فصل ۵

علوم پایه

نسبت و تناسب

۱ در حالت کلی، دو نسبت a به b و c به d مساوی‌اند، هرگاه برای یک عدد مانند k داشته باشیم:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \quad \text{یا} \quad a=kb \quad \text{و} \quad c=kd$$

۲ اگر a و b مقادیر متناظر دو کمیت باشند که با هم رابطه معکوس دارند، مقدار $k=a\times b$ ثابت است و اگر c و d دو مقدار متناظر دیگر از همین کمیت باشند، داریم:

$$k=a\times b=c\times d \quad \text{یا} \quad a=\frac{k}{b} \text{ و } c=\frac{k}{d}$$

۳ خواص عملیات:

در عبارت‌های زیر، فرض بر آن است که مخرج‌ها مخالف صفر هستند.

$\frac{a}{b}=\frac{ca}{cb} \quad (c\neq 0)$	$c\times\frac{a}{b}=\frac{ca}{b}$	$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$
$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$	$-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$	
$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}$	$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	

تساوی $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ معادل است با $a\times d=b\times c$

درصد و کاربردهای آن

۱ معادله درصد: رابطهٔ بین مقدار اولیه، درصدی از مقدار اولیه و مقدار نهایی را نشان می‌دهد.

$b = x \times a$

- b: مقدار نهایی
- a: مقدار اولیه
- x: درصد به صورت عدد اعشاری / کسری

۲ درصد تغییر: برای هر کمیتی مقدار

$$\text{نسبت تغییر} \times ۱۰۰ = \frac{\text{میزان تفاوت در مقدار}}{\text{مقدار اولیه}} \times ۱۰۰ = \frac{\text{مقداراولیه} - \text{مقدار نهایی}}{\text{مقدار اولیه}} \times ۱۰۰$$

را درصد تغییر آن کمیت می‌نامند.

درصد تغییر می‌تواند منفی هم باشد که به معنای کاهش است.

واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی

۱ واحدهای اندازه‌گیری طول

۱ اینچ (in) =۲/۵۴ سانتی‌متر (cm)=۲۵/۴ میلی‌متر (mm)

۱ فوت (ft) = ۱۲ اینچ (in)

۱ یارد (yd) =۳ فوت (ft)=۳۶ اینچ (in) ≅ ۹۰ سانتی‌متر (cm)

۱ مایل خشکی (mil) =۵۲۸۰ فوت (ft)=۶۳۳۶۰ اینچ (in) =۱۶۰۹/۳۴۴ متر (m)

۱ مایل دریایی ≅ ۶۰۸۰ فوت ≅ ۱۸۵۳ متر (m)

۱ مایل دریایی ≅ ۱/۱۵ مایل خشکی

برای تبدیل از	به	ضریب تبدیل (با تقریب کمتر از ۰/۰۱)
مایل	کیلومتر	۱/۶۱
اینچ	سانتی‌متر	۲/۵۴
فوت	متر	۰/۳۱
یارد	متر	۰/۹۱
کیلومتر	مایل	۰/۶۲
سانتی‌متر	اینچ	۰/۳۹
متر	فوت	۳/۲۸
متر	یارد	۱/۰۹

۲ واحدهای اندازه‌گیری جرم

۱ اونس (oz) ≅ ۲۸ گرم (g)

۱ پوند (lb) = ۱۶ اونس (oz) ≅ ۴۵۰ (g)

۱ تن (T) ≅ ۲۲۰۰ پوند (lb)

۱ گرم (g) = ۰/۰۳۵ اونس (oz)

۱ کیلوگرم (kg) ≅ ۳۵/۲۷ اونس (oz)

۱ پوند (lb) ≅ ۰/۴۵ کیلوگرم (kg)

۳ واحدهای اندازه‌گیری حجم

۱ قاشق چایخوری (tsp) = ۵ میلی‌لیتر (ml)

۱ قاشق سوپ‌خوری (tbsp) = ۱۵ میلی‌لیتر (ml)

۱ فنجان (c) = ۲۴۰ میلی‌لیتر (ml)

توان رسانی و ریشه گیری

۱ قوانین مربوط به توان رسانی

$(ab)^n = a^n . b^n$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$ $a^1 = a$
$a^n . a^m = a^{n+m}$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

۲ اتحادهای جبری

اتحاد مربع دو جمله‌ای

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

اتحاد مزدوج

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

اتحاد جمله مشترک

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

۳ معادله درجه دوم

$$ax^2 + bx + c = 0$$

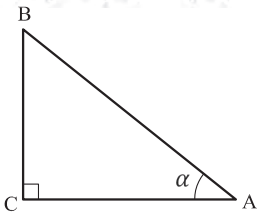
$$\Delta = b^2 - 4ac \begin{cases} \Delta > 0 & \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 & \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0 & \Rightarrow \text{معادله ریشه ندارد} \end{cases}$$

مثلثات

۱ یکی از حالات تشابه دو مثلث، تساوی زاویه‌های آن دو مثلث می‌باشد.

