

۴

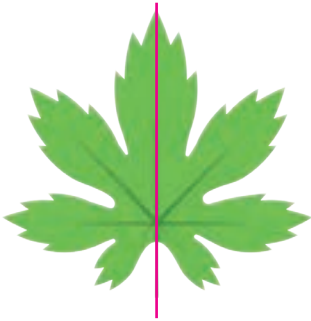
تقارن و چندضلعی ها



خانهدی طباطبایی ها - کاشان

تقارن، نظم و هماهنگی از مهم ترین ویژگی های هنر ایرانی است.
آیا می توانید در شکل های بالا تقارن ها را مشخص کنید؟

تقارن محوری

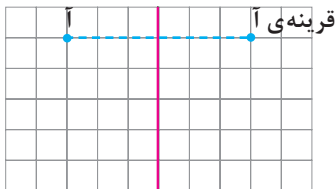
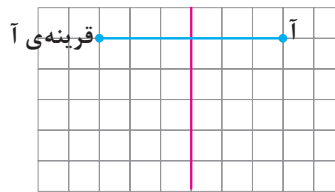
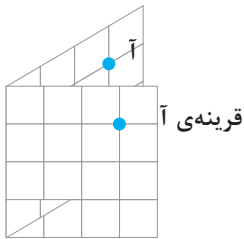


برگ‌ها فعالیت‌های زیادی دارند؛ مثلاً اکسیژن تولید می‌کنند. همچنین آب به صورت بخار از سطح برگ‌ها دفع می‌شود. در شکل روبه‌رو تصویر یک برگ را می‌بینید. به سمت چپ و سمت راست این برگ نگاه کنید. با تا کردن برگ از روی خط قرمز رنگ، قسمت چپ و قسمت راست برگ روی هم قرار می‌گیرند. به این خط، خط تقارن می‌گویند. دو طرف این خط قرینه‌ی یکدیگرند. به اطراف خود نگاه کنید؛ کدام شکل‌ها این ویژگی را دارند؟

فعالیت

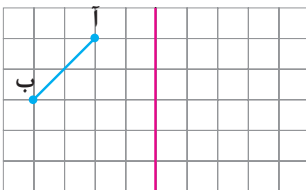
۱- خانم جلالی از دانش‌آموزان خواسته بود قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» نسبت به خط تقارن را پیدا کنند. دانش‌آموزان به روش‌های زیر قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» را پیدا کردند:

محمد مهدی: من کاغذ را از روی خط تقارن، تا کردم و قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» را پیدا کردم.

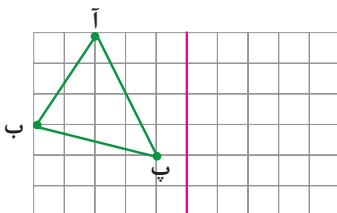


علی: من از نقطه‌ی «آ» روی خط‌های شطرنجی حرکت کردم تا به خط تقارن رسیدم. سپس به همان اندازه در طرف دیگر ادامه دادم.

این دو روش را با یکدیگر مقایسه کنید.

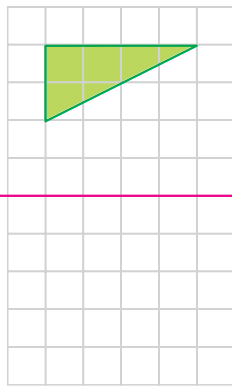
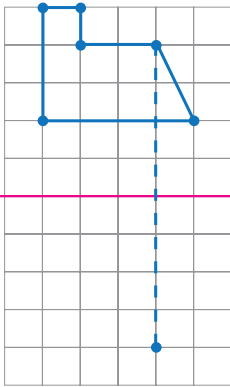


۲- قرینه‌ی پاره‌خط «آ ب» نسبت به خط تقارن را پیدا کنید. توضیح دهید که چگونه این کار را انجام دادید.



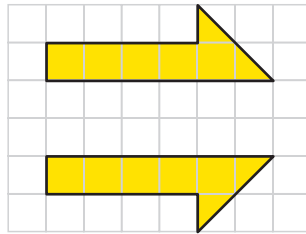
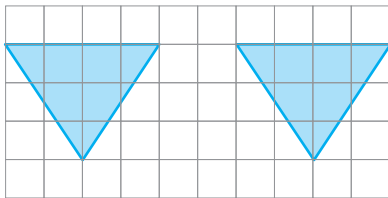
۳- قرینه‌ی مثلث «آ ب پ» را نسبت به خط تقارن پیدا کنید.

فعالیت



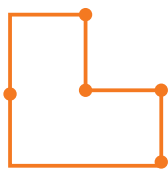
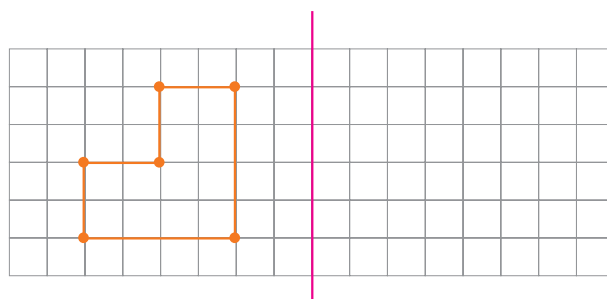
۴- قرینه‌ی شکل‌های روبه‌رو را نسبت به خطّ تقارن پیدا کنید. برای راهنمایی شما، قرینه‌ی یک نقطه رسم شده است.

۵- قرینه‌ی هر شکل نسبت به خطّ تقارن آن رسم شده است. محلّ خطّ تقارن را پیدا کنید.

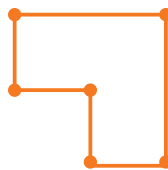


کار در کلاس

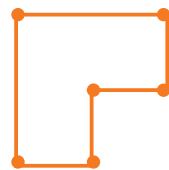
۱- الف) کدام یک از شکل‌های زیر، قرینه‌ی شکل داده شده است؟ با استفاده از شکل‌ها ابتدا پاسخ را حدس بزنید و سپس آن را رسم کنید.



