



خط و معادله‌های خطی



بخشی از سقف صحن و سرای حرم مطهر سیدالشهدا، امام حسین (ع)

کاربرد هندسه و خط‌ها در فرش‌بافی، کاشی‌کاری، نگارگری، خطاطی، گچ‌بری، کتیبه‌نویسی، تذهیب و ... غیرقابل انکار و بسیار حائز اهمیت است. از انواع خط برای ایجاد زاویه‌ها و جداسازی فضاها استفاده‌های فراوان می‌شود.

درس اول: معادله خط



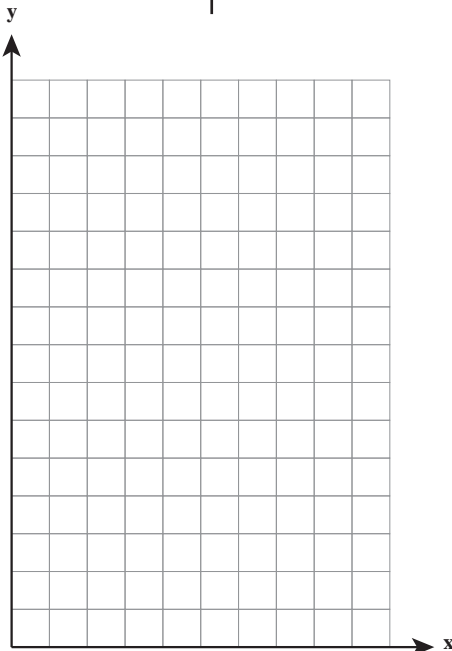
وقتی دوچرخه سواری در حال حرکت است، بین زمان و مسافتی که او طی می‌کند، رابطه‌ای وجود دارد. بین زمان سوختن شمع و کوتاه شدن آن نیز رابطه‌ای دیده می‌شود. در الگوی عددی زیر نیز بین هر جمله و شماره آن رابطه‌ای هست که به صورت $n \rightarrow 2n$ نمایش داده شده است:

۱	۲	۳	۴	...	n
↓	↓	↓	↓		↓
۲	۴	۶	۸	...	2n

فعالیت

دوچرخه سواری با سرعت ثابت دو متر در ثانیه در حال حرکت است؛ یعنی در هر ثانیه دو متر را طی می‌کند. جدول زیر را کامل کنید.

زمان (ثانیه) x	۰	۱	۱/۵	۲	۳	۳/۵	۴	۵
مسافت (متر) y	۰	۲						



بین زمان و مسافت طی شده چه رابطه‌ای هست؟

پس از ۱۰۰ ثانیه چه مسافتی طی شده است؟

اگر x ثانیه بگذرد، چه مسافتی طی شده است؟

زوج عددهایی را که در جدول به دست آوردید

و به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نشان دهید و نمایش هر نقطه را

روی نمودار مشخص کنید؛ این نقطه‌ها چه ویژگی

مشترکی دارند؟

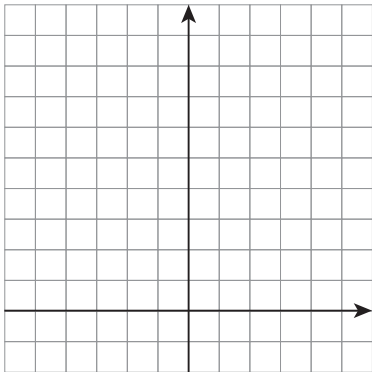
اگر این نقطه‌ها را به هم وصل کنیم، چه شکلی

به دست می‌آید؟

۱- اگر طول ضلع یک مربع را با x و محیط آن را با y نشان دهیم، چه رابطه‌ای بین x و y هست؟

$$\begin{array}{l} \text{ضلع } (x) \rightarrow [1] \quad [2] \quad [3] \quad [4] \quad [100] \quad [x] \\ \text{محیط } (y) \rightarrow \end{array} \quad y = \underline{\hspace{2cm}}$$

۲- اگر طول ضلع یک مربع را با x و مساحت مربع را با y نشان دهیم، بین x و y چه رابطه‌ای هست؟ پس از کامل کردن جدول زیر، هر نقطه را روی نمودار پیدا کنید.