۲ رابطه فیثاغورس: در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$



۳ نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه تند:

در مثلث قائم‌الزاویه ABC زاویه تند α را در نظر بگیرید. بنا به تعریف داریم:

$$\tan\alpha = \frac{\text{طول ضلع روبه روی زاویه } \alpha}{\text{طول ضلع مجاور زاویه } \alpha} = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{طول ضلع روبه روی زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{AC}{AB}$$

۴ جدول نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های ۰ و ۳۰ و ۴۵ و ۶۰ و ۹۰ :

زاویه α / نسبت مثلثاتی	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰
$\sin\alpha$	۰	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	۱
$\cos\alpha$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	۰
$\tan\alpha$	۰	$\frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	∞
$\cot\alpha$	∞	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۰

۵ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی:

الف) $\sin^{۲}\alpha + \cos^{۲}\alpha = ۱$

ب) $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

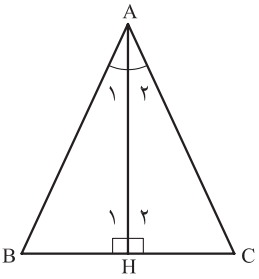
۶ محیط و مساحت دایره:

محیط دایره $P = ۲\pi r$ (r شعاع)

مساحت دایره $S = \pi r^{۲}$ (r شعاع)

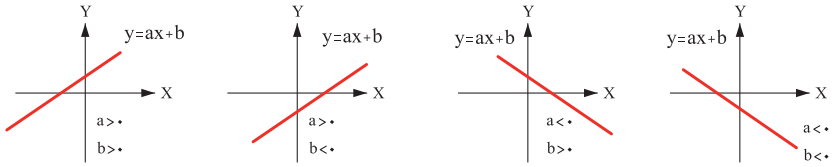
۷ در مثلث متساوی‌الساقین ABC داریم:

$$\left\{\begin{array}{ll} A_۱ = A_۲ & \Rightarrow \text{ AH نیمساز زاویه A است} \\ H_۱ = H_۲ = ۹۰^\circ & \Rightarrow \text{ AH بر BC عمود است} \\ BH = HC & \Rightarrow \text{ AH منصف ضلع BC است} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{ AH عمود منصف BC است}$$

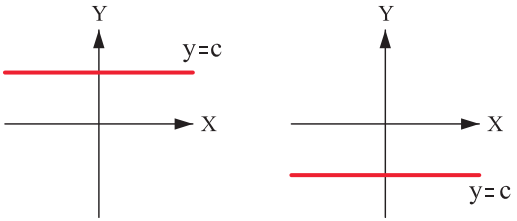


نمودار تابع خاص

۱ نمودار تابع خطی:



۲ نمودار تابع ثابت:

