فصل ۲

کار، انرژی و توان

خانم زهرا نعمتی، نخستین بانوی ایرانیِ برندهٔ نشان طلا از مسابقات جهانی پاراالمپیک (۲۰۱۲ لندن و ۲۰۱۶ ریو).
به نظر شما این قهرمان جهان، چقدر انرژی صرف کشیدن کمان می‌کند؟ مقدار این انرژی و تندی تیری را که از کمان رها می‌شود چگونه می‌توان حساب کرد؟

انرژی مهم‌ترین مفهومی است که در سرتاسر فیزیک و علوم و مهندسی با آن سروکار داریم. انرژی این امکان را فراهم می‌کند تا تمامی‌فعالیت‌های روزمرهٔ خود را انجام دهید. بخوابید و استراحت کنید؛ مشاهده کنید و بیندیشید؛ برخیزید و طرحی نو در اندازید! انرژی همچنین توان لازم را برای به حرکت درآوردن موتور خودروها، کشتی‌ها و هواپیماها فراهم می‌کند.

در علوم سال هفتم دیدید که انرژی شکل‌های متفاوتی دارد و در همه چیز و همه جا وجود دارد. انرژی می‌تواند از شکلی به‌شکل دیگر تبدیل شود و در حین این فرایند، مقدار کل آن پایسته می‌ماند. همچنین دیدید که با انجام کار می‌توان انرژی را از جسمی‌به جسم دیگر منتقل کرد. در این فصل پس از آشنایی با انرژی جنبشی و کار انجام شده توسط نیروهای ثابت، به قضیهٔ کارــ انرژی جنبشی خواهیم پرداخت. در ادامهٔ فصل، رابطهٔ بین کار و انرژی پتانسیل و پایستگی انرژی مکانیکی را بررسی می‌کنیم. سرانجام با توان، به عنوان کمیتی برای بیان آهنگ انجام کار آشنا می‌شویم.

۲ــ۱ انرژی جنبشی

شکل ۲ــ۱ جسم در حال حرکت، انرژی جنبشی دارد.

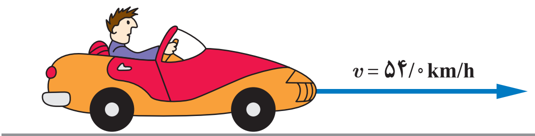
در علوم سال هفتم دیدید هر چیزی که حرکت کند، انرژی دارد و انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی نامیدیم (شکل ۲ــ۱). همچنین دیدید هر چه جسمی تندتر حرکت کند، انرژی جنبشی بیشتری دارد و هنگامی که جسم ساکن باشد، انرژی جنبشی آن صفر است.

برای جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می‌کند[۱]، انرژی جنبشی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید :

$$K = \frac{۱}{۲}mv^{۲} \qquad (۲ـ۱)$$

یکاهای SI جرم و تندی به ترتیب کیلوگرم (kg) و متربرثانیه (m/s) است. بنابراین، یکای SI انرژی جنبشی (و هر نوع دیگری از انرژی) $kgm^{۲}/s^{۲}$ است که به افتخار جیمز ژول، فیزیک‌دان انگلیسی، ژول (J) نامیده می‌شود. انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای و همواره مثبت است؛ این کمیت تنها به جرم و تندی جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

مثال ۲ــ۱



جرم خودرویی به همراه راننده‌اش ۸۴۰kg است. این خودرو با تندی ۵۴/۰km/h در حرکت است، انرژی جنبشی آن چند ژول است؟

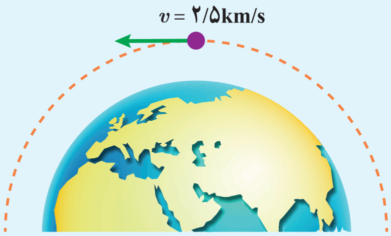
پاسخ : با توجه به اطلاعات داده شده داریم :

$$m = ۸۴۰\,kg \quad , \quad v = ۵۴/۰\,km/h = (۵۴/۰\frac{km}{h})(\frac{۱۰۰۰\,m}{۱\,km})(\frac{۱\,h}{۳۶۰۰\,s}) = ۱۵/۰\,m/s$$

با جایگذاری این مقادیر در رابطهٔ ۲ــ۱ داریم :

$$K = \frac{۱}{۲}mv^{۲} = \frac{۱}{۲}(۸۴۰\,kg)(۱۵/۰\,m/s)^{۲} = ۹/۴۵ \times ۱۰^{۴}\,J$$

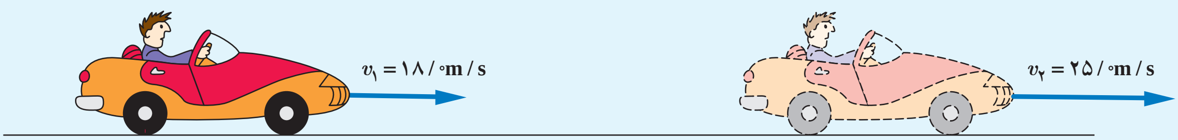
تمرین ۲ ــ ۱



ماهواره‌ای به جرم ۲۲۰kg، با تندی ثابت ۲/۵km/s دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی ماهواره را برحسب ژول و مگاژول حساب کنید.

تمرین ۲ ــ ۲

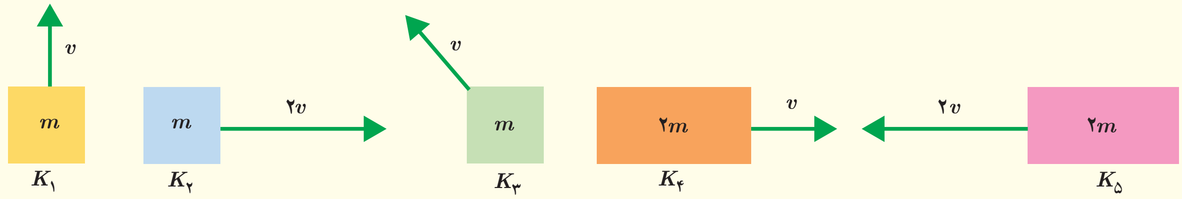
جرم خودرویی به همراه راننده‌اش ۸۴۰kg است (شکل زیر). تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش روی شکل زیر داده شده است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو $(\Delta K = K_{۲} - K_{۱})$ را بین این دو نقطه حساب کنید.



۱ــ همان‌طور که از علوم نهم به یاد دارید برای سادگی، تندی لحظه‌ای را به اختصار تندی می‌نامیم.

پرسش ۲ـ۱

انرژی جنبشی هر یک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن را به ترتیب از کمترین تا بیشترین بنویسید.



خوب است بدانید


لایب‌نیتس (۱۷۱۶ــ ۱۶۴۶م)

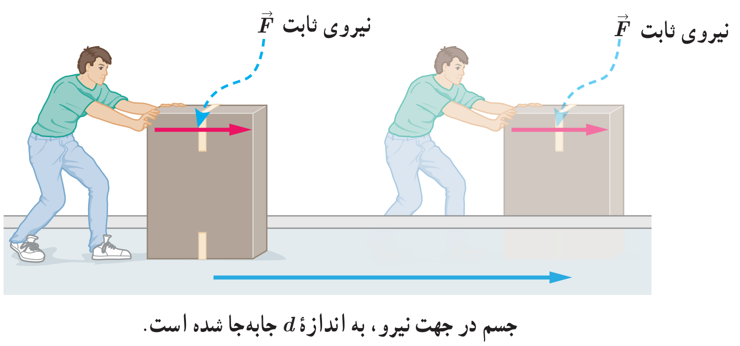
لایب نیتس فیلسوف و ریاضی دان آلمانی نخستین دانشمندی بود که به اهمیت انرژی جنبشی در فیزیک پی برد. لایب نیتس استدلال می کرد که در طبیعت حاصل ضرب جرم در مربع تندی پایسته است. وی نام این مفهوم جدید را نیروی زنده نامید[۱].

سال‌ها پیش از لایب نیتس، رنه دکارت (۱۶۵۰ـ۱۵۹۶م)، فیلسوف، ریاضی دان و فیزیک‌دان فرانسوی ادعا کرده بود حاصل ضرب جرم در سرعت که امروزه تکانه نامیده می‌شود، در طبیعت کمیتی پایسته است.

معرفی واژهٔ انرژی به جای اصطلاح نیروی زنده را به توماس یانگ (۱۸۲۹ـ۱۷۷۳م) فیزیک‌دان انگلیسی نسبت داده‌اند، هر چند از اصطلاح جدید وی در ابتدا چندان استقبال نشد. او در کتابی که در سال ۱۸۰۷ میلادی به چاپ رساند، پیشنهاد کرد که به منظور تمایز بهتر میان مفاهیم نیرو و انرژی، به جای نیروی زنده از واژهٔ انرژی استفاده شود. در سال ۱۸۶۷ میلادی، لُرد کِلوین و پیتر تیت دو فیزیک‌دان اسکاتلندی در جلد اوّل *رسالهٔ فلسفهٔ طبیعی*، اصطلاح امروزی انرژی جنبشی را برای انرژی جسم در حال حرکت به کار بردند و ضریب یک دوم را هم که لایب نیتس در نظر نگرفته بود، وارد کردند.

۲ـ۲ کار انجام شده توسط نیروی ثابت

در علوم سال هفتم دیدید که مفهوم کار در فیزیک، با مفهوم آن در زندگی روزمره بسیار متفاوت است. همچنین با تعریف کار، برای حالتی که نیروی وارد شده به جسم، ثابت و با جابه‌جایی جسم در یک جهت باشد (شکل ۲ـ۲)، به صورت رابطهٔ زیر آشنا شدید :



شکل ۲ـ۲ نیروی ثابت $\vec{F}$ که با جابه جایی $\vec{d}$ هم جهت است، کار $W = Fd$ را انجام می‌دهد.

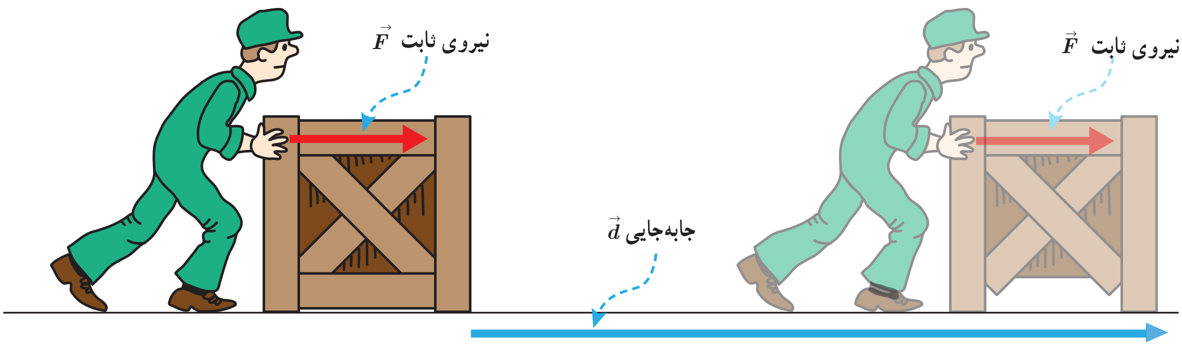
$$W = Fd \qquad (۲ـ۲)$$

۱ – vis viva (living force)

در این رابطه F اندازهٔ نیروی وارد بر جسم و d اندازهٔ جابه جایی آن است. کار، همان یکای انرژی را دارد و کمیتی نرده‌ای است. برای استفاده از این رابطه به منظور محاسبهٔ کار باید به دو نکته توجه کرد. اول آنکه، نیروی ثابت وارد بر جسم، باید با جابه‌جایی آن هم‌جهت باشد و دوم آنکه، باید بتوان جسم را مانند یک ذره فرض کرد (بخش مدل‌سازی را در فصل اول ببینید).

مثال ۲ـ۲

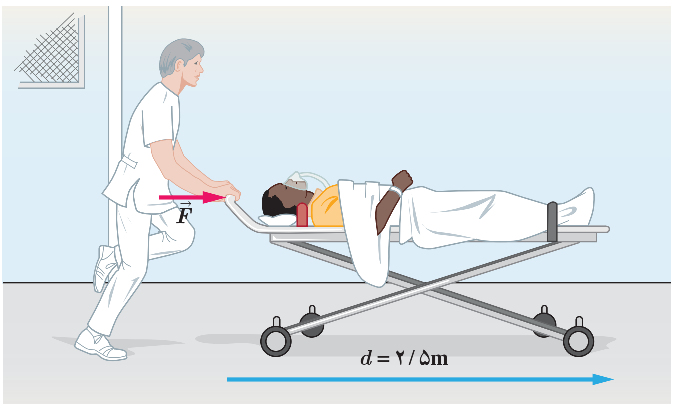
شکل زیر کارگری را در حال هُل دادن جعبه‌ای با نیروی ثابت ۲۵۰N نشان می‌دهد. اگر جعبه ۱۴m در امتداد نیرو جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط این نیرو چقدر است؟



پاسخ : اندازهٔ نیروی وارد شده به جعبه، ثابت و با جابه‌جایی جعبه هم جهت است. بنابراین، از رابطهٔ ۲ــ۲ داریم :

$$W = Fd = (۲۵۰\text{N})(۱۴\text{m}) = ۳/۵ \times ۱۰^{۳}\text{J}$$

مثال ۲ـ۳



بیماری به جرم ۷۲kg روی تختی به جرم ۱۵kg دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی ثابت و افقی $\vec{F}$ روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز هُل می‌دهد. مجموعهٔ تخت و بیمار با شتاب ۰/۶۰m/s² حرکت می‌کند.

الف) اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ چقدر است؟

ب) اگر تخت ۱۰m در جهت این نیرو جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط نیروی $\vec{F}$ را حساب کنید.

پاسخ : الف) جرم کل بیمار و تخت برابر ۸۷kg است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم :

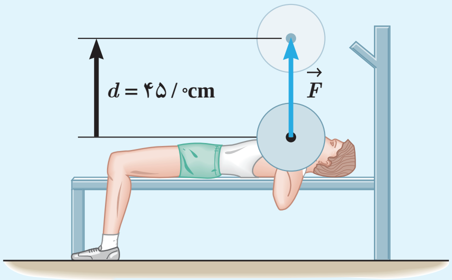
$$F = ma = (۸۷\text{kg})(۰/۶۰\text{m/s}^{۲}) = ۵۲\text{N}$$

ب) چون نیرو و جابه‌جایی در یک جهت‌اند، با استفاده از رابطهٔ (۲ــ۲) کار نیروی F برابر است با :

$$W = Fd = (۵۲\text{N})(۱۰\text{m}) = ۵/۲ \times ۱۰^{۲}\text{J}$$

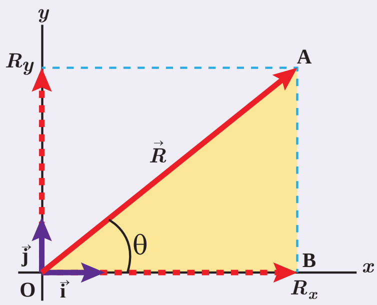
تمرین ۲ـ۳

ورزشکاری وزنه‌ای به جرم ۶۵kg را به طور یکنواخت، ۴۵cm بالای سر خود می‌برد (شکل روبه رو). کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است را محاسبه کنید. اندازهٔ شتاب گرانش زمین را $g = ۹/۸ N/kg$ بگیرید.



