

فصل ۳- آمار

شاخص‌های آماری

درس ۱

سری‌های زمانی

درس ۲



در دوره متوسطه تقریباً دانش‌آموزان دختر ۵۱٪ از کل دانش‌آموزان این دوره را تشکیل می‌دهند.

درس ۱

شاخص‌های آماری

بسیاری از مواقع کمیت‌هایی وجود دارند که می‌توانند معرف پارامتر جامعه باشند.

آیا می‌توانید چند کمیت را که در سال قبل با آن آشنا شدید، نام ببرید؟ نام این کمیت‌ها چه بود؟

فعالیت

نمونه‌گیری از هزینه و درآمد خانوارها، یکی از مهم‌ترین طرح‌های آمارگیری در هر کشوری است. آیا تاکنون فکر کرده‌اید چگونه متوسط درآمد ماهیانه هر خانواده را در یک کشور محاسبه می‌کنند؟ سرشماری روشی مقرون به‌صرفه برای گردآوری داده‌ها برای پاسخ به این سؤال نیست.

در اینجا صورت ساده‌تر آن را در نظر می‌گیریم. فرض کنید، می‌خواهیم متوسط درآمد کارکنان یک مؤسسه تجاری را محاسبه کنیم. ده نفر از کارکنان را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم. اگر درآمد ماهیانه ده نفر برحسب هزار تومان به صورت زیر باشد، میانگین و میانۀ درآمد ماهیانه آنها چقدر است؟

هیئت مدیره مؤسسه تجاری تصمیم دارد به کارکنانی که درآمد کمتری دارند، یارانه پرداخت کند. به نظر شما به چه کسانی باید یارانه پرداخت شود؟ اگر تعداد اعضای خانواده هر عضو نمونه به صورت زیر باشد، میانگین و میانۀ درآمد هر یک از افراد چقدر است؟ آیا با داشتن این داده‌ها نظر شما درباره سؤال قبل تغییر کرده است؟ یعنی به کدام یک از کارکنان مؤسسه یارانه پرداخت کنیم؟

ردیف	درآمد ماهیانه (هزار تومان)	تعداد اعضای خانوار	متوسط درآمد هر عضو
۱	۱۰۰۰	۳	
۲	۳۰۰۰	۴	
۳	۱۰۰۰	۱	
۴	۴۰۰۰	۵	
۵	۳۰۰۰	۱	
۶	۳۰۰۰	۷	
۷	۲۰۰۰	۳	
۸	۱۰۰۰	۴	
۹	۲۰۰۰	۲	
۱۰	۱۰۰۰	۱	

خط فقر حداقل درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهیانه افراد جامعه^۱.

کار در کلاس

در فعالیت قبل خط فقر را به دو روش ذکر شده محاسبه کنید. هیئت مدیره مؤسسه تجاری تصمیم دارد مقدار یارانه را براساس نصف میانه محاسبه کند. به کدام یک از کارکنان چه میزان یارانه بدهند که خانواده او حداقل درآمدی بیش از خط فقر داشته باشد؟

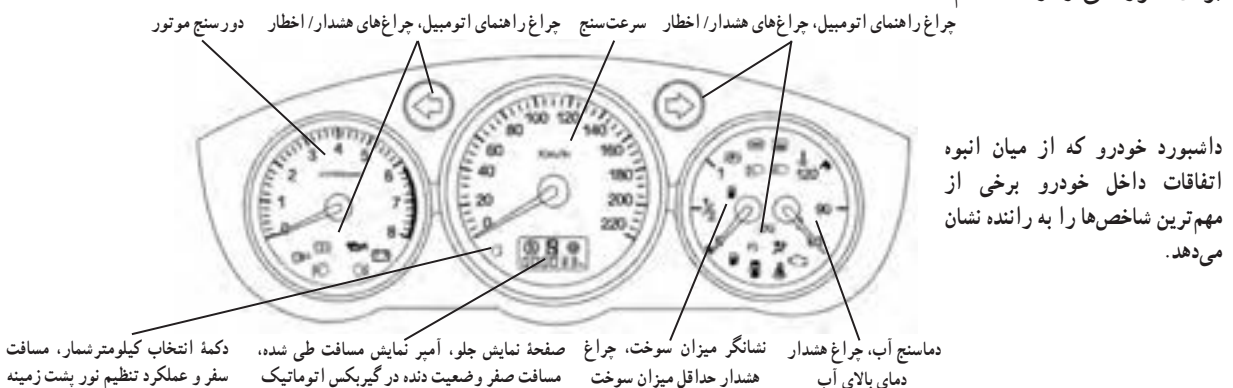
کار در کلاس

خط فقر بین المللی توسط بانک جهانی در سال جاری حدود چهار هزار تومان (۱/۲۵ دلار آمریکا) برای هر نفر در روز تعیین شده است.

۱. در فعالیت قبل چند خانوار درآمدی کمتر از چهار هزار تومان دارند.
۲. اگر درآمد یک خانواده سه نفری در یک ماه دو میلیون تومان باشد، طبق این تعریف این خانواده چه وضعیتی دارد؟
۳. متوسط درآمد ماهیانه یک خانواده سه نفره در ماه حداقل چقدر باشد تا شخص فقیر نباشد؟
۴. در فعالیت قبل میزان یارانه را با خط فقر بین المللی برای هر یک از کارکنان محاسبه کنید.
۵. چه موقع دو روش محاسبه خط فقر تفاوت زیادی باهم دارند؟ چرا؟

شاخص^۲ یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می دهد.

شاخص ها نه تنها مانند جداول فراوانی و نمودارها، متغیرهای داده ها را خلاصه می کنند؛ بلکه واقعیت های مفیدی را از جامعه به سادگی به ما نشان می دهند و امکان مقایسه را فراهم می کنند. مثلاً خط فقر شاخصی است که درآمد افرادی را که حداقل درآمد برای زندگی را ندارند، مشخص می کند. این شاخص به ما کمک می کند در طی زمان امکان بررسی تأثیر سیاست های دولت ها برای فقرزدایی را رصد کنیم.