ضلع x (سانتیمتر)	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳
مساحت y (سانتیمتر مربع)	۰	۰/۲۵	۱				
نقطه‌ها	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$						

آیا این نقطه‌ها هم روی یک خط راست قرار گرفتند؟

۱- معادله $x+y=1$ چند پاسخ دارد؟ پنج پاسخ آن را به صورت زیر بنویسید:

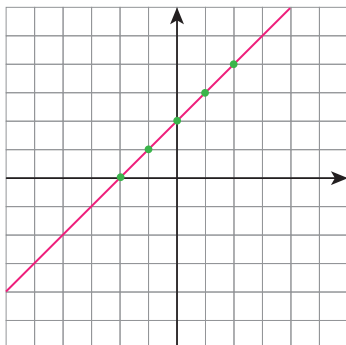
$$\begin{array}{ccccc} \begin{cases} x=1 \\ y= \end{cases} & \begin{cases} x=2 \\ y= \end{cases} & \begin{cases} x= \\ y=3 \end{cases} & \begin{cases} x= \\ y=4 \end{cases} & \begin{cases} x= \\ y=0 \end{cases} \end{array}$$

توضیح دهید چگونه پاسخ‌های مختلف این معادله را می‌توان پیدا کرد؟

آیا تساوی برای $x=2$ و $y=5$ برقرار است؟

توضیح دهید چرا این تساوی معادله است و اتحاد نیست؟

۲- در شکل زیر نمودار یک خط داده شده است. جدول زیر را با توجه به نمودار خط کامل کنید.



x (طول نقطه)	۰	۱	-۱	۲	-۲
y (عرض نقطه)	۲				
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$				

بین طول و عرض نقطه‌ها چه رابطه‌ای هست؟ این رابطه را به صورت یک معادله بنویسید.

۳- پنج جواب برای هر یک از معادله‌های زیر بنویسید.

$$3x - 4y = 12$$

$$y = 2x - 1$$

$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

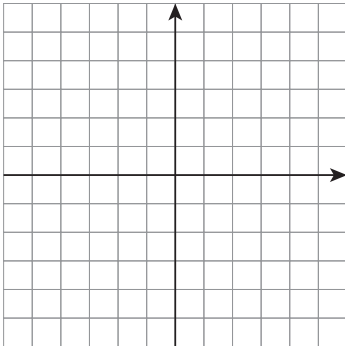
توضیح دهید که پیدا کردن جواب در معادله سمت راست ساده‌تر و سریع‌تر است یا در معادله سمت چپ؟

هر معادله به صورت کلی $y = ax + b$ معادله یک خط است؛ زیرا در صورتی که تمام پاسخ‌های آن معادله را به صورت نقطه روی دستگاه مختصات نمایش دهیم، شکل یک خط به دست می‌آید؛ به همین دلیل می‌گوییم x و y با هم رابطه خطی دارند. معادله بالا بی‌شمار جواب دارد؛ ولی اتحاد نیست.

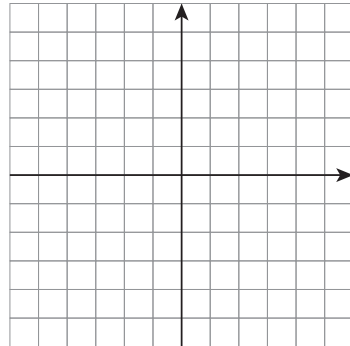
به عنوان مثال $y = x + 2$ معادله یک خط است که در آن $a = 1$ و $b = 2$ فرض شده است و نمودار آن را در بالا ملاحظه کردید.

۱- نمودار خط‌های با معادله زیر را رسم کنید.

$$y = -x + 3$$



$$y = \frac{3}{2}x$$



۲- آیا خط $y = 3x$ از مبدأ مختصات (یعنی نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$) می‌گذرد؟ چرا؟

۳- اگر در معادله $y = ax$ به جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، بی‌شمار معادله خطی مانند $y = 3x$ ، $y = 2x$ ، $y = -x$ و ... به دست می‌آید. آیا می‌توان گفت تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرند؟

$y = ax$ صورت کلی معادله خط‌هایی است که از مبدأ مختصات می‌گذرند.

فعالیت

۱- در هر مورد دو نقطه از یک خط داده شده است؛ ابتدا خط را رسم کنید و سپس مانند نمونه با توجه به مختصات هر نقطه معادله خط را حدس بزنید.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$y = 2x$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ (الف)}$$

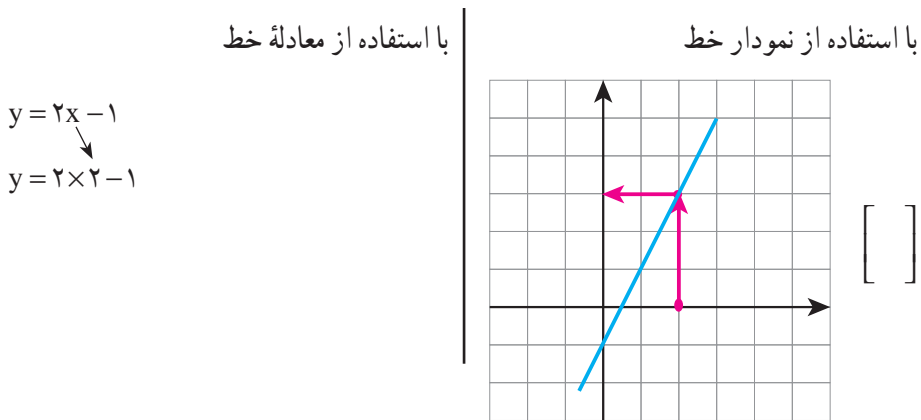
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ (ب)}$$

۲- در فعالیت ۱ برای هر مورد، مختصات دو نقطه دیگر را روی هر خط به دست آورید.

