

۳

کسر






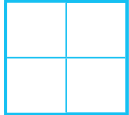

تعداد دانش‌آموزان ایرانی در سال ۱۳۹۴، حدود ۱۲ میلیون نفر و جمعیت کشورمان در آن سال حدود ۸۰ میلیون نفر بود. بنابراین نزدیک به $\frac{1}{7}$ جمعیت ایران در سال ۱۳۹۴ را دانش‌آموزان تشکیل می‌دادند.

جمع و تفریق کسرها

فعالیت

۱- با توجه به آنچه از کسر آموخته‌اید، مثال‌هایی از کسر در اطراف خود طرح و با دانش‌آموزان دیگر در این باره گفت‌وگو کنید.

۲- در جدول زیر کسر یا عدد مخلوط مناسب را بنویسید و شکل‌های لازم را رسم یا رنگ کنید. آخرین سطر را به دلخواه خودتان کامل کنید.

واحد	مقدار رنگ شده	عدد مخلوط	کسر
		$3\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$
			$\frac{2}{3}$
		$1\frac{3}{4}$	
			$\frac{14}{5}$
		$3\frac{1}{4}$	

۳- حاصل جمع و تفریق‌ها را پیدا کنید. هر جا لازم است عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} =$$

$$7 - 3\frac{1}{4} =$$

$$5\frac{2}{3} - 1 =$$

$$3\frac{1}{2} + \frac{5}{7} =$$

$$2\frac{3}{5} + 4\frac{2}{10} =$$

فعالیت



ناهید دیروز $\frac{3}{4}$ لیتر و امروز $\frac{5}{6}$ لیتر شیر نوشیده است. او می‌خواهد بداند در این دو روز روی هم چند لیتر شیر نوشیده است. راه‌حل او و دوستش را توضیح دهید. هر جا که لازم است راه‌حل را کامل کنید.

الف) ناهید ابتدا کسرهای مساوی $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ را با مخرج‌های برابر پیدا کرد و بعد پاسخ را به دست آورد:

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} \quad \frac{5}{6} = \frac{\square}{24}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{\square}{24} + \frac{\square}{24} = \frac{\square}{\square} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12} \text{ لیتر}$$

ب) مهدیه به روش دیگری عمل کرد. روش او و ناهید را با هم مقایسه کنید.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{12} = \frac{\square}{\square} = 1\frac{7}{12} \text{ لیتر}$$

پ) شما کار مهدیه را ادامه دهید و کسرهای مساوی $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ را بنویسید.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{\square}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{\square}{28} = \frac{24}{32} = \frac{\square}{36}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{\square}{24} = \frac{25}{30} = \frac{\square}{36}$$

کسرهای مساوی چگونه به دست آمده‌اند؟

در کسرهای بالا دو کسر دیگر با مخرج‌های برابر پیدا کنید که با $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ برابر باشند. سپس آنها را با هم جمع و نتیجه را با الف) و ب) مقایسه کنید.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{36} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

برای جمع $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ ابتدا دو کسر مساوی با مخرج‌های برابر به دست آوردیم. هر یک از اعداد ۱۲، ۲۴ و ۳۶ را یک **مخرج مشترک** دو کسر می‌نامیم.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \begin{cases} \frac{9}{12} + \frac{10}{12} \\ \frac{18}{24} + \frac{20}{24} \\ \frac{27}{36} + \frac{30}{36} \end{cases}$$

عدد ۱۲ **کوچک‌ترین مخرج مشترک** دو کسر است و محاسبات را ساده‌تر می‌کند. برای جمع یا تفریق دو کسر با مخرج‌های نابرابر بهتر است ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر را پیدا کنیم و سپس جمع یا تفریق را انجام دهیم.

کار در کلاس

۱- ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر را مانند نمونه پیدا کنید و سپس جمع یا تفریق را انجام دهید.

$$\frac{5}{18} + \frac{1}{12}$$

با توجه به فعالیت قبل کافی است مضرب‌های ۱۸ و ۱۲ را به دست آوریم:

مضرب‌های ۱۸: ۱۸، ۳۶، ۵۴، ...

مضرب‌های ۱۲: ۱۲، ۲۴، ۳۶، ...

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳۶ است.

یعنی کوچک‌ترین مخرج مشترک ۱۸ و ۱۲ عدد ۳۶ است.

$$\frac{5}{18} + \frac{1}{12} = \frac{10}{36} + \frac{3}{36} = \frac{13}{36}$$

$$\frac{3}{10} - \frac{4}{15} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{7}{24} + \frac{5}{16} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{9} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} =$$

۲- حاصل جمع یا تفریق عددهای مخلوط را به دست آورید. اگر لازم است عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید:

$$2\frac{3}{4} + 1\frac{5}{6} =$$

$$2\frac{1}{12} - \frac{3}{16} =$$

تمرین

۱- حاصل جمع یا تفریق‌های زیر را به دست آورید :

$$\frac{7}{10} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{8}{9} - \frac{1}{3} =$$

$$7 - 3\frac{1}{5} =$$

$$\frac{2}{21} + \frac{5}{6} =$$

$$5\frac{11}{12} - 5\frac{4}{9} =$$

$$1\frac{1}{18} + 2\frac{1}{8} =$$

۲- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ (و از چپ به راست) مرتب کنید :

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, 1, \frac{1}{18}, 5$$

۳- حاصل $\frac{99}{100} + \frac{5}{8}$ به کدام یک از عددهای زیر نزدیک تر است؟

ث) ۹/۹

ت) ۵

پ) ۱/۵

ب) ۱۰

الف) ۳



۴- طول یک باغچه‌ی مستطیل شکل $2\frac{1}{10}$ متر و عرض آن $1\frac{1}{4}$ متر است. محیط و مساحت این باغچه را به دست آورید.