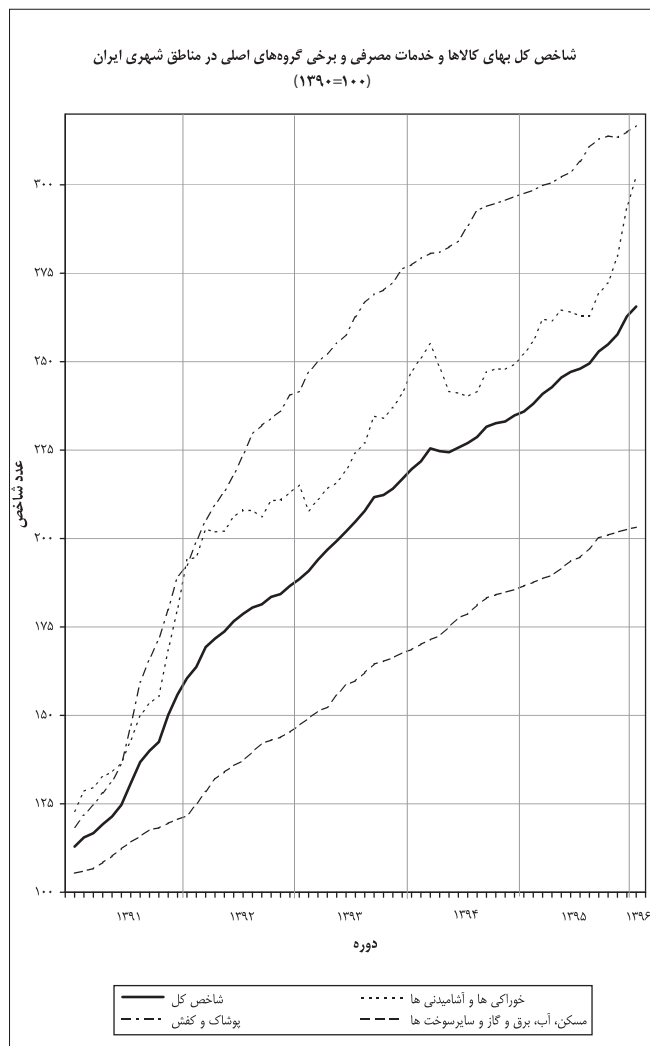


۱- از این تعریف خط فقر (Poverty line) به دلیل سادگی آن استفاده شده است. دولت ها از تعریف بسیار دقیق تری استفاده می کنند. در این کتاب منظور از خط فقر همین تعریف است.
۲- معمولاً شاخص ها (Indices) بر اساس چند آماره محاسبه می شوند. هدف ما تحلیل و تفسیر آنهاست.

فعالیت

می‌خواهیم با پرداخت یارانه ثابت به خانوارها تعداد کسانی را که درآمدی کمتر از خط فقر دارند، کاهش دهیم. اگر بودجه این کار ثابت باشد، به نظر شما آن را بین همه خانوارها تقسیم کنیم یا خانوارهایی که درآمدی کمتر از خط فقر داشته‌اند؟ پاسخ خود را برای خط فقر بین‌المللی نیز بیان کنید.

فرض کنید هدف ما کنترل فقر با شاخص بین‌المللی آن باشد و تصمیم گرفته‌ایم که به خانوارهایی که درآمدی کمتر از خط فقر دارند، یارانه دهیم. آیا با این تصمیم به هدف خود رسیده‌ایم؟ برای پاسخ دقیق‌تر به این سؤال نیاز به معرفی شاخص دیگری داریم. در ادامه نمودار پراکنش نگاشت شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی^۱ مناطق شهری در طی ۵ سال متوالی رسم شده است. این شاخص بر اساس متوسط هزینه^۰ ۳۰ نوع کالا، خوراکی و خدمات برای هرماه محاسبه می‌شود. از جمله می‌توان به هزینه‌های مسکن، پوشاک، سلامت، غذا، حمل‌ونقل و تحصیل اشاره کرد. البته موارد ذکر شده دارای اهمیت یکسانی در محاسبه نیستند.



این شاخص نسبت به یک سال پایه محاسبه می‌شود که در نمودار عدد ذکر شده درصد تغییرات نسبت به سال پایه ۱۳۹۰ است.

^۱ CPI: Consumer Price Index

شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی، متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان برای مجموعه‌ای از تعداد زیادی کالا و خدمت در طول یک سال است. این شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد.

مثال

به‌عنوان مثال اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰۰ ریال برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، برای محاسبه شاخص به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای نان و گوشت} = \frac{(1500 \times 200) + (70000 \times 80)}{(1000 \times 200) + (50000 \times 80)} = \frac{5900000}{4200000} \times 100 = 1/405 \times 100 = 140/5$$

کار در کلاس

۱. در نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات محور طول‌ها نشان‌دهنده و محور عرض‌ها نشان‌دهنده است.
 ۲. شاخص بهای کالاها و خدمات به واحد اندازه‌گیری بستگی
 ۳. به نظر می‌رسد افزایش شاخص بهای کالاها و خدمات نشان‌دهنده شدن هزینه اقلام خوراکی و است.
 ۴. شاخص بهای کالاها و خدمات بر اساس تعداد متغیر محاسبه می‌شود.
 ۵. اهمیت شاخص بهای کالاها و خدمات چیست؟
- حال به سؤال قبل باز می‌گردیم. آیا پرداخت یارانه ثابت طی سال‌های آتی (مثلاً ۴۵۰۰۰ تومان به ازای هر نفر) می‌تواند در همه این مدت درآمد خانوار را بیشتر از خط فقر نگه دارد؟

خواندنی

در اقتصاد، یک جریان چرخشی پول و کالاها و خدمات و عوامل تولید وجود دارد. به‌عنوان مثال، وقتی آقای شکوهی به‌عنوان طراح در یک شرکت سازنده تزئینات داخلی ساختمان کار می‌کند، درآمدی به دست می‌آورد که می‌تواند آن را برای خرید کالاها و خدمات، خرج کند. آقای شکوهی در طول سال، درآمدش را صرف خرید کالاها و خدمات گوناگونی می‌کند. او وقتی به فروشگاه می‌رود، ۱۰۰ هزار تومان با خود می‌برد و مجموعه‌ای از کالاهای مورد نیاز خانواده‌اش را می‌خرد. فرض کنیم خریدهای اینها باشند: شیر، تخم مرغ، برنج، گوشت، چای و شکر. او همچنین بنزین برای خودرو سواری‌اش می‌خرد و هزینه اجاره خانه و قبض آب و برق و گاز و تلفن را می‌پردازد. او در این سال، یک تلویزیون می‌خرد؛ به یک مسافرت می‌رود، و یک عمل جراحی هم انجام می‌دهد.

هر یک از خانوارها و افراد جامعه در طول سال، هزینه‌هایی این‌چنین دارند. هزینه‌های همه خانوارها در هر سال، شاخصی به نام «شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی یا شاخص قیمت مصرف‌کننده» را می‌سازد که برای کل اقتصاد محاسبه می‌شود. این شاخص، سطح قیمت‌ها در یک سال را اندازه می‌گیرد.