۳- در قسمت (ب) کدام یک از نقطه‌ها با مختصات $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ روی خط قرار دارد؟

کار در کلاس

۱- مختصات نقطه‌ای به طول ۲ را روی خط $y=2x-1$ پیدا کنید.



۲- مختصات نقطه‌ای به عرض ۳- را روی خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$ پیدا کنید.

۳- مختصات محل برخورد خط $y=5x+1$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.

تمرین

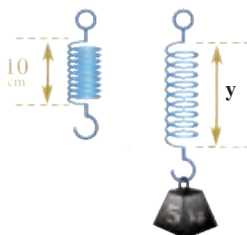
۱- خط به معادله $y = \frac{1}{4}x + 4$ را رسم کنید.

الف) آیا نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی این خط است.

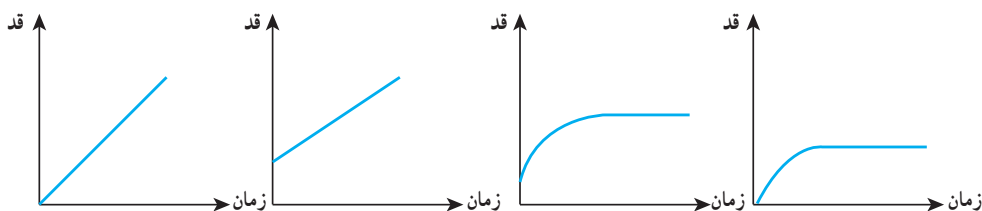
ب) مختصات نقطه‌های برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

ج) نقطه‌ای از این خط، به طول ۱- را پیدا کنید.

۲- طول یک فنر ۱۰ سانتی متر است. وقتی وزنه‌ای به جرم x به آن وصل شود، طول فنر از رابطه $y = 0.8x + 10$ پیدا می‌شود. اگر وزنه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم به آن وصل شود، طول فنر چقدر می‌شود؟



۳- کدام یک از نمودارهای زیر رابطه رشد قد انسان را از هنگام تولد تا بزرگسالی نشان می‌دهد؟ با توجه به وضعیت‌های مختلف، نمودار آن را توصیف کنید؛ برای مثال بگویید محل برخورد نمودار با محور y به چه معناست؟



۴- دو نقطه از یک خط داده شده است؛ معادله خط را حدس بزنید.

الف) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

۵- مختصات محل برخورد خط به معادله $y = -x + 2$ را با محورهای مختصات بیابید.

۶- مختصات نقطه‌ای از خط به معادله $y = -\frac{3}{5}x + 4$ را بیابید که طول آن نقطه ۵ باشد.
۷- خط $y = -\frac{1}{3}x + 2$ را رسم کنید.

آیا نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ روی این خط قرار دارد؟ نقطه‌ای به طول ۱- روی این خط پیدا کنید.

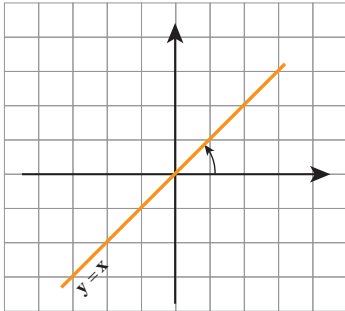
نقطه‌ای به عرض ۲- روی این خط پیدا کنید.

محل برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

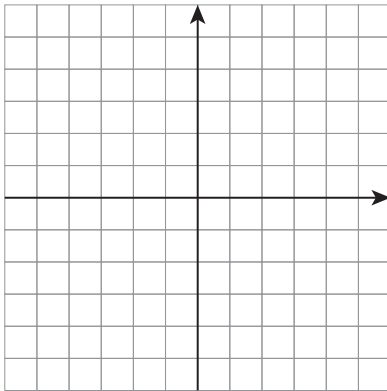
فعالیت

۱- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه محور مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

الف) $y = \frac{1}{3}x$ ب) $y = x$ ج) $y = 3x$ د) $y = -x$ هـ) $y = -2x$



تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرند؛ تفاوت آنها در چیست؟ زاویه هر خط را مانند نمونه با قسمت مثبت محور طول‌ها مشخص کنید. در خط‌های الف، ب و ج چه رابطه‌ای بین ضریب x و این زاویه وجود دارد؟ خط‌های د و هـ چه نوع زاویه‌ای با جهت مثبت محور x می‌سازد؟