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست محاسبه شده است؟ هر جا لازم است راه حل را اصلاح کنید.

$$\frac{7}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7+3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{3}{15} + \frac{3}{20} = \frac{3}{15+20} = \frac{3}{35}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{7}{10}$$

۶- برای جمع روبه‌رو یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید :



۷- دو نیکوکار هر کدام $\frac{1}{3}$ دارایی خود را برای ساختن مدرسه اهدا کردند. آیا به‌طور قطعی می‌توان گفت مقدار پول اهداشده توسط این دو نفر مساوی است؟ مثال بزنید. از رسم شکل هم می‌توانید کمک بگیرید.

۸- دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را به سه روش مقایسه کنید :

پ) با رسم شکل

ب) با مخرج مشترک گرفتن

الف) به کمک محور اعداد

۹- در جاهای خالی اعدادی بنویسید که رابطه درست باشد.

$$\frac{2}{3} \times \square = \frac{1}{4} \times \square$$


$$\frac{2}{3} \times \square < \frac{1}{4} \times \square$$

$$\frac{2}{3} \times \square > \frac{1}{4} \times \square$$

ضرب کسرها

فعالیت

در جدول زیر حل هر مسئله را در سمت چپ بنویسید. در آخرین سطر یک مسئله در مورد ضرب کسرها طرح و آن را حل کنید. مسئله‌ی خود را با مسئله‌های دوستانتان مقایسه کنید.

	<p>بهتر است $\frac{2}{3}$ هر وعده‌ی غذایی از «میوه‌ها و سبزیجات» باشد. اگر در خانواده‌ای در یک وعده ۶ واحد ماده‌ی غذایی مصرف شود، بهتر است که چه مقدار از «میوه‌ها و سبزیجات» باشد؟</p>	
	<p>برای پختن یک کیک $\frac{3}{4}$ کیلوگرم آرد لازم است. برای پختن ۲ کیک از همان نوع چقدر آرد لازم است؟</p>	
	<p>حدود $\frac{3}{5}$ دانش‌آموزان ایرانی در دوره‌ی ابتدایی تحصیل می‌کنند. اگر $\frac{1}{6}$ آنها در کلاس ششم تحصیل کنند، چه کسری از کل دانش‌آموزان کلاس ششم هستند؟</p>	

کار در کلاس

حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید. هر جا امکان دارد پاسخ را ساده کنید.

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} =$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{7}{8} =$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} =$$

$$8 \times \frac{1}{8} =$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{14} =$$

$$\frac{3}{5} \times 5 =$$

$$5 \frac{1}{3} \times 3 \frac{1}{8} =$$

$$6 \frac{3}{4} \times \frac{8}{54} =$$

فعالیت

در جدول زیر یک عدد از سطر اول و یک عدد از سطر دوم انتخاب کنید؛ به طوری که حاصل ضرب آنها برابر ۱ شود. هر جفت از این اعداد را با یک رنگ، رنگ‌آمیزی کنید و مانند نمونه ضرب آنها را بنویسید.

$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	۵	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{4}$	$2\frac{2}{3}$	۲	$\frac{6}{27}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{5}$	۴	$\frac{5}{3}$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$$

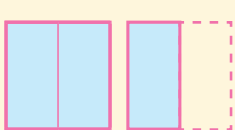

هرگاه حاصل ضرب دو عدد برابر ۱ باشد، آن دو عدد را «معکوس» یکدیگر می‌نامند. همه‌ی اعداد به جز صفر معکوس دارند.

کار در کلاس

۱- معکوس هریک از عددهای زیر را به صورت کسر بنویسید.

$$\begin{array}{cccccc}
 ۲۳ & \frac{۶}{۱۲} & \frac{۱۸}{۳} & \frac{۱}{۱۰} & ۱ & \\
 \frac{۲}{۹} & \frac{۱}{۸} & ۱۲ & ۰/۷ & &
 \end{array}$$

۲- مانند نمونه بقیه‌ی جدول را کامل کنید.

واحد	شکل رنگ شده	کسر	عمل جدید	شکل جدید	عبارت ریاضی
		$\frac{۳}{۲}$	$\frac{۲}{۳}$ قسمت رنگ شده را هاشور بزنید.		$\frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۲} = ۱$
		$\frac{۴}{۳}$	$\frac{۳}{۴}$ شکل را هاشور بزنید.		$\frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۳} =$
		$\frac{۵}{۱}$	$\frac{۱}{۵}$ شکل را هاشور بزنید.		$\frac{۱}{۵} \times ۵ =$

فعالیت

۱- در جاهای خالی عددهای مناسب قرار دهید، طوری که در هر ردیف همه‌ی کسرها با هم مساوی باشند.

