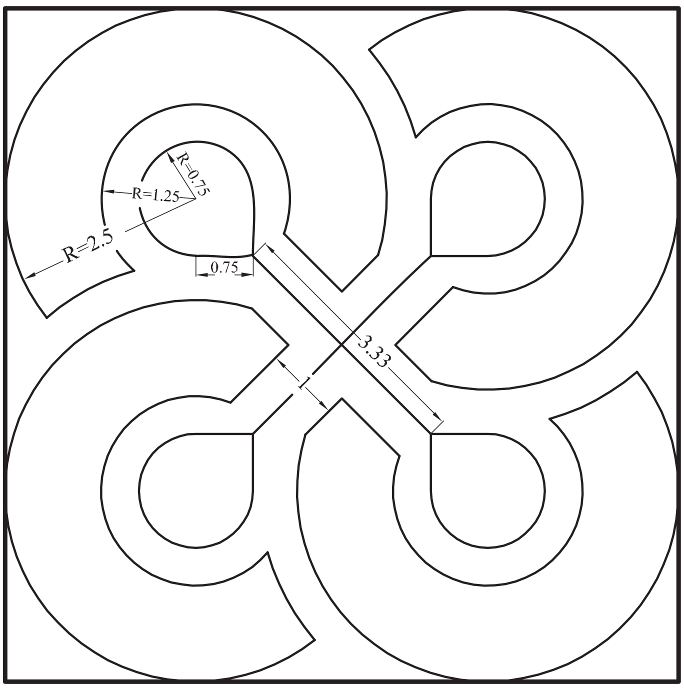
شکل ۲-۱۱۱

**تمرین کارگاهی۲:** هریک از نقش‌های شکل ۲-۱۱۲ را با استفاده ازترسیمات ذکر شده برروی کاغذ $A_4$ رسم نمایید.

**راهنمایی:**

ابتدا مربع ها را به ابعاد۹×۹سانتی مترترسیم‌نمایید. سپس با استفاده ازخط کش تی، گونیا و پرگار، ترسیمات مشخص شده را در مربع ها رسم کنید.





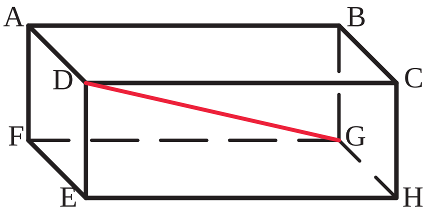

شکل ۲-۱۱۲

## ۲-۲-آشنایی با احجام هندسی ساده

آشنایی با احجام هندسی، موجود درمحیط اطراف به ما کمک می کنند تا از ترسیمات نقشه‌های مربوط به احجام غیرمتعارف، که هنوز ساخته نشده‌اند، تجسّم بهتری داشته باشیم. احجام ساده‌ی هندسی پیرامون ما عبارت‌اند از مکعب، مکعب مستطیل، استوانه، هرم، منشور، مخروط، کره و... (شکل ۲-۱۱۳).


شکل ۲-۱۱۳

**مکعب مستطیل:** این حجم بیش‌ترین کاربرد را در فضاهای مسکونی دارد. دارای شش وجه است و ممکن است به شکل مربع یامستطیل باشد. مکعب مستطیل ها دارای ۸ رأس و۱۲یال[1] اند و پاره‌خطی که دو رأس متقابل را به هم متصل می کند، «قطر» نام دارد (شکل ۲-۱۱۴).



شکل ۲-۱۱۴

حجم مکعب مستطیل از حاصل‌ضرب طول در عرض در ارتفاع به دست می آید.

$$V = a \times b \times h$$

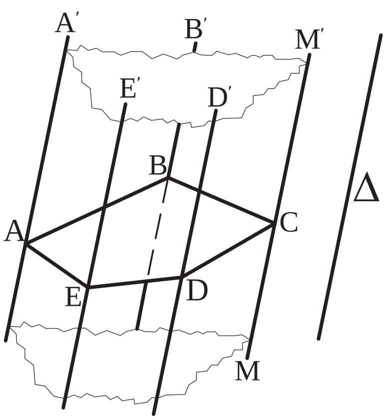
**مکعب:** به مکعب مستطیلی که تمام اضلاع آن با هم برابر باشند، «مکعب» گویند(شکل ۲-۱۱۵).


شکل ۲-۱۱۵

حجم مکعب برابراست با اندازه‌ی طول یک ضلع به توان۳.

$$V = (a)^{۳}$$

**منشور:** هرگاه خطی راست مانند $MM'$ در فضا چنان تغییر مکان دهد که همواره با خط راست ثابتی مانند $\Delta$ موازی باشد و براضلاع چندضلعی مسطحی مانند ABCDE متّکی باشد، سطح نامحدودی ایجاد می‌شودکه آن‌را «سطح‌منشوری» می‌نامند. خط $MM'$ را «مولد» وخط‌هایی مشخص مانند $AA'$ و $BB'$ را «یال» می‌نامند(شکل ۲-۱۱۶).



شکل ۲-۱۱۶

۱-محل برخورد دو سطح را «یال» می‌نامند.

اگرقسمتی از این سطح را در نظر بگیریم که به دو صفحه‌ی متوازی به نام«قاعده» محدود باشد، منشور معمولی به‌دست می آید(شکل ۲–۱۱۷).

ازویژگی های منشورشامل:

–به پاره‌خطی که دوصفحه‌ی قاعده را به هم وصل می کند و بر دو قاعده عمود است «ارتفاع» منشورگفته می شود.

–اگر یال‌های جانبی منشور برقاعده‌هایش عمود باشند، منشور را «قائم» و در غیراین‌صورت منشور را «مایل» می نامند(شکل ۲–۱۱۸).