۲- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

$$y = 2x - 1, \quad y = 2x, \quad y = 2x + 3$$

در معادله این خط‌ها ضریب x برابر با ۲ است که به آن شیب خط می‌گوییم. تفاوت خط‌ها در چیست؟ زاویه خط‌ها را با محور x با هم مقایسه کنید؛ چرا این خط‌ها با هم موازی‌اند؟

بین محل برخورد خط با محور عرض‌ها و عدد ثابت معادله چه رابطه‌ای می‌بینید؟

در معادله خط $y = ax + b$ ، عدد a ، شیب خط نامیده می‌شود. با تغییر a زاویه خط با جهت مثبت محور طول‌ها تغییر می‌کند. عدد b نشان‌دهنده محل برخورد خط با محور عرض‌هاست؛ به همین دلیل به آن عرض از مبدأ می‌گویند.

به عنوان مثال در خط به معادله $y = -3x + 2$ ، عرض از مبدأ ۲ و شیب خط، -۳ است.

کار در کلاس

۱- در هر یک از معادله‌های زیر، شیب و عرض از مبدأ خط را مشخص کنید.

$$y = 2x - 4$$

$$y = -\frac{2}{3}x$$

$$y = -3x + 1$$

۲- معادله خطی را بنویسید که :

الف) شیب آن ۲- و عرض از مبدأ آن ۱- باشد.

ب) شیب آن $\frac{1}{4}$ باشد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند.

ج) با خط $y = 2x + 1$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۳- معادله خطی را بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$y = ax + b \rightarrow y = 2x + b \rightarrow 2 = 2 \times 1 + b \rightarrow \boxed{b = \quad} \xrightarrow{\text{معادله خط}} \boxed{y = \quad}$$

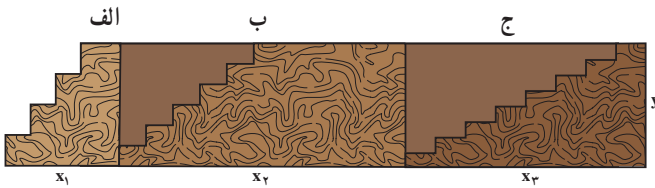
\downarrow
۲

\downarrow
۲

\downarrow
۱

فعالیت

۱- در تصویر زیر، سه نوع راه پله می‌بینید؛ در هر سه مورد ارتفاعی که بالا می‌روید، یکسان است.



کدام راه پله شیب

بیشتری دارد؟

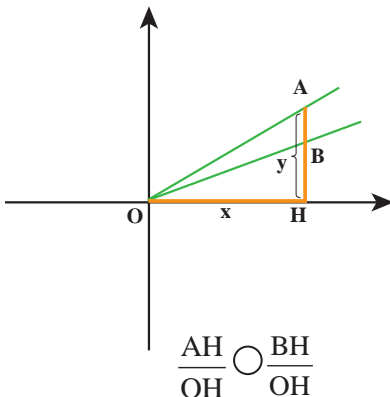
کدام یک، تعداد پله،

بیشتری دارد؟

بالا رفتن از کدام یک ساده‌تر است؟

۲- در محورهای مختصات مقابل، کدام خط شیب

بیشتری دارد؟



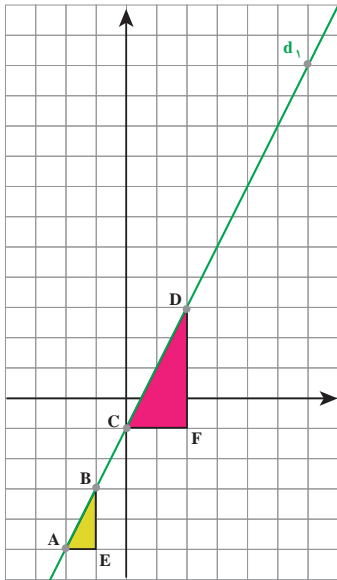
نقطه‌های A و B طول ثابتی دارند ولی عرض آنها

متفاوت است.

کدام یک از دو نسبت زیر بزرگ‌تر است؟ چرا؟

این دو نسبت چه ارتباطی با شیب خط‌ها دارد؟

$$\frac{AH}{OH} \bigcirc \frac{BH}{OH}$$



۳- روی خط d_1 به معادله $y = 2x - 1$ دو نقطه دلخواه مثل A و B در نظر گرفته ایم. با توجه به مثلث قائم الزاویه ایجاد شده، شیب خط را به دست آورده ایم.

$$d_1 \text{ شیب خط} = \frac{EB}{EA} = \frac{2}{1} = 2$$

برای دو نقطه C و D نیز با توجه به مثلث رسم شده، شیب خط را پیدا کنید.