الف) $\frac{۴}{۱} = \frac{۸}{۲} = \frac{۱۲}{\square} = \frac{\square}{۴} = \frac{۲۰}{\square} = \frac{\square}{۶} = \frac{\square}{\square}$

ب) $\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶} = \frac{۶}{\square} = \frac{۸}{\square} = \frac{\square}{۱۵} = \frac{۱۲}{\square} = \frac{\square}{\square}$

$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{24}$$

۲- در جاهای خالی چه عددی را باید نوشت؟
عدد ۳، برابر شده است، پس ۲ هم باید _____ شود.

به عبارت دیگر اول ۲۴ را بر ۳ تقسیم می‌کنیم تا بفهمیم ۳ چند برابر شده است، و بعد ۲ را در آن عدد ضرب

می‌کنیم، یعنی

$$\square = 2 \times \frac{24}{3} = \frac{2 \times 24}{\cancel{3}} =$$

کار در کلاس

۱- جاهای خالی را با روشی که در فعالیت ۲ آموختید، پر کنید.

$$\frac{\square}{12} = \frac{5}{6} \rightarrow \square = \frac{5 \times 12}{6}$$

$$\frac{12}{10} = \frac{18}{\square} \rightarrow \square = \frac{18 \times 10}{12}$$

به‌طور کلی در تساوی دو کسر مانند $\frac{\triangle}{\square} = \frac{?}{\circ}$ ، از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$? = \frac{\triangle \times \circ}{\square}$$

۲- در تساوی $\frac{12}{\square} = \frac{42}{35}$ جای خالی را به دو روش پر کنید.

الف) به روش بالا
ب) ابتدا $\frac{42}{35}$ را ساده کنید.

تمرین

۱- حاصل ضرب زیر را به‌دست آورید. هر جا امکان دارد پاسخ را ساده کنید.

$$2\frac{3}{5} \times 1\frac{3}{2} =$$

$$\frac{14}{63} \times \frac{72}{16} =$$

۲- حاصل هریک از ضرب‌های ردیف اول به کدام یک از اعداد در ردیف دوم نزدیک‌تر است؟

$$\frac{1}{4} \times 21$$

$$\frac{2}{5} \times 6$$

$$9 \times \frac{3}{4}$$

۲

۳

۵

۶

۷

۱۰

۳- جدول روبه‌رو را کامل کنید.

×	۱۲	<input type="text"/>	۶۰	<input type="text"/>
$\frac{۱}{۲}$	۶	۱۰		$\frac{۳}{۴}$
$\frac{۲}{۳}$			۴۰	۱
<input type="text"/> <input type="text"/>				

۴- حاصل ضرب $\frac{۳}{۴} \times \frac{۵}{۱۲}$ با حاصل ضرب کدام عبارت‌های زیر برابر است؟

$$\frac{۵}{۴} \times \frac{۳}{۱۲}$$

$$\frac{۵}{۸} \times \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۴}{۱۲} \times \frac{۵}{۳}$$

$$\frac{۵}{۱۶} \times \frac{۱}{۳}$$

۵- الف) $\frac{۱}{۵}$ برابر $\frac{۳}{۴}$ را پیدا کنید.

ب) نصف $\frac{۳}{۴}$ را پیدا کنید.

۶- در عبارت زیر سه عدد مثال بزنید که اگر به جای قرار دهیم رابطه درست باشد:

$$\frac{۲}{۳} \times \text{} > ۱$$

پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.

۷- چهار کارت با شماره‌های **۱** و **۲** و **۳** و **۴** داریم. این کارت‌ها را چگونه در جای خالی قرار دهیم تا حاصل ضرب کسرهای به‌دست آمده بیشترین مقدار ممکن باشد؟

$$\frac{\text{>}}{\text{>}} \times \frac{\text{>}}{\text{>}} =$$

۸- در مسئله‌ی ۷ اگر به جای علامت ضرب، علامت جمع باشد، پاسخ چه خواهد بود؟

۹- با قرار دادن عددهای مختلف در جاهای خالی کسرهایی بیابید که حاصل ضرب آنها $\frac{۸}{۱۵}$ شود.

$$\frac{\text{>}}{\text{>}} \times \frac{\text{>}}{\text{>}} = \frac{۸}{۱۵}$$

پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.