مهارت‌های ریاضی (یادآوری از ریاضی سال‌های هشتم و دهم)

در ریاضی سال هشتم با تجزیهٔ یک بردار روی محورهای x و y و نوشتن مؤلفه‌های آن بر حسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ آشنا شدید (شکل روبه رو).



اگر R_x و R_y مؤلفه‌های بردار $\vec{R}$ روی محورهای x و y باشند، می‌توان نوشت:

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} \qquad (۱)$$

همچنین در ریاضی سال دهم دیدید که در یک مثلث قائم الزاویه، مانند مثلث OAB در شکل بالا، توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه ای مانند θ به صورت زیر تعریف می کنند:

$$\sin\theta = \frac{AB}{OA} \quad \text{و} \quad \cos\theta = \frac{OB}{OA} \qquad (۲)$$

اگر اندازهٔ بردار $\vec{R}$ را با R نشان دهیم، با توجه به شکل بالا داریم:

$$OA = R \quad \text{و} \quad OB = R_x \quad \text{و} \quad AB = R_y$$

به این ترتیب، مؤلفه‌های بردار $\vec{R}$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

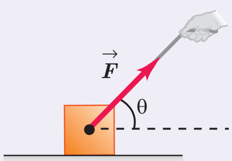
$$R_x = R\cos\theta \quad \text{و} \quad R_y = R\sin\theta \qquad (۳)$$

با جایگذاری رابطه‌های (۳) در رابطهٔ (۱) می‌توان یک بردار را برحسب توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس نوشت. به این ترتیب داریم:

$$\vec{R} = R\cos\theta\,\vec{i} + R\sin\theta\,\vec{j} \qquad (۴)$$

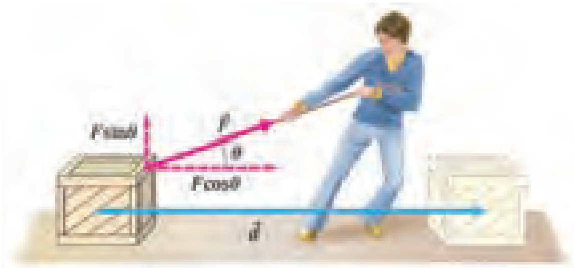
مقادیر سینوس و کسینوس به ازای چند زاویهٔ پرکاربرد		
θ	sinθ	cosθ
۰°	۰	۱
۳۰°	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴۵°	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۶۰°	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$
۹۰°	۱	۰
۱۸۰°	۰	−۱

برای مثال وقتی جسمی‌را مطابق شکل روبه رو با نیروی $\vec{F}$ می کشیم، مؤلفهٔ افقی این نیرو $F\cos\theta$ و مؤلفهٔ قائم آن $F\sin\theta$ است که در آن F اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ است.



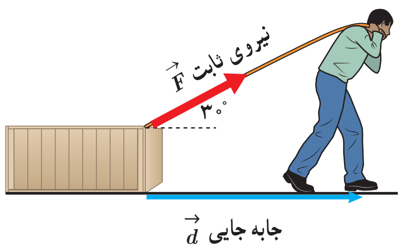
همان‌طور که تا اینجا دیدید، تعریف کار بر اساس رابطهٔ ۲ــ۲ تنها برای حلّ مسئله‌هایی به‌کار می‌رود که نیرو و جابه‌جایی در یک جهت باشند. اگر مطابق شکل ۲ــ۳ نیروی وارد شده به جسم با جابه‌جایی زاویهٔ θ بسازد، در این حالت نیروی $\vec{F}$ دارای دو مؤلفه است؛ یکی موازی با جابه‌جایی و دیگری عمود بر آن. همان‌طور که از علوم هفتم نیز به یاد دارید، مؤلفه‌ای از نیرو که بر جابه‌جایی عمود است ($F\sin\theta$) کاری روی جسم انجام نمی‌دهد. کار انجام شده روی جسم تنها ناشی از مؤلفه‌ای از نیرو است که در راستای جابه‌جایی است ($F\cos\theta$). در این حالت، کاری که نیروی ثابت $\vec{F}$ به ازای جابه‌جایی $\vec{d}$ روی جسم انجام می‌دهد از رابطهٔ زیر به دست می‌آید :

$$W=(F\cos\theta)d \qquad (۲ــ۳)$$



شکل ۲ــ۳ نیروی ثابت $\vec{F}$ با جابه‌جایی $\vec{d}$ زاویهٔ θ می‌سازد و کار $W=(F\cos\theta)d$ را روی جسم انجام می‌دهد.

مثال ۲ــ۴



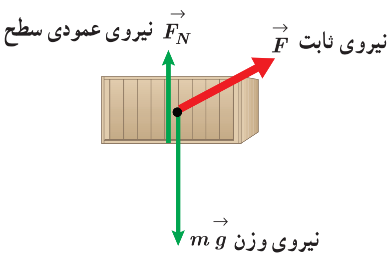
شکل روبه‌رو شخصی را نشان می‌دهد که جعبه‌ای را با نیروی ثابت ۲۰۰N روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز، به اندازهٔ ۱۰/۰m جابه‌جا می‌کند.

الف) کار انجام شده توسط این نیرو چقدر است؟

ب) نیروهای دیگری را که بر جسم وارد می‌شود مشخص کنید. کاری را که هر کدام از این نیروها روی جسم انجام می‌دهند حساب کنید.

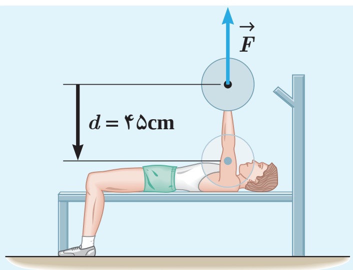
پاسخ : الف) با جایگذاری اطلاعات داده شده و $\cos\theta=\cos ۳۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ در رابطهٔ ۲ــ۳ داریم :

$$W=(F\cos\theta)d=(۲۰۰\mathrm{N}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲})(۱۰/۰\mathrm{m})=۱/۷۳\times ۱۰^{۳}\,\mathrm{J}$$



ب) نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمودند (شکل روبه‌رو) و کاری روی جسم انجام نمی‌دهند. (توجه کنید که : $\cos\theta=\cos ۹۰^\circ=۰$)

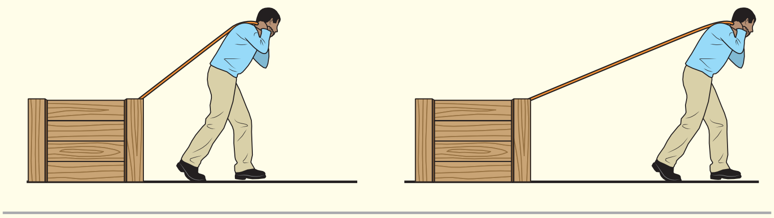
تمرین ۲ــ۴



تمرین ۲ــ۳ را دوباره ببینید. کار انجام شده توسط ورزشکار را روی وزنه برای حالتی حساب کنید که ورزشکار با وارد کردن همان نیروی $\vec{F}$ ، وزنه را به آرامی پایین می‌آورد (شکل روبه‌رو). توضیح دهید که در این دو حالت، چه تفاوتی بین مقادیر به دست آمده برای کار انجام شده توسط ورزشکار وجود دارد.

پرسش ۲ــ ۲

شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند (شکل الف) و بار دیگر با طنابی کوتاه‌تر (شکل ب) روی سطحی هموار می‌کشد. اگر جابه جایی و کاری که این شخص در هر دو بار روی جعبه انجام می‌دهد یکسان باشد، توضیح دهید در کدام حالت، شخص نیروی بزرگ‌تری وارد کرده است. اصطکاک را در هر دو حالت، ناچیز فرض کنید.

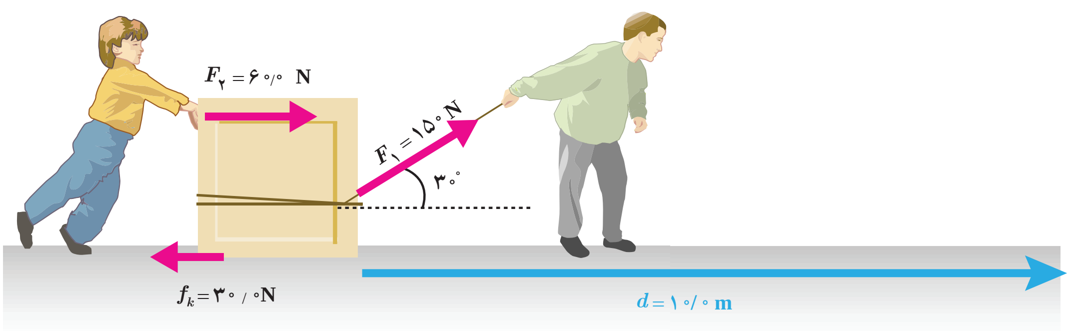


(ب) (الف)

کار کل : اگر به جای یک نیرو، چند نیرو بر جسمی‌وارد شود، کار را چگونه باید محاسبه کنیم؟ یک روش آن است که با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۳ ، کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه محاسبه کنیم. سپس با جمع جبری کار انجام شده توسط تک‌تک نیروها کار کل (W_t) را بیابیم[1]. روش دیگر یافتن کار کل آن است که ابتدا مؤلفهٔ در امتداد جابه‌جایی را برای هر نیرو مشخص می‌کنیم. آن‌گاه با توجه به جهت این مؤلفه‌ها، اندازهٔ نیروی خالص را، که در امتداد بردار جابه جایی است، به دست می‌آوریم. سرانجام، اندازهٔ این نیروی خالص را در رابطهٔ ۲ــ۳ قرار می‌دهیم. در مثال زیر از هر دو روش برای محاسبهٔ کار کل استفاده شده است.

مثال ۲ــ ۵

شکل زیر پدر و پسری را در حال جابه‌جا کردن یک جعبهٔ سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. نیروی F_1 را پدر و نیروی F_2 را پسر به جسم وارد می‌کنند و f_k نیز نیروی اصطکاک جنبشی است که با حرکت جسم مخالفت می‌کند و درخلاف جهت جابه‌جایی به جعبه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی جسم را محاسبه کنید.



۱ــ زیرنویس t در W_t از سرحرف واژهٔ total به معنای کل گرفته شده است.

پاسخ :

روش اول : در این روش، کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم. برای محاسبهٔ کار نیروی $F_۱$، اطلاعات داده شده و $\cos\theta = \cos ۳۰^\circ = \sqrt{۳}/۲$ را در رابطهٔ ۲ــ۳ جایگذاری می‌کنیم. به این ترتیب داریم :

$$W_۱ = (F_۱ \cos\theta)d = (۱۵۰\text{N} \times \sqrt{۳}/۲)(۱۰/۰\text{m}) = ۱/۳۰ \times ۱۰^۳\text{J}$$

چون پسر جعبه را در جهت جابه‌جایی هُل می‌دهد، کار انجام شده توسط نیروی $F_۲$ برابر است با :

$$W_۲ = F_۲ d = (۶۰/۰\text{N})(۱۰/۰\text{m}) = ۶۰۰\text{J}$$

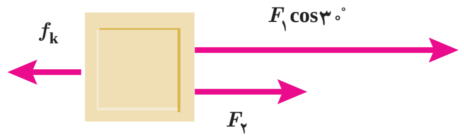
برای محاسبهٔ کار نیروی f_k، اطلاعات داده شده و $\cos\theta = \cos ۱۸۰^\circ = -۱$ را در رابطهٔ ۲ــ۳ جایگذاری می‌کنیم. پس :

$$W_۳ = (f_k \cos\theta)d = (۳۰/۰\text{N} \times (-۱))(۱۰/۰\text{m}) = -۳۰۰\text{J}$$

همان‌طور که گفتیم کار کل (W_t) انجام شده با جمع جبری مقدار کار انجام شده توسط تک تک نیروها برابر است. توجه کنید که کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است. به این ترتیب داریم :

$$W = W_۱ + W_۲ + W_۳ = ۱/۳۰ \times ۱۰^۳\text{J} + ۶۰۰\text{J} + (-۳۰۰\text{J}) = ۱/۶۰ \times ۱۰^۳\text{J}$$

روش دوم : در این روش، ابتدا نیروها و مؤلفه‌های نیروهایی را شناسایی می‌کنیم که در امتداد جابه‌جایی بر جسم وارد می‌شوند (شکل زیر).



اندازهٔ نیروی خالص در امتداد جابه‌جایی برابر است با :

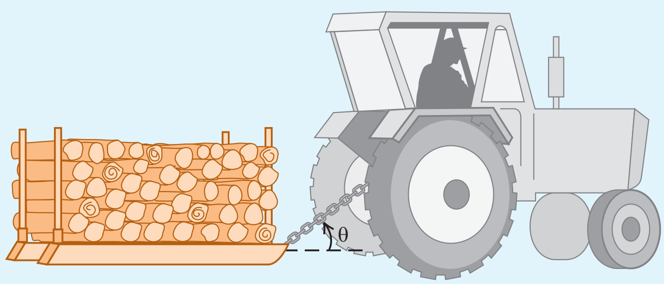
$$F = F_۱ \cos ۳۰^\circ + F_۲ - f_k = ۱۵۰\text{N} \times \sqrt{۳}/۲ + ۶۰/۰\text{N} - ۳۰/۰\text{N} = +۱۶۰\text{N}$$

علامت مثبت نشان می‌دهد نیروی خالص F در جهت جابه جایی است. به این ترتیب کار کل انجام شده برابر است با :

$$W_t = Fd = (۱۶۰\text{N})(۱۰/۰\text{m}) = ۱/۶۰ \times ۱۰^۳\text{J}$$

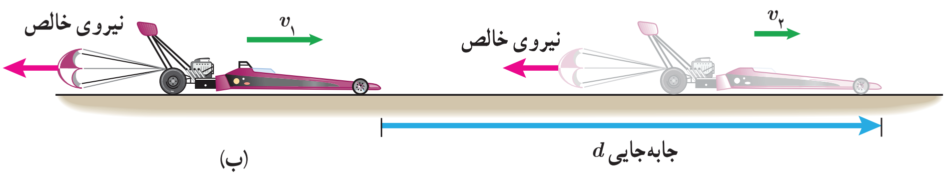
تمرین ۲ ــ ۵

کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه‌ای پر از هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازهٔ ۲۰۰m جابه‌جا می کند (شکل زیر). وزن کل سورتمه و بار آن $mg = ۱۵۰۰۰\text{N}$ است. تراکتور نیروی ثابت $F_۱ = ۵۵۰۰\text{N}$ را در زاویهٔ $\theta = ۴۵^\circ$ بالای افق به سورتمه وارد می‌کند. نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = ۳۵۰۰\text{N}$ است که برخلاف جهت حرکت به سورتمه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی سورتمه را به دو روش محاسبه کنید.



۲ــ۳ کار و انرژی جنبشی

اگر در حین جابه‌جایی جسمی، نیروی خالصی به آن وارد شود، کار کل انجام شده روی جسم ممکن است مثبت یا منفی باشد. در شکل (۲ــ۴ الف)، نیروی خالص وارد شده به هواپیما با جابه‌جایی آن هم جهت است و کار کل انجام شده روی هواپیما، سبب افزایش انرژی جنبشی آن شده است؛ درحالی که در شکل (۲ــ۴ ب)، نیروی خالص برخلاف جهت جابه‌جایی به یک خودروی مسابقه‌ای وارد شده و کار کل انجام شده روی آن، سبب کاهش انرژی جنبشی اتومبیل شده است. به این ترتیب، می‌توان گفت : وقتی نیروی خالصی به جسمی‌وارد می‌شود، اگر کار مثبتی روی جسم انجام دهد به معنای دادن انرژی به آن است و اگر کار منفی روی جسم انجام دهد، به معنای گرفتن انرژی از آن است.