–یال‌هایی را که بین دو وجه جانبی مشترک‌اند «یال های جانبی» منشور می‌نامند. یال‌های جانبی همه با هم موازی اند.

حجم منشور از حاصل‌ضرب مساحت قاعده در ارتفاع منشور به دست می آید. $V = A \times h$

شکل ۲–۱۱۹ انواع منشور با قاعده‌های مختلف را نشان می دهد.

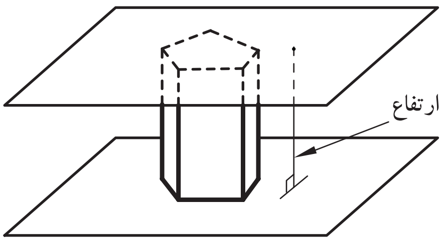
**استوانه:** «استوانه» شکلی است فضایی شبیه منشور، که قاعده‌های آن به جای چندضلعی دو دایره‌ی همنهشت[1] اند(شکل ۲–۱۲۰).

از ویژگی های استوانه شامل:

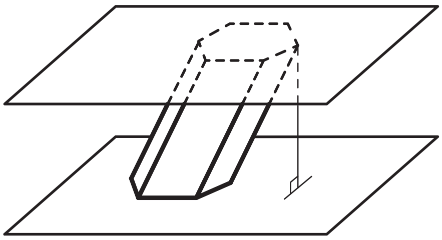
–اگرمحور استوانه یعنی پاره‌خطی که مرکز دو قاعده را به هم وصل می کند بر قاعده عمود باشد، آن را استوانه‌ی «قائم» و درغیراین‌صورت استوانه را «مایل»می نامند(شکل ۲–۱۲۱ و شکل ۲–۱۲۲).

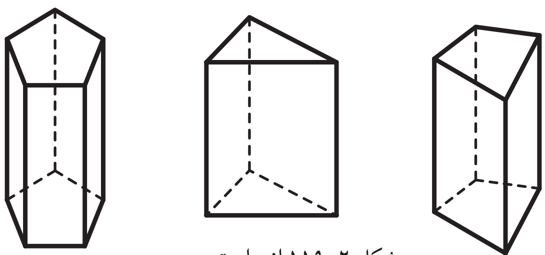
–دراستوانه‌ی قائم، محور استوانه، همان ارتفاع آن است.

حجم استوانه ازحاصل‌ضرب مساحت قاعده در ارتفاع به دست می آید. $V = A \times h$

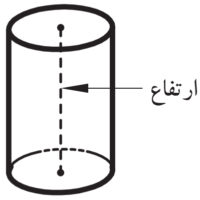


شکل ۲–۱۱۷ منشور قائم

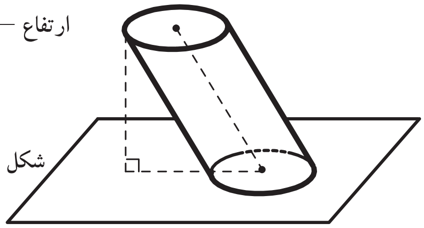

شکل ۲–۱۱۸ منشورمایل


شکل ۲–۱۱۹ از راست به چپ:
منشور چهارضلعی، منشورمثلثی، منشور پنج ضلعی


شکل ۲–۱۲۰



شکل ۲–۱۲۱ استوانه قائم


شکل ۲–۱۲۲ استوانه مایل

۱– هرگاه دو شکل، کاملاً یکدیگر راپوشانند و برهم منطبق باشند «همنهشت» هستند.

**هرم:** «هرم» چند وجهی‌ای است که همه‌ی وجه‌های آن به جز یکی، در یک رأس مشترک‌اند. این رأس مشترک را «رأس هرم» و وجه روبه‌روی آن را «قاعده‌ی هرم»می‌نامند. به وجه‌های دیگرهرم «وجه‌های جانبی» می گویند (شکل ۲–۱۲۳).

از ویژگی‌های هرم شامل:

-ارتفاع هرم پاره‌خطی است که ازرأس هرم بر قاعده‌ی آن عمود است(شکل ۲–۱۲۴).

-اگرقاعده‌ی هرم یک چندضلعی منتظم و پای ارتفاع هرم، مرکز قاعده‌ی آن باشد هرم را «منتظم» می‌نامیم. شکل ۲–۱۲۵ انواع هرم را نشان می‌دهد.

مساحت هرم از حاصل‌ضرب یک سوم مساحت قاعده در ارتفاع هرم به دست می‌آید.

$$V = \frac{۱}{۳} A \times h$$

**مخروط:** «مخروط» شکلی فضایی شبیه هرم است که قاعده‌ی آن به جای چندضلعی، به شکل دایره است(شکل ۲–۱۲۶). از ویژگی‌های مخروط:

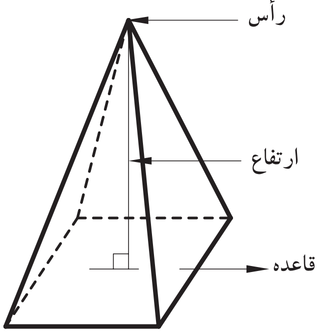
-پاره‌خطی که رأس مخروط را به مرکز قاعده‌ی آن وصل می کند «محور مخروط» می گویند.

-اگرمحورمخروط برقاعده‌ی آن‌عمودباشد، مخروط را «قائم» و درغیراین صورت مخروط را «مایل» می‌نامیم. در مخروط قائم، محور مخروط «ارتفاع» آن نیز هست (شکل ۲–۱۲۷ و شکل ۲–۱۲۸).