شاخص بهای کالاها و خدمات نشان می‌دهد که با پولمان چقدر می‌توانیم خرید کنیم، یا به اصطلاح، «قدرت خرید» پولمان چقدر است. هرچه قیمت‌ها افزایش یابند، «قدرت خرید» پولمان کاهش می‌یابد.

آقای شکوهی در سال بعد نیز به فروشگاه می‌رود و همان مبلغ ۱۰۰ هزار تومان را خرج می‌کند. او متوجه می‌شود که این بار نمی‌تواند همه کالاهای قبلی را با همان ۱۰۰ هزار تومان بخرد. علت این موضوع، افزایش قیمت کالاها و خدمات در طول زمان است. در واقع، «هزینه زندگی» او افزایش یافته است. او نه تنها وقتی که به فروشگاه می‌رود، باید پول بیشتری بپردازد، بلکه برای پر کردن باک بنزین خودرو یا برای یک شب اقامت در شهری دیگر باید پول بیشتری بپردازد.

تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌نامند.

تورم، یکی از مهم‌ترین مفاهیم اقتصادی است که شما به آسانی می‌توانید درک کنید. تورم بر زندگی تک‌تک ما اثرگذار است. اقتصاددانان و آماردانان با کمک یکدیگر، میزان تورم یا تغییرات سطح قیمت‌ها را با استفاده از «شاخص بهای کالاها و خدمات» محاسبه می‌کنند. برای این کار، شاخص بهای کالاها و خدمات یک سال را با سال‌های قبل مقایسه می‌کنند. به نظر شما رابطه بین تورم و شاخص بهای کالاها و خدمات چیست؟ از تقسیم تفاضل شاخص در سال مورد نظر و شاخص در سال پایه بر عدد ۱۰۰، افزایش قیمت‌ها به درصد در فاصله بین سال پایه و سال مورد نظر به دست می‌آید.

$$\text{تورم} = \frac{(\text{شاخص بهای گوشت و نان در سال پایه}) - (\text{شاخص بهای گوشت و نان در سال مورد نظر})}{100} = \frac{140/5 - 100}{100} = 0/405 = 40\%$$

کار در کلاس

از مدرسه به خانه برمی‌گشتم و داشتم از کنار دکه روزنامه‌فروشی رد می‌شدم که جمله درشت یکی از روزنامه‌ها نظرم را جلب کرد: «در صورتی که رشد اقتصاد سالانه یک درصد باشد، در سال ۱۴۰۰ نرخ (شاخص) بیکاری تحصیل‌کردگان آموزش عالی به ۴۸ درصد خواهد رسید».

با خودم گفتم پس در زمانی که ما قرار است شاغل شویم، احتمال یافتن شغل پنجاه‌پنجاه است. تا به حال به این مسئله توجه نکرده بودم و فکر می‌کردم اگر درس بخوانم، شغل خوبی خواهم داشت و می‌پنداشتم درس خواندن سخت است! اما نسبت به کار پیدا کردن خیلی راحت‌تر است.

این جمله را با معلم درس‌آمار در میان گذاشتم. او گفت: نرخ بیکاری عبارت است از نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال. این نرخ با رشد اقتصادی پنج درصد نیز محاسبه شده و اگر رشد اقتصادی ۵ درصد برای کشور به دست آید، نرخ بیکاری تحصیل‌کردگان به ۳۶ درصد می‌رسد. سپس او با یک توضیح و چند سؤال، نظرم را درباره همه ماجرا عوض کرد. بیکار به فردی بالای ۱۶ سال می‌گویند که به‌طور موقت بیکار شده یا در جست‌وجوی شغل باشد، یا منتظر شروع یک کار جدید از تاریخ مشخصی باشد. این تعریف برای تمام کشورها یکسان است.

آیا به نظر شما شاخص بیکاری برای چهار زیرگروه رشته‌های تحصیلی یکسان است؟ در هر رشته چگونه؟

تمرین

۱. اگر میانگین درآمد خانوارهای کشور ۳۵۰۰۰۰۰۰ ریال باشد، حداقل حقوق دریافتی کارکنان شرکت الف چقدر باشد تا هیچ کارمندی در این شرکت زیر خط فقر نباشد؟ چه زمانی از میانه درآمد خانوارها برای محاسبه خط فقر استفاده می‌کنیم؟
۲. خانواده‌ای شش نفره در یکی از کشورهای در حال توسعه زندگی می‌کنند. با توجه به تعریف خط فقر بین‌المللی درآمد ماهانه این خانواده باید چند دلار باشد تا زیر خط فقر نباشند؟
۳. در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. در این منطقه ۲۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار می‌باشند. الف) نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟
ب) حداقل چند شغل در این منطقه باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه برابر ۵ درصد باشد؟
۴. خانواده آقای صالحی در فروردین ماه سال ۱۳۹۰، پانصد هزار تومان هزینه ماهانه مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌ها داشته است. در همان تاریخ هزینه ماهانه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌های این خانواده دویست و پنجاه هزار تومان بوده است. اگر تعداد افراد این خانواده تغییری نکرده باشد، بر مبنای نمودار شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی موارد زیر را به‌طور تقریبی محاسبه کنید.
الف) هزینه ماهانه مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌های این خانواده در خردادماه ۱۳۹۳
ب) هزینه ماهانه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌های این خانواده در مهرماه ۱۳۹۵
۵. نماتوپ یا شاخص توده بدنی که در سال گذشته آن را در کتاب ریاضی و آمار خود دیدید، یکی دیگر از شاخص‌های مهم آماری است که به شاخص سلامت معروف است. برای محاسبه آن باید وزن فرد را به کیلوگرم بر توان دوم قدش بر حسب متر تقسیم کرد.
جدول زیر اطلاعات خانواده صالحی را نشان می‌دهد.

افراد خانواده	سن (سال)	وزن (کیلوگرم)	قد (سانتی‌متر)
صالح	۱۷	۶۲	۱۷۷
برادر	۲۲	۸۵	۱۸۳
خواهر	۲۵	۵۳	۱۷۰
مادر	۵۰	۶۰	۱۶۵
پدر	۵۵	۸۱	۱۷۴

۶. اکنون با توجه به جدول بالا مشخص کنید کدام یک از افراد این خانواده وزن مطلوبی دارند؟
در موقع خرید کتاب‌های داستان معمولاً به سطح کتاب برای رده سنی مشخص شده، توجه می‌کنیم. به نظر شما چگونه این کار را انجام می‌دهند؟ آیا نظر افراد با تجربه برای تعیین سطح یک متن به‌خصوص همیشه یکسان است؟ ارزیابی آنها کیفی است یا کمی؟

خوانایی متن میزان سهولت درک متن از طریق انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت دستور نگارش است.