شکل ۲ــ۴ الف) کار مثبت روی هواپیما انجام شده و انرژی جنبشی آن افزایش یافته است. ب) کار منفی روی خودرو انجام شده و انرژی جنبشی آن کاهش یافته است.

بین کار کل انجام شده روی یک جسم و تغییر انرژی جنبشی آن رابطه‌ای وجود دارد که به قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی معروف است. مطابق این قضیه، کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است. اگر انرژی جنبشی جسمی‌را در دو وضعیت متفاوت با K_1 و K_2 نشان دهیم، در این صورت قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی با رابطهٔ زیر بیان می‌شود[1] :

$$W_t = K_2 - K_1 \qquad (۲ــ۴)$$

هنگامی‌که $W_t > 0$ است انرژی جنبشی جسم افزایش می‌یابد (انرژی جنبشی پایانی بزرگ تر از انرژی جنبشی آغازی K_1 است) و جسم در پایان جابه جایی تندتر از آغاز آن حرکت می‌کند. هنگامی‌که $W_t < 0$ است، انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد ($K_2 < K_1$) و تندی آن پس از جابه جایی کمتر است. هنگامی‌که $W_t = 0$ است انرژی جنبشی جسم در دو نقطهٔ آغازی و پایانی یکسان ($K_2 = K_1$) و تندی آن نیز در این دو نقطه برابر است. توجه کنید که قضیهٔ کارــ انرژی جنبشی نه تنها برای حرکت یک جسم روی مسیری مستقیم معتبر است، بلکه اگر جسم روی هر مسیر خمیده ای نیز حرکت کند، می‌توان از آن استفاده کرد (تمرین ۲ــ ۷ را ببینید).

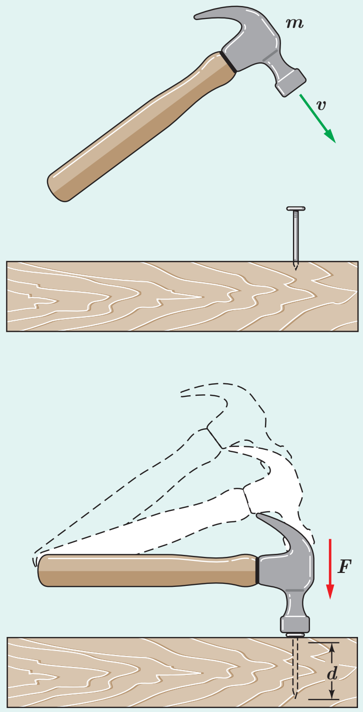
---

۱ ــ اثبات این قضیه جزء اهداف برنامهٔ درسی این کتاب نیست.

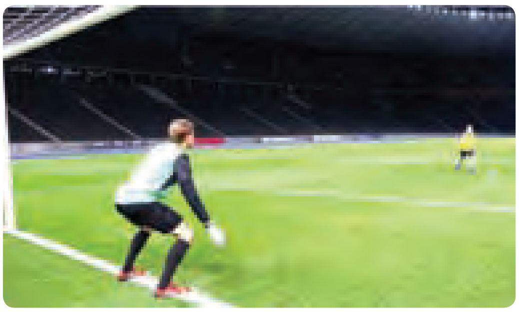
خوب است بدانید

قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی، قانون جدیدی در فیزیک نیست؛ بلکه صرفاً کار (رابطهٔ ۲ــ۳) و انرژی جنبشی (رابطهٔ ۲ــ۱) را به هم مرتبط می‌سازد و به‌سادگی می‌توان آن را از قانون دوم نیوتون به‌دست آورد.

قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی برای حل مسئله‌هایی مفید است که کار نیروهای وارد شده به جسم به سادگی محاسبه می‌شود. در این‌صورت با داشتن کار کل، می‌توانیم تندی جسم را در هر نقطهٔ دلخواه از مسیرش پیدا کنیم. همچنین اگر قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی را به‌صورت $K_2 - K_1 = W_t$ بنویسیم، تغییر انرژی جنبشی را می‌توان کاری درنظر گرفت که جسمی متحرک، روی جسم دیگری انجام می‌دهد. برای مثال چکشی که میخی را به چوبی می کوبد، هنگام برخورد با میخ، روی آن کار انجام می‌دهد (شکل روبه‌رو).



مثال ۲ــ۶



توپ فوتبالی به جرم ۴۵۰g از نقطهٔ پنالتی با تندی ۲۰/۰m/s به طرف دروازه شوت می‌شود (شکل روبه‌رو). توپ با تندی ۱۸/۰m/s به دستان دروازه‌بان برخورد می‌کند. کار کل انجام شده روی توپ را که سبب کاهش تندی آن شده است محاسبه کنید.

پاسخ : با استفاده از قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی به سادگی می‌توان مسئله را حل کرد. ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده و رابطهٔ ۲ــ۱ انرژی جنبشی توپ را در دو وضعیت مورد نظر مسئله به دست می‌آوریم :

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(0/450\,\text{kg})(20/0\,\text{m/s})^2 = 90/0\,\text{J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(0/450\,\text{kg})(18/0\,\text{m/s})^2 = 72/9\,\text{J}$$

به این ترتیب، کار کل انجام شده روی توپ را از رابطهٔ ۲ــ۴ محاسبه می‌کنیم :

$$W_t = K_2 - K_1 = 72/9\,\text{J} - 90/0\,\text{J} = -17/1\,\text{J}$$

علامت منفی نشان می‌دهدکه کار کل انجام شده روی توپ، انرژی جنبشی آن را کاهش داده است.

مثال ۲ـ ۷

چتربازی به جرم کل $۷۵/۰\,kg$، از بالونی که در ارتفاع $۸۰۰\,m$ از سطح زمین است، با تندی $۱/۲۰\,m/s$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با تندی $۴/۸۰\,m/s$ به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز را در طول مسیر سقوط محاسبه کنید. شتاب گرانش زمین را $۹/۸۰\,m/s^۲$ بگیرید.

پاسخ: ابتدا انرژی جنبشی چترباز را در دو وضعیت پریدن از بالون و همچنین رسیدن به سطح زمین به دست می‌آوریم. با توجه به اطلاعات داده شده و همچنین رابطهٔ ۲ـ۱ داریم:

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}(۷۵/۰\,kg)(۱/۲۰\,m/s)^۲ = ۵۴/۰\,J$$

$$K_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = \frac{۱}{۲}(۷۵/۰\,kg)(۴/۸۰\,m/s)^۲ = ۸۶۴\,J$$

همان‌طور که در شکل روبه‌رو دیده می‌شود در طول حرکت چترباز، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به او وارد می‌شود. نیروی وزن در جهت جابه جایی و نیروی مقاومت بر خلاف جابه جایی است. بنابراین، کار کل برابر مجموع کار این دو نیرو است. به این ترتیب، از رابطهٔ ۲ـ۴ داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = ۸۶۴\,J - ۵۴/۰\,J = ۸/۱۰ \times ۱۰^۲\,J$$

با پیدا کردن کار نیروی وزن (mg) و جایگذاری آن در عبارت بالا، کار نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم. از رابطهٔ ۲ـ۲ داریم:

$$W_{\text{وزن}} = mgd = (۷۵/۰\,kg)(۹/۸۰\,m/s^۲)(۸۰۰\,m) = ۵/۸۸ \times ۱۰^۵\,J$$

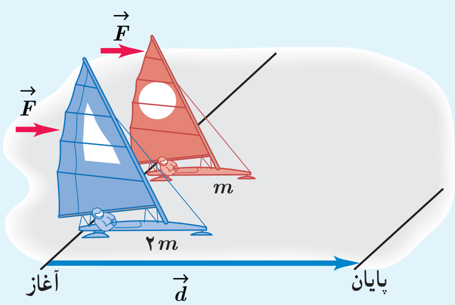
به این ترتیب، کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$۵/۸۸ \times ۱۰^۵\,J + W_{\text{مقاومت هوا}} = ۸۰۰\,J \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -۵/۸۷ \times ۱۰^۵\,J$$

توجه کنید برای اینکه چترباز به طور ایمن و با تندی نسبتاً کمی به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا اثر کار نیروی وزن را تقریباً خنثی کرده است.

تمرین ۲ ـ ۶

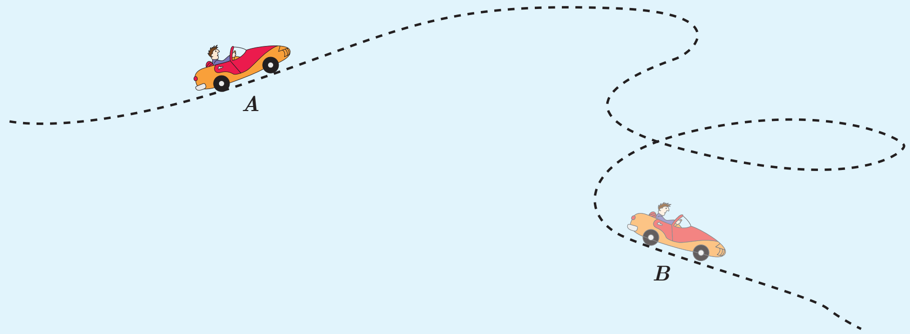
دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده[۱]، دارای جرم‌های m و $۲m$، روی دریاچهٔ افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان $\vec{F}$ با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود (شکل روبه‌رو). هردو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصلهٔ d می‌گذرند. انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها را درست پس از عبور از خط پایان، با هم مقایسه کنید.



۱– iceboat

تمرین ۲ــ ۷

جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده‌اش $۸۴۰ \mathrm{kg}$ است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می‌رود، کار کُل انجام شده روی خودرو $۷۳۵۰۰ \mathrm{J}$ است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر $۵۴/۰ \mathrm{km/h}$ باشد، تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟



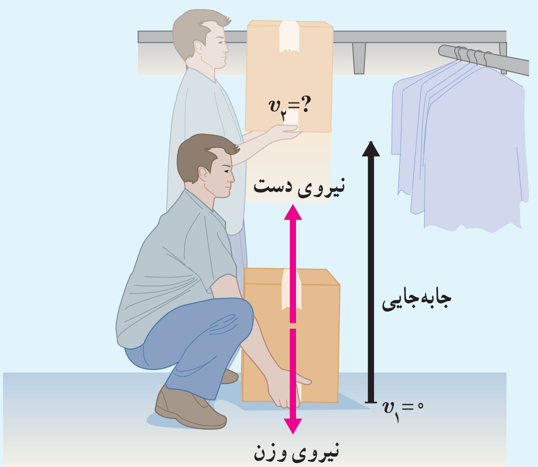
تمرین ۲ــ ۸

شکل روبه رو شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی ثابت $۵۰ \mathrm{N}$، جعبه ای به جرم $۱۰ \mathrm{kg}$ را از حال سکون در امتداد قائم جابه جا می‌کند.

الف) کار انجام شده توسط شخص و کار انجام شده توسط نیروی وزن را روی جعبه در ارتفاع $۱/۵ \mathrm{m}$ به‌طور جداگانه حساب کنید.

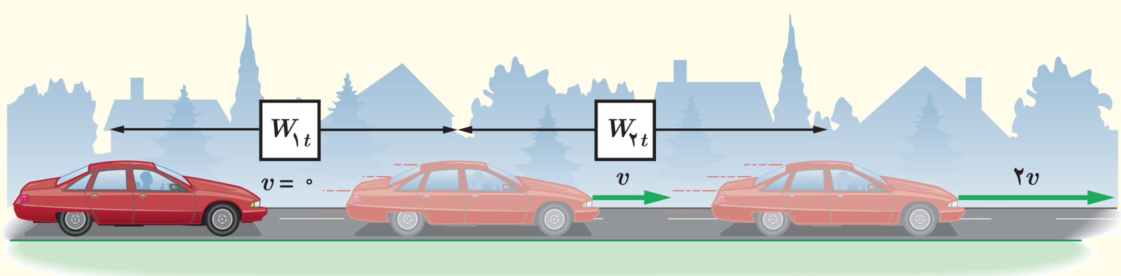
ب) کار کل انجام شده روی جعبه تا ارتفاع $۱/۵ \mathrm{m}$ چقدر است؟

پ) با استفاده از قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی، تندی نهایی جعبه را در ارتفاع $۱/۵ \mathrm{m}$ حساب کنید.



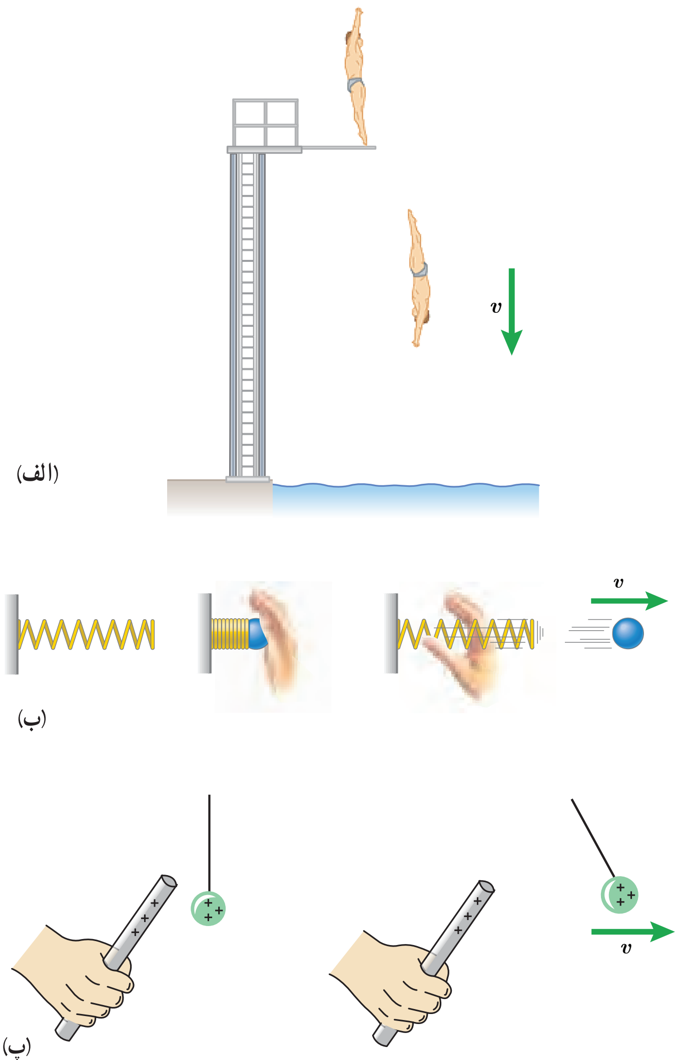
پرسش ۲ــ ۳

برای آنکه تندی خودرویی از حال سکون به v برسد، باید کار کل $W_{۱t}$ روی آن انجام شود. همچنین برای آنکه تندی خودرو از v به $۲v$ برسد، باید کار کل $W_{۲t}$ روی آن انجام شود (شکل زیر). نسبت $W_{۱t}/W_{۲t}$ چقدر است؟



۲ــ۴ کار و انرژی پتانسیل

در علوم هفتم با نوع دیگری از انرژی، به نام انرژی پتانسیل یا انرژی ذخیره‌ای آشنا شدید که می‌تواند به شکل‌های متنوعی مانند گرانشی، کشسانی و الکتریکی باشد. انرژی پتانسیل، برخلاف انرژی جنبشی که به حرکت یک جسم وابسته است، ویژگی یک سامانه (دستگاه) است تا ویژگی یک جسم منفرد. به عبارت دیگر، انرژی پتانسیل به مکان اجسام یک سامانه نسبت به یکدیگر بستگی دارد. وقتی انرژی پتانسیل یک سامانه کاهش می‌یابد، به شکل‌های دیگری از انرژی تبدیل می‌شود. برای مثال، وقتی شخصی از یک تختهٔ پرش به درون استخری پر از آب شیرجه می‌زند، انرژی پتانسیل سامانهٔ شخص ــ زمین به تدریج به انرژی جنبشی شخص تبدیل می‌شود و شخص با تندی نسبتاً زیادی با سطح آب برخورد می‌کند (شکل ۲ــ۵ الف). یا هنگامی که فنری را توسط جسمی فشرده و رها می‌کنیم، انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ جسم ــ فنر به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود و جسم با تندی زیادی پرتاب می‌شود (شکل ۲ــ۵ ب). همچنین وقتی یک جسم باردار را به جسم باردار دیگر نزدیک‌تر می‌کنیم، بسته به نوع بار، اجسام یکدیگر را می‌ربایند یا می‌رانند. در این حالت انرژی پتانسیل الکتریکی سامانهٔ دو جسم باردار تغییر می‌کند (شکل ۲ــ۵ پ).