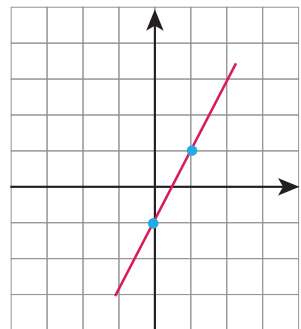
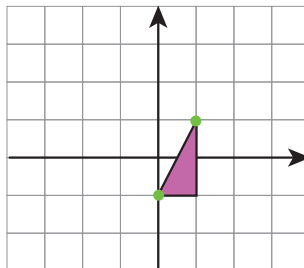
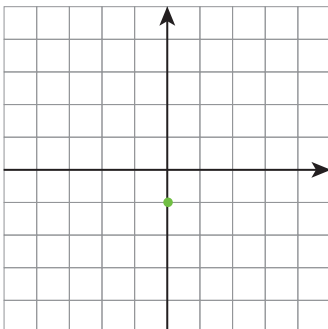
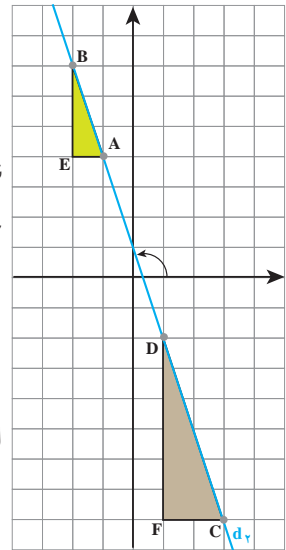
دو نقطه دلخواه دیگر روی خط در نظر بگیرید و با رسم یک مثلث قائم الزاویه شیب خط را دوباره پیدا کنید.

۴- خط d_2 با محور طول، زاویه بزرگتر از 90° می سازد؛ پس شیب خط، منفی می شود. با توجه به مثلث های رسم شده مقدار شیب خط d_2 را پیدا کنید.

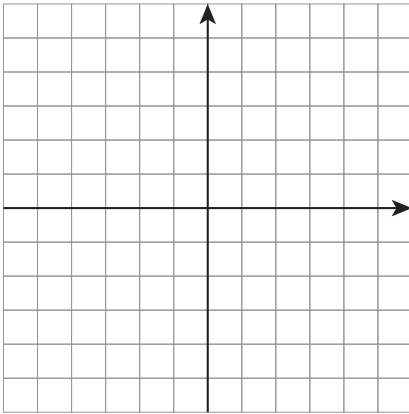
$$d_2 \text{ شیب خط} = -\frac{EB}{EA} =$$

خط d_2 محور عرض ها را در نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ قطع کرده است یا عرض از مبدأ آن ۱ است. معادله خط d_2 را بنویسید.

۵- با توجه به این بیان از شیب خط، در زیر مراحل رسم معادله خط $y = 2x - 1$ با روش دیگری مشخص شده است؛ این روش را توضیح دهید.



(۱) خط از این نقطه می گذرد. (۲) با توجه به مقدار شیب نقطه دیگر پیدا می شود. (۳) با داشتن دو نقطه خط رسم می شود.



۱- نقطه‌های $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان دهید و خطی را رسم کنید که از این دو نقطه می‌گذرد.

روی خط، دو نقطه انتخاب کنید و مختصات آنها را بنویسید. $\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

اگر نقطه دیگری روی این خط در نظر بگیریم، طول آن برابر است با:

یک نقطه دلخواه به طول ۲ بنویسید و روی محور مختصات نشان دهید: $\begin{bmatrix} 2 \\ \quad \end{bmatrix}$
تمام نقطه‌ها به طول ۲ روی خط بالا قرار می‌گیرند و معادله آنها به صورت $x=2$ است.

۲- صورت کلی معادله‌های خطی به صورت $ax+by=c$ است.

الف) با توجه به مقدارهای نوشته شده، معادله خط را بنویسید؛ کدام خط از مبدأ می‌گذرد؟

$$a=2, b=3, c=4 \rightarrow$$

$$a=-1, b=2, c=0 \rightarrow$$

ب) با توجه به خط‌های داده شده، مقدارهای a ، b و c را پیدا کنید.

$$-3x+2y=2 \rightarrow a= \quad b= \quad c=$$

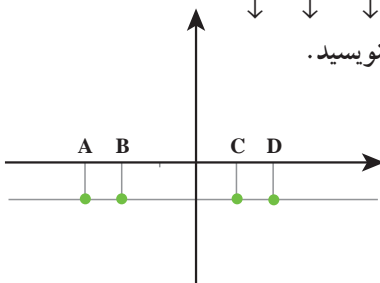
$$y=2x+1 \rightarrow a= \quad b= \quad c=$$

ج) برای خط $x=2$ مقدارهای a ، b و c را بنویسید.

$$ax+by=c \rightarrow x=2$$

↓ ↓ ↓

۳- مختصات نقطه‌های مشخص شده را روی خط بنویسید.