یکی از شاخص‌های خوانایی که سال‌های تحصیل خواننده متون انگلیسی را تخمین می‌زند، به صورت زیر تعریف شده است.
 شاخص پایه آموزش = $[\frac{0}{4} \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات «دشوار»})]$
 که منظور از کلمات «دشوار» کلمات دو هجا بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات ترکیبی آسان است. این شاخص عددی بین ۱ تا ۱۲ است که نشان‌دهنده پایه تحصیلی است.

الف) برای کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه‌ای و ۲۰ درصد کلمه سخت، شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید. این کتاب مناسب دانش‌آموزان چه پایه‌ای است؟

پاسخ: این کتاب مناسب دانش‌آموزانی است که پایه را به پایان رسانده‌اند.

ب) مزایا و محدودیت‌های این شاخص چیست؟

پاسخ: استفاده از این شاخص ساده است. با این حال، فرض می‌کند که کلمات بزرگ‌تر و جملات طولانی‌تر باعث شدن متن می‌شوند، اما یک نویسنده چیره‌دست می‌تواند با کلمات و جملات دیگری باعث متن شود.

ج) همان‌گونه که متوجه شده‌اید، این شاخص بر اساس دو آمار از دو متغیر تعریف شده است. آنها را نام ببرید.

۷. هزینه‌های زندگی خانواده آقای صالحی در سال ۱۳۹۰ در جدول زیر آمده است. با توجه به نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی جدول زیر را کامل کنید.

	۱۳۹۰	مهر ماه ۱۳۹۳	دی ماه ۱۳۹۶
هزینه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها (برحسب هزار تومان)	۲۱۰	$\frac{210 \times 225}{100} = 472.50$	
هزینه کل (برحسب هزار تومان)	۸۵۰	$\frac{\dots \times 202}{100} = \dots$	

۸. شاخص پوسیدگی دندان (DMFT) در ایران برای سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده است؛ یعنی هر ایرانی به طور متوسط دارای یک دندان کشیده شده، یک دندان پوسیده و یک دندان پُر شده است. این شاخص در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده است. این شاخص را در سال ۱۳۹۵ تفسیر کنید. شاخص در سال ۱۳۹۵ چند درصد افزایش داشته است؟ این شاخص در سال ۱۳۶۰ نسبت به سال ۱۳۹۵ چند درصد کاهش داشته است؟

درس ۲

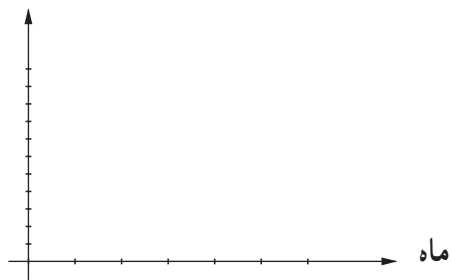
سری‌های زمانی

به نظر شما دستیابی به کدام یک از اطلاعات زیر جالب‌تر است؟
دمای هوای شهر محل زندگی ما در هفته آینده.
میزان آلاینده‌های شهر محل زندگی ما در ماه آینده.
نرخ بیکاری در زمان اخذ دیپلم.
آیا به نظر شما مجموعه‌ای از داده‌های آماری که در فواصل زمانی مساوی و منظم جمع‌آوری شده باشند، می‌توانند پیش‌بینی خوبی برای تصمیم‌گیری ما باشند؟

فعالیت

میزان بارندگی در شش ماه دوم سال دو شهر آ و ب برحسب میلی‌متر در جدول زیر آمده است

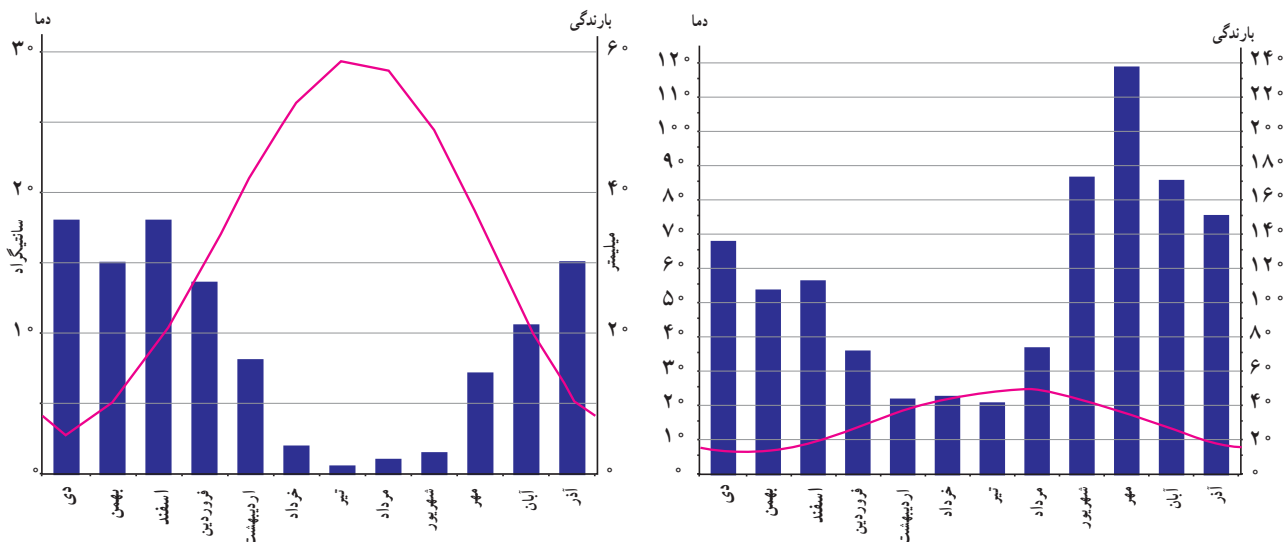
انحراف معیار	میانگین	مجموع	اسفند	بهمن	دی	آذر	آبان	مهر	
			۳۰	۳۰	۳۵	۳۰	۲۰	۱۵	شهر آ
			۱۱۰	۱۱۰	۱۳۰	۱۵۰	۱۷۰	۲۳۰	شهر ب

- جدول را کامل کنید.
 - میانگین و انحراف معیار بارندگی در شهرها را مقایسه کنید.
 - نمودار پراکنش نگاشت هر دو شهر را برحسب ماه‌های سال با یک مقیاس بر روی یک محور رسم کنید. نقاط را به هم وصل کنید. برای مشخص شدن هر شهر از یک رنگ متفاوت استفاده کنید.
 - کدام شهر میزان بارندگی بیشتری در پاییز نسبت به زمستان دارد؟
- 

حال نمودار پراکنش نگاهت دما و نمودار میله‌ای بارندگی‌های همان دو شهر را با مقیاس‌های متفاوت برای یک سال به‌ویژه در یک محور رسم کرده‌ایم.