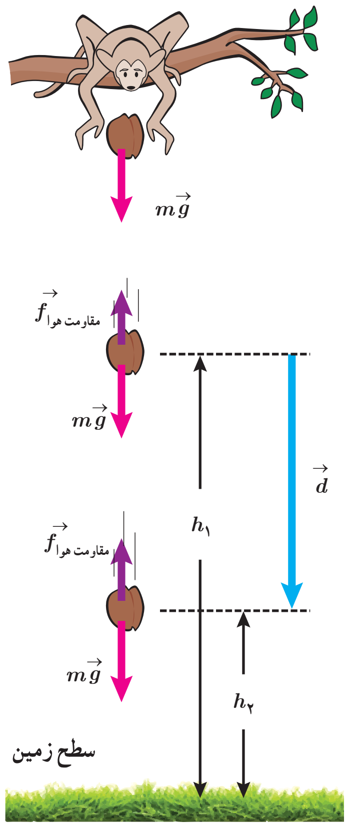


شکل ۲ــ۵ هر سامانه می‌تواند دست کم از دو جسم یا تعداد بسیار بیشتری از اجسام تشکیل شده باشد. الف) انرژی پتانسیل گرانشی در سامانهٔ شخص ــ زمین. ب) انرژی پتانسیل کشسانی در سامانهٔ جسم ــ فنر. پ) انرژی پتانسیل الکتریکی در سامانهٔ دو جسم باردار.

خوب است بدانید

انرژی پتانسیل، کمیتی مربوط به یک سامانه است. در اغلب موارد وقتی دو یا چند جسم به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند به‌دلیل موقعیت مکانی‌شان در سامانه، انرژی پتانسیل دارند. ازنظر تاریخی، اصطلاح انرژی پتانسیل را نخستین بار ویلیام رانکین در میانهٔ قرن نوزدهم (۱۸۵۳ م) معرفی کرد؛ هر چند دانشمندان دیگری پیش از وی، به گونه‌ای مفهوم آن را به کار برده بودند. اواخر قرن ۱۷، کریستیان هویگنس، کتابی دربارهٔ حرکت نوشت و در آن به نوعی به انرژی پتانسیل اشاره کرد. با وجود این، اصطلاح انرژی پتانسیل را به کار نبرده بود و به اهمیت آن نیز پی نبرده بود. همچنین، لاگرانژ، لاپلاس، پواسون و گرین از برجسته‌ترین دانشمندان زمان خود، در اواخر قرن ۱۸ و اوایل قرن ۱۹، مفهوم پتانسیل الکتریکی را در فرمول‌بندی ریاضی اثرات الکتریکی به کار برده بودند.

انرژی پتانسیل گرانشی



شکل ۲ــ۶ نیروهای وارد شده به جسمی که به طرف زمین سقوط می‌کند.

شکل ۲ــ۶ جسمی به جرم m را نشان می‌دهد که در حال سقوط به طرف زمین است. در حین سقوط، نیروی وزن $m\vec{g}$ و نیروی مقاومت هوا $\vec{f}_{air}$ به آن وارد می‌شود. وقتی جسم از ارتفاع $h_۱$ به ارتفاع $h_۲$ از سطح زمین می‌رسد کار نیروی وزن در این جابه جایی برابر است با :

$$W_{\text{وزن}} = (mg\cos\theta)d = (mg\cos ۰^\circ)d = mgd$$

$$= mg(h_۱ - h_۲) = -(mgh_۲ - mgh_۱)$$

انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ متشکل از زمین و جسمی به جرم m که در ارتفاع h از سطح زمین است به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$U = mgh \qquad (۲ــ۵)$$

به این ترتیب، کار نیروی وزن را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد :

$$W_{\text{وزن}} = -(U_۲ - U_۱) = -\Delta U \qquad (۲ــ۶)$$

رابطهٔ ۲ــ۶ نشان می‌دهد کار نیروی وزن برابر با منفیِ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است. همچنین توجه کنید که علامت منها در جلوی ΔU در رابطهٔ ۲ــ۶ اهمیت زیادی دارد. هنگامی که جسمی روبه پایین حرکت می‌کند h کاهش می‌یابد، نیروی وزن جسم کار مثبت انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می‌یابد $(\Delta U < ۰)$.

هنگامی‌که جسمی رو به بالا حرکت می‌کند و از زمین دور می‌شود، h افزایش می‌یابد. در این صورت کار انجام شده توسط نیروی وزن جسم منفی است و انرژی پتانسیل گرانشی آن افزایش می‌یابد $(\Delta U > ۰)$.

اگرچه رابطهٔ ۲ــ۶ را برای جسمی‌که در امتداد قائم و رو به پایین سقوط می‌کرد به دست آوردیم، ولی به سادگی می‌توان نشان داد این رابطه برای هر مسیر دلخواهی برقرار است. به عبارت دیگر، کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و همواره برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ جسم‌ــزمین است.

تمرین ۲ ــ ۹

برای جسمی‌به جرم m که رو به بالا حرکت می‌کند و از سطح زمین دور می‌شود نشان دهید کار نیروی وزن، همچنان از رابطهٔ ۲ــ۶ به دست می‌آید. فرض کنید که جسم به اندازهٔ کافی نزدیک به سطح زمین بماند به گونه‌ای که وزن آن ثابت باشد.

توجه : انرژی پتانسیل گرانشی، یک ویژگی مشترک جسم و زمین است و برای سامانه‌ای متشکل از این دو، تعریف می‌شود. بنابراین، $U = mgh$ را باید انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ جسم ــ زمین بخوانیم؛ زیرا اگر زمین ثابت بماند و جسم از زمین دور شود، U افزایش می‌یابد و اگر جسم به زمین نزدیک شود U کاهش می‌یابد. توجه کنید که رابطهٔ $U = mgh$ شامل هر دو ویژگی جسم (جرم آن m) و زمین (مقدار g) است. (برخی مواقع و صرفاً برای سادگی در گفتار، به انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ جسم ــ زمین، انرژی پتانسیل گرانشی جسم نیز می‌گویند.)

هنگامی که با انرژی پتانسیل گرانشی سر و کار داریم می‌توانیم $h = ۰$ را در هر ارتفاعی انتخاب کنیم؛ زیرا اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را انتقال دهیم، مقدارهای $h_۱$ و $h_۲$ تغییر می‌کنند و همین طور مقدارهای $U_۱$ و $U_۲$. ولی باید توجه داشته باشیم که این انتقال مبدأ، تأثیری بر اختلاف ارتفاع $h_۲ - h_۱$ یا بر اختلاف انرژی پتانسیل گرانشی $U_۲ - U_۱ = mg\,(h_۲ - h_۱)$ ندارد.

کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد تغییر انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) بین دو نقطه است نه مقدار U در یک نقطهٔ خاص. در نتیجه همان‌طور که در مثال بعد خواهید دید می‌توانیم U را در هر نقطه‌ای که بخواهیم برابر صفر تعریف کنیم بدون آنکه تأثیری در پاسخ مسئله داشته باشد.

مثال ۲ــ۸

شکل زیر، کوه نوردی به جرم $۷۲/۰\,\mathrm{kg}$ را نشان می‌دهد که در حال صعود به قلهٔ زردکوه بختیاری به ارتفاع $۴۲۰۰\,\mathrm{m}$ از سطح آزاد دریاست. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی کوه نورد در ۱۲۰۰ متری پایان ارتفاع صعود چقدر است؟ مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را (الف) سطح دریا و (ب) قلهٔ کوه بگیرید. $(g = ۹/۸\,\mathrm{m/s^۲})$

زردکوه بختیاری، یکی از غنی‌ترین ذخایر طبیعی آب ایران و سرچشمهٔ رودخانه‌های کارون و زاینده‌رود است.

پاسخ : اگر مطابق فرض (الف)، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در سطح دریا بگیریم، می‌توان نوشت :

$h_۱ = ۳۰۰۰\,\mathrm{m}$ و $h_۲ = ۴۲۰۰\,\mathrm{m}$

$$\Delta U = mg(h_۲ - h_۱) = (۷۲/۰\,\mathrm{kg})(۹/۸\,\mathrm{m/s^۲})(۴۲۰۰\,\mathrm{m} - ۳۰۰۰\,\mathrm{m}) \approx ۸/۵ \times ۱۰^۵\,\mathrm{J}$$

حال اگر مطابق فرض (ب)، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در قلهٔ کوه فرض کنیم، خواهیم داشت :

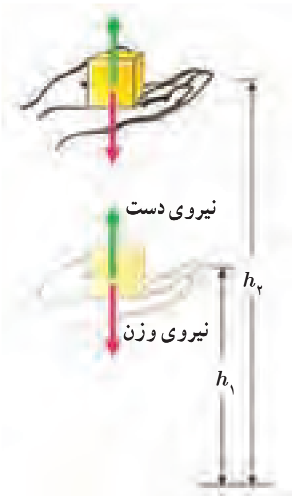
$h_۱ = -۱۲۰۰\,\mathrm{m}$ و $h_۲ = ۰$

$$\Delta U = mg(h_۲ - h_۱) = (۷۲/۰\,\mathrm{kg})(۹/۸\,\mathrm{m/s^۲})[۰-(-۱۲۰۰\,\mathrm{m})] \approx ۸/۵ \times ۱۰^۵\,\mathrm{J}$$

همان‌طور که انتظار داشتیم انتقال مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، تأثیری در نتیجه نهایی و فیزیک مسئله ندارد.

مثال ۲ـ۹

جسم ساکنی به جرم m را مانند شکل روبه رو، با دستمان از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 می‌بریم و دوباره به حالت سکون می‌رسانیم. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، کار نیروی دست را در این جابه‌جایی محاسبه کنید.



پاسخ : با استفاده از قضیهٔ کارـ انرژی جنبشی (رابطهٔ ۲ـ۴) داریم :

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = K_2 - K_1$$

از آنجا که جسم در ابتدا و انتهای مسیر ساکن است، تغییر انرژی جنبشی آن صفر است $(\Delta K = 0)$.

به این ترتیب داریم :

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = 0 \Rightarrow W_{\text{دست}} = - W_{\text{وزن}}$$

با توجه به رابطهٔ ۲ـ۵ می‌توانیم کار نیروی وزن را با استفاده از تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی به دست آوریم.

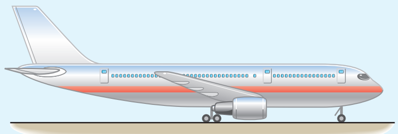
$$W_{\text{وزن}} = - \Delta U = -(mgh_2 - mgh_1)$$

به این ترتیب، کار نیروی دست برابر است با :

$$W_{\text{دست}} = -(- \Delta U) = +(mgh_2 - mgh_1)$$

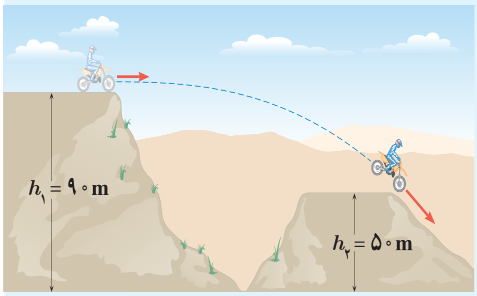
تمرین ۲ ـ ۱۰

انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) یک هواپیمای مسافربری به جرم $۷/۵۰ \times ۱۰^۴\text{kg}$ که با تندی ۸۶۴km/h در ارتفاع $۹/۶۰ \times ۱۰^۳\text{m}$ حرکت می‌کند چقدر است؟ مقدار این انرژی‌ها را با هم مقایسه کنید.



تمرین ۲ ـ ۱۱

جرم موتور سواری با موتورش ۱۵۰kg است. این موتورسوار، پرشی مطابق شکل روبه‌رو انجام می‌دهد.



الف) انرژی پتانسیل گرانشی موتور سوار را روی هر یک از تپه‌ها حساب کنید $(g = ۹/۸\text{m/s}^2)$.

ب) کار نیروی وزن موتورسوار را در این جابه‌جایی به دست آورید.

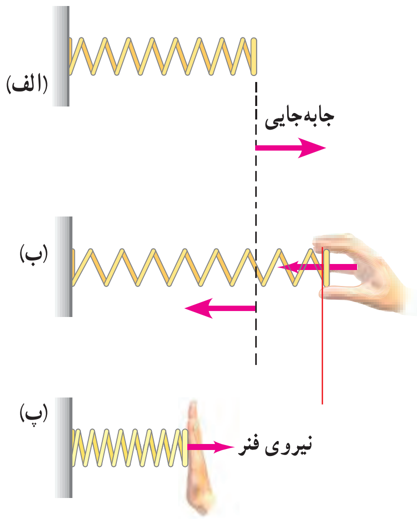
انرژی پتانسیل کشسانی

در علوم هفتم با انرژی پتانسیل وابسته به اجسام کشسان، مانند فنر و نوارهای لاستیکی آشنا شدید. در این بخش تنها به بررسی انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ جسم ـ فنر می‌پردازیم. فنرها را به شکل‌ها و اندازه‌های متفاوتی می‌سازند (شکل ۲ـ۷) و در بیشتر وسایل و ابزارهای مورد استفاده ما در زندگی روزمره کاربرد دارند. آنها را می‌توان در اتومبیل‌ها، قطارها، اغلب ساعت‌ها، برخی از اسباب بازی‌ها و ... مشاهده کرد (شکل ۲ ـ ۸).

شکل ۲ـ۷ انواع مختلف فنر. بنا به کاربرد، برخی از فنرها به گونه‌ای ساخته می‌شوند که بین حلقه‌های مجاور آنها فاصله‌ای وجود ندارد و نمی‌توان آنها را متراکم کرد.