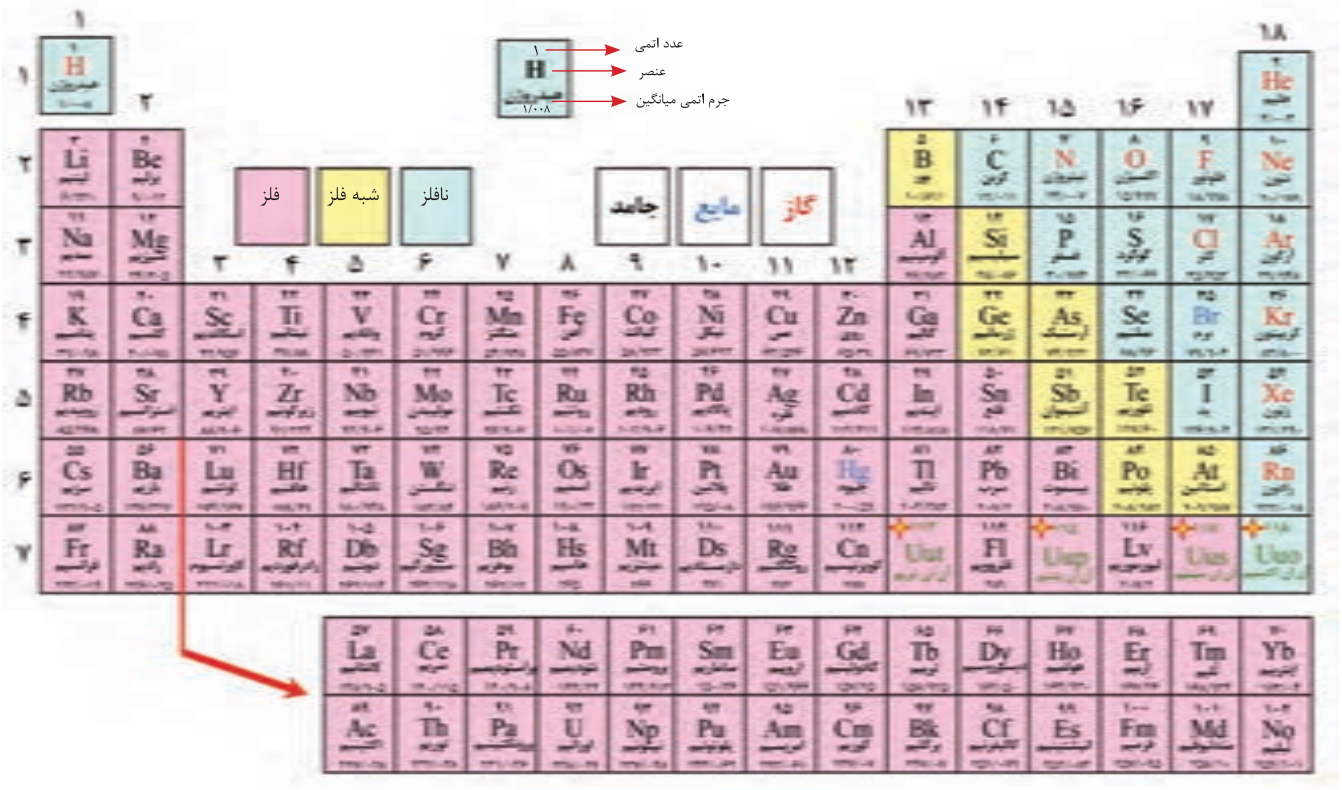


فرمول (معادله، رابطه)	کاربرد
$\Delta t = t_f - t_i$	بازه زمانی
$\Delta x = x_f - x_i$	جابجایی
$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	سرعت متوسط
$x = vt + x_0$	رابطهٔ مکان زمان حرکت یکنواخت
$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	شتاب متوسط
$a = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	شتاب لحظه‌ای حرکت با شتاب ثابت
$v = v_0 + at$	رابطه سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت
$\bar{v} = \frac{v_f + v_i}{2}$	سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت
$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$	رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت
$\Delta x = x_f - x_i = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$	رابطه جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت
$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$	قانون دوم نیوتن

فرمول (معادله، رابطه)	کاربرد
$g = \frac{w}{m} \rightarrow w = mg$	نیروی وزن
$f_{s(max)} = \mu_s N$	بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی
$f_k = \mu_k N$	نیروی اصطکاک جنبشی
$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$	شدت جریان الکتریکی متوسط
$R = \frac{V}{I}$	قانون اهم
$R = \frac{\rho L}{A}$	مقاومت رساناهای فلزی در دمای ثابت
$U = I^2 Rt$	انرژی الکتریکی مصرفی
$P = \frac{U}{t}$ و $P = I^2 R$ و $P = \frac{V^2}{R}$ و $P = VI$	توان مصرفی
$I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq}$	جریان مقاومت‌های متوالی (سری)
$V_1 + V_2 + V_3 = V_{eq}$	ولتاژ مقاوت‌های متوالی (سری)
$R_1 + R_2 + R_3 = R_{eq}$	مقاومت معادل مقاومت‌های متوالی (سری)