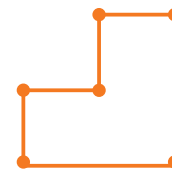
(شکل ۱)



(شکل ۲)



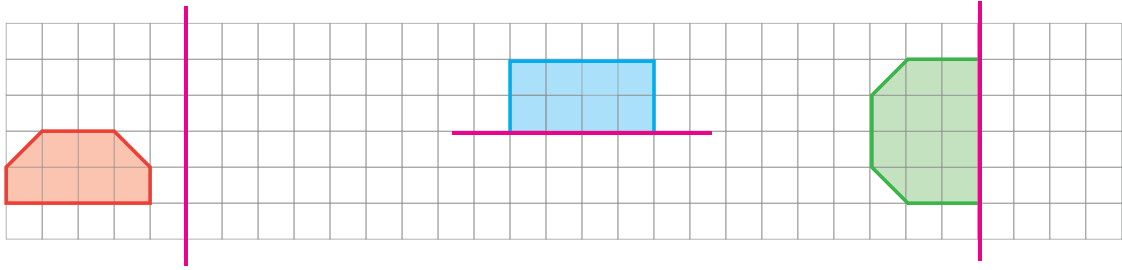
(شکل ۳)



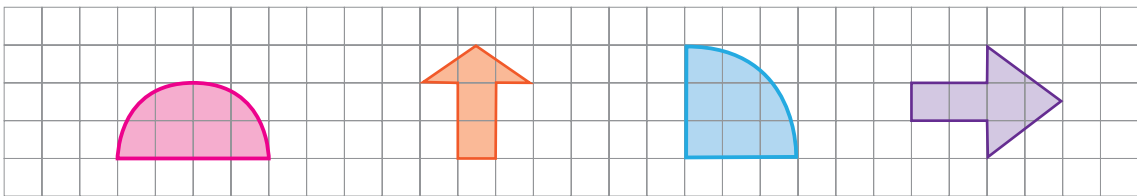
(شکل ۴)

ب) توضیح دهید که پیدا کردن قرینه‌ی یک نقطه از شکل، چگونه به رسم قرینه‌ی کلّ شکل کمک می‌کند.

۲- ابتدا قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط تقارن تصور کنید. سپس آن را رسم کنید.

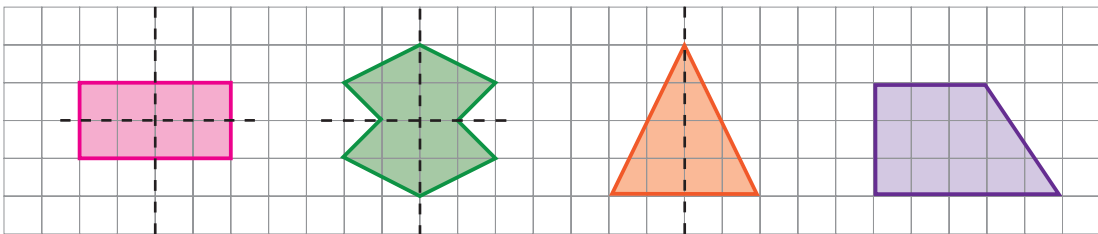


۳- در شکل‌های زیر، خط تقارن را رسم کنید. توضیح دهید که چگونه این کار را انجام می‌دهید.

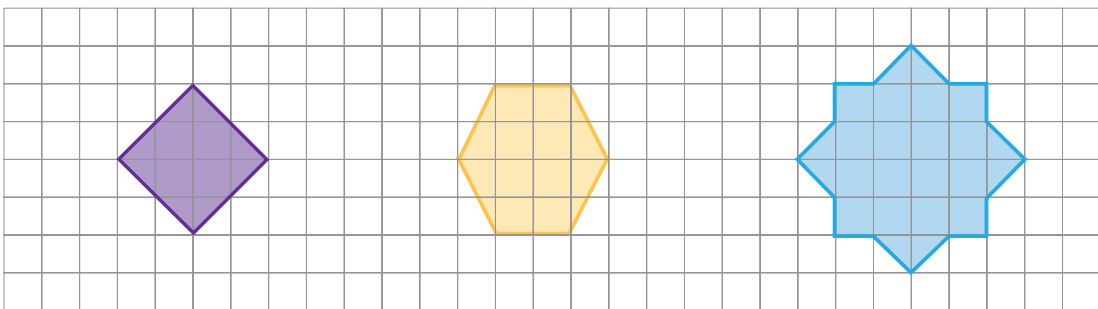


۴- ممکن است شکلی خط تقارن نداشته باشد یا بیشتر از یک خط تقارن داشته باشد. در شکل‌های زیر، خط‌چین‌ها خط

تقارن هستند.



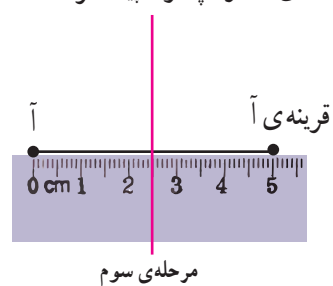
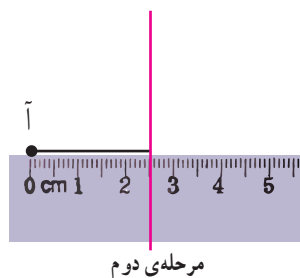
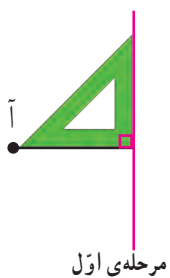
در شکل‌های زیر، همه‌ی خط‌های تقارن را رسم کنید.

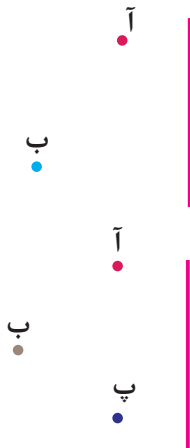


فعالیت

۱- آموزگار برای پیدا کردن قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» نسبت به خط تقارن داده شده، مانند شکل‌های زیر عمل کرد. توضیح دهید

که او قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» را چگونه پیدا کرده است.

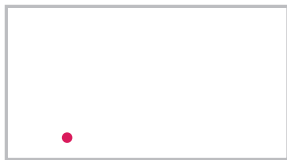




۲- شما هم به روش آموزگار، قرینه‌ی هریک از نقطه‌های «آ» و «ب» را نسبت به خط تقارن داده شده پیدا کنید. توضیح دهید که چگونه این کار را انجام می‌دهید.

۳- ابتدا سه نقطه‌ی «آ»، «ب» و «پ» را به هم وصل کنید. چه شکلی به دست می‌آید؟ اکنون قرینه‌ی این سه نقطه را پیدا کنید و به هم وصل کنید. چه شکلی به دست می‌آید؟ دو شکلی که در دو طرف خط تقارن به دست می‌آیند، چه رابطه‌ای با هم دارند؟

کار در کلاس



۱- روی کاغذ مستطیل شکل روبه‌رو، یک نقطه‌ی رنگی قرار دارد. قرینه‌ی این نقطه را نسبت به خط‌های تقارن کاغذ پیدا کنید. چه روش‌های دیگری برای پیدا کردن قرینه‌ی نقطه‌ی رنگی پیشنهاد می‌کنید؟ آنها را توضیح دهید.