(الف) (ب) (پ)

شکل ۲ــ۸ کاربرد فنر در الف) ساعت ب) اتومبیل پ) قطار



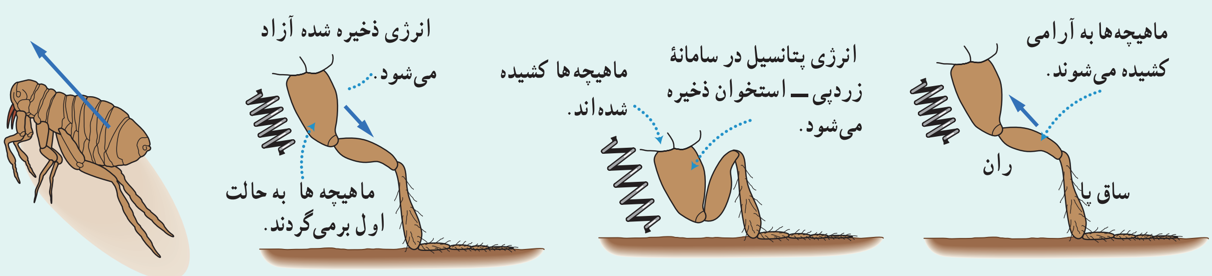
شکل ۲ــ۹ الف) فنر در حال تعادل. ب) و پ) با کشیدن و فشردن فنر، انرژی پتانسیل کشسانی در سامانهٔ دست ــ فنر ذخیره می‌شود.

شکل ۲ــ۹ الف فنری را در وضعیت تعادلش نشان می‌دهد که در آن، فنر نه فشرده و نه کشیده شده است. با کشیدن یا فشردن فنر به اندازهٔ x از مکان تعادلش، نیرویی در خلاف جهت جابه‌جایی به دست شخص وارد می‌شود (شکل‌های ۲ــ۹ ب و پ). یعنی کار نیروی فنر در این جابه‌جایی، منفی و تغییر انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ جسم‌ــفنر مثبت است. با توجه به آنچه در رابطهٔ ۲ــ۶ دیدیم در مورد تغییر انرژی پتانسیل کشسانی فنر نیز، مشابه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می‌توان نوشت :

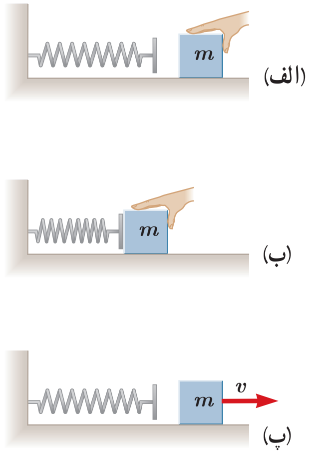
$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} \qquad (۲\text{ــ}۷)$$

خوب است بدانید

حشرهٔ کک به داشتن توانایی پرش شگفت آور شهرت دارد؛ زیرا می‌تواند بیش از صد برابر ارتفاع پیکر خود بپرد. نتایج پژوهش‌هایی که روی نحوهٔ حرکت حشره کک انجام شده، نشان می‌دهند ۱/۰ms طول می‌کشد تا این حشره به تندی بیشینهٔ خود، یعنی حدود ۱/۰m/s برسد. در این مدت کک می‌تواند تا ارتفاع ۳/۵cm ببرد. شکل‌های زیر به ترتیب الگوی پرش کک را براساس ذخیره و آزاد شدن انرژی پتانسیل کشسانی در پاهای آن نشان می‌دهد. جرم کک حدود ۰/۵۰mg است.



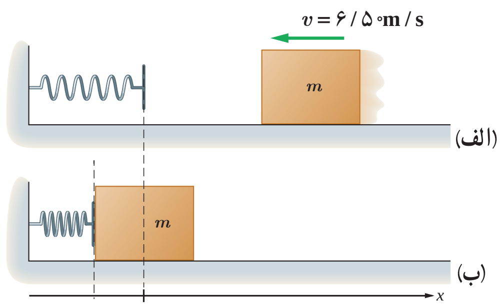
مثال مفهومی ۲ـ ۱۰



دریافت خود را از شکل رو به رو با توجه به مفاهیمی که تا اینجا با آن آشنا شدید، بیان کنید. فرض کنید جسم روی سطحی افقی و بدون اصطکاک حرکت می‌کند.

پاسخ : شکل الف فنری را درحال تعادل نشان می‌دهد که نه فشرده و نه کشیده شده است و انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ جسم ــ فنر صفر است. در شکل ب، جسمی به جرم m فنر را فشرده می‌کند. با توجه به فشردگی فنر، انرژی پتانسیل کشسانی در سامانهٔ جسم ــ فنر ذخیره شده است. وقتی جسم رها می‌شود، مطابق شکل پ نیرویی که فنر به جسم وارد می‌کند روی جسم کار انجام می‌دهد، انرژی پتانسیل کشسانی سامانهٔ فنر ــ جسم کاسته و انرژی جنبشی جسم افزوده می‌شود.

مثال ۲ـ ۱۱



جسمی به جرم ۴۲۰g مطابق شکل روبه‌رو با تندی ۶/۵۰m/s به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند.

الف) انرژی جنبشی جسم در موقعیت شکل الف چقدر است؟

ب) اگر بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانهٔ جسم ــ فنر ۵/۶۰J باشد، کار نیروی فنر چقدر است؟

پ) با استفاده از قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را وقتی جسم از موقعیت شکل (الف) به موقعیت شکل (ب) می‌رود حساب کنید.

پاسخ : الف) با استفاده از رابطهٔ ۲ـ ۱، انرژی جنبشی جسم در موقعیت الف برابر است با :

$$K_۱ = \frac{۱}{۲} m v^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۴۲۰ kg)(۶/۵۰ m/s)^۲ = ۸/۸۷ J$$

ب) با توجه به رابطهٔ ۲ـ ۷ کار نیروی فنر برابر است با :

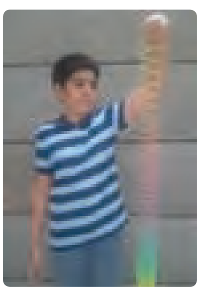
$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -(U_۲ - U_۱) = -(۵/۶۰ - ۰) = ۵/۶۰ J$$

پ) از قضیهٔ کار ــ انرژی جنبشی (رابطهٔ ۲ـ ۴) کار نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم :

$$W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} = K_۲ - K_۱$$

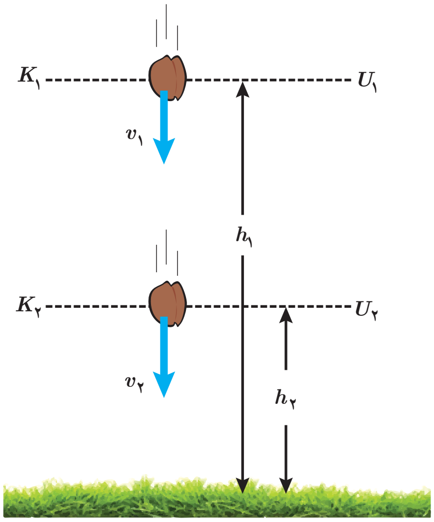
$$-۵/۶۰ J + W_{\text{اصطکاک}} + ۰ + ۰ = ۰ - ۸/۸۷ J \Longrightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -۳/۲۷ J$$

فعالیت ۲ـ ۱



یک فنر فلزی یا پلاستیکی نرم و نسبتاً بلند اختیار کنید. فنر را مطابق شکل روبه رو، از یک طرف آن در امتداد قائم آویزان کنید. ابتدا پیش بینی کنید که با رها کردن فنر، چه اتفاقی می‌افتد؟ فنر را رها کنید و با دقت، تمامی تبدیل‌های انرژی آن را بررسی کنید و نتیجه را به کلاس ارائه دهید. اگر دوربین با امکان ضبط و پخش آهستهٔ فیلم در اختیار دارید، فیلمی از این فعالیت تهیه کنید و آن را به‌طور آهسته مشاهده کنید.

۲ــ۵ پایستگی انرژی مکانیکی



شکل ۲ــ۱۰ با نزدیک‌تر شدن جسم به زمین، انرژی پتانسیل گرانشی کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.

شکل ۲ــ۱۰ جسمی‌را در حال سقوط به طرف زمین نشان می‌دهد. فرض کنید مقاومت هوا در برابر حرکت جسم ناچیز است و تنها نیروی وزن به آن وارد می‌شود. در قسمتی از مسیر انرژی جنبشی جسم از $K_۱$ به $K_۲$ و انرژی پتانسیل آن از $U_۱$ به $U_۲$ تغییر کرده است. همان‌طور که دیدیم مطابق رابطهٔ ۲ــ۶، کار نیروی وزن هنگام جابه‌جایی از موقعیت ۱ به موقعیت ۲ برابر است با :

$$W_{\text{وزن}} = -(U_۲ - U_۱)$$

از آنجا که در طول مسیر تنها نیروی وزن به جسم وارد می‌شود کار کل انجام شده روی جسم برابر کار نیروی وزن است. به این ترتیب، بنا به قضیهٔ کارــ انرژی جنبشی (رابطهٔ ۲ــ۴) داریم :

$$W_t = W_{\text{وزن}} = K_۲ - K_۱$$

از مقایسهٔ دو رابطهٔ اخیر می‌توان نوشت :

$$K_۲ - K_۱ = -(U_۲ - U_۱)$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نیز بازنویسی کرد :

$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \qquad (۲ــ۸)$$

کریستیان هویگنس (۱۶۹۵ــ۱۶۲۹م)، فیزیک‌دان، اخترشناس و ریاضی‌دان هلندی، نخستین دانشمندی بود که در قرن هفدهم، پایستگی انرژی مکانیکی را برای حرکت یک جسم بر اثر گرانش زمین بیان کرد. هویگنس در ادامهٔ فعالیت‌های گالیله در خصوص آونگ، قوانین آونگ ساده را ارائه داد و ساعت‌های آونگی را اختراع کرد. وی همچنین ساخت عدسی‌های تلسکوپ را بهبود بخشید و برای نخستین بار حلقه‌های سیارهٔ زحل را مشاهده و گزارش کرد.

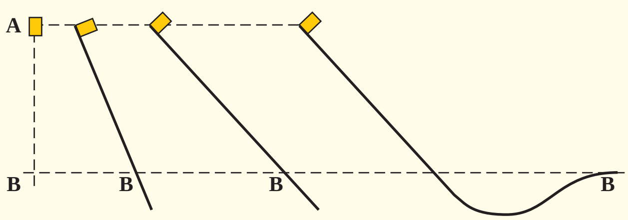
این رابطه نشان می‌دهد مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم در نقطه‌های مختلف مسیر حرکت با هم برابر است. مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی هر جسم را انرژی مکانیکی آن می‌نامیم و با E نشان می‌دهیم ($E = K + U$). به این ترتیب، از رابطهٔ ۲ــ۸ نتیجه می‌شود :

$$E_۱ = E_۲ \qquad (۲ــ۹)$$

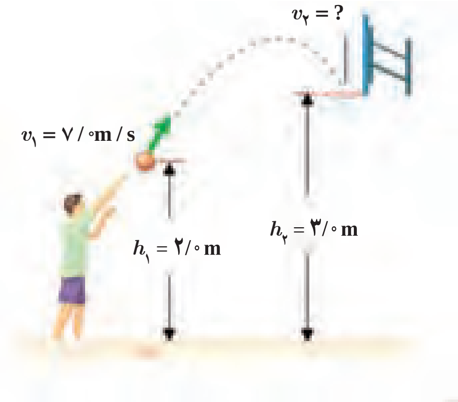
چون نقطه‌های (۱) و (۲) در مسیر حرکت جسم در شکل ۲ــ۱۰ اختیاری‌اند، نتیجه می‌گیریم با نادیده گرفتن نیروی مقاومت هوا، انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر مقدار یکسانی دارد و پایسته می‌ماند. این نتیجه، اصل پایستگی انرژی مکانیکی نام دارد و برای شرایطی که بتوان اثر ناشی از نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا را نادیده گرفت، کاربرد دارد.

پرسش ۲ــ۴

شکل روبه‌رو، چهار وضعیت متفاوت را برای حرکت جسمی‌نشان می‌دهد. در وضعیت الف، جسم از حال سکون سقوط می‌کند و در سه وضعیت دیگر جسم از حال سکون روی مسیری بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می‌کند. تندی جسم را در نقطهٔ B برای هر چهار وضعیت با هم مقایسه کنید.



مثال ۲ــ۱۲



شکل روبه‌رو ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی $v_۱ = ۷/۲ m/s$ به طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانهٔ سبد چقدر است؟ مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

پاسخ: چون اثر نیروی مقاومت هوا را در حین حرکت توپ ناچیز فرض کردیم، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است. لذا از رابطهٔ ۲ــ۸ می‌توان نوشت:

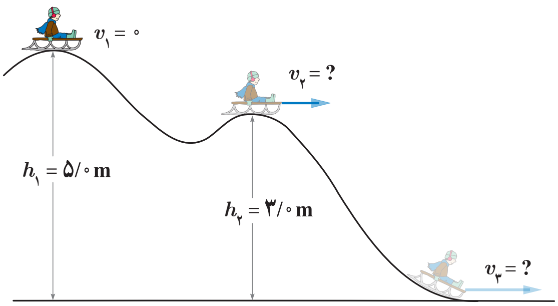
$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲$$

با حذف m از طرفین معادلهٔ بالا، و جایگذاری مقادیر داده شده داریم:

$$\frac{۱}{۲}(۷/۰ m/s)^۲ + (۹/۸ m/s^۲)(۲/۰ m) = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ + (۹/۸ m/s^۲)(۳/۰ m)$$

با حل معادلهٔ بالا، تندی توپ در دهانهٔ سبد تقریباً برابر $v_۲ = ۵/۴ m/s$ به دست می‌آید.

مثال ۲ــ۱۳



سورتمه سواری از ارتفاع $h_۱ = ۵/۰ m$ بالای سطح زمین و روی مسیری بدون اصطکاک، از حال سکون شروع به حرکت می‌کند.

الف) تندی سورتمه را در ارتفاع $h_۲$ به دست آورید.

ب) تندی سورتمه را هنگامی که به سطح زمین می‌رسد پیدا کنید.

مقاومت هوا را هنگام حرکت سورتمه نادیده بگیرید.

پاسخ: الف) چون نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا را در حین حرکت سورتمه ناچیز فرض کردیم، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است؛ لذا از رابطهٔ ۲ــ۸ می‌توان نوشت:

$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲$$

با حذف m (جرم سورتمه و سورتمه سوار) از طرفین معادلهٔ بالا، و جایگذاری مقادیر داده شده داریم:

$$۰ + (۹/۸ m/s^۲)(۵/۰ m) = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ + (۹/۸ m/s^۲)(۳/۰ m) \Rightarrow v_۲ = ۶/۳ m/s$$

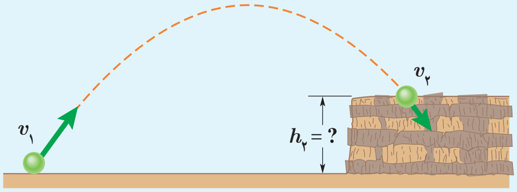
ب) به‌طور مشابه قسمت قبل، انرژی مکانیکی وضعیت اول و وضعیت سوم سورتمه سوار را مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم. در این صورت تندی سورتمه سوار روی زمین برابر $v_۳ = ۹/۹ m/s$ به دست می‌آید. به‌جای این کار می‌توانستید انرژی مکانیکی وضعیت دوم و وضعیت سوم سورتمه سوار را مساوی یکدیگر قرار دهید.

تمرین ۲ ــ ۱۲

در مثال ۲ــ۱۲، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در ارتفاع $h_۱$ بگیرید و بر این اساس تندی توپ را هنگام رسیدن به دهانهٔ سبد حساب کنید.

