فصل ۴

تحلیل نیروهای دینامیکی

عکس بالا موشک سجیل در هنگام شلیک را نشان می‌دهد این موشک توسط متخصصان سازمان هوافضای وزارت دفاع و شهید حسن طهرانی مقدم طراحی شد. این موشک بیش از ۲۵۰۰ کیلومتر برد دارد. وزن این موشک بالغ بر ۲۶ تن است. سرعت حرکت آن برابر ۱۴ ماخ (معادل ۴ کیلومتر بر ثانیه) می‌باشد. این سرعت بالا، رهگیری این موشک را غیر ممکن می‌سازد. بی‌شک این دستاورد چشمگیر مهندسی قویاً بر اساس کاربرد اصول دینامیک برای حرکت ذرات و اجسام صلب، استوار است و علم دینامیک در پرتاب موفقیت‌آمیز این موشک نقش کلیدی را ایفا می‌کند.

تحلیل نیروهای دینامیکی

هدف از این شایستگی عبارت‌اند از:

- تحلیل شاخه‌های دینامیک
- تحلیل حرکت دو بعدی و محاسبات مربوط
- بررسی و تحلیل حرکت پرتابه
- بررسی و تحلیل حرکت دایره‌ای یکنواخت
- تحلیل تفاوت‌های حرکت ذره با حرکت جسم صلب
- بررسی مفهوم مرکز جرم
- بررسی مفهوم ممان اینرسی
- تحلیل برخی از کاربردهای اصول دینامیک در صنعت (ژیرسکوپ و چرخ طیار)
- بررسی مفهوم ارتعاش و پدیده تشدید
- بررسی مفهوم سرعت بحرانی شفت

استاندارد عملکرد

پس از اتمام واحد یادگیری و کسب شایستگی تحلیل نیروهای دینامیکی ، هنرجویان قادر خواهند بود تا انواع حرکت را شناسایی کرده و همچنین با مفاهیم ارتعاشات و پدیده تشدید آشنا می‌شوند.

دینامیک

در آغاز این مبحث توصیه می‌شود تا آموزگاران با ارائه مثال‌هایی از اهمیت دینامیک در صنعت، ذهن هنرآموزان را برای فهم موضوع آماده کنند. سپس به ارائه انواع شاخه‌های دینامیک مطابق با کتاب درسی بپردازند. در گام بعدی آموزگاران لازم است با یادآوری مبحث دینامیک، بردار و مشتق ارائه شده در سال‌های گذشته، هنرآموزان را در یادآوری مباحث پیشین یاری کنند. شایسته است دانش‌آموزان ضمن مشاهدهٔ فیلم‌های ارائه شده در کتاب درسی به منابع دیگر مانند تمرین‌های اضافی که توسط دبیر محترم طرح شده باشد دسترسی داشته باشند تا فرایند مروری مباحث پیشین با کیفیت بیشتری انجام شود.

فعالیت

معادله مکان ـ زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کنند در SI به‌صورت $x=۴t^۲-۱۶t+۸$ است. مسافت طی شده توسط این متحرک در فاصله زمانی ۳ ثانیه اول، چند متر است؟

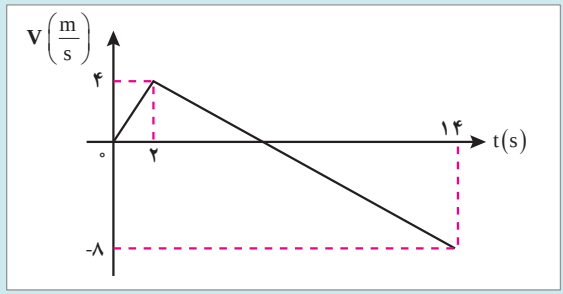
$$x = ۴t^۲ - ۱۶t + ۸ \xrightarrow{t=۳s} x = ۴(۳^۲) - ۱۶(۳) + ۸ = -۴m$$

نکته

علامت سرعت جهت حرکت را نشان می‌دهد. اگر متحرک در جهت مثبت محور حرکت کند علامت سرعتش مثبت و در صورتی که علامت سرعت منفی باشد، متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کند.