$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

این نقطه‌ها چه ویژگی مشترکی دارند؟

معادله خط رسم شده را بنویسید.

در شکل کلی معادله‌های خطی به جای a ، b و c چه عددی قرار دهیم تا معادله خط رسم شده به دست آید؟

$$\begin{array}{ccc} ax + by = c \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \end{array}$$

۴- مانند نمونه برای خط‌های داده شده شیب و عرض از مبدأ را پیدا کنید.

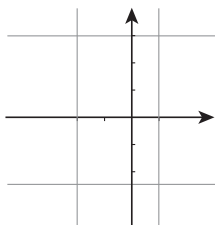
$$2y - 4x = 8 \rightarrow 2y = 4x + 8 \rightarrow y = \frac{4}{2}x + \frac{8}{2} \rightarrow y = 2x + 4$$

شیب عرض از مبدأ

$$3x - 2y = 6$$

$$x + 3y - 9 = 0$$

کار در کلاس



۱- معادله‌های خط‌های رسم شده را در دستگاه مختصات مقابل کنار هر کدام بنویسید.

۲- از برخورد دو خط $y = -3$ و $x = 2$ کدام نقطه به دست می‌آید؟

۳- معادله‌ای خطی بنویسید که موازی محور x ها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

تمرین

۱- خط‌های به معادله $y = 3$ و $x = -2$ را رسم و مختصات محل برخورد آنها را پیدا کنید. زاویه

بین این دو خط چند درجه است؟

۲- معادله محور طول‌ها و محور عرض‌ها را بنویسید؛ محل برخورد آنها چه نقطه‌ای است؟

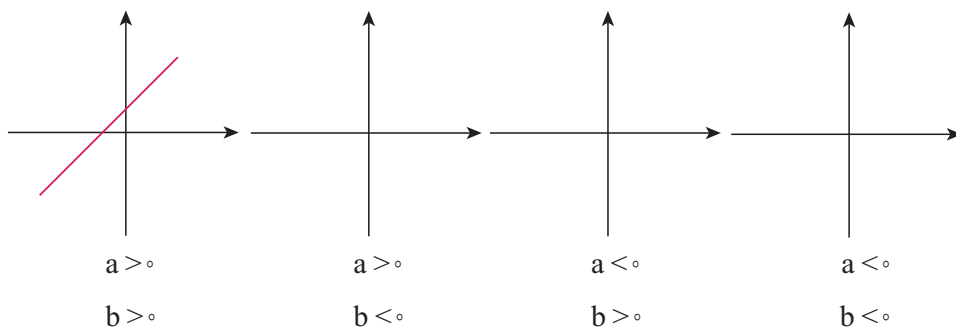
۳- شیب و عرض از مبدأ خط‌های زیر را پیدا و سپس آن خط‌ها را رسم کنید.

$$3y - 2x = 6$$

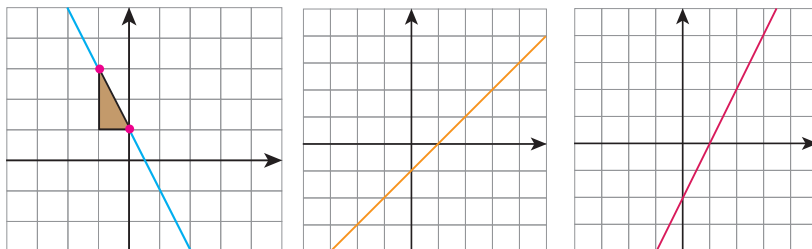
$$4x - 2y = 8$$

$$2x - y = 3$$

۴- خط $y=ax+b$ را در نظر بگیرید. در هر یک از حالت‌های مورد نظر، خط را مانند نمونه در دستگاه مختصات رسم کنید.

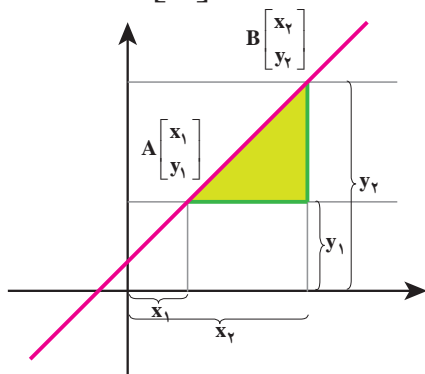


۵- معادله خط‌های زیر را بنویسید.



۶- معادله خطی بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۷- با توجه به شکل مقابل نشان دهید.