۱۰- کدام یک از ضرب‌های زیر درست محاسبه شده است؟

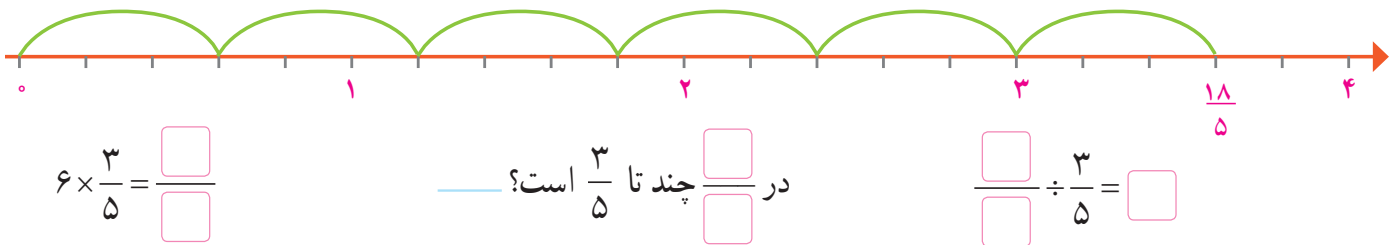
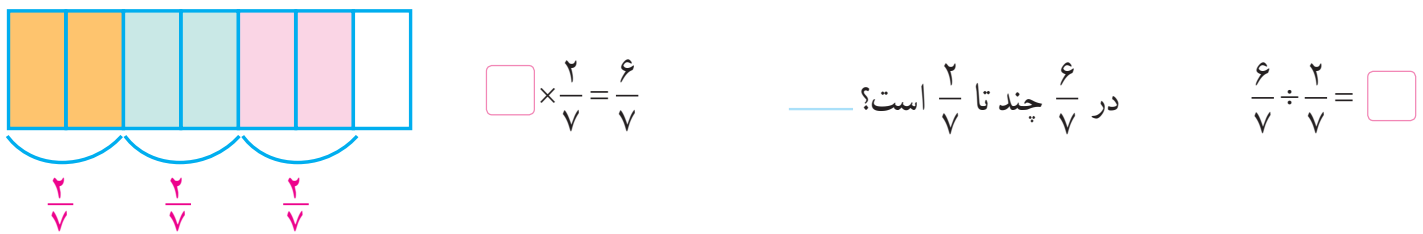
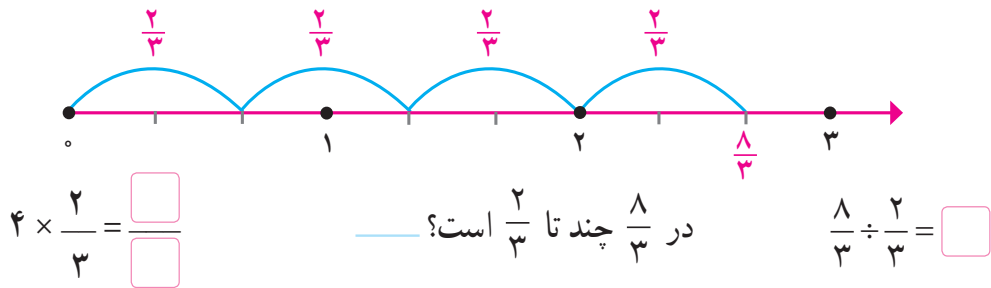
$$۱\frac{۲}{۳} \times ۲\frac{۳}{۴} = ۲\frac{۶}{۱۲}$$

$$۱\frac{۲}{۳} \times ۲\frac{۳}{۴} = \frac{۵}{۳} \times \frac{۱۱}{۴} = \frac{۵۵}{۱۲}$$

تقسیم کسرها

فعالیت

۱- برای هر شکل یک ضرب و یک تقسیم نوشته شده است. با توجه به شکل جاهای خالی را پر کنید.



۲- به کمک رسم شکل حاصل هر تقسیم را به دست آورید.

$$\frac{12}{5} \div \frac{4}{5} =$$

$$\frac{4}{3} \div \frac{2}{3} =$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} =$$

برای تقسیم دو کسر با مخرج‌های برابر کافی است صورت‌های آنها را بر یکدیگر ——— کنیم.

کار در کلاس

مانند نمونه حاصل هر تقسیم را به دست آورید.

$$\frac{18}{5} \div \frac{6}{5} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\frac{20}{17} \div \frac{10}{17} =$$

$$\frac{9}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{\square}{\square} = 1\frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{6} =$$

فعالیت



۱- مسئله‌ی زیر را بخوانید و راه‌حل‌های داده شده را کامل کنید و توضیح دهید.

الف) $4\frac{1}{2}$ کیلوگرم پسته را در بسته‌هایی به وزن $\frac{1}{2}$ کیلوگرم بسته‌بندی کرده‌ایم.

$$4\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \div \frac{\square}{2} = \frac{\square}{\square} = \square$$

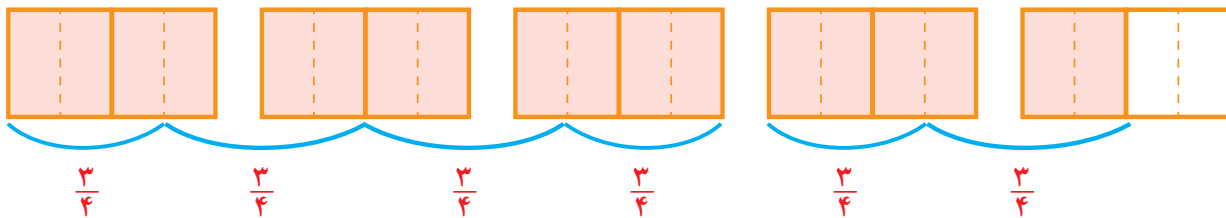
تعداد بسته‌ها چقدر است؟

به کمک شکل تعداد بسته‌ها _____ است.



ب) اگر بخواهیم وزن هر بسته $\frac{3}{4}$ کیلوگرم باشد تعداد بسته‌ها چقدر خواهد بود؟

$$4\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{\square}{4} \div \frac{3}{4} = \frac{\square}{3} = \square$$



با توجه به شکل تعداد بسته‌ها _____ خواهد بود.