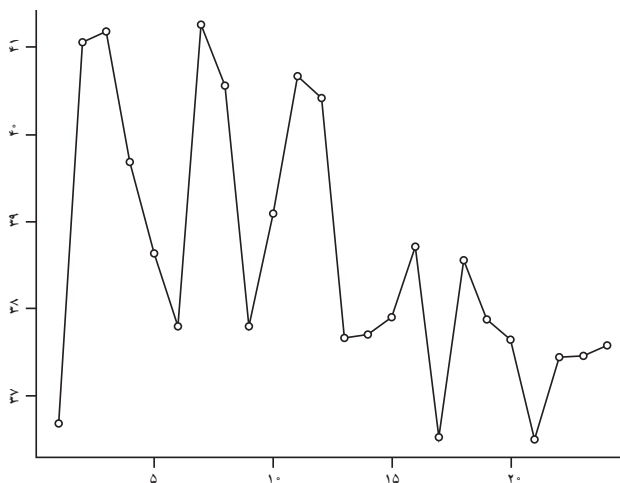
● در چه فصلی از سال بارندگی بیشتر است؟

● متوسط دمای کدام شهر کمتر است؟ آیا در تمام ماه‌های سال به همین نحو است؟



سری زمانی: مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند.
 نمودار سری زمانی: پراکنش نگاهت سری زمانی که داده‌ها را با پاره خط‌هایی در طول زمان به هم متصل می‌کند.

کار در کلاس



سری زمانی زیر نشان‌دهندهٔ ۶ روز درجه حرارت بدن یک بیمار مبتلا به بیماری میکروبی است. او بستری شده و درمانش با آنتی‌بیوتیک آغاز شده است.

● هر روز چند درجه حرارت خوانده شده ثبت شده است.

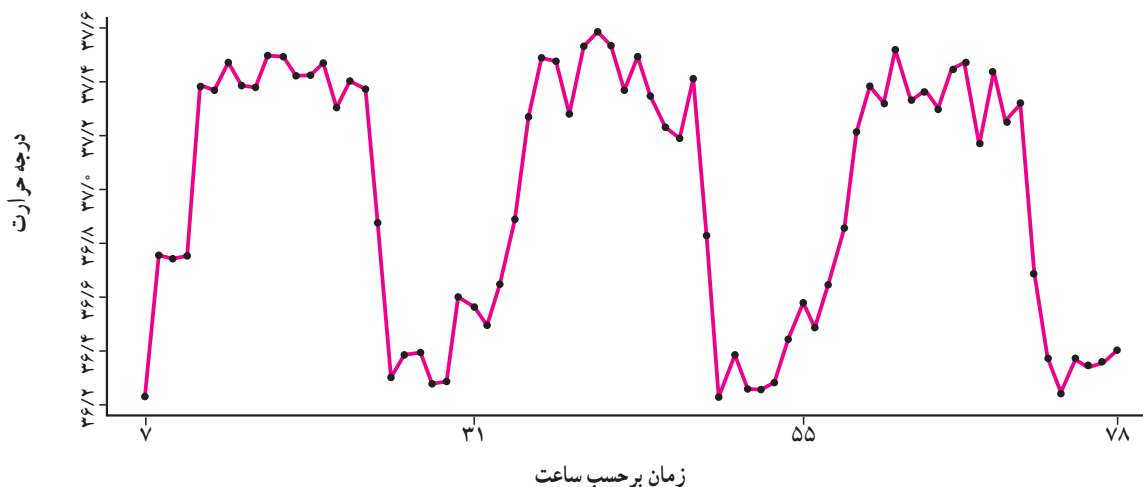
● درجه حرارت بیمار در لحظهٔ بستری شدن چند درجه است؟

● پس از چند روز درجه حرارت بیمار به حالت طبیعی بازگشته است؟

● اگر اولین زمان ثبت درجه حرارت ساعت ۷ صبح باشد، نمودار را فقط برای ساعات ۷ صبح رسم کنید. کدام نمودار ساده‌تر به نظر می‌رسد؟ کدام یک جزئیات بیشتری را نشان می‌دهد؟

فعالیت

درجه حرارت بدن یک انسان سالم هر ساعت طی ۳ روز از ۷ صبح اندازه‌گیری شده است.



- بیشترین دمای بدن چقدر است؟
- دمای بدن در طول روز اول چه تغییراتی کرده است؟ تغییرات دمای بدن در روز اول را توصیف کنید.
- آیا این تغییرات در روزهای بعد نیز تکرار شده است؟
- این منحنی چه ویژگی دارد؟ (خطی، صعودی یا تناوبی)

خواندنی

معادله منحنی دمای بدن انسان سالم در طی روز تقریباً برابر است با

$$y = 5 \left(\frac{1}{8} \sin^2 \left(\left(\frac{\pi}{12} \right) x - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + \frac{98}{6} - 32 \right) / 9$$

که مقدار $x = 0$ دمای بدن در ساعت ۱۲ ظهر است.

تکرار یک ویژگی را در سری زمانی الگو می‌نامند. بازشناسی الگو به ما کمک می‌کند که چنین معادله‌هایی را برای پدیده‌های طبیعی بیابیم.