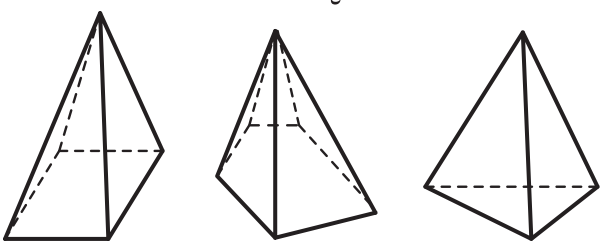
حجم مخروط نیز همانند هرم از حاصل‌ضرب یک سوم مساحت قاعده در ارتفاع به دست می‌آید.

$$V = \frac{۱}{۳} A \times h$$

شکل ۲–۱۲۳

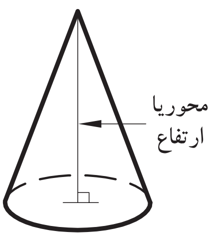



شکل ۲–۱۲۴

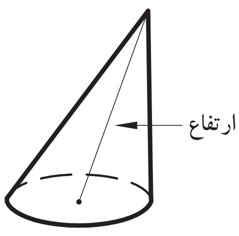


شکل ۲–۱۲۵ از راست به چپ:
هرم مثلثی، هرم پنج ضلعی، هرم مربعی

شکل ۲–۱۲۶




شکل۲–۱۲۷ هرم قائم




شکل ۲–۱۲۸ هرم مایل

**کره:** «کره» مکان هندسی تمام نقاطی از فضاست که از یک نقطه‌ی ثابت به نام «مرکز» به یک فاصله باشند. این فاصله‌ی ثابت «شعاع» کره نامیده می‌شود؛ مانند(شکل ۲-۱۲۹).


شکل ۲-۱۲۹

حجم و مساحت کره از فرمول‌های زیر به‌دست می‌آید.

$$A=۴\pi r^{۲} \qquad V=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}$$

**تمرین کارگاهی ۱:** حجم و سطح کره‌ای با شعاع ۳ سانتی متر را محاسبه نمایید.

**تمرین کارگاهی ۲:** حجم هرمی را با ارتفاع ۲ سانتی‌متر و مساحت قاعده‌ی آن ۶ سانتی متر مربع محاسبه نمایید.

**تمرین کارگاهی ۳:** ارتفاع مثلثی نصف قاعده‌ی آن است.اگر مساحت مثلث ۲۵ سانتی‌مترمربع باشد، طول قاعده را بیابید.

**تمرین کارگاهی ۴:** مربعی به ضلع a راحول یکی از اضلاعش دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل شده چه قدر است؟

**تمرین کارگاهی ۵:** اگر قاعده‌ی یک منشور قائم مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۶ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۱۲سانتی‌متر باشد. مساحت قاعده و حجم منشور را محاسبه کنید.

**تمرین کارگاهی ۶:** اندازه‌ی محیط زمین مستطیل شکلی ۵۰۰ متر و نسبت طول به عرض آن $\frac{۳}{۲}$ است.اندازه‌ی مساحت زمین را به دست آورید.

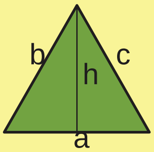
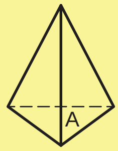
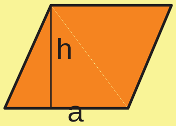
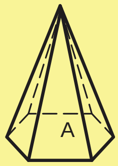
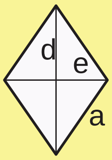
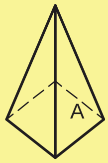
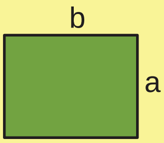
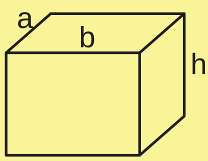
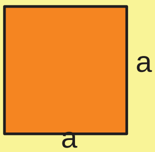
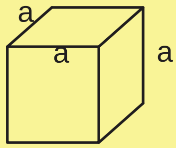
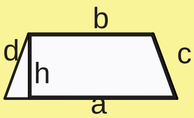
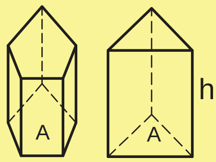
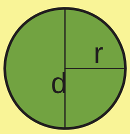
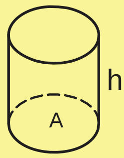
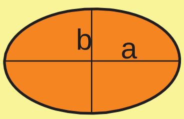
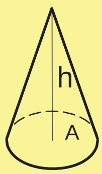
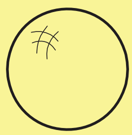
**تمرین کارگاهی ۷:** مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین ۱۸سانتی‌متر است. اندازه‌ی هر کدام از ساق‌ها چه قدر است.

**تمرین کارگاهی ۸:** محیط متوازی‌الاضلاعی ۱۶ و یک ضلع آن ۲ و ارتفاع آن۱/۵ سانتی‌متر است. مساحت متوازی الاضلاع را محاسبه کنید.

**تمرین کارگاهی ۹:** شعاع یک مخروط دوّار a و ارتفاع آن b است. اگر شعاع و ارتفاع مخروط به ترتیب ۲و۵ برابر شود، حجم مخروط چند برابر می شود.

پاسخ: ............................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........................................................................
...........