۲- در تقسیم‌های زیر مخرج دو کسر متفاوت است. توضیح دهید که چگونه ابتدا مخرج‌ها را برابر کرده‌ایم. راه‌حل‌ها را کامل کنید.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{15} \div \frac{\square}{15} = \frac{\square}{\square} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{3}{8} = \frac{\square}{24} \div \frac{\square}{24} = \frac{\square}{\square}$$

$$6 \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{\square}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{\square}{\square} = 4$$

$$\frac{5}{12} \div \frac{3}{18} = \frac{\square}{36} \div \frac{6}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{5}{2}$$

کار در کلاس

حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} =$$

$$2\frac{1}{9} \div \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{2}{9} =$$

$$\frac{8}{12} \div \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{6} \div \frac{2}{5} =$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{6}{7} =$$

فعالیت

با روشی که در سال گذشته آموخته‌اید، می‌توانید هریک از تقسیم‌های زیر را ابتدا به ضرب تبدیل کنید و سپس حاصل آن را به دست آورید. راه حل را کامل کنید.

$$\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$5 \div \frac{1}{2} = 5 \times \square$$

$$5 \div \frac{1}{10} = 5 \times 10 = \square$$

$$5 \div 3 = 5 \times \frac{\square}{\square}$$

$$1 \div \frac{1}{10} = 1 \times 10 = \square$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} =$$

در مورد تقسیم روبه‌رو چه حدس می‌زنید؟

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times ?$$

به جای علامت سؤال چه عددی را باید نوشت؟

با دنبال کردن مراحل زیر پاسخ را پیدا می‌کنید.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \div \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$$

تقسیم زیر را با همین روش به ضرب تبدیل کنید:

$$\frac{3}{7} \div \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2} \div \frac{1 \times 1}{2 \times 1} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{3}{7} \times \frac{\square}{\square}$$

برای تقسیم دو کسر کافی است که کسر اول را در معکوس ضرب کنیم.

کار در کلاس

حاصل هریک از تقسیم‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید:

$$\frac{18}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{18}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{5}$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{9}{4} =$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{8}{12} \div \frac{6}{7} =$$

$$\frac{4}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} =$$

تمرین

۱- حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{5} \div \frac{9}{10}$$

$$\frac{5}{12} \div \frac{5}{8}$$

$$\frac{25}{36} \div \frac{15}{48}$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{3}$$

$$2 \div \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4} \div 1$$

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{9}$$

$$1\frac{2}{10} \div 2\frac{4}{5}$$



۲- ۴ کیلو چای را در بسته‌های $\frac{2}{5}$ کیلوگرمی بسته‌بندی کرده‌ایم. تعداد بسته‌ها چند تا است؟

$$\frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square} = \frac{2}{3}$$

۳- در جاهای خالی دو کسر بنویسید که حاصل تقسیم آنها $\frac{2}{3}$ باشد.



۴- یک بطری $\frac{9}{10}$ لیتر دوغ دارد. با این بطری دوغ چند لیوان به گنجایش $\frac{15}{100}$ لیتر را می‌توان پر کرد؟



۵- روبانی به طول $\frac{8}{9}$ متر را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. طول هر قسمت چقدر است؟

۶- ۴ لیتر شیر را در بطری‌های نیم‌لیتری ریخته‌ایم. تعداد بطری‌ها چند تا است؟

۷- حاصل $2 \div \frac{2}{5}$ را به کمک رسم شکل پیدا کنید.

۸- برای تقسیم روبه‌رو یک مسئله طرح و آن را حل کنید.

$$\frac{1}{2} \div 5$$

۹- به جای \square سه عدد بنویسید به طوری که رابطه‌ی $\square > 1 \div \frac{5}{2}$ درست باشد.

فعالیت



عماد و دوستانش برای جشن مبعث پیامبر (ص) شربت آبلیمو درست کردند. در جدول زیر موادی که آنها استفاده کرده‌اند و مقدار آن داده شده است. اگر این مقدار شربت را در لیوان‌هایی بریزیم که در هر کدام $\frac{1}{5}$ کیلوگرم شربت جا می‌شود، این مقدار شربت برای پر کردن چند لیوان کافی است؟ (راه حل را کامل کنید.)

مواد لازم	شکر	آبلیمو	آب
میزان	۴ پیمانه	۲ پیمانه	۱۵ پیمانه
وزن معادل	۱ کیلوگرم	$\frac{1}{2}$ کیلوگرم	$۳\frac{3}{5}$ کیلوگرم

$$1 + \frac{1}{2} + 3\frac{3}{5}$$

توضیح دهید که چرا برای به دست آوردن پاسخ باید حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آوریم.

$$1 + \frac{1}{2} + 3\frac{3}{5} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{\square}{5} = \frac{\square}{10} + \frac{\square}{10} + \frac{\square}{10} = \frac{51}{10}$$

مقدار شربت

$$\frac{51}{10} \div \frac{1}{5} = \frac{51}{10} \times 5 = \frac{51}{2} = 25\frac{1}{2}$$

بنابراین، این مقدار شربت برای حدود لیوان کافی است.
مقدار مواد لازم را برای ۱۰۰ لیوان پیدا کنید.