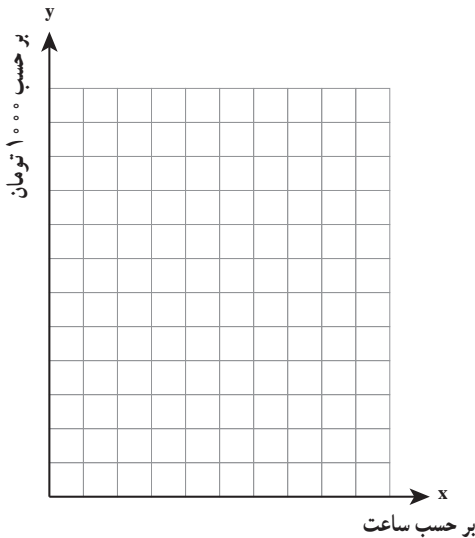


$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

۸- $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ دو نقطه از یک خط هستند؛ شیب خط را پیدا کنید و معادله خط را بنویسید.

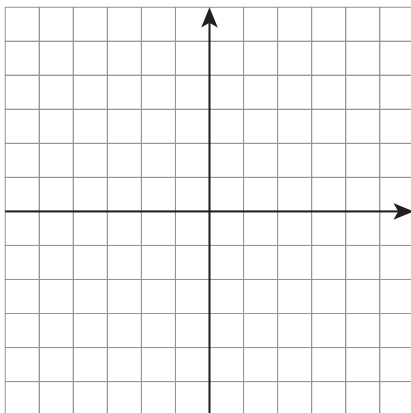
فعالیت

۱- هزینه اشتراک یک خط اینترنت روی تلفن همراه ۳۰۰۰ تومان مبلغ ثابت و ۲۰۰۰ تومان برای هر ساعت استفاده است. هزینه کلی x ساعت استفاده از اینترنت را با y نشان دهید و رابطه‌ای بین y و x بنویسید.



یک نوع دیگر از اشتراک اینترنت بدون مبلغ ثابت است؛ ولی برای هر ساعت استفاده، ۳۰۰۰ تومان هزینه دارد. رابطه‌ای بین هزینه اشتراک (y) و x ساعت استفاده از اینترنت را در این حالت بنویسید.

دو خط به معادله‌های فوق را در دستگاه مختصات مقابل رسم کنید. محل برخورد این دو خط چه ویژگی‌ای دارد؟ برای $1/5$ ساعت استفاده، کدام نوع اشتراک بهتر است؟ بعد از چند ساعت استفاده از اینترنت، اشتراک نوع اول به صرفه خواهد بود؟



۲- معادله $y = 2x - 1$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید.

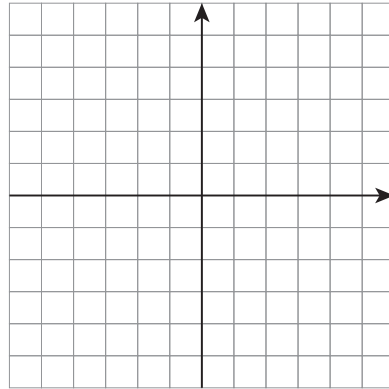
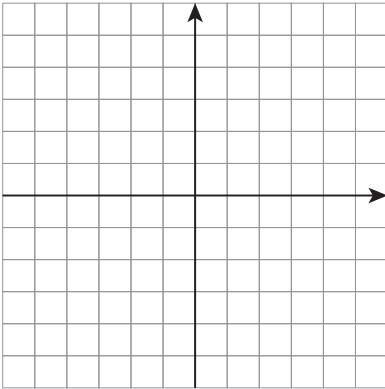
معادله $y = -x + 2$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید. توضیح دهید چگونه یک جواب مشترک برای این دو معادله پیدا می‌کنید.

کار در کلاس

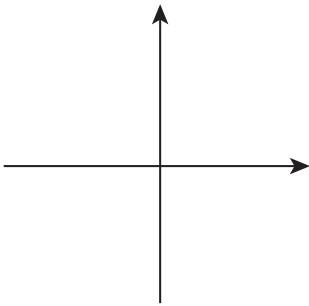
با رسم خط‌ها، دستگاه معادله‌های خطی زیر را حل کنید؛ یعنی یک جواب مشترک برای دو معادله پیدا کنید.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$



فعالیت



۱- خط $2x - 3y = 4$ را رسم کنید. خط به معادله $4x - 6y = 8$ را که در آن تمام عددهای معادله بالا دو برابر شده است، رسم کنید.