۲- در شکل‌های زیر، قرینه‌ی نقاط رنگی را نسبت به خط تقارن رسم شده پیدا کنید.



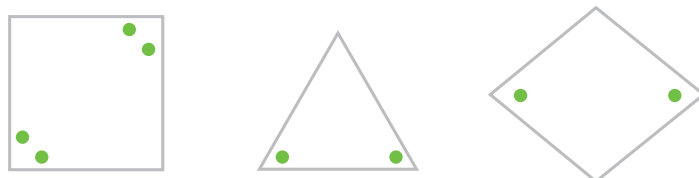
۳- در هر یک از شکل‌های زیر، همه‌ی خط‌های تقارن را پیدا کنید.



۴- نیمه‌ی دیگر هر شکل را طوری بکشید که خط آبی رنگ، خط تقارن آن باشد.

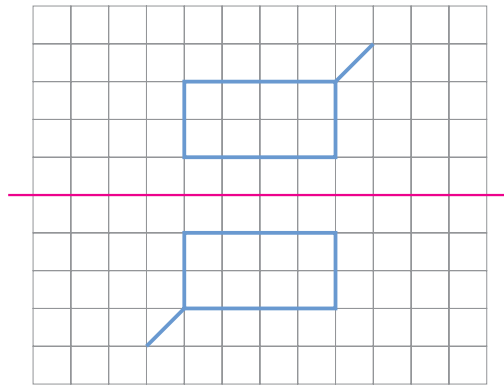
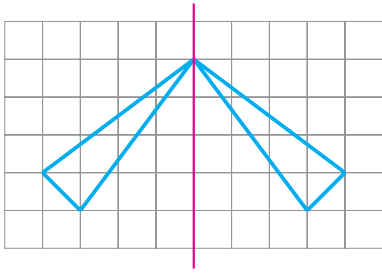
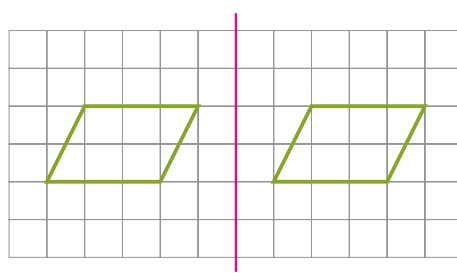
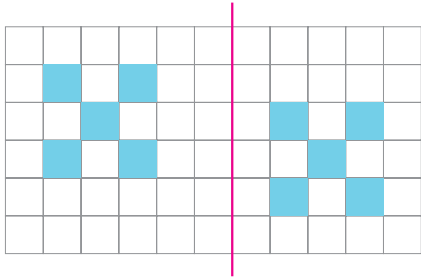


۵- در شکل‌های زیر، نقطه‌های رنگی نسبت به هم قرینه‌اند. محل خط‌های تقارن را مشخص کنید.

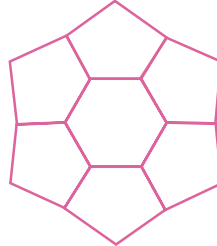
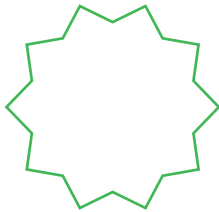


تمرین

۱- کدام یک از خط‌های قرمز رنگ، خط تقارن را نشان می‌دهد؟

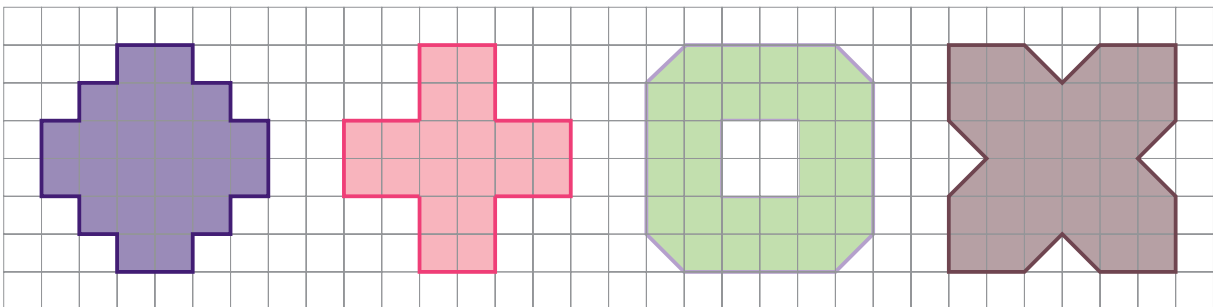


۲- در شکل‌های زیر، همه‌ی خط‌های تقارن را رسم کنید.



۳- شکلی رسم کنید که بیش از دو خط تقارن داشته باشد. سپس خط‌های تقارن آن را رسم کنید.

۴- در هر یک از شکل‌های زیر، با رسم خط‌های تقارن و پیدا کردن مساحت یک قسمت، مساحت کل شکل را پیدا کنید.