جدول ۱- خلاصه‌ی محاسبات مساحت(A) محیط(P) وحجم(V) سطوح واحجام هندسی

| | | | |
|---|---|---|---|
|  | $A=\frac{۱}{۲}h\times a$<br>$P=a+b+c$ |  | $V=\frac{۱}{۳}A\times h$ |
|  | $A=h\times a$<br>$P=۲(a+b)$ |  | $V=\frac{۱}{۳}A\times h$ |
|  | $A=\frac{۱}{۲}(d\times e)$<br>$P=۴a$ |  | $V=\frac{۱}{۳}A\times h$ |
|  | $A=a\times b$<br>$P=۲\times(a+b)$ |  | $V=a\times b\times h$ |
|  | $A=a^{۲}$<br>$P=۴\times a$ |  | $V=(a)^{۳}$ |
|  | $A=\frac{a+b}{۲}\times h$<br>$P=a+b+c+d$ |  | $V=A\times h$ |
|  | $A=\pi r^{۲}$<br>$P=۲\pi r$ |  | $V=A\times h$ |
|  | $A=\pi\frac{a}{۲}\times\frac{b}{۲}$<br>a و b اندازه‌ی اقطار بیضی است. |  | $V=\frac{۱}{۳}A\times h$ |
| | |  | $V=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}$<br>$A=۴\pi r^{۲}$ |

## ۲-۳- سیستم‌های اندازه گیری

در دنیای امروز انواع مختلف سیستم‌های اندازه گیری مورد استفاده قرارمی گیرد. در اینجا به دو نمونه ازسیستم های رایج بین المللی آن اشاره می‌شود.

**الف)سیستم متریک:** سیستم متریک یکی از سیستم‌های بین المللی است که بر پایه‌ی ۶ واحد اصلی قراردارد. جدول ۲-۲ واحدهای اصلی سیستم متریک را نشان می‌دهد.

بیشترین کاربرد آن برمبنای سه کمیّتِ طول، جرم و زمان است. به همین دلیل این سیستم، با علامت اختصاری (M.K.S) یا (C.G.S) معروف است.

- واحداندازه‌گیری طول درسیستم متریک «متر» است.

***- تبدیل واحد طول درسیستم متریک:*** واحد طول درسیستم متریک به اجزاء (واحدکوچک‌تر) و اضعاف (واحد بزرگ‌تر)تقسیم می‌شود، این واحدها قابل تبدیل به یکدیگرند.

در جدول ۲-۳ نحوه‌ی تبدیل اجزای متربه یکدیگر و جدول ۲-۴ نحوه‌ی تبدیل اضعاف متربه یکدیگر را نشان می‌دهد.

جدول ۲-۲

| کمیّت | واحد | علامت |
|---|---|---|
| طول | متر | M |
| جرم | کیلوگرم | KG |
| زمان | ثانیه | S |
| جریان الکتریکی | آمپر | A |
| حرارت ترمودینامیکی | کلوین | K |
| شدت تابش نور | کاندلا | Cd |

جدول ۲-۳

| تبدیل اجزای متر | | | |
|---|---|---|---|
| ۱۰۰۰ | ۱۰۰ | ۱۰ | ۱ |
| mm | cm | dm | m |
| میلی متر | سانتی متر | دسی متر | متر |

جدول ۲-۴

| تبدیل اضعاف متر | | | |
|---|---|---|---|
| ۰/۰۰۱ | ۰/۰۱ | ۰/۱ | ۱ |
| Km | hm | dkm | m |
| کیلومتر | هکتومتر | دکامتر | متر |

درنمودار ۲-۱ نیز نحوه‌ی تبدیل متر به اجزای متر و اضعاف متر رانشان می‌دهد. هرگاه بخواهید متر را به اجزای آن تبدیل کنید، باید بر ۱۰،۱۰۰و۱۰۰۰ تقسیم کنید و بلعکس برای تبدیل متر به اضعاف در ۱۰،۱۰۰ و ۱۰۰۰ ضرب نمایید.


نمودار ۲-۱

**ب) سیستم انگلیسی:** این سیستم یکی دیگر از سیستم‌های بین‌المللی اندازه‌گیری است که دربرخی از کشورها از آن استفاده می‌شود و با علامت اختصاری (in.lb.s) و (ft.lb.s) مشخص می‌شود. جدول ۲-۵ این علامت ها را نشان می دهد.

درجدول ۲-۶ نیز روابط مربوط به تبدیل واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی را ملاحظه می کنید.

**خودآزمایی ۱:** یک یارد معادل چند اینچ است؟

**خودآزمایی ۲:** ۷/۲ مترچند میلی متراست؟

**خودآزمایی ۳:** ۲۵۴ اینچ چند میلی متر است؟

**خودآزمایی ۴:** ۵/۶ کیلومترچند دسی متراست؟

**خودآزمایی ۵:** ۴ اینچ چند میلی متراست؟

پاسخ: ..........................................................

..........................................................................

..........................................................................

..........................................................................

..........................................................................

جدول ۲-۵

| کمیّت | واحد | علامت |
|---|---|---|
| طول | اینچ | in |
| جرم | پوند | lb |
| زمان | ثانیه | s |

جدول ۲-۶

| تبدیل واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی | |
|---|---|
| ۲/۵۴سانتی متر(cm) | ۱اینچ(in) |
| ۱۲اینچ(in) | ۱فوت(ft) |
| ۳فوت(ft) | ۱یارد(yd) |
| ۰/۴۵۴کیلوگرم(kg) | ۱پوند(lb) |
| ۳۰/۴۸ سانتی متر(cm) | ۱فوت(ft) |
| ۹۱/۴۴ سانتی متر(cm) | ۱یارد(yd) |
| شدت تابش نور | Cd |

**مثال:** طول و عرض میزی ۱۵×۲۰ اینچ است. ابعاد آن چند سانتی‌متر است؟

**راه‌حل:** طول و عرض میز را از اینچ به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم. طبق جدول ۲-۶ هریک اینچ برابر با ۲/۵۴ سانتی‌متر است. بنابراین، ابعاد میزاین‌گونه تبدیل می‌شود:

۲۰×۲/۵۴ = ۵۰/۸ cm

۱۵×۲/۵۴ = ۳۸/۱ cm

**خودآزمایی ۶:** مساحت میز فوق را محاسبه کنید.

**خودآزمایی ۷:** طول و عرض اتاقی ۲/۲۰×۱/۲۰ متراست، محیط آن چند فوت است؟

**خودآزمایی ۸:** ۵۲۱ اینچ چند دسی متر است؟

پاسخ:..........................................................