کار در کلاس

مانند نمونه حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\frac{1}{6} - \frac{5}{9} = \frac{3}{18} - \frac{10}{18} = \frac{7}{18} - \frac{5}{9} = \frac{7}{18} - \frac{10}{18} = \frac{7-10}{18} = \frac{-3}{18} = -\frac{1}{6}$$

$$3 - \frac{2}{3} = \frac{9}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{12} = \frac{2}{3} \times \frac{12}{1} = \frac{24}{3} = 8$$

فعالیت

اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. در مورد روش‌های مختلف آن در کلاس گفت‌وگو کنید.

$$1, \frac{1}{2}, \frac{11}{5}, \frac{7}{4}, 5, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{8}, 2, \frac{1}{3}$$

مراحل زیر یکی از روش‌های حل این مسئله را نشان می‌دهد.

(الف) بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

(ب) چه اعدادی از ۲ بیشتر هستند؟

(پ) چه اعدادی از ۱ بیشتر و از ۲ کمترند؟

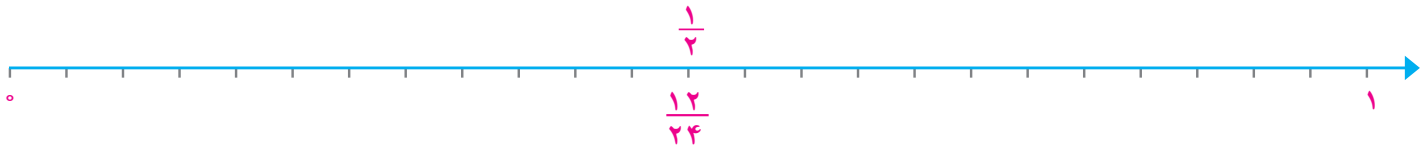
(ت) اعداد کمتر از ۱ کدام‌اند؟

$$\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}, 5$$

$$\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{3}, \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}$$

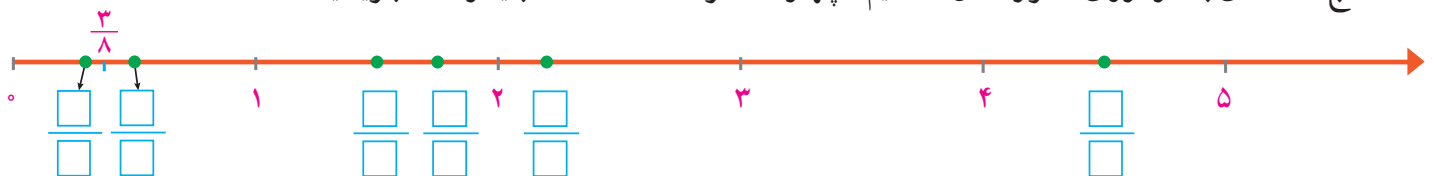
برای مقایسه‌ی این سه عدد مخرج‌های آنها را برابر کنید. این سه عدد را روی محور هم نشان دهید.



(ث) اکنون با پرکردن جاهای خالی همه‌ی این ۱۰ عدد را مرتب کنید.

$$\frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < 1 < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < 2 < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < 5$$

(ج) عددهای بالا را روی محور نشان داده‌ایم. چهار عدد نوشته شده است. بقیه را شما بنویسید.



آیا شما می‌توانید فعالیت بالا را به روش دیگری انجام دهید؟

کار در کلاس

هر دسته از اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{25}$$

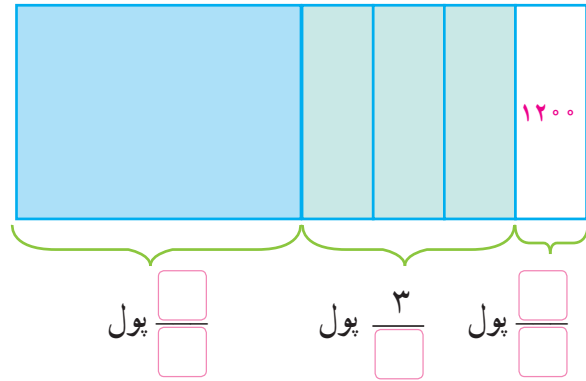
$$\frac{2}{9}, \frac{8}{5}, \frac{5}{8}, \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{7}, \frac{3}{9}, \frac{3}{20}$$

$$\frac{7}{5}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, 1\frac{2}{3}$$

فعالیت

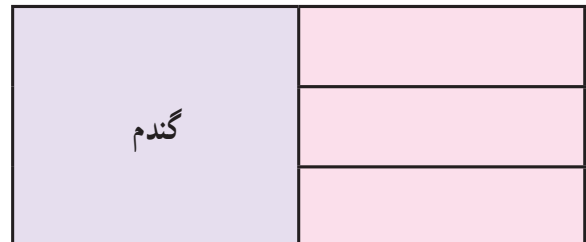
را حله با نصف پول خود یک کتاب خرید و با $\frac{3}{4}$ باقیمانده‌ی پولش یک دفتر خرید. اگر پس از خرید کتاب و دفتر ۱۲۰۰ تومان برای راحله باقی مانده باشد، پول راحله چقدر بوده است؟ راه حل را کامل کنید و آن را توضیح دهید.
با توجه به شکل کافی است که حاصل ضرب $1200 \times \square$ را پیدا کنیم.



آیا روش دیگری برای حل مسئله‌ی بالا می‌دانید؟

کار در کلاس

۱- کشاورزی نیمی از زمین خود را گندم کاشت. او نیم دیگر را سه قسمت کرد و در یک قسمت آن جو و در یک قسمت دیگر یونجه کاشت. سپس قسمت سوم را هم نصف کرد و در یک قسمت آن سبزیجات کاشت. او چه کسری از زمین خود را سبزیجات کاشته است؟ از شکل استفاده کنید.