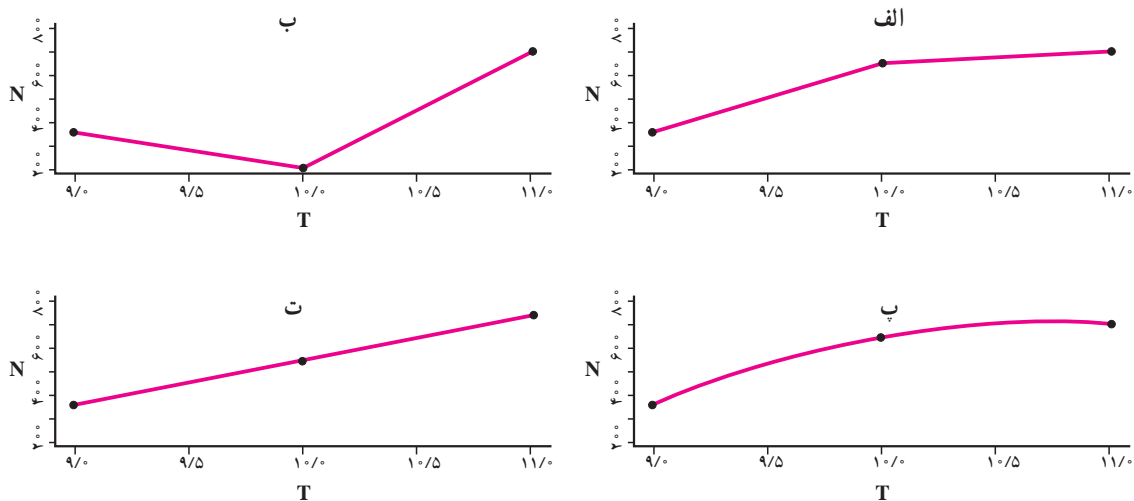
فعالیت

در یک مرکز خرید تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ تا ۲۱ به صورت زیر ثبت شده است.

ساعت (T)	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
تعداد مشتری (N)	۲۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۵۰	۳۰۰	۵۰۰	۲۵۰

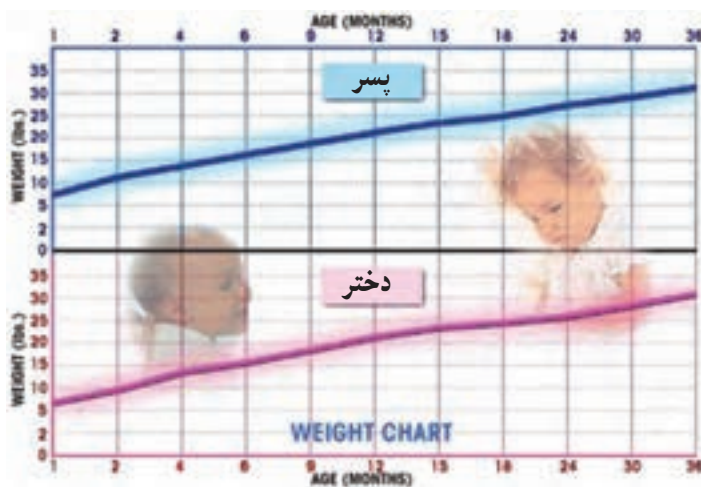
نمودار سری زمانی را رسم کنید.

می‌خواهیم تعداد مشتری‌های ساعت ۱۰ را حدس بزنیم. به نظر شما کدام یک از نمودارهای زیر واقعی‌تر است؟



اگر فرض کنیم تعداد مشتری‌ها در فاصله زمانی ۹ تا ۱۱ به صورت یکنواخت تغییر کرده است، به سؤال قبل پاسخ دهید.

درون‌یابی تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت شده است.



نمودار متوسط وزن نوزادان پسر و دختر یک تا ۳ ساله

کار در کلاس

می‌خواهیم تعداد مشتری‌های ساعت ۱۰ در فعالیت قبل را درون‌یابی کنیم. فرض می‌کنیم تعداد مشتری‌ها در فاصله زمانی ۹ تا ۱۱ به صورت یکنواخت تغییر کرده است.

● معادله خط بین دو ساعت (۹,۳۵۰) و (۱۱,۷۵۰) را به دست آورید.

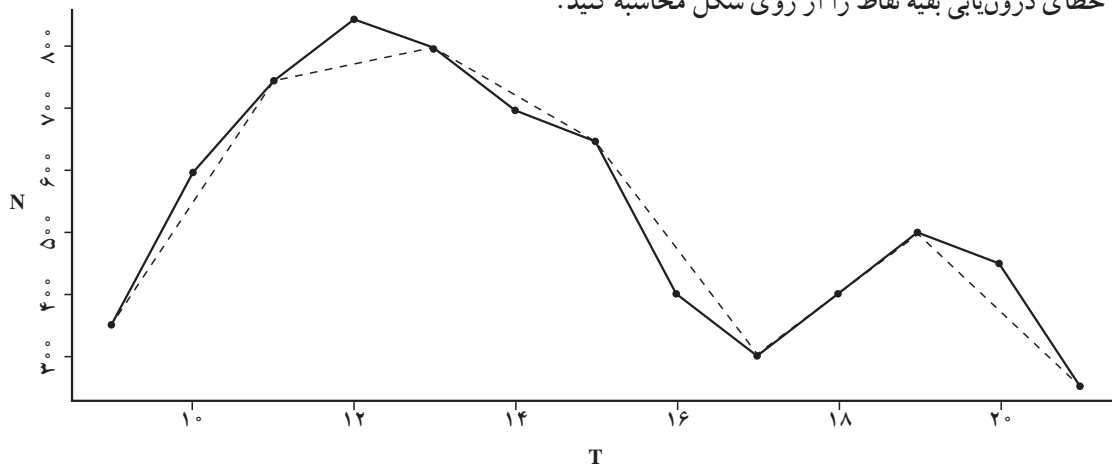
● خط را رسم کنید.

● مقدار این خط در ساعت ۱۰ چقدر است؟

● این مقدار به درون‌یابی کدام یک از شکل‌های فعالیت قبل نزدیک‌تر است؟

● اگر مقادیر داده‌های واقعی را به صورت ساعتی جمع‌آوری کرده باشیم که در شکل زیر با خط توپیر نشان داده شده است، خطای درون‌یابی ساعت ۱۰ چقدر است؟ N نشان‌دهنده تعداد مشتری‌ها و T نشان‌دهنده زمان است. (خطا برای هر نقطه برابر است با قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی هر نقطه از درون‌یابی آن).

● خطای درون‌یابی بقیه نقاط را از روی شکل محاسبه کنید.



درون‌یابی که به وسیله یک پاره خط انجام شود، درون‌یابی خطی است.