..........................................................................

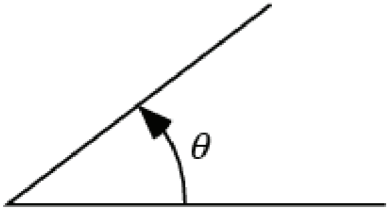
..........................................................................

..........................................................................

..........................................................................

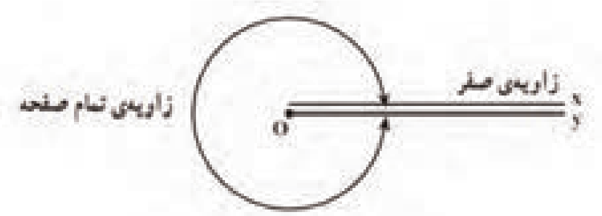
## ۲-۴- زاویه و انواع آن:

از دوران یک نیم خط حول رأسش یک ناحیه‌ای به‌وجود می‌آید که به آن زاویه می‌گویند. این دوران می‌تواند در جهت عقربه‌های ساعت یا در جهت خلاف آن باشد ولی در مثلثات جهت دوران برای ایجاد یک زاویه جهت پادساعتگرد است و چنین زاویه‌ای را زاویه‌ی مثلثاتی می‌گویند. شکل ۲-۱۳۰



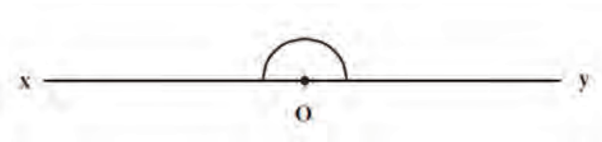

شکل ۲-۱۳۰

اگر نیم خطی را حول رأسش چنان دوران دهیم که دوباره به نقطه شروع دوران بازگردد یک زاویه کامل یا تمام صفحه به‌وجود می‌آید. پس یک دایره خود یک زاویه کامل(دوران کامل) است. شکل ۲-۱۳۱




شکل ۲-۱۳۱

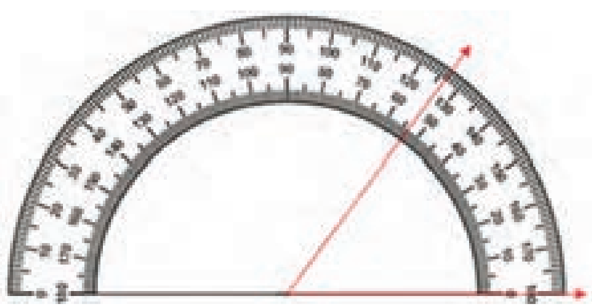
همچنین اگر نیم خط را چنان دوران دهیم که یک مسیر یک نیم دایره به مرکز رأسش را طی کند یک زاویه نیم صفحه به‌وجود می‌آید. شکل ۲-۱۳۲




شکل ۲-۱۳۲

زاویه را با نام بردن رأس یا نام بردن رأس و دو ضلعش می‌خوانند.

• لازم به ذکر است زاویه‌ها را با وسیله‌ای به نام نقاله اندازه‌گیری می‌کنند که بر حسب درجه مقیاس‌بندی شده‌اند. شکل ۲-۱۳۳



شکل ۲-۱۳۳

### واحدهای اندازه‌گیری زاویه:

واحدهای اصلی برای اندازه‌گیری زاویه عبارت‌اند از: درجه، گراد و رادیان که در اینجا به تعریف و توضیح آن‌ها می‌پردازیم:

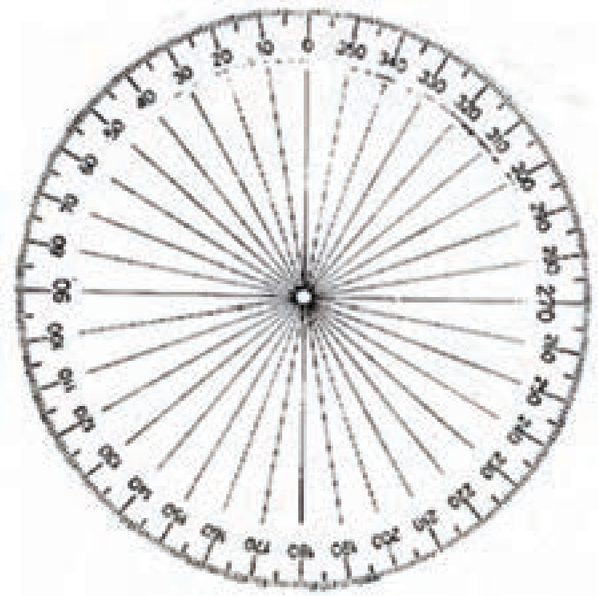
**• درجه:**

اگر محیط یک دایره دل‌خواه را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت را یک درجه می‌نامند. به عبارت دیگر یک درجه یک سیصد و شصتم محیط یک دایره است.

برای نمایش درجه از علامت $^{\circ}$ استفاده می‌شود. لذا می‌توان گفت:

$$1^{\circ} = \frac{1}{360} \times 2r\pi$$

پس به این ترتیب در این مقیاس، زاویه تمام صفحه که یک‌دور کامل است برابر ۳۶۰ درجه و زاویه نیم‌صفحه برابر ۱۸۰ درجه است.