فرمول (معادله، رابطه)	کاربرد
$I_1 + I_2 + I_3 = I_{eq}$	جریان مقاومت‌های موازی
$V_1 = V_2 = V_3 = V_{eq}$	ولتاژ مقاومت‌های موازی
$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{eq}}$	مقاومت معادل مقاومت‌های موازی
$P = \frac{F}{A}$	فشار و ارتباط آن با نیروی عمودی و سطح تماس
$P_2 - P_1 = +\rho g \Delta h$	اختلاف فشار دو نقطه شاره ساکن
$p = \rho g \Delta h + p_{atm}$	فشار یک نقطه شاره ساکن
$P_2 = P_1 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$	اصل پاسکال
$\rho = \frac{m}{v}$	چگالی
$d = \frac{\rho_2}{\rho_1}$	چگالی نسبی
$F = \frac{9}{5}\theta + 32$	رابطه دما در مقیاس سلسیوس و مقیاس فارنهایت
$T = \theta + 273$	رابطه دما در مقیاس سلسیوس و مقیاس کلوین
$T = (F + 459) \div 1/8$	رابطه دما در مقیاس فارنهایت و مقیاس کلوین
$Q = mC(\theta_2 - \theta_1) = mC\Delta\theta$	مقدار گرمای داده شده به یک جسم
$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots = 0$	تعادل گرمایی
$Q = \frac{KAt(T_2 - T_1)}{L} = \frac{KAt\Delta T}{L}$	گرمای منتقل شده از طریق رسانش
$L_2 - L_1 = \alpha L_1 \Delta\theta$ $L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta)$	انبساط خطی
$A_2 - A_1 = 2\alpha A_1 \Delta\theta$ $A_2 = A_1(1 + 2\alpha\Delta\theta)$	انبساط سطحی
$V_2 - V_1 = 3\alpha V_1 \Delta\theta$ $V_2 = V_1(1 + 3\alpha\Delta\theta)$	انبساط حجمی

جدول تناوبی عنصر ها



ثابت تفکیک اسیدها (K_a) و بازها (K_b)

توجه: در شرایط یکسان (دما و غلظت) هر چه ثابت تفکیک اسید یا بازی بزرگ‌تر باشد، آن اسید یا باز قوی‌تر است.

نام اسید	فرمول شیمیایی	ثابت تفکیک (K_a)
پرکلریک اسید	$HClO_4$	اسید قوی
سولفوریک اسید	H_2SO_4	اسید قوی
هیدرویدیک اسید	HI	اسید قوی
هیدروکلریک اسید	HCl	اسید قوی
نیتریک اسید	HNO_3	اسید قوی
تری کلرواستیک اسید	CCl_3CO_2H	$2/2\times10^{-1}$
کرومیک اسید	H_2CrO_4	$1/8\times10^{-1}$
یدیک اسید	HIO_3	$1/7\times10^{-1}$
اگزالیک اسید	$C_2H_2O_4$	$5/6\times10^{-1}$
فسفرو اسید	H_3PO_3	5×10^{-2}
دی کلرواستیک اسید	$CHCl_2CO_2H$	$4/5\times10^{-2}$
سولفورو اسید	H_2SO_3	$1/4\times10^{-2}$

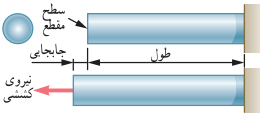
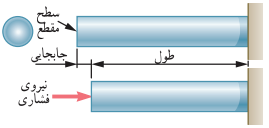
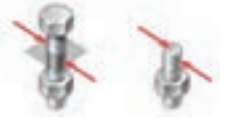
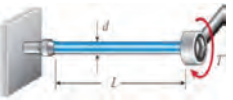
نام اسید	فرمول شیمیایی	ثابت تفکیک (K_a)
فسفریک اسید	H_3PO_4	$6/9\times10^{-3}$
کلرو استیک اسید	CH_2ClCO_2H	$1/3\times10^{-3}$
سیتریک اسید	$C_6H_8O_7$	$7/4\times10^{-4}$
هیدروفلوئوریک اسید	HF	$6/3\times10^{-4}$
نیترو اسید	HNO_2	$5/6\times10^{-4}$
بنزوئیک اسید	$C_6H_5CO_2H$	$6/2\times10^{-5}$
استیک اسید	CH_3CO_2H	$1/7\times10^{-5}$
کربنیک اسید	H_2CO_3	$4/5\times10^{-7}$
هیدروسولفوریک اسید	H_2S	$8/9\times10^{-8}$
هیپوکلرو اسید	$HClO$	4×10^{-8}
بوریک اسید	H_3BO_3	$5/4\times10^{-10}$