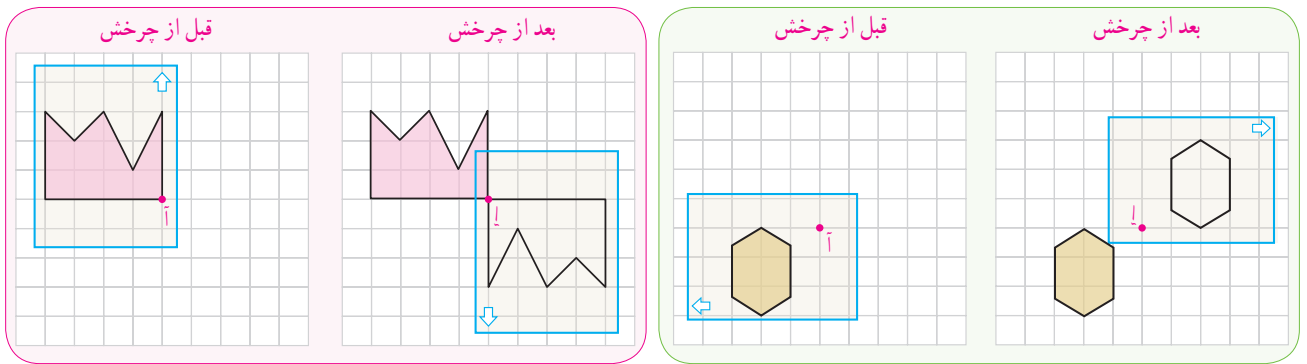
تقارن مرکزی

فعالیت



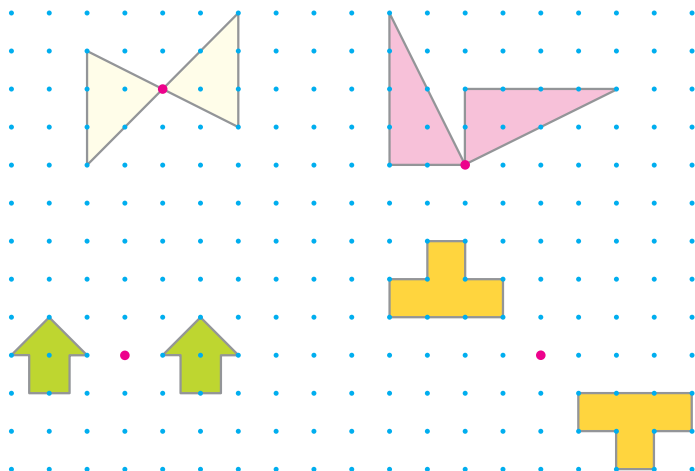
۱- چرخ فلک حول (دور) مرکز خود می چرخد.
برای چرخش چند مثال دیگر بریزید.

۲- در هر ردیف، یک کاغذ شفاف روی شکل سمت چپ گذاشتیم و تصویر آن شکل را روی کاغذ شفاف کشیدیم. سپس، نوک مداد را روی نقطه‌ی (آ) قرار دادیم و کاغذ شفاف را نیم دور چرخاندیم. به شکل‌های زیر نگاه کنید. هر شکل چه شباهتی با تصویر آن دارد؟



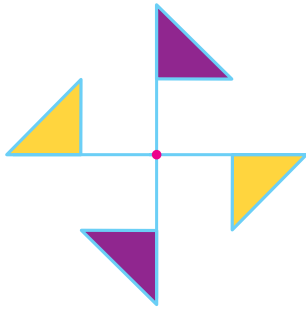
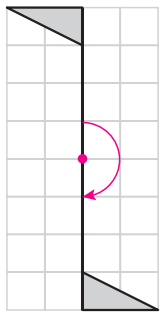
در فعالیت بالا، شکل‌ها به اندازه‌ی 180° چرخیده‌اند. تصویرهای ایجاد شده، قرینه‌ی شکل نسبت به نقطه‌ی (آ) هستند.

کار در کلاس

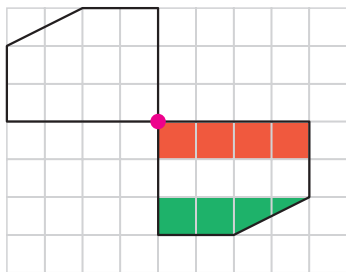


مشخص کنید کدام تصویرها یک شکل و قرینه‌ی آن نسبت به نقطه‌ی مشخص شده را نشان می‌دهند. برای این کار از کاغذ شفاف استفاده کنید.

فعالیت



هریک از شکل‌های روبه‌رو، دو نیمه دارند. یک نیمه‌ی آنها، قرینه‌ی نیمه‌ی دیگر نسبت به نقطه‌ی مشخص شده است.

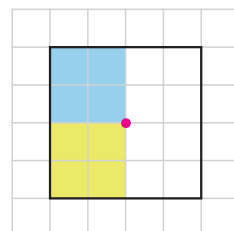
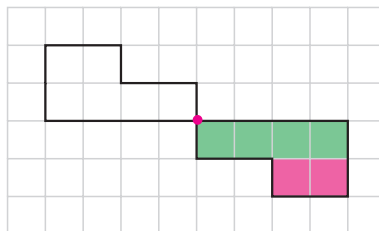
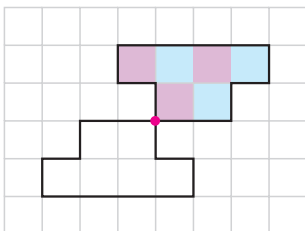


شما هم با قرینه کردن نیمه‌ی شکل روبه‌رو نسبت به نقطه‌ی مشخص شده، رنگ آمیزی شکل را کامل کنید.

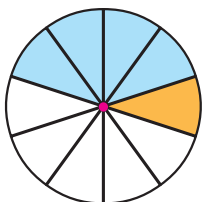
هرگاه شکلی را نیم دور حول (دور) نقطه‌ای بچرخانیم و شکل روی خودش منطبق شود، می‌گوییم آن شکل **تقارن مرکزی** دارد. در این فعالیت، هرکدام از شکل‌ها **تقارن مرکزی** دارند. به نقطه‌ای که شکل را حول آن چرخانیم، **مرکز تقارن** آن شکل می‌گویند.

کار در کلاس

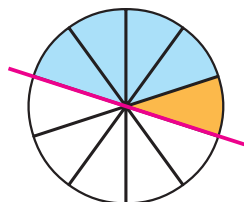
شکل‌ها را طوری رنگ کنید که نقطه‌ی مشخص شده، مرکز تقارن باشد.



تمرین



(ب)



(الف)

الف) چرخنده‌ی (الف) را طوری رنگ کنید که خط مشخص شده، خط تقارن آن باشد.
ب) چرخنده‌ی (ب) را طوری رنگ کنید که نقطه‌ی مشخص شده، مرکز تقارن آن باشد.

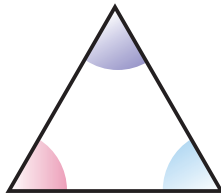
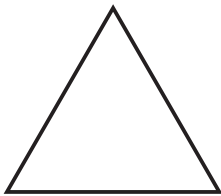
زاویه و نیمساز



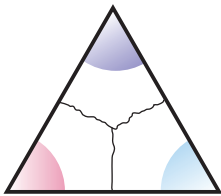
دکل های انتقال برق کاملاً متقارن اند. زاویه ی قطعات آنها با یکدیگر طوری است که آب باران و برف روی آنها جمع نمی شود. به شکل روبه رو نگاه کنید و انواع زاویه ها را در آنها مشخص کنید.

فعالیت

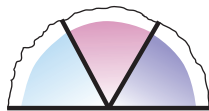
با استفاده از کاغذ یا مقوا مراحل زیر را انجام دهید.
الف) یک مثلث رسم کنید.



ب) به گوشه های آن رنگ های متفاوتی بزنید.



پ) گوشه های رنگ شده را مانند شکل روبه رو از هم جدا کنید.