شکل ۲-۱۳۴

## اجزای درجه:

همان‌گونه که می‌دانید معمولاً هر واحد دارای اجزایی می‌باشد. درجه نیز به عنوان یک واحد اندازه‌گیری دارای اجزایی است که عبارت‌اند از دقیقه و ثانیه. (این اجزا گاهی آرک دقیقه:Arc minute و آرک ثانیه:Arc second نیز گفته می‌شوند)

هر دقیقه برابر است با یک شصتم درجه:

$$1' = \frac{1}{60} \times 1^{\circ} = \frac{1}{21600} \times 2r\pi$$

هر ثانیه برابر یک شصتم دقیقه یا یک سه هزار و ششصدم درجه:

$$1(sec) = \frac{1}{60} \times 1' = \frac{1}{3600} \times 1^{\circ}$$

به عنوان مثال اگر اندازه زاویه‌ای ۳۷ درجه و ۳۰ دقیقه و ۱۵ ثانیه باشد می‌نویسیم:

$$37^{\circ} : 30' : 15(sec)$$

### • گراد

اگر محیط یک دایره را به ۴۰۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت را یک گراد می‌گویند. به عبارت دیگر یک‌چهارصدم دوران کامل، زاویه‌ای به اندازه یک گراد پدید می‌آورد.گراد گاهی گون نیز گفته می شود. برای نمایش گراد از نماد «gr» استفاده می‌شود. لذا می‌توان گفت:

$$1gr = \frac{1}{400} \times 2r\pi$$

پس به این ترتیب در این مقیاس اندازه زاویه تمام صفحه یا یک دور کامل ۴۰۰ گراد و اندازه زاویه نیم صفحه برابر ۲۰۰ گراد خواهد بود.

### اجزای گراد:

اجزای گراد عبارتند از دسی گراد(dgr) ، سانتی گراد(cgr)، میلی گراد(mgr) که هر کدام به ترتیب یک‌دهم گراد، یک‌صدم گراد و یک‌هزارم گراد می‌باشند.

$$1dgr = \frac{1}{10}gr, 1cgr = \frac{1}{100}gr, 1mgr = \frac{1}{1000}gr$$

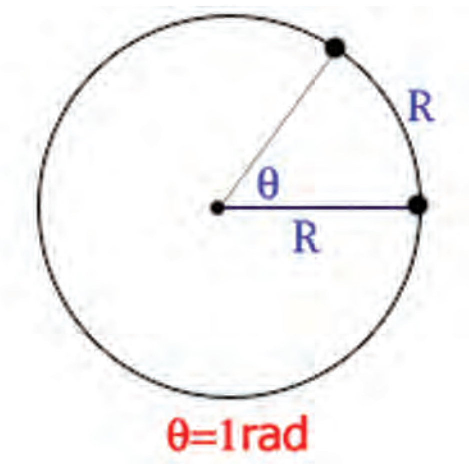
به عنوان مثال اگر اندازه زاویه‌ای ۳۷ گراد و ۲ دسی گراد و ۸ میلی گراد باشد می‌نویسیم:

$$37^{\circ} : 30' : 15(sec)$$

استفاده از این واحد برای زاویه در ریاضیات بسیار کم است.

### • رادیان

دایره‌ای به شعاع L را در نظر بگیرید. می دانیم محیط این دایره $2l\pi$ است. یک رادیان اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی از دایره است که طول کمان روبرو به آن برابر شعاع دایره است:




شکل ۲-۱۳۵

برای نمایش رادیان از نماد«rad» استفاده می کنیم. بنابراین محیط هر دایره برحسب رادیان، $2\pi$ رادیان است و زاویه نیم صفحه برابر $\pi$ رادیان است. و لذا:

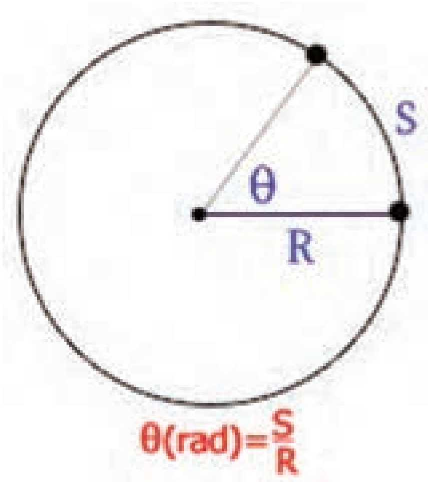
$$1rad = \frac{1}{2\pi} \times P$$

که در آن P محیط دایره است.

با استفاده از تعریف رادیان می‌توان نتیجه گرفت که اگر طول کمان روبرو به زاویه $\theta$ برابر s و شعاع دایره r باشد آن‌گاه اندازه زاویه تِتا بر حسب رادیان را می‌توان با یک تناسب ساده چنین محاسبه کرد:

$$\theta(rad) = \frac{s}{r}$$

به عنوان مثال می‌خواهیم بدانیم اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی از دایره که طول آن کمان $\frac{1}{6}$ محیط دایره است چند رادیان است؟




شکل ۲-۱۳۶

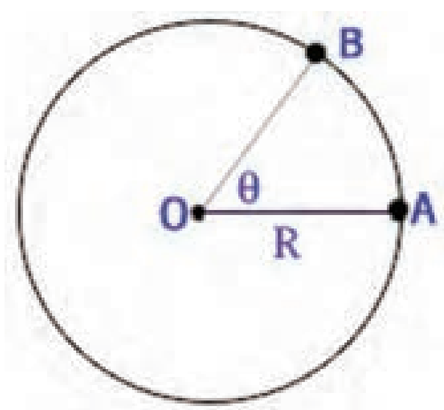
روش حل بدون استفاده از فرمول (اساس یافتن فرمول فوق) به این صورت است: (r=طول شعاع است)
اگر طول کمان برابر $2r\pi$ باشد آن‌گاه اندازه زاویه برابر است با $2\pi$ رادیان حال اگر طول کمان برابر $\frac{1}{6}\times 2r\pi$ باشد اندازه زاویه چقدر می‌شود؟

$$x=\frac{\frac{1}{6}\times 2r\pi\times 2\pi}{2r\pi}=\frac{\pi}{3}rad$$

• لازم به توضیح است که پرکاربردترین واحد اندازه‌گیری زاویه، رادیان است که به‌ویژه در مثلثات، حساب و فیزیک کاربرد فراوان دارد.