۲- $\frac{3}{4}$ دانش‌آموزان یک کلاس در مسابقات دهه‌ی فجر شرکت کردند. $\frac{1}{3}$ این تعداد در مسابقه‌ی عکاسی راهپیمایی ۲۲ بهمن شرکت کردند. اگر تعداد کسانی که در مسابقه‌ی عکاسی شرکت کردند ۸ نفر باشد این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

تمرین

۱- کدام یک از دسته کسرها از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند؟

الف) $\frac{3}{5}, \frac{6}{15}, \frac{2}{10}$

ب) $\frac{2}{10}, \frac{3}{5}, \frac{6}{15}$

پ) $\frac{2}{10}, \frac{6}{15}, \frac{3}{5}$

ت) $\frac{6}{15}, \frac{3}{5}, \frac{2}{10}$

۲- کدام محاسبه درست انجام شده است؟

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{3}{5+4}$$

۳- یکی از کسرهای زیر با بقیه برابر نیست. آن را مشخص کنید.

$\frac{30}{42}, \frac{10}{14}, \frac{15}{35}, \frac{35}{49}, \frac{20}{28}$

۴- حاصل $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$ را به کمک یکی از روش‌های زیر به دست آورید.

الف) با مخرج مشترک گرفتن
ب) به کمک محور
پ) با رسم شکل

۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

ب) $\frac{12}{36}$
 $\frac{14}{15}$

پ) $8\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4} - 2\frac{1}{10}$

۶- کیک به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم و قسمت‌های زیر از آن مصرف شد:

$\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$



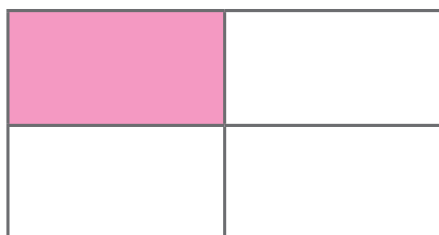
آیا از کیک چیزی باقی مانده است؟

۷- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$\frac{2}{7}, \frac{5}{2}, 0/1, 2\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, 0/7, 1/5$

۸- آیا امکان دارد که $\frac{1}{3}$ پول شما از نصف پول دوستان بیشتر باشد؟ چگونه؟ توضیح دهید و مثال بزنید.

۹- برای شکل زیر یک مسئله طرح و آن را حل کنید. پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.



مرور فصل

فرهنگ نوشتن

۱- چگونه معکوس یک کسر را به دست می آوریم؟

۲- آیا معکوس یک کسر همیشه از خود آن کسر کوچک تر است؟ توضیح دهید.

$$1 \div \frac{1}{5} \text{ و } \frac{1}{5} \div 1$$

۳- آیا حاصل تقسیم های روبه رو برابر است؟ چرا؟

۴- با رسم شکل توضیح دهید که چگونه حاصل $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$ برابر $\frac{1}{5}$ است.

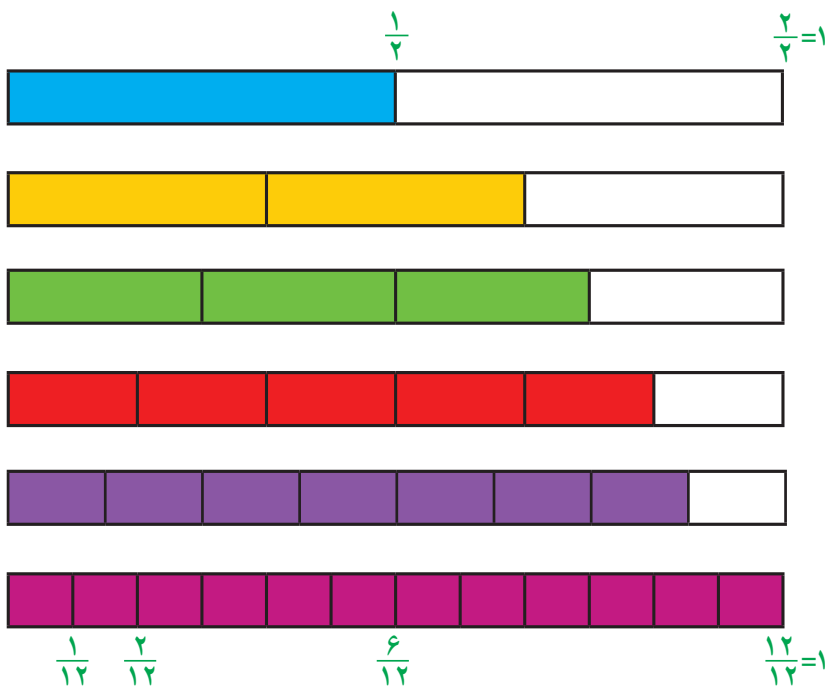
۵- در جای خالی چه تعداد کسر می توان نوشت تا رابطه ی زیر درست باشد؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

$$\frac{2}{3} \times \frac{\square}{\square} = \frac{10}{3}$$

تمرین

۱- هریک از نوارهای کاغذی زیر، به قسمت های مساوی تقسیم شده است.