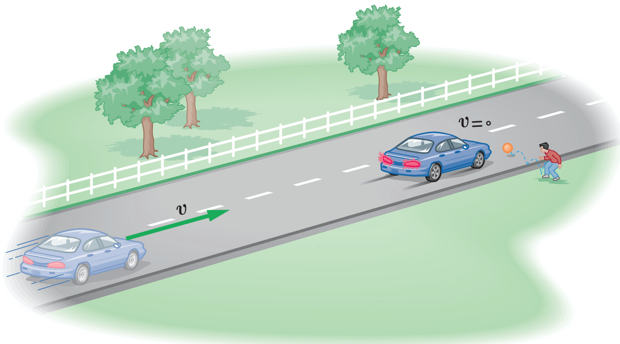
تمرین ۲ ــ ۱۳

توپی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_1 = 40 m/s$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود.
اگر توپ با تندی $v_2 = 25 m/s$ به بالای صخره برخورد کند، ارتفاع h_2 را به دست آورید. مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.



۲ــ۶ کار و انرژی درونی

خودرویی را در نظر بگیرید که با تندی v روی سطح جاده‌ای افقی در حرکت است. ناگهان راننده مانعی را می‌بیند و ترمز می‌کند طوری که چرخ‌های خودرو قفل می‌شوند و روی آسفالت جاده کشیده و ساییده می‌شوند و خط ترمز به‌وجود می‌آید (شکل ۲ــ۱۱). در این فرایند نیروی اصطکاک که برخلاف جهت جابه‌جایی خودرو به آن وارد می‌شود، روی خودرو کار منفی انجام می‌دهد. حال این پرسش مطرح می‌شود که پس از توقف خودرو، انرژی جنبشی آن کجا رفته است؟ برای پاسخ به این پرسش، نوع دیگری انرژی را معرفی می‌کنیم که انرژی درونی نامیده می‌شود. انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی‌های ذره‌های تشکیل دهندهٔ آن است.



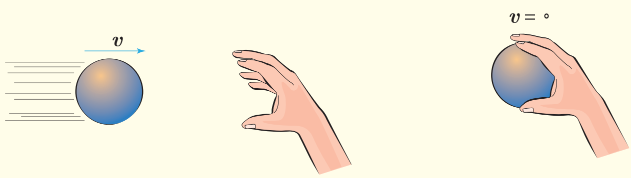
شکل ۲ــ۱۱ وقتی خودرویی ترمز می‌گیرد کار نیروهایی که بر خلاف جهت جابه‌جایی خودرو به آن وارد می‌شوند، انرژی جنبشی خودرو را کاهش می‌دهند.

معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم، انرژی درونی آن بالا می‌رود. انرژی درونی یک جسم، هم به تعداد ذرات جسم و هم به انرژی هر ذره بستگی دارد. به‌طوری‌که هرچه تعداد ذرات سازندهٔ یک جسم و انرژی هر ذرهٔ آن بیشتر باشد، انرژی درونی آن نیز بیشتر است. چون در حین ترمز گرفتن خودرو، لاستیک‌های آن و سطح جاده گرم‌تر شده‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که انرژی درونی هر دو افزایش یافته است. در نتیجه می‌توان گفت که در اثر کار نیروی اصطکاک، انرژی جنبشی خودرو به انرژی درونی لاستیک‌های آن و سطح جاده تبدیل شده است.

در این‌گونه موارد، اصطلاحاً می‌گوییم انرژی تلف شده است. در واقع، همان‌طورکه اشاره شد، در این حالت انرژی از بین نرفته است بلکه به انرژی درونی لاستیک‌ها و سطح جاده تبدیل شده است. چون این انرژی را در اغلب موارد و در عمل نمی‌توان دوباره مورد استفاده قرار داد، معمولاً از اصطلاح انرژی تلف شده استفاده می‌شود.

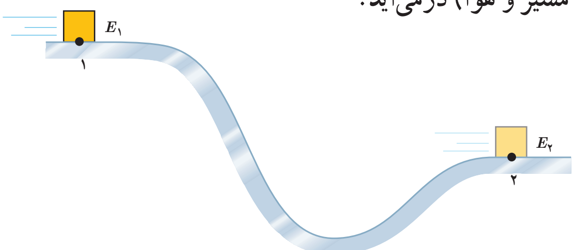
پرسش ۲ــ۴

شخصی توپ در حال حرکتی را با دست خود می‌گیرد (شکل روبه‌رو). پس از توقف توپ، انرژی جنبشی آن کجا رفته است؟



شکل ۲ــ۱۲جسمی‌را نشان می‌دهد که پس از طی مسیری انرژی مکانیکی آن از $E_۱$ به $E_۲$ تغییر کرده است. اگر در طول مسیر نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا، به جسم وارد شوند و روی جسم کار منفی انجام دهند، بخشی از انرژی مکانیکی جسم را به انرژی درونی جسم، سطح مسیر و هوا تبدیل می‌کنند. اگر کار انجام شده توسط این نیروها که معمولاً به نیروهای اتلافی نیز شناخته می‌شوند را با W_f نمایش دهیم در این صورت $W_f = E_۲ - E_۱$ است[۱].

این رابطه نشان می‌دهد با حضور نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی‌ماند و تغییر می‌کند. همان‌طور که پیش از این نیز اشاره کردیم این تغییر انرژی به صورت افزایش انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن (سطح مسیر و هوا) درمی‌آید.

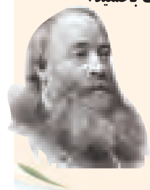


شکل ۲ــ۱۲ وقتی نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا درحین حرکت جسم، روی آن کار انجام دهند انرژی مکانیکی جسم پایسته نیست.

قانون پایستگی انرژی : در یک سامانهٔ منزوی[۲]، مجموع کل انرژی‌ها پایسته می‌ماند. انرژی را نمی‌توان خلق یا نابود کرد و تنها می‌توان آن را از یک شکل به شکل دیگر تبدیل کرد. این بیان، که براساس آزمایش‌های بسیاری بنا شده است قانون پایستگی انرژی نامیده می‌شود و تاکنون هیچ مورد استثنایی برای آن یافت نشده است.

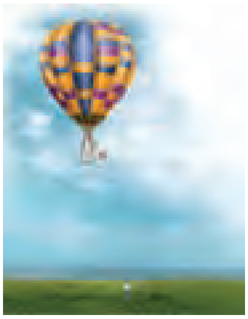
یولیوس فون مایر
(۱۸۷۸ــ۱۸۱۴م)

قانون پایستگی انرژی بیانی از ثبات در طبیعت است. انرژی کل، کمیتی است که پایسته می‌ماند؛ درحالی که کمیت‌های دیگر می‌توانند تغییر کنند. اولین اظهار نظر دربارهٔ اینکه قانون پایستگی انرژی در طبیعت حاکم است، در اواسط قرن نوزدهم میلادی مطرح شد. مایر در آلمان و ژول در انگلستان، اظهار نظر کردند که گرما و انرژی مکانیکی هم‌ارز یکدیگرند؛ یعنی می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند و مجموع آنها ثابت بماند. قانون پایستگی انرژی مایر و ژول، دو شاخهٔ مهم فیزیک، به نام ترمودینامیک و مکانیک را وحدت بخشید.



جیمز پریسکات ژول
(۱۸۸۹ــ۱۸۱۸م)

مثال ۲ــ۱۴



از بالونی که در ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین و با تندی ۴/۰m/s در پرواز است، بسته‌ای به جرم ۳۰kg رها می‌شود و با تندی ۲۵m/s به زمین برخورد می‌کند. کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته را از لحظهٔ رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین حساب کنید.

پاسخ : ابتدا انرژی مکانیکی بسته را در لحظهٔ رها شدن و هنگام برخورد به زمین حساب می‌کنیم.
اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض می‌کنیم، داریم :

$$E_۱ = K_۱ + U_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱$$

$$= \frac{۱}{۲}(۳۰\text{kg})(۴/۰\text{m/s})^۲ + (۳۰\text{kg})(۹/۸\ \text{m/s}^۲)(۵۰\text{m}) = ۱۴۹۴۰\text{J} \approx ۱/۵ \times ۱۰^۴\ \text{J}$$

$$E_۲ = K_۲ + U_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲$$

$$= \frac{۱}{۲}(۳۰\text{kg})(۲۵\text{m/s})^۲ + ۰ = ۹۳۷۵\text{J} \approx ۹/۴ \times ۱۰^۳\ \text{J}$$

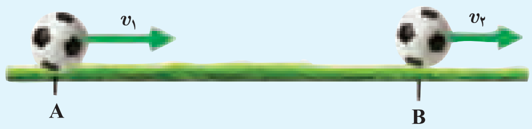
با جایگذاری مقادیر انرژی مکانیکی بسته در رابطهٔ $W_f = E_۲ - E_۱$ ، کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته برابر است با :

$$W_f = E_۲ - E_۱ = ۹۳۷۵\text{J} - ۱۴۹۴۰\text{J} = -۵۵۶۵\text{J} \approx -۵/۶ \times ۱۰^۳\text{J}$$

۱ــ معمولاً از حرف کوچک f برای نشان دادن نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا استفاده می‌شود.
۲ــ به سامانه‌ای که نه از محیط اطراف انرژی بگیرد و نه به محیط اطراف انرژی دهد، سامانهٔ منزوی گفته می‌شود.

تمرین ۲ــ ۱۴

توپی به جرم ۰/۴۵kg با تندی v_1 = ۸/۰m/s از نقطهٔ A می‌گذرد (شکل روبه‌رو). نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، ۲۰ درصد انرژی جنبشی توپ را تا رسیدن به نقطهٔ B تلف می‌کنند. تندی توپ را در این نقطه به دست آورید.



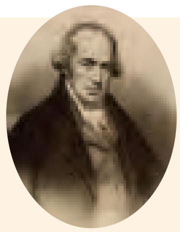
۲ــ۷ توان

در علوم نهم با برخی از ماشین‌های ساده آشنا شدید. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های هر ماشین، چه ساده باشد چه پیچیده، مدت زمانی است که طول می‌کشد تا کار معینی را انجام دهد. یک ماشین می‌تواند کار معینی را آرام، یا تند انجام دهد. برای مثال، هرچه موتور یک خودرو قوی‌تر باشد راحت‌تر و سریع‌تر می‌تواند از یک جادهٔ کوهستانی بالا رود. در صورتی که برای پیمودن همین مسیر توسط خودرویی مشابه، ولی با موتور ضعیف‌تر، زمان طولانی‌تری لازم است.

در اغلب موارد لازم است بدانیم در چه مدت زمانی می‌توان کار معینی را انجام داد. در فیزیک، آهنگ انجام کار را با کمیتی به نام توان توصیف می‌کنیم. هرچند در گفت‌وگوهای روزمرّه، معمولاً واژهٔ توان را با واژه‌های انرژی یا نیرو مترادف می‌گیرند، اما این کمیت در فیزیک تعریف دقیقی دارد. توان، همانند کار و انرژی، کمیتی است نرده‌ای و به صورت آهنگ انجام کار بیان می‌شود. هنگامی‌که کار W در بازهٔ زمانی Δt انجام می‌شود، کار انجام شده در واحد زمان یا توان متوسط $\overline{P}$ به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} \qquad (۲ــ۱۰)$$

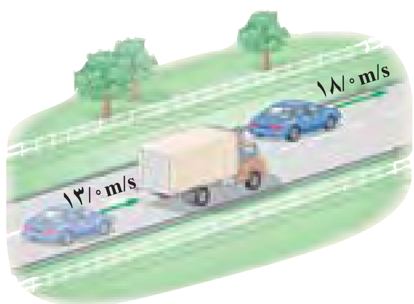
یکای SI توان، وات (W) است که به احترام جیمز وات مخترع انگلیسی نام‌گذاری شده است. مطابق تعریف توان (رابطهٔ ۲ــ۱۰)، یک وات برابر است با یک ژول بر ثانیه (1W = 1J/s). استفاده از یکاهای بزرگ‌تر توان، مانند کیلووات (kW) و مگاوات (MW) نیز متداول است. یکای قدیمی توان، به نام اسب بخار (1hp = 746W) هنوز نیز استفاده می‌شود[1]. این یکا نخستین بار توسط وات برای ارزیابی توان خروجی اختراع جدیدش، ماشین بخار، معرفی شد. توان موتور بیشتر وسایل نقلیه با این یکا بیان می‌شود.



جیمز وات (۱۸۱۹ــ۱۷۳۶م) مخترع و مهندس اسکاتلندی، فعالیت حرفه‌ای خود را با اصلاح و تکمیل ماشین‌بخار نیوکامن آغاز کرد. پس از آن در سال ۱۷۶۹ میلادی، ماشین بخار دیگری طراحی کرد که نسبت به ماشین‌های بخار موجود، بازده و سرعت عمل بیشتری داشت. اختراع جدید وات، مورد استقبال زیادی قرار گرفت به طوری که ظرف چند سال پس از اختراع وی، حدود ۵۰۰ دستگاه از آن، در سراسر انگلستان مورد استفاده قرار گرفت. مقدار اسب بخار (1hp = 746W) از آزمایش‌هایی به دست آمده که توسط وات انجام شده است. نتیجهٔ این آزمایش‌ها این بود که یک اسب می‌تواند در بالا بردن زغال سنگ از معدن در هر دقیقه ۳۳۰۰۰ فوت ــ پوند (ft_lbs) کار انجام دهد. هر فوت ــ پوند تقریباً معادل ۱/۳۶ ژول است.

مثال ۲ــ ۱۵

شکل روبه‌رو خودرویی به جرم ۱۳۰۰kg را نشان می‌دهد که برای سبقت گرفتن از کامیونی، در مسیری افقی و در مدت ۳/۰s تندی خود را از v_1 = ۱۳/۰m/s به v_2 = ۱۸/۰m/s تغییر داده است. توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار، دست کم چقدر باید باشد؟ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.



---

۱ ــ یکای hp از سرحرف عبارت horse power به معنای اسب بخار گرفته شده است.

پاسخ : با توجه به رابطهٔ ۲ــ۴، کار کل انجام شده توسط موتور خودرو، برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. به‌این ترتیب، با به‌دست آوردن انرژی جنبشی خودرو در دو وضعیت داده شده و محاسبهٔ کار کل موتور خودرو داریم :

$$W_t = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

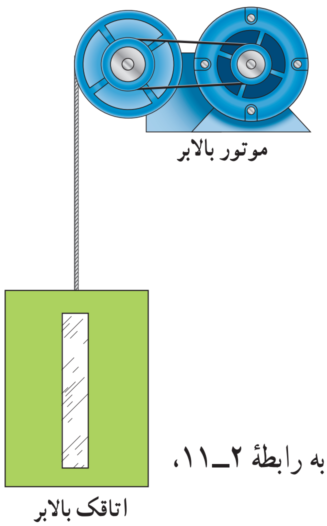
$$= \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = \frac{۱}{۲}(۱۳۰۰\,\mathrm{kg})[(۱۸/۰\,\mathrm{m/s})^۲ - (۱۳/۰\,\mathrm{m/s})^۲] = ۱۰۰۷۵۰ \approx ۱/۰۱\times۱۰^۵\,\mathrm{J}$$

با جایگذاری مقدار به دست آمده در رابطهٔ ۲ــ۱۱، کمترین توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار برابر است با :

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{۱۰۰۷۵۰\,\mathrm{J}}{۳/۰\,\mathrm{s}} \approx ۳/۴\times۱۰^۴\,\mathrm{W} = ۴۵\,\mathrm{hp}$$

در واقع با وجود نیروهای اتلافی (مانند مقاومت هوا) در حین حرکت خودرو، توان مورد نیاز از این مقدار بیشتر است.