الف) آیا خط جدیدی به دست آمد؟

ب) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر تمام ضرایب‌های عددی یک معادله خط را در یک عدد ضرب کنیم

ج) آیا می‌توان گفت این دستگاه معادله خطی بی‌شمار جواب

دارد؟ چرا؟

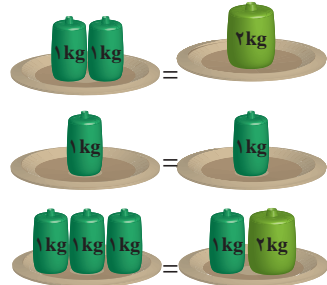
$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 6y = 8 \end{cases}$$

۲- به مثال‌های زیر توجه کنید :

$$\begin{array}{r} 2 = 2 \\ + 5 = 5 \\ \hline 7 = 7 \end{array} \quad \text{الف)}$$

$$\begin{array}{r} x = x \\ + 2x = 2x \\ \hline 3x = 3x \end{array} \quad \text{ب)}$$

ج)



از این مثال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر دو طرف دو تساوی را با هم جمع کنیم،
۳- با توجه به نتیجه‌هایی که از سؤال‌های بالا گرفتید، توضیح دهید که چگونه دستگاه معادله‌های زیر حل شده است. در هر قسمت مشخص کنید از کدام نتیجه استفاده شده است.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \\ + \\ \hline 2x = 4 \\ x = 2 \end{array} \quad \text{الف)}$$

$$\begin{array}{r} 2 \times \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \\ + \\ \hline 5x = 10 \\ x = 2 \end{array} \quad \text{ب)}$$

$$2 + y = 3 \rightarrow y = 1$$

$$2 + 2y = 4$$

$$2y = 2 \rightarrow y = 1$$

$$\text{جواب دستگاه: } \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{جواب دستگاه: } \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

یکی از راه‌های حل کردن دستگاه معادله‌های خطی، حذف کردن x یا y است تا به یک معادله یک مجهولی برسیم؛ نام این روش، حذفی است.

کار در کلاس

دستگاه‌های معادله‌های خطی زیر را حل کنید.

$$۱) \begin{cases} x - y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$۲) \begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$۳) \begin{cases} 3x + 2y = 50 \\ 2x + 2y = 35 \end{cases}$$

۱- دستگاه معادله‌های خطی زیر را به روش دیگری نیز می‌توان حل کرد.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

(راهنمایی: هدف این است که به یک معادله یک مجهولی برسیم؛ بنابراین مقدار y را از معادله پایین در معادله بالا قرار دهید تا یک معادله یک مجهولی به دست آید؛ نام این روش، جایگزینی است).

$$2x - 3\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) = 5$$

۲- «طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۳ سانتی‌متر کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید.» این مسئله توسط سه دانش‌آموز حل شده است. روش‌های هر کدام را توضیح دهید و کامل کنید.

روش ۱:

$2x - 3$: طول مستطیل و x : عرض مستطیل

$$24 = 2(x + 2x - 3) \text{ محیط}$$

روش ۲:

y : طول مستطیل و x : عرض مستطیل

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2(x + y) = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -2x + 2y = 24 \end{cases}$$

$$-y - 2y = 3 - 24$$

روش ۳:

y : طول مستطیل و x : عرض مستطیل

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2(x + y) = 24 \end{cases} \rightarrow 2(x + 2x - 3) = 24$$

بین روش‌های اول و سوم چه شباهتی هست؟

دستگاه‌های زیر را به روش جایگزینی حل کنید.

$$۱) \begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases}$$

$$۲) \begin{cases} 3x - y = 6 \\ 2x + \frac{1}{3}y = 8 \end{cases}$$

تمرین

۱- دستگاه‌های زیر را حل کنید.

$$۱) \begin{cases} 2(x - y) + 3y = 4 \\ 3x - 2(2x - y) = 7 \end{cases}$$

$$۲) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{3} = \frac{1}{6} \\ x + y = 4 \end{cases}$$

۲- یک جواب برای x و y طوری تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد.

$$۲^{2x-y-2} = 3^{x+y-1}$$

۳- معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط $x-y=1$ و $x+y=1$ بگذرد و شیب آن $-\frac{2}{3}$ باشد.

۴- در معادله $y=ax+1$ اگر به جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، معادله خط‌های زیادی به دست می‌آید. به ازای $a=1$ و $a=2$ و $a=-1$ این خط‌ها را رسم کنید؛ این خطوط چه ویژگی مشترکی دارند؟
۵- در یک مزرعه، ۲۰ شترمرغ و گاو وجود دارد. پاهای آنها ۵۶ عدد است. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گاو وجود دارد؟ (شترمرغ ۲ پا و گاو ۴ پا دارد)

۶- دستگاه معادله خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

آیا این دستگاه جواب دارد؟

شیب هر دو خط را به دست آورید. توضیح دهید چرا نقطه مشترکی به عنوان جواب معادله به دست نمی‌آید.

۷- مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و اختلاف آنها ۲۶ سال است. سن هر یک را با تشکیل دستگاه معادلات به دست آورید.