نام باز	فرمول شیمیایی	ثابت تفکیک (k_b)
پتاسیم هیدروکسید	KOH	باز قوی
سدیم هیدروکسید	$NaOH$	باز قوی
باریم هیدروکسید	$Ba(OH)_2$	باز قوی
کلسیم هیدروکسید	$Ca(OH)_2$	باز قوی
دی متیل آمین	$(CH_3)_2NH$	$5/4\times10^{-4}$
اتیل آمین	$C_2H_5NH_2$	$4/5\times10^{-4}$

نام باز	فرمول شیمیایی	ثابت تفکیک (k_b)
بوتیل آمین	$C_4H_9NH_2$	4×10^{-4}
تری متیل آمین	$(CH_3)_3N$	$6/3\times10^{-5}$
آمونیاک	NH_3	$1/8\times10^{-5}$
پیریدین	C_5H_5N	$1/7\times10^{-9}$
آنیلین	$C_6H_5NH_2$	$7/4\times10^{-10}$

فاز پخش‌شونده	فاز پخش‌کننده	نوع کلوییید	حالت فیزیکی	نام کلوییید	نمونه‌ها
گاز	گاز	–	–	–	–
	مایع	گاز در مایع	مایع	کف	کف صابون
	جامد	گاز در جامد	جامد	کف جامد	سنگ‌پا، یونالیت
مایع	گاز	مایع در گاز	گاز	آیروسول مایع	مه، افشانه‌ها (اسپری‌ها)
	مایع	مایع در مایع	مایع	امولسیون	شیر، کره، مایونز
	جامد	مایع در جامد	جامد	ژل	ژله، ژل موی سر
جامد	گاز	جامد در گاز	گاز	آیروسول جامد	دود، غبار
	مایع	جامد در مایع	مایع	سول	رنگ‌های روغنی، چسب مایع
	جامد	جامد در جامد	جامد	سول جامد	سرامیک، شیشهٔ رنگی، یاقوت، لعل، فیروزه

مقاومت قطعات در بارگذاری های مختلف

نوع بارگذاری	شکل بارگذاری	تنش در قطعه	حداکثر جابجایی در قطعه
کششی		تنش کششی در بارگذاری کششی $= \frac{\text{نیروی کششی}}{\text{سطح مقطع}}$	حداکثر جابجایی در بارگذاری کششی $= \frac{\text{نیرو} \times \text{طول}}{\text{سفتی جنس} \times \text{سطح مقطع}}$
فشاری		تنش فشاری در بارگذاری فشاری $= \frac{\text{نیروی فشاری}}{\text{سطح مقطع}}$	حداکثر جابجایی در بارگذاری فشاری $= \frac{\text{نیرو} \times \text{طول}}{\text{سفتی جنس} \times \text{سطح مقطع}}$
برشی		تنش برشی در بارگذاری برشی $= \frac{\text{نیروی برشی}}{\text{سطح مقطع}}$	---
خمشی		= حداکثر تنش قطعه بارگذاری خمش $\frac{\text{طول} \times \text{نیرو}}{\text{ممان اینرسی}} \times$ ضریب	= حداکثر جابجایی در خمش $\frac{\text{نیرو} \times \text{طول}^3}{\text{سفتی جنس} \times \text{ممان اینرسی}} \times$ ضریب
پیچشی		= حداکثر تنش قطعه هنگام پیچش $\frac{\text{گشتاور پیچشی}}{\text{ممان اینرسی قطبی}} \times$ ضریب	= حداکثر جابجایی زاویه در پیچش $\frac{\text{طول} \times \text{گشتاور پیچشی}}{\text{سفتی برشی جنس} \times \text{ممان اینرسی قطبی}} \times$ ضریب
مقایسه استحکام و سفتی مواد مختلف معمولی		**استحکام فولاد > استحکام مس > استحکام آلومنیوم**	**سفتی فولاد >سفتی مس > سفتی آلومنیوم**
به چه شرطی مقاومت قطعه بالا می رود:		استحکام قطعه زمانی بالا می رود که: ۱- استحکام جنس قطعه بیشتر باشد. ۲- در برابر نیروی یکسان تنش در قطعه کمتر باشد.	سفتی قطعه زمانی بالا می رود که: ۱- سفتی جنس قطعه بیشتر باشد. ۲- در برابر نیروی یکسان جابجایی در قطعه کمتر باشد .
ممان اینرسی سطح مقطع حول محور افقی به ترتیب، شکل الف از همه بیشتر است.			