مثال ۲ــ ۱۶



جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن $۵۰۰\,\mathrm{kg}$ است (شکل روبه‌رو). اگر این بالابر در مدت $۱۰\,\mathrm{s}$ از طبقهٔ همکف به طبقهٔ دوم در ارتفاع $۶/۰\,\mathrm{m}$ برود، توان متوسط موتور این بالابر چند اسب بخار است؟ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.

پاسخ : با توجه به رابطهٔ ۲ــ۴، کار کل انجام شده روی اتاقک بالابر (شامل کار نیروی وزن و کار نیروی موتور بالابر) برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. به این ترتیب داریم :

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور}} = K_۲ - K_۱$$

$$-mg(h_۲ - h_۱) + W_{\text{موتور}} = ۰ - ۰$$

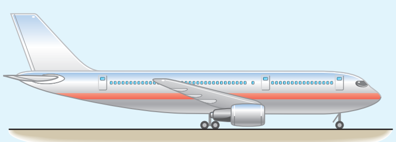
$$W_{\text{موتور}} = mg(h_۲ - h_۱) = (۵۰۰\,\mathrm{kg})(۹/۸\,\mathrm{m/s^۲})(۶/۰\,\mathrm{m} - ۰) = ۲۹۴۰۰\,\mathrm{J} \approx ۲/۹\times۱۰^۴\,\mathrm{J}$$

در محاسبهٔ بالا، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین (طبقهٔ همکف) گرفته‌ایم. با توجه به رابطهٔ ۲ــ۱۱، توان متوسط موتور بالابر برابر است با :

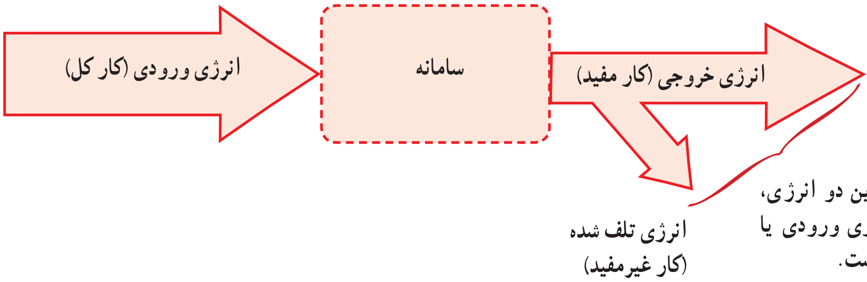
$$\overline{P} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{۲۹۴۰۰\,\mathrm{J}}{۱۰\,\mathrm{s}} \approx ۲/۹\times۱۰^۳\,\mathrm{W} = ۳/۹\,\mathrm{hp}$$

تمرین ۲ ــ ۱۵

هر یک از دو موتور جت یک هواپیمای مسافربری، پیشرانه‌ای (نیروی جلوبر هواپیما) برابر $۲/۰ \times ۱۰^۵\,\mathrm{N}$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه $۱۵\,\mathrm{km}$ در امتداد این نیرو حرکت کند، توان متوسط هر یک از موتورهای هواپیما چند اسب بخار است؟



بازده : در هر سامانه تنها بخشی از انرژی ورودی (انرژی مصرفی سامانه) به انرژی موردنظر ما تبدیل می‌شود. برای مثال، وقتی موتور بالابری کار می‌کند بخشی از انرژی الکتریکی ورودی به کار مکانیکی تبدیل می‌شود و اتاقک بالابر را جابه‌جا می‌کند. بخش دیگری از انرژی الکتریکی ورودی به‌صورت انرژی‌های ناخواسته‌ای مانند گرم‌تر شدن اجزای موتور و کابل بالابر در می‌آید. شکل ۲ــ۱۳ طرح واره‌ای است که این نوع تبدیل انرژی‌ها در سامانه را نشان می‌دهد.



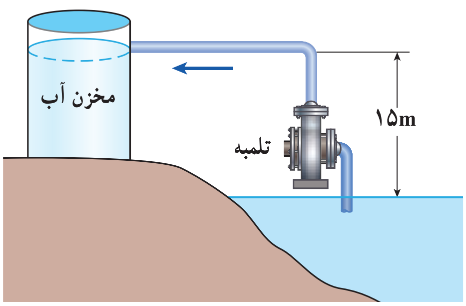
شکل ۲ــ۱۳ همواره بخشی از انرژی ورودی به سامانه، به انرژی تلف شده یا کار غیرمفید تبدیل می‌شود.

همان طورکه طرح واره شکل ۲ــ۱۳ نشان می‌دهد تنها بخشی از انرژی ورودی قابل استفاده است که به آن انرژی خروجی یا کار مفید می‌گویند. نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی را بازده می‌نامیم. معمولاً بازده هر سامانه را برحسب درصد بیان می‌کنند، که همواره عددی کوچک‌تر از ۱۰۰ است. با توجه به تعریف بازده، از رابطهٔ زیر می‌توان درصد بازدهٔ هر سامانه را به سادگی محاسبه کرد.

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times ۱۰۰ \qquad (۲ــ۱۱)$$

مثال ۲ــ۱۷

تلمبه‌ای با توان ورودی ۱۵kW در هر ثانیه ۷۰ لیتر آب دریاچه‌ای به چگالی $۱۰۰۰ kg/m^۳$ را مطابق شکل روبه‌رو تا ارتفاع ۱۵ متری مخزنی می‌فرستد. بازدهٔ تلمبه چند درصد است؟



پاسخ : انرژی الکتریکی ورودی به تلمبه برابر است با

$$E_{\text{ورودی}} = (۱۵۰۰۰ W)(۱/۰ s) = ۱۵۰۰۰ J \approx ۱/۵ \times ۱۰^۴ J$$

جرم هر لیتر آب دریاچه ۱/۰kg و کار مفید تلمبه برابر است با :

$$E_{\text{خروجی}} = mg(h_۲ - h_۱) = (۷۰ kg)(۹/۸ N/kg)(۱۵ m - ۰) = ۱۰۲۹۰ J \approx ۱/۰ \times ۱۰^۴ J$$

در محاسبهٔ بالا، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح آب دریاچه گرفته‌ایم. با توجه به رابطهٔ ۲ــ۱۲، درصد بازدهٔ تلمبه برابر است با :

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{۱۰۲۹۰ J}{۱۵۰۰۰ J} \times ۱۰۰ \approx ٪۶۸$$

لازم است توجه کنید که بخشی از توان ورودی تلمبه به‌دلیل اصطکاک آب در حال حرکت با جدارهٔ داخلی لوله تلف می‌شود.

تمرین ۲ ـ ۱۶

آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق آبی، از مسیری مطابق شکل روی پره های توربینی می‌ریزد و آن را می‌چرخاند. با چرخش توربین، مولد می‌چرخد و انرژی الکتریکی تولید می‌شود (شکل روبه رو). اگر ۸۵ درصد کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، درهر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی توربین بریزد تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه به ۲۰۰MW برسد؟ جرم هر متر مکعب آب را ۱۰۰۰kg در نظر بگیرید.

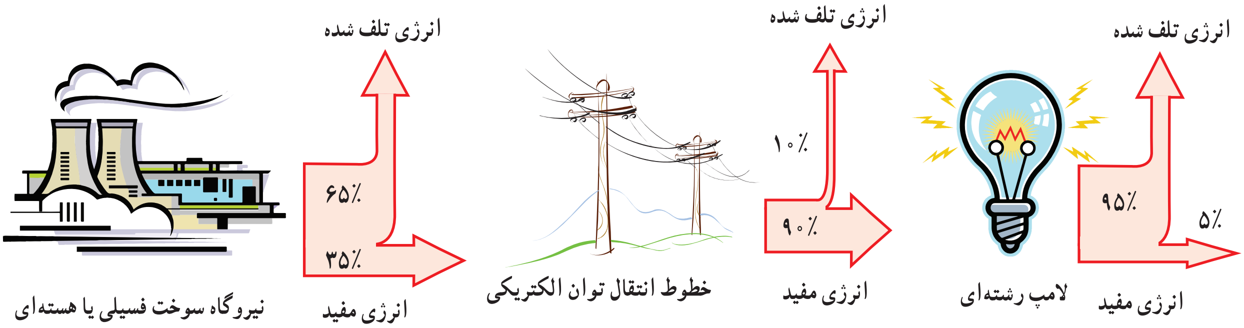
فعالیت ۲ـ۲

شکل زیر طرح واره‌ای از درصد انرژی مفید و انرژی تلف شده در یک نیروگاه سوخت فسیلی یا هسته‌ای را از آغاز تا مصرف در یک لامپ رشته‌ای نشان می‌دهد.

الف) یک نیروگاه سوخت فسیلی را در نظر بگیرید که با مصرف گازوئیل، انرژی الکتریکی تولید می‌کند. با سوختن هر لیتر گازوئیل حدود ۳۵ مگاژول انرژی گرمایی تولید می‌شود. برای اینکه یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ واتی در طول یک ماه به مدت ۱۸۰ ساعت روشن بماند (به‌طور میانگین هر شبانه روز ۶ ساعت)، چقدر گازوئیل باید در نیروگاه مصرف شود؟

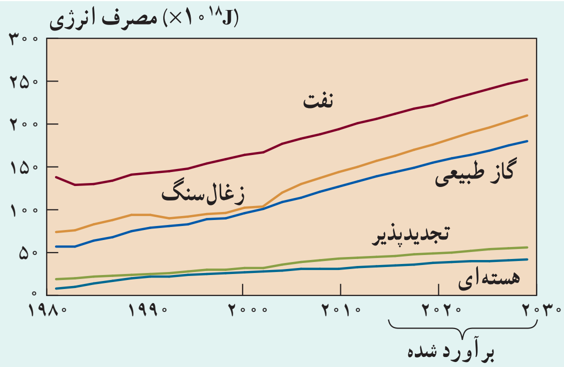
ب) با توجه به نتیجه قسمت الف، درک خود از هشدار معروف «لامپ اضافی خاموش!» را بیان کنید.

پ) اگر در سراسر ایران، هر خانه در طول یک ماه، معادل انرژی الکتریکی مصرف شده در قسمت الف، صرفه‌جویی کند، مرتبهٔ بزرگی گازوئیل صرفه‌جویی شده را تخمین بزنید.



خوب است بدانید

بهینه‌سازی مصرف انرژی: امروزه انرژی در همهٔ عرصه‌های زندگی بشر و همچنین توسعهٔ زیرساخت‌های صنعتی و اقتصادی نقش محوری ایفا می‌کند و یکی از ارکان استقلال و اقتدار سیاسی کشورها محسوب می‌شود. افزایش روز افزون مصرف انواع مختلف انرژی در جهان، هم اینک به یکی از چالش‌های فراروی بشر تبدیل شده است (شکل روبه‌رو). این امر به‌ویژه پس از بحران انرژی در دههٔ ۱۹۷۰ میلادی،



کل مصرف انرژی از منابع مختلف. همان‌طور که دیده می‌شود طی ۱۵ سال آینده مصرف انرژی جهان از منابع مختلف رشد چشمگیری خواهد داشت. در این میان بهره برداری از سوخت‌های فسیلی بیش از سایر منابع انرژی است.

متخصصان حوزهٔ انرژی را به بررسی و ارائهٔ راهکارهایی برای استفاده و مصرف بهینهٔ انرژی واداشته است.

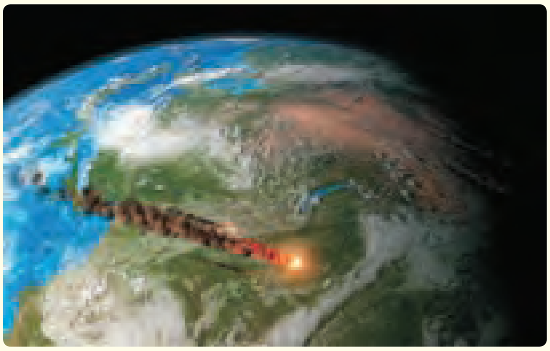
همان‌طور که دیده می‌شود بهینه‌سازی مصرف انرژی از نظر اقتصادی نه تنها یک ضرورت است؛ بلکه از جنبهٔ زیست محیطی نیز اهمیت بسزایی دارد. بهینه‌سازی مصرف انرژی به بیان ساده به مجموعه‌ای از راهکارها و عملکردها گفته می‌شود که منجر به کاهش مصرف مقدار انرژی در بخش‌های مختلفی از قبیل تولید، خدمات و مسکونی شود. به این منظور دولت‌ها تلاش می‌کنند تا برنامه‌های مختلفی را پس از برنامه‌ریزی دقیق و به خصوص توجه به جنبه‌های زیست محیطی آن به اجرا در آورند. برای مثال، یکی از موارد مهمی که در سال‌های اخیر در ایران از طرف مسئولان مورد تأکید نظری و عملی قرارگرفته است، تعیین ملاک‌هایی برای مصرف انرژی کلیهٔ وسایل خانگی است که عملکرد آنها به انرژی وابسته است. حاصل این کار تهیه و تدوین برچسب انرژی است که شامل اطلاعات مربوط به مصرف انرژی کالای تولید شده است (شکل روبه رو).

برچسب مصرف انرژی مربوط به نوعی از یخچال فریزر. همان‌طور که دیده می‌شود شاخص مصرف انرژی این کالا، از رتبهٔ A تا G ، دارای رتبهٔ B است که رتبهٔ متوسطی محسوب می‌شود.

فعالیت ۲ـ۳

مدت زمانی را که طول می‌کشد تا با دویدن به بالای یک راه‌پله برسید اندازه بگیرید. آهنگ انجام این کار را محاسبه کنید. پاسخ خود را برحسب وات و اسب بخار بیان کنید.

۲ــ۱ انرژی جنبشی



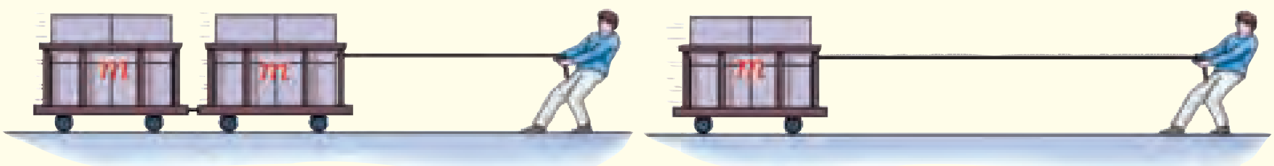
۱ تقریباً بیشتر شهاب‌سنگ‌هایی که وارد جوّ زمین می‌شوند به دلیل اصطکاک زیاد با ذرات تشکیل دهندهٔ جوّ، به دمای بالایی می‌رسند و می‌سوزند. شکل روبه رو شهاب سنگی به جرم $۱/۴ \times ۱۰^{۵}\,\mathrm{kg}$ را نشان می‌دهد که با تندی $۴/۰\,\mathrm{km/s}$ وارد جوّ زمین شده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ را به دست آورید. این انرژی را با انرژی جنبشی یک هواپیمای مسافربری به جرم $۷/۲ \times ۱۰^{۴}\,\mathrm{kg}$ که با تندی $۲۵۰\,\mathrm{m/s}$ در حرکت است مقایسه کنید.