کسری را که هر نوار نشان می دهد، مانند نمونه بنویسید و با توجه به آن جاهای خالی را پر کنید.



$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{8}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\quad}{12}$$

با توجه به شکل بالا، بین دو کسر علامت مناسب بگذارید. ($<$ ، $=$ ، $>$)

$$\frac{5}{12} \bigcirc \frac{7}{12}$$

$$\frac{3}{8} \bigcirc \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{12} \bigcirc \frac{5}{6}$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید.

$$8\frac{3}{4} - 2\frac{5}{12}$$

$$2\frac{3}{5} + 6\frac{13}{15}$$

$$\frac{1}{4} \times 8\frac{4}{9}$$

$$5\frac{3}{5} \div 4\frac{2}{3}$$

۳- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$\frac{1}{7} \times \square = 1$$

$$\frac{\square}{\square} \times \frac{4}{5} = 1$$

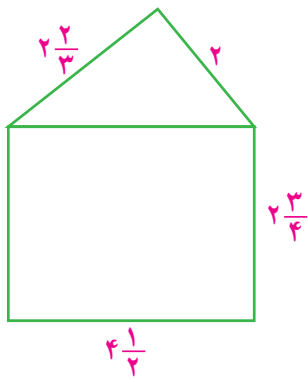
$$\frac{\square}{\square} \times 2 = 1$$

$$3 \div \square = 3$$

$$5 \div \square = 1$$



۴- مریم $\frac{3}{4}$ اوقات فراغت خود را به مطالعه گذراند. او این وقت را به طور مساوی برای مطالعه‌ی ۶ کتاب استفاده کرد. مریم برای هر کتاب چه کسری از اوقات فراغت خود را صرف کرده است؟



۵- محیط مثلث و محیط مستطیل را در شکل روبه‌رو به دست آورید. محیط شکل چقدر است؟ مساحت مستطیل را هم به دست آورید.

۶- سه کسر بین ۱ و ۲ را بنویسید که از $1\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر باشند.

۷- مسئله‌ی زیر را به دلخواه خود کامل و آن را حل کنید. مسئله‌ی خود را با مسئله‌های دانش‌آموزان دیگر مقایسه کنید:

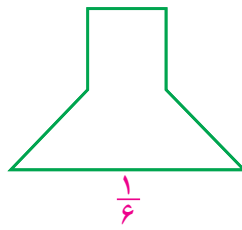
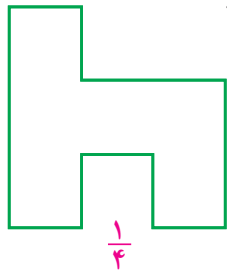
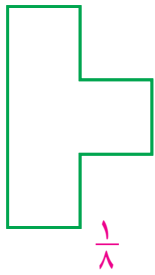
«امید $\frac{1}{5}$ عیدی خود را برای کمک به نیازمندان هدیه کرد و...»

$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$	
$\frac{1}{5}$		

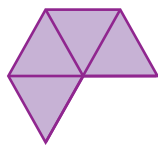
۸- مجموع کسرهای سطرها، ستون‌ها و قطرهای

مربع روبه‌رو $\frac{1}{4}$ است. سه تا از کسرها داده شده‌اند. بقیه را پیدا کنید.

۹- با تقسیم هر شکل به قسمت‌های مساوی، کسر موردنظر را نشان دهید.



۱۰- فاصله‌ی دو شهر «آ» و «ب»، ۱۲۰ کیلومتر است. اتومبیلی، $\frac{2}{3}$ فاصله‌ی «آ» تا «ب» را پیمود و توقف کرد. اتومبیل دیگری نصف فاصله‌ی «ب» تا «آ» را پیمود و توقف کرد. فاصله‌ی دو اتومبیل از هم در این حالت چقدر است؟



۱۱- اگر شکل روبه‌رو $\frac{4}{3}$ را نشان دهد، واحد را رسم کنید.

معما و سرگرمی

یک مخزن آب ۱۷۱ لیتر گنجایش دارد. این مقدار آب را در سه مخزن «آ»، «ب» و «ج» ریخته‌ایم. حجم مخزن «آ»، $\frac{1}{3}$ مخزن «ب» و حجم مخزن «ج»، $\frac{1}{4}$ مخزن «ب» است. حجم هر مخزن چند لیتر است؟

فرهنگ خواندن

برای تقسیم دو کسر یاد گرفته‌اید که کافی است کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کنیم. در اینجا درستی این قانون را با یک روش دیگر نشان می‌دهیم. به‌طور مثال می‌خواهیم حاصل عبارت $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$ را پیدا کنیم.

ابتدا عبارت $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$ را به صورت کسر $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}$ می‌نویسیم. اگر این کسر را در عدد یک ضرب کنیم، نتیجه تفاوتی

نمی‌کند. به جای عدد ۱، کسر $\frac{5}{4}$ را قرار می‌دهیم. اکنون در ضرب دو کسر $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} \times \frac{5}{4}$ حاصل ضرب مخارج‌های دو

کسر، عدد یک می‌شود و حاصل ضرب صورت‌ها هم $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$ پس حاصل برابر $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$ است.

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} \times 1 = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} \times \frac{5}{4} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}}{\frac{4}{5} \times \frac{5}{4}} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$$