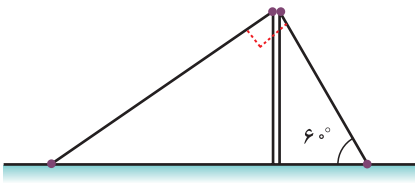


ت) گوشه های مثلث را مانند شکل روبه رو طوری کنار هم بگذارید که رأس ها روی هم و ضلع ها در کنار هم باشند.

ث) مجموع این سه گوشه چه نوع زاویه ای می سازد؟
با توجه به فعالیت بالا نتیجه گیری کنید

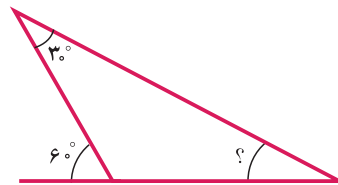
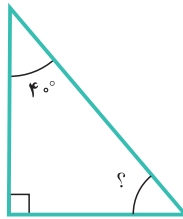
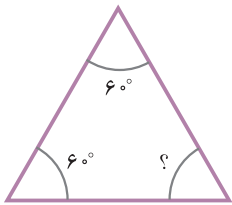
مجموع زاویه های مثلث ————— درجه است.

کار در کلاس



۱- دکلی را با دو سیم مهار عمود بر هم، به صورت زیر قائم نگه داشته اند. اگر زاویه ی سیم اول با سطح زمین 60° درجه باشد، زاویه ی سیم دوم با سطح زمین چند درجه است؟

۲- در شکل های زیر، اندازه ی زاویه های خواسته شده را به دست آورید و روش خود را توضیح دهید.

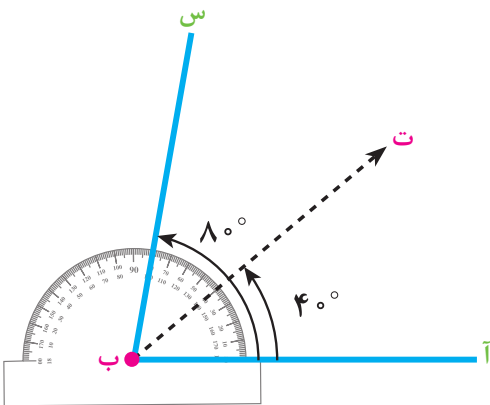


۳- اندازه ی سه زاویه مثال بزنید به طوری که زاویه های یک مثلث را تشکیل دهند.

۴- کدام یک از موارد زیر، اندازه ی زاویه های یک مثلث را نشان می دهند؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

(الف) $120^\circ, 40^\circ, 30^\circ$ (ب) $90^\circ, 40^\circ, 40^\circ$ (پ) $80^\circ, 70^\circ, 30^\circ$ (ت) $50^\circ, 50^\circ, 50^\circ$ (ث) $10^\circ, 90^\circ, 90^\circ$

فعالیت



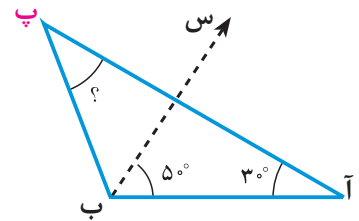
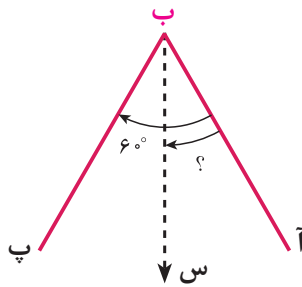
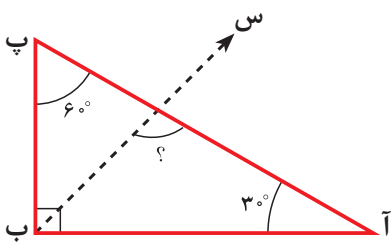
۱- در شکل روبه رو، نیم خط «ب ت»، «ب» را نصف کرده است. توضیح دهید که چگونه با نقاله می توان این کار را انجام داد.

نیم خطی که زاویه را به دو زاویه ی مساوی تقسیم می کند، نیمساز نامیده می شود.

۲- نیمساز زاویه‌های زیر را رسم کنید.

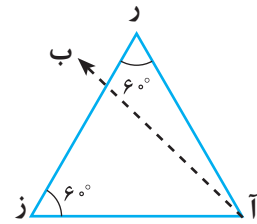
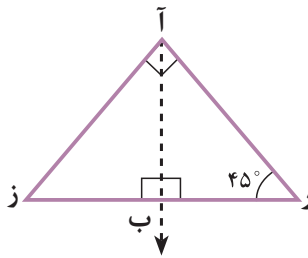
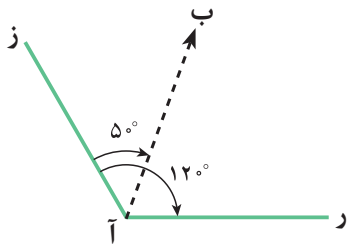


۳- در شکل‌های زیر، نیم‌خط «ب س»، نیمساز «ب» است. اندازه‌ی زاویه‌های مشخص شده را پیدا کنید.



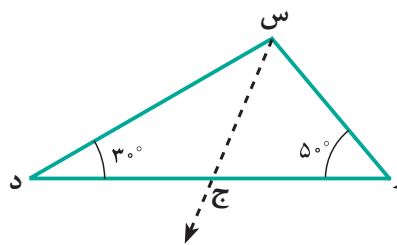
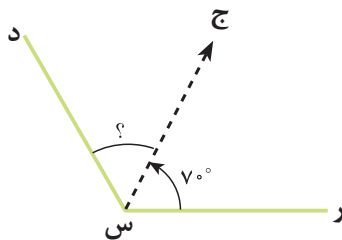
کار در کلاس

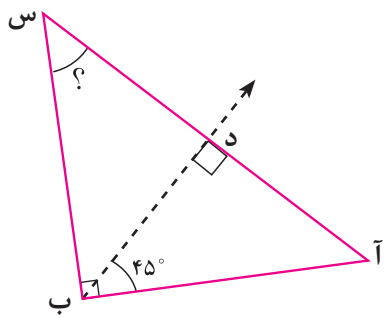
در کدام یک از شکل‌های زیر، نیم‌خط «آ ب» نیمساز «آ» است؟



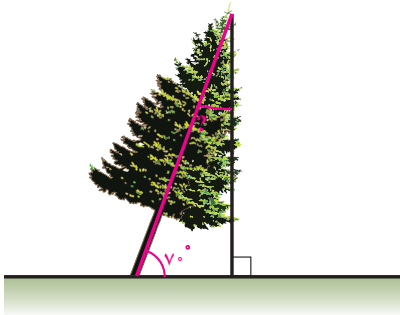
تمرین

۱- با توجه به اینکه نیم‌خط «س ج» نیمساز زاویه‌ی «ر س د» است، اندازه‌ی زاویه‌ی «ج س د» را پیدا کنید.