نمودار شاخص قیمت واقعی و اسمی بورس تهران

تهران در ماه‌های گذشته. رفتار این شاخص در

آینده چگونه خواهد بود؟

فعالیت

میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیارد ریال به صورت زیر است

۱	۲	۳	۴	۵	سال x
۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹	فروش y

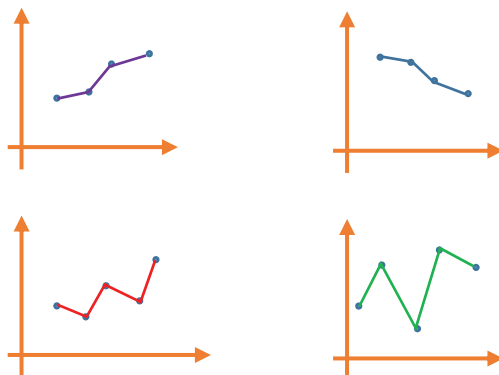
- سری زمانی را رسم کنید.
- فروش در سال هفتم را حدس بزنید.
- میانگین سال و فروش را محاسبه کنید و روی نمودار نمایش دهید.
- یک خط از نقطه میانگین‌ها به نقطه $(5, 19)$ وصل کنید.
- معادله خط را به دست آورید.
- اگر به جای x در معادله، مقدار ۶ قرار دهید، عدد به دست آمده چقدر است؟ آیا می‌توان این مقدار را به عنوان تخمین فروش در سال آینده تصور کرد؟

برون‌یابی تخمین داده‌های بعدی یا قبل از داده‌های ثبت شده است.

در فعالیت قبل مقدار عدد به دست آمده در سال ششم برون‌یابی مقدار فروش است.

تمرین

- ۱- کدام یک از داده‌های زیر سری زمانی است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.
 - الف) تعداد مسافران فرودگاه بوشهر در هر ماه در ۱۰ سال گذشته.
 - ب) تعداد مشتریان یک تاجر برحسب مدت زمانی که صرف بازاریابی می‌کند.
 - ج) تعداد ساعاتی که در معرض نور مستقیم خورشید قرار داریم؛ شدت آفتاب سوختگی.
- ۲- اگر نمودارهای شکل زیر یک سری زمانی باشند، در کدام حالت درون‌یابی و برون‌یابی خطی بهتری امکان پذیر است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



۳- یک دکه دار تعداد بطری‌های آب فروخته‌شده، از شروع فصل گرما را یک روز در میان مطابق با جدول زیر ثبت کرده است :

روز	شنبه	دوشنبه	چهارشنبه	جمعه	یکشنبه	سه‌شنبه	پنجشنبه	شنبه
تعداد بطری‌ها	۸	۱۳	۱۶	۲۵	۱۸	۲۲	۲۱	۲۳

الف) سری زمانی داده‌ها را رسم کنید.

ب) تعداد بطری‌های فروخته‌شده روزهای فرد را درون‌یابی کنید.

ج) تعداد بطری‌های فروخته‌شده دوشنبه از هفته دوم را برون‌یابی کنید.

۴- تعداد گل‌های زده شده در لیگ برتر فوتبال جام خلیج فارس در هفته‌های زوج و پایانی در جدول زیر آمده است.

هفته	۲۰	۲۲	۲۴	۲۶	۲۸
تعداد گل‌ها	۳۰	۲۷	۳۲	۳۵	۳۵

سری زمانی مربوط به آن را رسم کنید. تعداد گل‌های هفته ۱۳^۰م را برون‌یابی کنید.

۵- میانگین افزایش خدمات یک تعمیرگاه نسبت به سال اول (سال پایه) برحسب درصد در جدول زیر آمده است.

سال	۱	۲	۳	۴	۵	۶
درآمد	۱۹/۵	۲۹	۳۸/۵	۴۸	۵۸	۶۷

الف) سری زمانی داده‌ها را رسم کنید.

ب) درصد افزایش خدمات سال هفتم این تعمیرگاه را نسبت به سال پایه برون‌یابی کنید.

۶- تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر در جهان مطابق جدول زیر برای ده سال ثبت شده است.

سال	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر	۳۰	۲۸	۲۹	۲۳	۲۰	۱۶	۲۱	۲۵	۱۶	۲۱

الف) سری زمانی آن را رسم کنید.

ب) میانگین سال و تعداد زلزله‌ها را به دست آورید.

ج) معادله خطی را که نقطه (۲۱ و ۱۰) را به میانگین سال و تعداد زلزله‌ها وصل می‌کند، به دست آورید.

د) با استفاده از خطی که معادله آن را به دست آورده‌اید، تعداد زلزله‌های بالای ۷ ریشتر را در سال یازدهم در جهان برون‌یابی کنید.

ه) اگر بدانیم در سال یازدهم دقیقاً ۲۵ زلزله آمده است، خطای برون‌یابی چقدر است؟

۷- نرخ تورم در ایران بین سال‌های ۱۳۱۶ تا ۱۳۹۵ در جدول زیر داده شده است.

الف) نمودار سری زمانی داده‌ها را ده سال در میان رسم کنید.

ب) داده‌های را با استفاده از قسمت قبل درونیابی کنید.

ج) بر روی همان سری زمانی داده‌ها پنج سال در میان را با استفاده از جدول به‌روی همان نمودار رسم و خطای درونیابی را محاسبه کنید.

سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم
۱۳۱۶	۲۱/۲	۱۳۲۶	۶/۶	۱۳۳۶	۴/۴	۱۳۴۶	۰/۸	۱۳۵۶	۲۵/۱	۱۳۶۶	۲۷/۷	۱۳۷۶	۱۷/۳	۱۳۸۶	۱۸/۴
۱۳۱۷	۸/۸	۱۳۲۷	۱۱/۱	۱۳۳۷	۱/۰	۱۳۴۷	۱/۵	۱۳۵۷	۱۰/۰	۱۳۶۷	۲۸/۹	۱۳۷۷	۱۸/۱	۱۳۸۷	۲۵/۴
۱۳۱۸	۸/۰	۱۳۲۸	۲/۳	۱۳۳۸	۱۳/۰	۱۳۴۸	۳/۶	۱۳۵۸	۱۱/۴	۱۳۶۸	۱۷/۴	۱۳۷۸	۲۰/۱	۱۳۸۸	۱۰/۸
۱۳۱۹	۱۳/۸	۱۳۲۹	-۱۷/۲	۱۳۳۹	۷/۹	۱۳۴۹	۱/۵	۱۳۵۹	۲۳/۵	۱۳۶۹	۹/۰	۱۳۷۹	۱۲/۶	۱۳۸۹	۱۲/۴
۱۳۲۰	۴۹/۵	۱۳۳۰	۸/۳	۱۳۴۰	۱/۶	۱۳۵۰	۵/۵	۱۳۶۰	۲۲/۸	۱۳۷۰	۲۰/۷	۱۳۸۰	۱۱/۴	۱۳۹۰	۲۱/۵
۱۳۲۱	۹۶/۲	۱۳۳۱	۷/۲	۱۳۴۱	۰/۹	۱۳۵۱	۶/۳	۱۳۶۱	۱۹/۲	۱۳۷۱	۲۴/۴	۱۳۸۱	۱۵/۸	۱۳۹۱	۳۰/۵
۱۳۲۲	۱۱۰/۵	۱۳۳۲	۹/۲	۱۳۴۲	۱/۰	۱۳۵۲	۱۱/۲	۱۳۶۲	۱۴/۸	۱۳۷۲	۲۲/۹	۱۳۸۲	۱۵/۶	۱۳۹۲	۳۴/۷
۱۳۲۳	۲/۷	۱۳۳۳	۱۵/۹	۱۳۴۳	۴/۵	۱۳۵۳	۱۵/۵	۱۳۶۳	۱۰/۴	۱۳۷۳	۳۵/۲	۱۳۸۳	۱۵/۲	۱۳۹۳	۱۵/۶
۱۳۲۴	-۱۴/۴	۱۳۳۴	۱/۷	۱۳۴۴	۰/۳	۱۳۵۴	۹/۹	۱۳۶۴	۶/۹	۱۳۷۴	۴۹/۴	۱۳۸۴	۱۰/۴	۱۳۹۴	۱۱/۹
۱۳۲۵	-۱۱/۵	۱۳۳۵	۸/۸	۱۳۴۵	۰/۸	۱۳۵۵	۱۶/۶	۱۳۶۵	۲۳/۷	۱۳۷۵	۲۳/۲	۱۳۸۵	۱۱/۹	۱۳۹۵	۹

منابع

- ۱- هاک، سوزان. **فلسفه منطق**، (ترجمه : سیدمحمدعلی حجتی)، انتشارات طه.
- ۲- امیری، حمیدرضا، ایلخانی پور، یدالله. **مبانی ریاضیات گسسته**. انتشارات مدرسه.
- ۳- سام، لوید. **معمایا و سرگرمی های ریاضی**، (ترجمه : کاظم فائق)، انتشارات امید یزدانی، ۱۳۶۴.
- ۴- ایگل ویتس، بوریس، استریل، جودیت. **مقدمه ای بر استدلال ریاضی**، (ترجمه : غلامرضا یاسی پور)، انتشارات مدرسه، ۱۳۷۶.
- ۵- شهریاری، پرویز و همکاران، **دانشنامه ریاضی**، انتشارات کانون فرهنگی آموزش، ۱۳۹۲.
- 6- Canton, B. **Mathematics of Data Management**, Mc Graw – Hill, 2002.
- 7- Ministry of Education. **Mathematical Development 5.3**, Austed Publishing, Western Australia.
- 8- Smith, P. **An Introduction to Godel's Theorems**, Cambridge University Press, 2013.
- 9- Nickerson, R. S. **Mathematical Reasoning: Patern, proldems, conjectures, and proofs**, Psychology press, 2010.
- 10- Henriksen M. **What is Godel's theorem**, Scientific American, January, 1999.



بسمه تعالی

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی جهت ایفای نقش خطیر خود در اجرای سند تحول آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی، مشارکت معلمان را به‌عنوان سیاست اجرایی مهم دنبال می‌نماید. برای تحقق این امر با بهره‌مندی هوشمندانه از فرصت‌های فناوری‌های نوین در اقدامی نوآورانه سامانه تعاملی برخط اعتبارسنجی کتاب‌های نونگاشت راه‌اندازی شد تا با دریافت نظرات معلمان درباره کتاب‌های درسی نونگاشت کیفیت تولیدات سازمان را بهبود بخشیده و محتوای کتاب‌های درسی را در اولین چاپ سپاری با کمترین اشکال به دانش‌آموزان و معلمان ارجمند تقدیم نماید. در انجام مطلوب فرآیند اعتبارسنجی همکاران گروه تحلیل محتوای آموزشی و پرورشی، گروه‌های آموزشی، دبیرخانه راهبری دروس در استان‌ها، شورای هماهنگی تألیف دفاتر، دبیرخانه پروژه اعتبارسنجی سازمان در هماهنگی و اجرا، نقش سازنده‌ای را داشتند. ضمن ارج نهادن به تلاش همکاران شرکت‌کننده در فرآیند اعتبارسنجی، اسامی دبیران و هنرآموزانی که تلاش مضاعفی را در این زمینه داشته و با ارائه نظرات خود سازمان را در بهبود محتوای این کتاب یاری کرده‌اند به شرح زیر اعلام می‌نماید.

محسن باهو

مشاور معاون وزیر و مدیر پروژه اعتبارسنجی

اسامی دبیران و هنرآموزان شرکت‌کننده در اعتبارسنجی کتاب ریاضی و آمار (۲) کد ۱۱۱۲۱۲

ردیف	نام و نام خانوادگی	استان محل خدمت	ردیف	نام و نام خانوادگی	استان محل خدمت
۱	عباس اسدی قلعه رشیدی	چهارمحال و بختیاری	۱۵	مرضیه شریف زاد	ایلام
۲	اکرم سلامی	آذربایجان شرقی	۱۶	لیلا صبوری	فارس
۳	سپه‌پلا چناری	کرمانشاه	۱۷	ایوب خلیلیان گل سفیدی	چهارمحال و بختیاری
۴	جواد کوانلووی	خراسان شمالی	۱۸	تهمینه امیر خسروی	کرمان
۵	فاطمه عمویی	شهرتهران	۱۹	نذمت دانش	کرمان
۶	ساره ماه‌گلی	خراسان جنوبی	۲۰	عبداللطیف حسین پور	هرمزگان
۷	پروین طالب حسامی آذر	کردستان	۲۱	جمال نوین	یزد
۸	جواد راشدی	خراسان جنوبی	۲۲	گل بخت دهوری ناگان	سیستان و بلوچستان
۹	معصومه رجب پور	همدان	۲۳	طاهره دانش شکیب	گیلان
۱۰	مهری میرحاج	سمنان	۲۴	زهرا ملتمس	شهرستان‌های تهران
۱۱	اکبر رضائی پور	قزوین	۲۵	فریدون حسنی شیروان شاهی	آذربایجان غربی
۱۲	منور صفائی	سمنان	۲۶	علی مهرنیا	آذربایجان شرقی
۱۳	وحیده سلیمانی	گلستان	۲۷	رحیم بردیده	مازندران
۱۴	شهره رنجبران	همدان	۲۸	نرجس زنگارکی	مرکزی