## تبدیل واحد های اندازه گیری زاویه به یکدیگر:

دایره‌ای به شعاع r و زاویه $AOB=\theta$ را در دایره در نظر بگیرید:




شکل ۲-۱۳۷

فرض کنید اندازه زاویه  برحسب درجه D، برحسب گراد G و برحسب رادیان R باشد. با استفاده از تناسب داریم:

۱-

| طول کمان | اندازه زاویه برحسب درجه |
|---|---|
| $2r\pi$ | ۳۶۰ |
| $\widehat{AB}$ | D |

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \frac{2rD\pi}{360} = \frac{rD\pi}{180}$$

۲-

| طول کمان | اندازه کمان برحسب گراد |
|---|---|
| $2r\pi$ | ۴۰۰ |
| $\widehat{AB}$ | G |

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \frac{2rG\pi}{400} = \frac{rG\pi}{200}$$

۳-

| طول کمان | اندازه زاویه برحسب رادیان |
|---|---|
| $2r\pi$ | $2\pi$ |
| $\widehat{AB}$ | R |

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \frac{2rR\pi}{2\pi} = rR$$

از تساوی‌های فوق رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$\boxed{\frac{2rD\pi}{180} = \frac{2rG\pi}{200} = rR \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}}$$

به عنوان مثال اگر اندازه زاویه‌ای برابر ۲۰ گراد باشد اندازه این زاویه بر حسب درجه و رادیان به این صورت محاسبه می‌شود:

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} \Rightarrow \frac{D}{9} = \frac{20}{10} \Rightarrow D = 18^\circ$$

$$\frac{G}{200} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{20}{200} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{10}$$

• هر رادیان تقریبا برابر است با ۵۷/۳ درجه است:

$$\frac{180}{\pi} = \frac{180}{3.14} \approx 57.3$$

## انواع زاویه‌ها:

زاویه‌ها را با توجه به مقدارشان به این صورت طبقه‌بندی می‌کنند:

• زاویه تند (acute angle): زاویه $\theta$ را تند یا حاده می‌گوییم هرگاه اندازه‌اش کمتر از ۹۰ درجه باشد. به عبارت دیگر:
$\theta < 90^\circ$

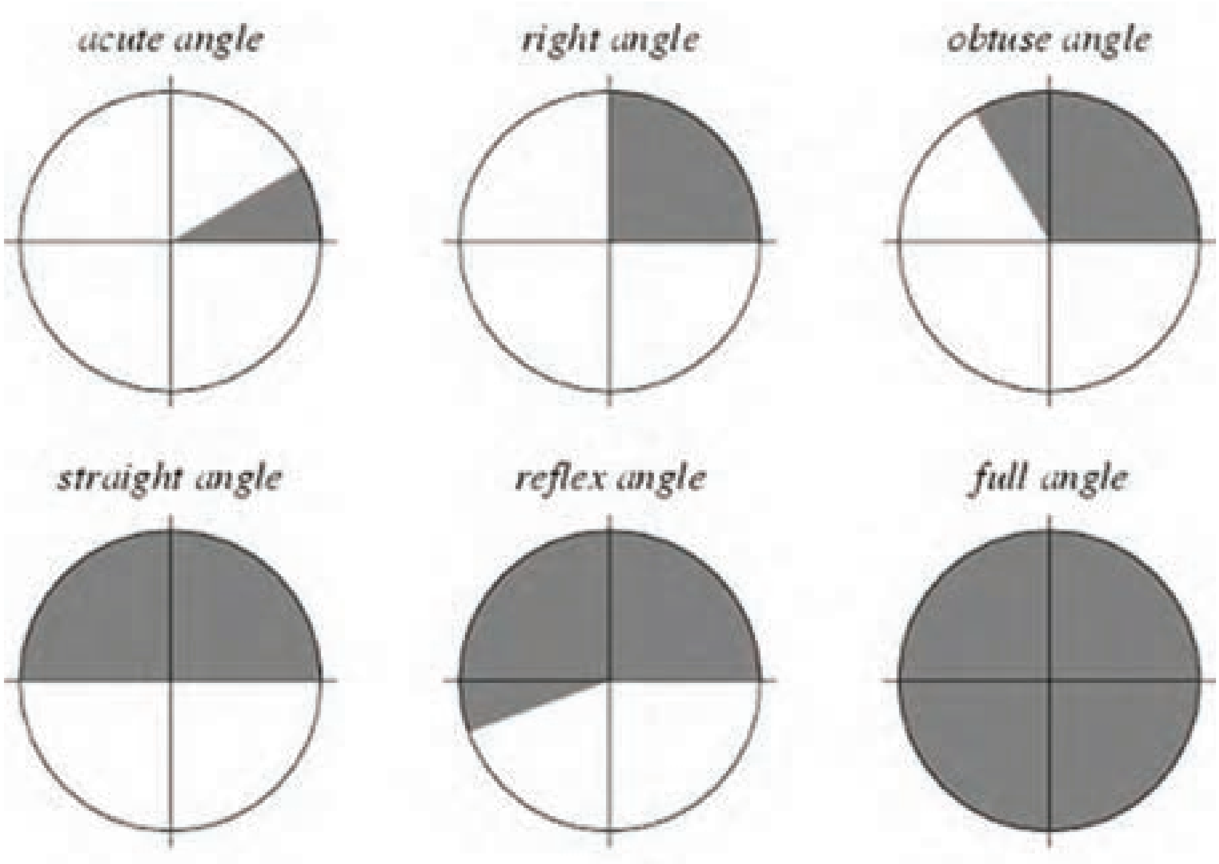
• زاویه راست (right angle): زاویه $\theta$ را راست یا قائم می‌گوییم هرگاه اندازه آن برابر ۹۰ درجه باشد. به عبارت دیگر:
$\theta = 90^\circ$