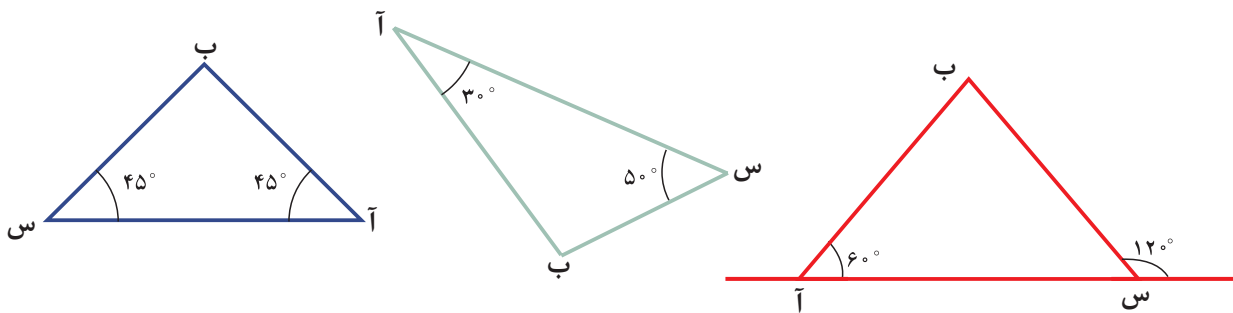


۲- در شکل زیر نیم خط «ب د» نیمساز زاویه‌ی «آ ب س» است. اندازه‌ی «س» را پیدا کنید.

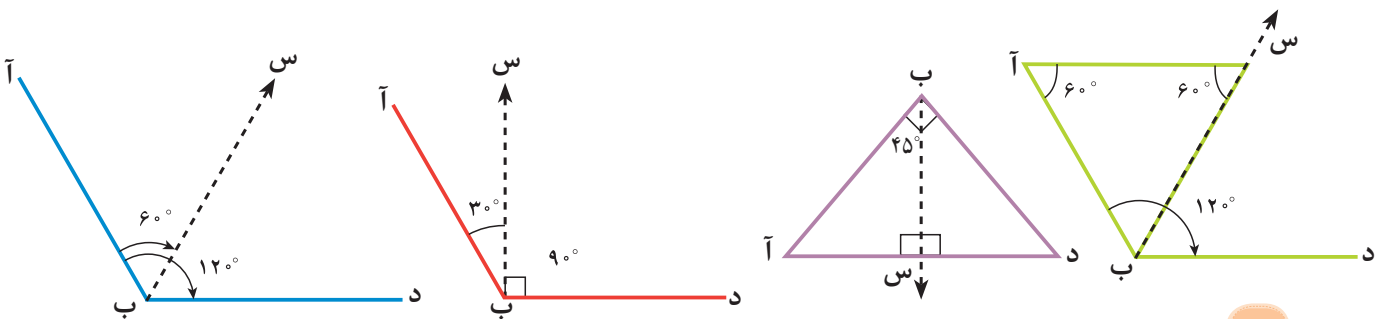


۳- بر اثر طوفان، درخت کاج مدرسه طوری کج شده که با سطح زمین زاویه‌ی 70° درجه تشکیل داده است. آقای عظیمی می‌خواهد برای مهار درخت، یک میله‌ی آهنی را در زمین فروکند؛ طوری که میله بر زمین عمود باشد. در این صورت، انتهای میله با تنه‌ی درخت چه زاویه‌ای تشکیل می‌دهد؟

۴- در کدام یک از مثلث‌های زیر، نیمساز «ب» روی خط تقارن شکل است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.



۵- با توجه به شکل‌های زیر، در کدام شکل، نیم خط «ب س» نیمساز «ب» است؟



چند ضلعی‌ها و مجموع زاویه‌های آنها



آستان مقدس امامزاده محمد هلال — آران و بیدگل

کاشی جزئی از معماری سنتی ایران است و در بسیاری از مکان‌های تاریخی مثل شوش و تخت جمشید و همچنین در مسجدها و امامزاده‌ها از آن استفاده شده است. برای ساختن کاشی از چندضلعی‌ها استفاده می‌کنند. با کاشی‌های مربعی شکل، هر سطحی را می‌توان کاشی کاری کرد.



تخت جمشید — مرودنت استان فارس







مدرسه‌ی چهارباغ — اصفهان

به اطراف خود دقت کنید و نمونه‌هایی از کاشی‌کاری‌هایی که مشاهده کرده‌اید را در کلاس بیان کنید.

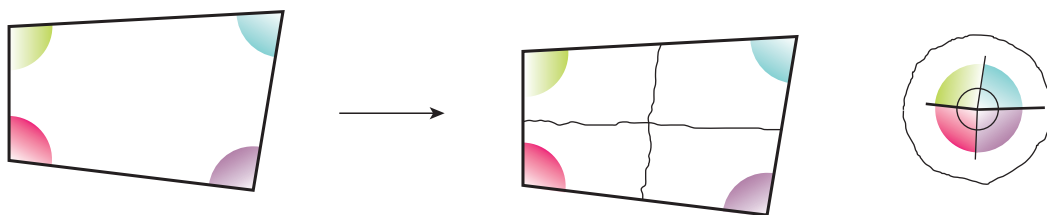
فَعَالِیت

۱- صبا و مبینا در مورد چهارضلعی‌های زیر اطلاعاتی به‌دست آورده‌اند. شما جدول آنها را کامل کنید.

چهارضلعی					؟
تعداد زاویه‌های راست	۴ تا				۴ تا
ضلع‌های روبه‌رو باهم موازی‌اند			✓		✓
زاویه‌های روبه‌رو باهم برابرند				✓	✓
همه‌ی ضلع‌ها برابرند					✓
تعداد خط‌های تقارن					۴ تا

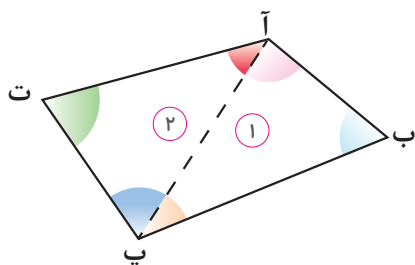
۲- آموزگار از دانش‌آموزان کلاس خواست که مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی را پیدا کنند. زهرا و فریبا هرکدام به روشی این کار را انجام دادند.

روش زهرا: او ابتدا گوشه‌های یک چهارضلعی را رنگ کرد و پس از جدا کردن گوشه‌ها، آنها را مثل شکل زیر در کنار هم چید.