۲ حدود ۵۰۰۰۰ سال پیش شهاب سنگی در نزدیک آریزونای آمریکا به زمین برخورد کرده و چاله‌ای بزرگ از خود به جای گذاشته است (شکل روبه رو). با اندازه گیری‌های جدید (۲۰۰۵ میلادی) برآورد شده است که جرم این شهاب سنگ حدود $۱/۴۰ \times ۱۰^{۸}\,\mathrm{kg}$ بوده و با تندی $۱۲/۰\,\mathrm{km/s}$ به زمین برخورد کرده است.

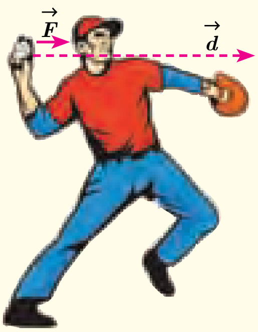
انرژی جنبشی این شهاب سنگ هنگام برخورد به زمین چقدر بوده است؟ (خوب است بدانید انرژی آزاد شده توسط هر تُن TNT تقریباً برابر $۴/۲ \times ۱۰^{۹}\,\mathrm{J}$ است.)

۲ــ۲ و ۲ــ۳ کار انجام شده توسط نیروی ثابت و کار و انرژی جنبشی

۳ در شکل‌های (الف) و (ب) جرم ارابه‌ها یکسان است. برای اینکه تندی ارابه‌ها از صفر به مقدار معین v برسد، کار انجام شده در هر دو حالت را باهم مقایسه کنید.



(ب) (الف)



۴ ورزشکاری سعی می‌کند توپ بیسبالی به جرم $۱۵۰\,\mathrm{g}$ را با بیشترین تندی ممکن پرتاب کند. به این منظور، ورزشکار نیرویی به بزرگی $F = ۷۵/۰\,\mathrm{N}$ تا لحظهٔ پرتاب توپ و در امتداد جابه‌جایی $(d = ۱/۵\mathrm{m})$ بر آن وارد می‌کند (شکل روبه‌رو). تندی توپ هنگام جدا شدن از دست ورزشکار چقدراست؟

۵ آیا کار کل انجام شده بر یک جسم در یک جابه‌جایی می‌تواند منفی باشد؟ توضیح دهید.

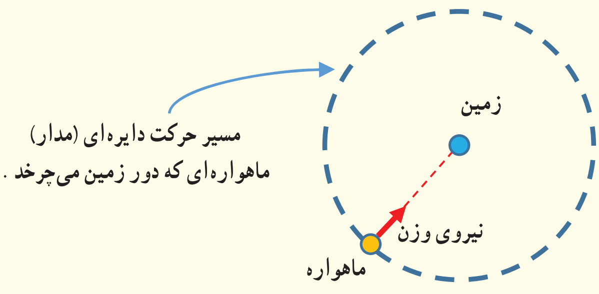
۶ برای آنکه نیروی خالصی، بتواند تندی جسم را از صفر به v برساند باید مقدار کار W را روی آن انجام دهد. اگر قرار باشد تندی این جسم از صفر به $۳v$ برسد کاری که روی جسم باید انجام شود چند برابر W است؟

۷ اگر مطابق شکل روبه‌رو سطلی را در دست نگه دارید، آیا نیروی دست شما هنگامی که با تندی ثابت در مسیر افقی قدم می‌زنید روی سطل کاری انجام می‌دهد؟ اگر تندی حرکت شما در طول مسیر کم و زیاد شود چطور؟ پاسخ خود را در هر مورد توضیح دهید.

۸ شخصی گلوله‌ای برفی به جرم ۱۵۰g را از روی زمین بر می‌دارد و تا ارتفاع ۱۸۰cm بالا می‌برد و سپس آن را با تندی ۱۲m/s پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط شخص روی گلولهٔ برف چقدر است؟

۹ ماهواره‌ها در مدارهای معین و با تندی ثابتی دور زمین می‌چرخند. حرکت یک ماهواره به دور زمین (شکل الف) را می‌توان مطابق شکل (ب) مدل‌سازی کرد. همان‌طور که دیده می‌شود نیروی خالصی (نیروی وزن) همواره بر ماهواره وارد می‌شود. چگونه امکان دارد با وجود وارد شدن این نیرو به ماهواره، انرژی جنبشی آن ثابت بماند؟


(الف)



(ب)

۲ــ۴ کار و انرژی پتانسیل

۱۰ آیا انرژی جنبشی یک جسم می‌تواند منفی باشد؟ انرژی پتانسیل گرانشی یک سامانه چطور؟ توضیح دهید.

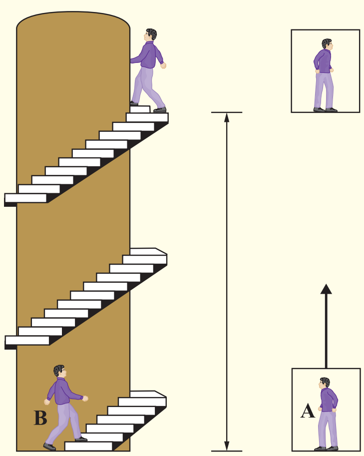
۱۱ دو شخص هم جرم A و B به طبقهٔ سوم ساختمانی می‌روند. شخص A با آسان‌بَر (آسانسور) و شخص B به آرامی از پله‌های ساختمان بالا می‌روند. گزاره‌های درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A از شخص B کمتر است، زیرا آرام‌تر بالا رفته است.

ب) انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A کمتر از شخص B است، زیرا برای رسیدن به طبقهٔ سوم ساختمان مسافت کمتری پیموده است.

پ) کار نیروی وزن برای هر دو شخص در طول مسیر یکسان است.

ت) انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقهٔ سوم ساختمان یکسان است.

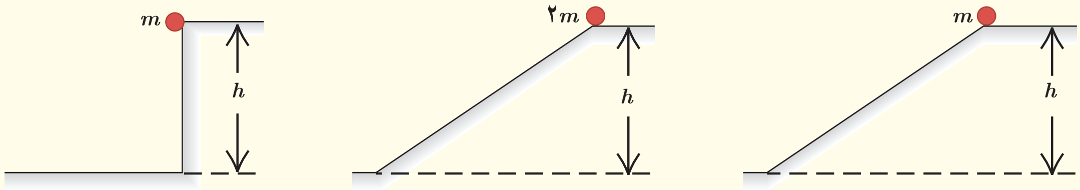


۲ــ ۵ و ۲ــ۶ پایستگی انرژی مکانیکی و کار و انرژی درونی

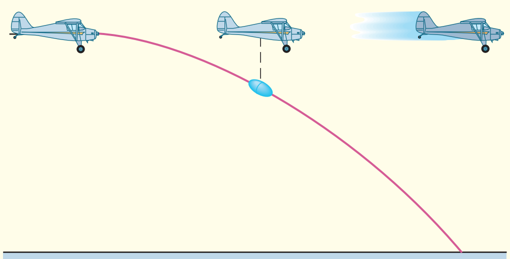
۱۲ در سه شکل زیر اجسامی از حالت سکون و ارتفاع h نسبت به سطح افق رها می‌شوند و نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر آنها وارد نمی‌شود. در کدام حالت، جسم

الف) بیشترین تندی را هنگام رسیدن به سطح افقی دارد؟

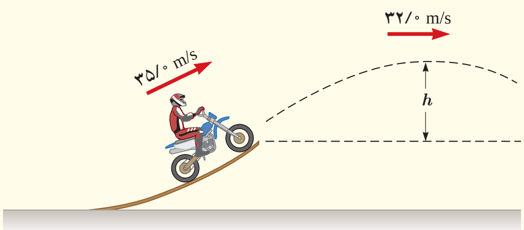
ب) تا هنگام رسیدن به پایین مسیر، بیشترین مقدار کار نیروی وزن روی آن انجام شده است؟



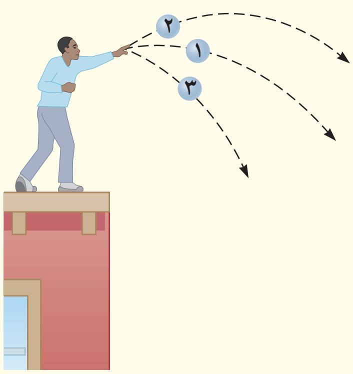
۱۳ در شکل روبه‌رو هواپیمایی که در ارتفاع ۳۰۰m از سطح زمین و با تندی ۵۰m/s پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به آسیب دیدگان زلزله رها می‌کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چقدر است؟ (از تأثیر مقاومت هوا روی حرکت بسته چشم‌پوشی کنید.)



۱۴ موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل روبه‌رو، پرشی را با تندی ۳۵/۰m/s انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به ۳۲/۰m/s برسد، ارتفاع h را پیدا کنید. اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.



۱۵ سه توپ مشابه، از بالای ساختمانی با تندی یکسانی پرتاب می‌شوند (شکل روبه رو). توپ (۱) در امتداد افق، توپ (۲) با زاویه‌ای بالاتر از امتداد افق و توپ (۳) با زاویه‌ای پایین‌تر از امتداد افق پرتاب می‌شود. با نادیده گرفتن مقاومت هوا، انرژی جنبشی توپ‌ها را هنگام برخورد با سطح زمین، با یکدیگر مقایسه کنید.



۱۶ گلوله‌ای به جرم ۵۰g از دهانهٔ تفنگی با تندی ۱/۵km/s و ارتفاع ۱/۶m از سطح زمین شلیک می‌شود. اگر گلوله با تندی ۰/۴۵km/s به زمین برخورد کند،

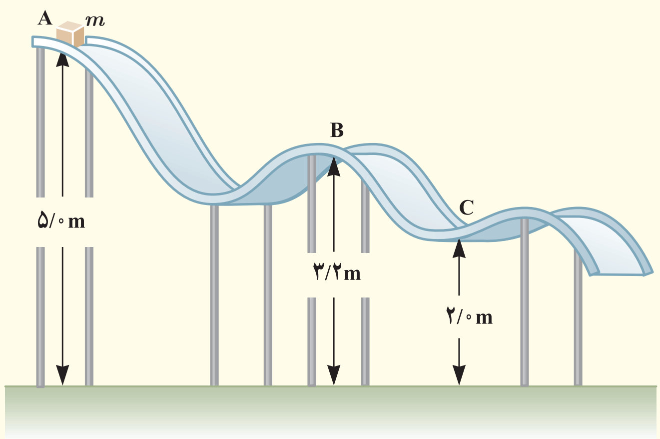
الف) در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟

ب) مقدار به‌دست آمده در قسمت (الف) را با کار نیروی وزن مقایسه کنید.

۱۷ جسمی به جرم $m=۱۲kg$ در نقطهٔ A از حالت سکون رها می‌شود و در مسیری بدون اصطکاک سُر می‌خورد (شکل زیر). تعیین کنید :

الف) تندی جسم را در نقطهٔ B

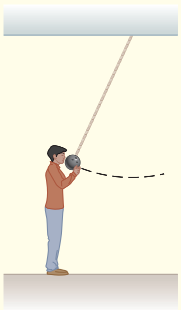
ب) کار نیروی گرانشی را در حرکت جسم از نقطهٔ A تا نقطهٔ C.



۱۸ شکل روبه‌رو گلوله‌ای را نشان می‌دهد که از سقف کلاسی آویزان شده و دانش‌آموزی آن را از وضعیت تعادل خارج کرده و در برابر نوک بینی خود گرفته است.

الف) وقتی دانش‌آموز گلوله را رها می‌کند هنگام برگشت به او برخورد نمی‌کند. چرا؟ (این تجربهٔ ساده ولی هیجان‌انگیز را درصورت امکان در کلاستان انجام دهید.)

ب) اگر دانش‌آموز هنگام رها کردن گلوله، آن را هُل دهد، هنگام برگشت آن، چه اتفاقی می‌افتد؟

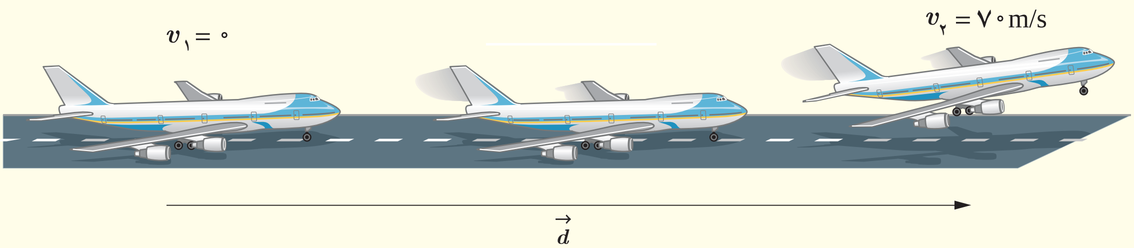


۲ــ ۷ توان

۱۹ بالابری با تندی ثابت، باری به جرم ۶۵۰kg را در مدت ۳ دقیقه تا ارتفاع ۷۵m بالا می‌برد. اگر جرم بالابر ۳۲۰kg باشد، توان متوسط موتور آن چند وات و چند اسب بخار است؟

۲۰ شخصی به جرم ۷۲kg، در مدت زمان ۹۰s از تعداد ۵۰ پله بالا می‌رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هرپله را ۳۰cm فرض کنید.

۲۱ شکل زیر هواپیمایی به جرم $۷/۲ \times ۱۰^۴ kg$ را نشان می‌دهد که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از ۲۰۵۰m جابه‌جایی در امتداد باند هواپیما، به تندی برخاستن $v_۲ = ۷۰ m/s$ می‌رسد.



الف) کار کل نیروهای وارد بر هواپیما را در این جابه‌جایی حساب کنید.

یک دقیقه پس از برخاستن، هواپیما تا ارتفاع ۵۶۰m از سطح زمین اوج می‌گیرد و تندی آن به ۱۴۰m/s می‌رسد. در این‌مدت،

ب) کار نیروی وزن چقدر است؟

پ) به جز نیروی وزن، چه نیروهای دیگری بر هواپیما اثر می‌کند (با این نیروها در علوم سال ششم آشنا شدید)؟ کار کدام یک از این نیروها مثبت و کار کدام یک از آنها منفی است؟

۲۲ سالانه نزدیک به ۱۲۵ میلیارد لیتر مواد و فراورده‌های نفتی از طریق حدود ۱۴۰۰۰km خطوط لوله در نقاط مختلف کشور توزیع می‌شود. این خطوط در طول مسیر خود از مراکز انتقال متعددی می‌گذرند تا توان لازم را برای ادامهٔ راه به‌دست آورند. شکل زیر یکی از این مراکز را نشان می‌دهد که در ارتفاع ۲۰۵۰m از سطح دریای آزاد قرار دارد. در این مرکز، در هر ثانیه یک متر مکعب مواد نفتی از طریق لوله‌ای با قطر ۳۲/۰ اینچ (۸۱/۲cm) توسط دو دستگاه پمپ (تلمبه) تا ارتفاع ۲۷۰۰m از سطح دریای آزاد فرستاده می‌شود. اگر بازده هر یک از پمپ‌های این مرکز حدود ۲۸ درصد باشد[1] توان هر یک از آنها بر حسب مگاوات (MW) و اسب بخار (hp) چقدر است؟ (چگالی مواد نفتی را ۸۶۰kg / m بگیرید.)

مرکز انتقال نفت گندم‌کار، یکی از ۷ مرکزی است که در مسیر مارون ــ اصفهان قرار دارد. این مسیر، که طولی برابر ۴۳۱ کیلومتر دارد دومین مسیر سخت و صعب‌العبور خطوط انتقال مواد نفتی در دنیاست.

۱ ــ بخش زیادی از انرژی پمپ‌ها، صرف غلبه بر چسبندگی زیاد مواد نفتی با جدارهٔ داخلی لوله‌های انتقال می‌شود.