• زاویه باز (obtuse angle): زاویه $\theta$ را باز یا منفرجه می‌گوییم هرگاه بزرگ‌تر از ۹۰ درجه و کمتر از ۱۸۰ درجه باشد. به عبارت دیگر: $90^\circ < \theta < 180^\circ$

• زاویه نیم‌صفحه (straight angle): زاویه $\theta$ را نیم‌صفحه می‌گوییم هرگاه برابر ۱۸۰ درجه باشد. به عبارت دیگر:
$\theta = 180^\circ$

• زاویه بازتاب (reflex angle): زاویه $\theta$ را زاویه بازتاب می‌گوییم هرگاه بزرگ‌تر از ۱۸۰ درجه و کمتر از ۳۶۰ درجه باشد. به عبارت دیگر: $180^\circ < \theta < 360^\circ$

• زاویه کامل (full angle): زاویه $\theta$ را کامل یا تمام‌صفحه می‌گوییم هرگاه برابر ۳۶۰ درجه باشد. به عبارت دیگر:
$\theta = 360^\circ$.




شکل ۲-۱۳۸

جدول ۲-۷ تبدیل واحدهای زاویه

| واحد | مقدار | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Revolotion | ۰ | $\frac{۱}{۱۲}$ | $\frac{۱}{۸}$ | $\frac{۱}{۶}$ | $\frac{۱}{۴}$ | $\frac{۱}{۲}$ | $\frac{۳}{۴}$ | ۱ |
| درجه | ۰° | ۳۰° | ۴۵° | ۶۰° | ۹۰° | ۱۸۰° | ۲۷۰° | ۳۶۰° |
| رادیان | ۰ | $\frac{\pi}{۶}$ | $\frac{\pi}{۴}$ | $\frac{\pi}{۳}$ | $\frac{\pi}{۲}$ | $\pi$ | $\frac{۳\pi}{۲}$ | ۲ $\pi$ |
| گراد | ۰ gr | ۳۳/۳۳ gr | ۵۰ gr | ۶۶/۶۷ gr | ۱۰۰ gr | ۲۰۰ gr | ۳۰۰ gr | ۴۰۰ gr |

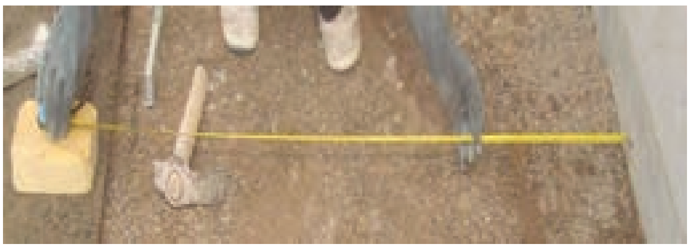
## ۲-۵- آشنایی با وسایل اندازه‌گیری:

### • متر:

وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری و پیاده کردن ابعاد کار مورد استفاده قرار می‌گیرد. مترهای مورد استفاده، متر بلند نواری، متر کمری کوچک و متر جیبی می‌باشند.

در شکل ۲-۱۳۹ انواع مترهای جیبی، کمری و نواری و در شکل ۲-۱۴۰ کاربرد متر را ملاحظه می‌کنید.

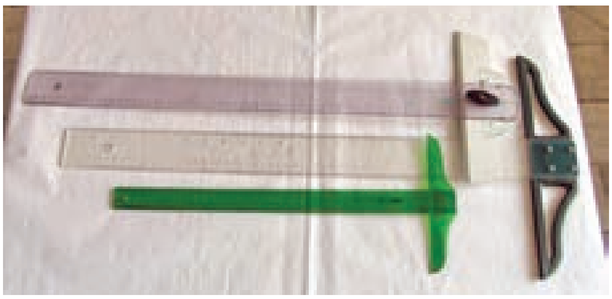
شکل ۲-۱۳۹



شکل ۲-۱۴۰

### خط‌کش:

وسیله‌ای است که توسط آن می‌توان خطوط را رسم نمود و یا آن‌ها را اندازه‌گیری کرد. خط‌کش‌ها از جنس‌های مختلفی مانند پلاستیک، چوب و یا فولاد ساخته می‌شوند. این وسیله دارای لبه‌ی صاف بوده و به شکل خط راست است (شکل ۲-۱۴۱).



شکل ۲-۱۴۱

# آزمون نهایی (۲)

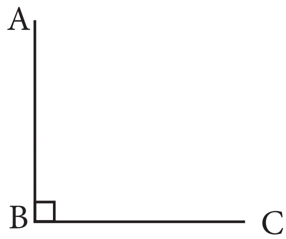
۱- ارتفاع در مثلث را تعریف کنید.

۲- یکی از ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را نام ببرید.

۳- در هر ذوزنقه دو زاویه‌ی مجاور بر هر ساق ........ یکدیگرند.

۴- چنان‌چه در یک چندضلعی زاویه‌ی بزرگ‌تر از نیم‌صفحه وجود نداشته باشد، چندضلعی را ...... گویند.

۵- زاویه‌ی ABC مفروض است. آن‌را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید.




۶- وسیله‌ی اندازه‌گیری زاویه .......... نام دارد.

۷- واحد طول، جرم، و زمان در سیستم متریک را بیان کنید.

۸- طول میزی ۰/۲ دکامتر است. آن‌را به واحد متر و سانتی‌متر محاسبه نمائید.