به این ترتیب، مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی چند درجه است؟
روش فریبا: او ابتدا با رسم یک قطر، چهارضلعی را به دو مثلث تقسیم

کرد.



راه‌حل فریبا را کامل کنید و توضیح دهید.

- _____ = مجموع زاویه‌های مثلث ۱
_____ = مجموع زاویه‌های مثلث ۲

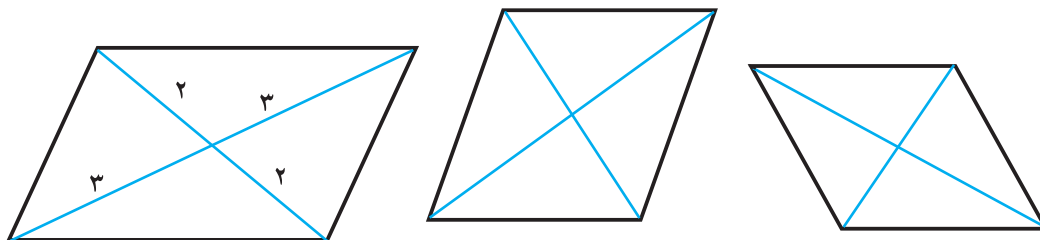
بنابراین

$$\text{مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی} = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

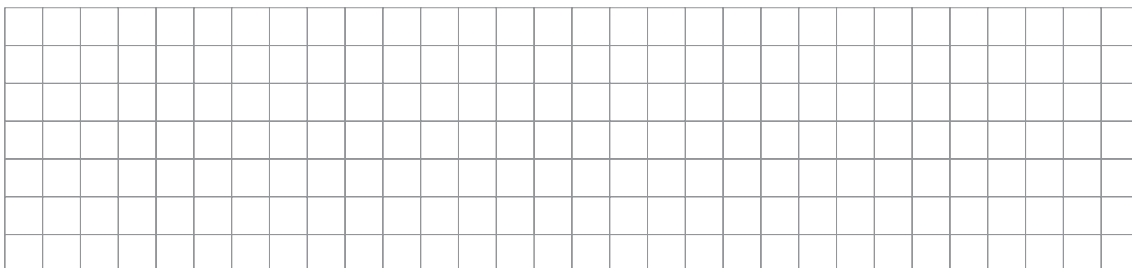
مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی _____ است.

فعالیت

۱- الف) در متوازی‌الاضلاع‌های زیر، قطرهای رسم شده و یکدیگر را قطع کرده‌اند. مانند نمونه، در هر شکل اندازه‌های هر قسمت را بنویسید.



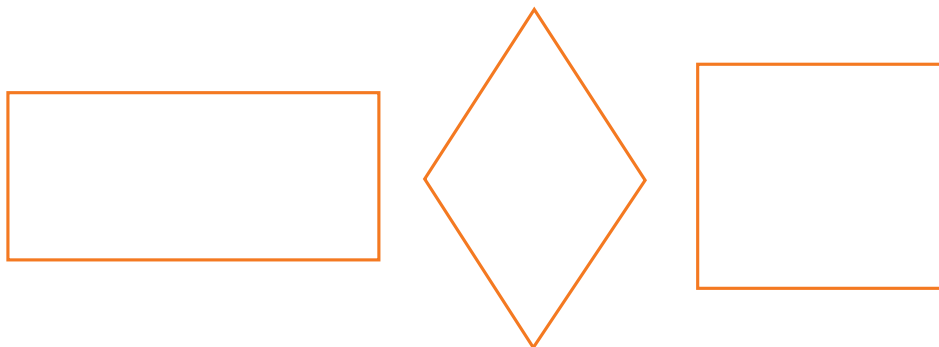
ب) متوازی الاضلاع دیگری رسم کنید. قطرهای آن را بکشید و اندازه‌ی هر قسمت از قطر را روی آن بنویسید.



پ) با توجه به اندازه‌های نوشته شده در هر قسمت، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

در هر متوازی الاضلاع قطرها

۲- در شکل‌های زیر قطرها را رسم کنید.



الف) اندازه‌ی قطرها را روی آنها بنویسید.

ب) آیا نتیجه‌ای که در مورد قطرهای متوازی الاضلاع گرفتید، در مورد این شکل‌ها هم درست است؟

۳- یک چهارضلعی رسم کنید که قطرهای آن، یکدیگر را نصف نکنند.

۴- مانند شکل، یک مربع و یک لوزی را از روی قطر آنها تا کنید. توضیح دهید که چگونه می‌توانیم نتیجه بگیریم که قطرها،

نیمساز هستند.

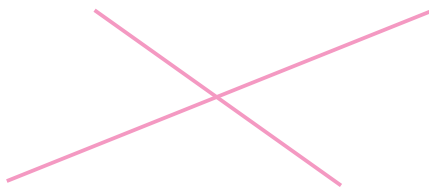
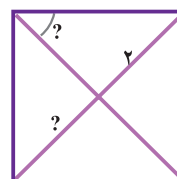
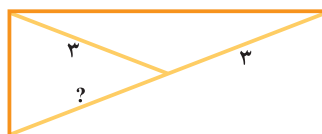
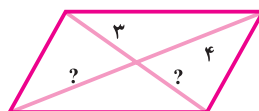
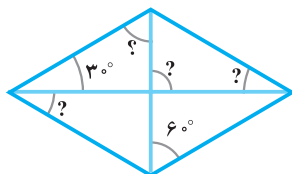
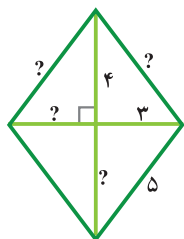


آیا در این دو شکل، قطرها خط تقارن هستند؟

کار در کلاس

۱- با توجه به اندازه‌های داده شده، اندازه‌ی پاره‌خط‌ها و زاویه‌های

خواسته شده را پیدا کنید.

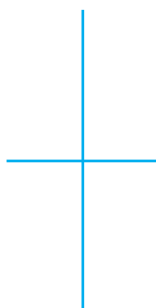


۲- قطرهای یک متوازی‌الاضلاع ۴ و ۶ سانتی‌مترند و روی خط‌های

روبه‌رو قرار می‌گیرند. متوازی‌الاضلاع را رسم کنید.

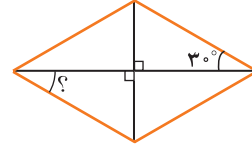
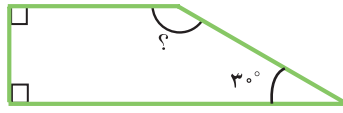
۳- با توجه به خط‌های روبه‌رو، یک لوزی به قطر ۲ و ۴ سانتی‌متر

رسم کنید.



تمرین

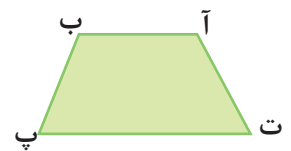
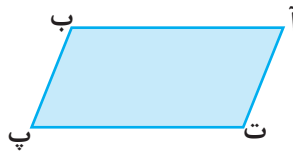
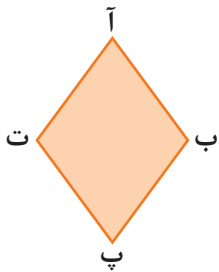
۱- در شکل های زیر، اندازه ی زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



۲- در جدول زیر، گزینه های درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

ویژگی شکل	لوزی	مربع	مستطیل	متوازی الاضلاع
ضلع های روبه رو باهم موازی اند	✓			
ضلع های روبه رو باهم مساوی اند				
قطرها یکدیگر را نصف می کنند				
قطرها، زاویه ها را نصف می کنند				

۳- در کدام شکل، نیمساز «پ» روی خط تقارن شکل قرار دارد؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



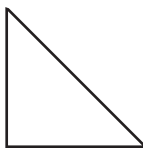
۴- کدام یک از گزینه های زیر، اندازه ی زاویه های یک چهارضلعی را نشان می دهند؟ نوع چهارضلعی را مشخص کنید.

الف) $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$

ب) $120^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 120^\circ$

پ) $120^\circ, 90^\circ, 70^\circ, 70^\circ$

ت) $15^\circ, 15^\circ, 3^\circ, 3^\circ$



۵- در شکل روبه رو $\frac{1}{4}$ یک مربع رسم شده است. آن را کامل کنید.

مرور فصل

فرهنگ نوشتن

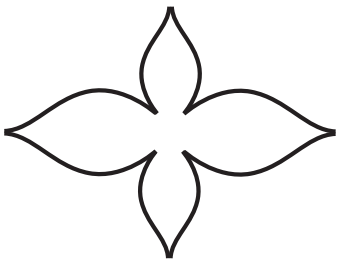
۱- به کمک معلم خود چند بنای تاریخی نام ببرید که در ساخت آنها از تقارن استفاده شده است.

۲- چگونه می‌توانید مجموع زاویه‌های داخلی مثلث را به دست آورید؟ روش خود را توضیح دهید.

۳- چگونه می‌توانید مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی را به دست آورید؟ روش خود را توضیح دهید.

تمرین

۱- شکل‌های زیر را به دقت ببینید و جاهای خالی را مانند نمونه پر کنید.



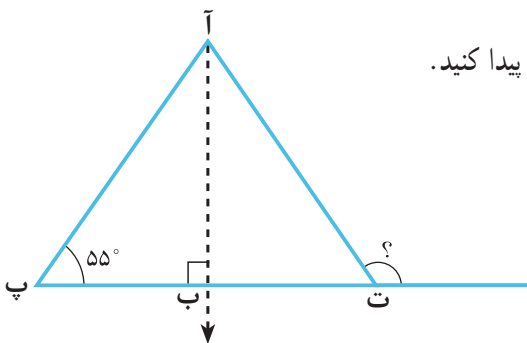
تعداد خط‌های تقارن: _____



تعداد خط‌های تقارن: _____



تعداد خط‌های تقارن: **بیش از یکی**



۲- در شکل زیر، نیم خط «آب» نیمساز «آ» است. اندازه‌ی \hat{C} را پیدا کنید.



۳- باغچه‌ی خانه‌ی امیر به شکل یک دوزنقه است که یکی از زاویه‌های آن 100° است. مجموع سه زاویه‌ی دیگر آن را پیدا کنید.
 ۴- شکل‌هایی را که خطّ تقارن دارند مشخص کنید. سپس، همه‌ی خط‌های تقارن آنها را رسم کنید.



۵- کدام اندازه‌های زیر، اندازه‌ی زاویه‌های یک مثلث را نشان می‌دهند؟

الف) $80^\circ, 67/5^\circ, 33/5^\circ$ ب) $72^\circ, \frac{71}{2}^\circ, 72\frac{1}{2}^\circ$ پ) $1^\circ, 1^\circ, 178^\circ$ ت) $90^\circ, 90^\circ, 0^\circ$

۶- دوزنقه‌ای رسم کنید که خطّ تقارن داشته باشد.

۷- مثلثی رسم کنید که فقط یک خطّ تقارن داشته باشد.

آیا می‌دانید؟

در معماری ایرانی و در ساخت بناها از هندسه، به ویژه تقارن، استفاده شده است. در طراحی درها و پنجره‌های بناهای تاریخی، از شکل‌های هندسی و چندضلعی‌ها استفاده شده است. آیا می‌توانید در شکل‌های زیر نوع چندضلعی‌ها و تقارن‌های موجود را مشخص کنید؟

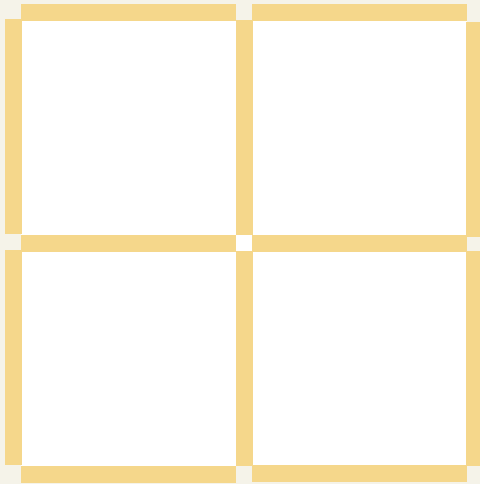


ارگ تاریخی سمنان؛ دارالحکومه‌ی قاجار



امیرچخماق یزد

معما و سرگرمی



معما و سرگرمی

الف) شکل روبه‌رو ۴ خط تقارن دارد. آنها را رسم کنید.

ب) یک چوب را طوری بردارید که شکل، خط تقارن نداشته باشد.

پ) دو چوب را طوری بردارید که شکل، فقط یک خط تقارن داشته باشد.

ت) چند چوب را باید بردارید تا شکل، دوباره ۴ خط تقارن داشته باشد؟

فرهنگ خواندن

اگر یک شکل در فاصله‌ی معینی از مرکز یک عدسی محدب قرار بگیرد، تصویر آن نسبت به عدسی، هم‌اندازه، قرینه و وارونه می‌شود. در این حالت، نقطه‌ی وسط عدسی، مرکز تقارن است.