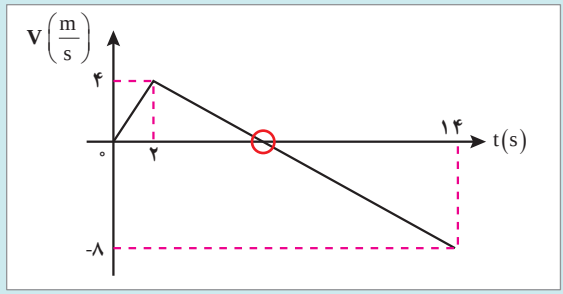
فعالیت تکمیلی

متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل زیر است. متحرک در ۱۴ ثانیهٔ اول، چند ثانیه در جهت مخالف محور x حرکت کرده است؟



پاسخ:

همان‌طور که می‌دانیم زمانی که مقدار بردار سرعت مثبت باشد، جهت حرکت متحرک در جهت مثبت محور x است. حال برای به‌دست آوردن مدت زمان حرکت در جهت مثبت محور x تنها کافی است زمانی که سرعت برابر با صفر است را (محل تقاطع نمودار با محور زمان) به‌دست آوریم. برای این کار تنها کافی است معادله سرعت را به‌دست آوریم و آن را مساوی صفر قرار دهیم.



$$۲ \le t \le ۱۴ \rightarrow v - ۴ = \frac{-۸-۴}{۱۴-۲}(t-۲) \rightarrow v = -t + ۶$$

$$-t + ۶ = ۰ \rightarrow t = ۶s$$

فیلم

مشاهده فیلم یادآوری بردار

فیلم

مشاهده فیلم مشتق

فیلم

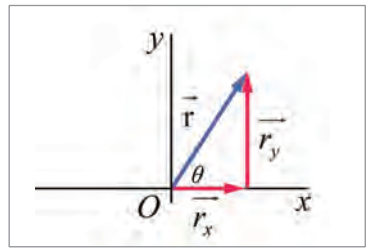
مشاهده فیلم یادآوری حرکت یک بعدی

حرکت در دو بعد و سه بعد

هدف در این قسمت آشنایی ذهن هنرآموز با انواع حرکت‌های دو بعدی و سه‌بعدی است که به‌طور روزمره با آنها روبه‌رو می‌شود و بیان تفاوت‌های آن با حرکت یک بعدی است. به‌گونه‌ای که برای هنرآموز این موضوع به‌طور کامل مشخص شود که برای توصیف حرکت دو بعدی نیاز به دو مختصه مستقل از هم x,y دارد و در ادامه با گسترش مفهوم حرکت یک بعدی به دو بعدی برای دانش‌آموز این موضوع مشخص شود که تمامی پارامترهای قابل تعریف در حرکت یک بعدی از قبیل جابه‌جایی، سرعت و شتاب قابل تعریف برای هریک از راستاهای حرکت دو بعدی نیز می‌باشد و به‌طور کامل هنرجو متوجه این مفهوم شود که حرکت دو بعدی همان حرکت یک بعدی است همراه با بعدهای بیشتر.

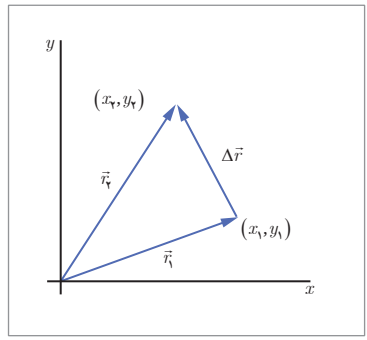
موقعیت و جابه‌جایی

در این قسمت نحوهٔ توصیف حرکت در دو بعد توضیح داده شود و این نکته بیان گردد که در حرکت یک بعدی به‌دلیل یک بعدی بودن، مکان ذره متحرک تنها با یک بردار در راستای مسیر حرکت که از مبدأ تا ذره رسم می‌شود، توصیف می‌گردد که به آن بردار، بردار موقعیت می‌گویند. اما در حرکت دو بعدی برای توصیف مکان ذره، نیاز به یک بردار دو بعدی داریم که از مبدأ مختصات تا خود ذره رسم می‌شود. توصیه می‌گردد برای تصویرسازی بهتر، اشکال زیر بر روی تخته رسم شود و توضیحات مطابق با آنها به هنرجو ارائه گردد.



در ادامه، نحوهٔ تجزیه بردار موقعیت در راستای محور مختصات مطابق با کتاب درسی آموزش داده شود.

در ادامه با تکمیل شکل‌های بالا ابتدا حرکت ذره در یک راستا در بازهٔ زمانی Δt را بررسی می‌کنیم و همچنین بردار جابه‌جایی یک بعدی را معرفی می‌کنیم. سپس شکل مربوط به حرکت دوبعدی را نیز تکمیل کرده و بردار جابه‌جایی در دو بعد را نیز نمایش می‌دهیم به‌علاوه در پایان محاسبات مربوط به بردار جابه‌جایی در دو بعد در پایان این بخش مطابق با روابط ارائه شده در کتاب درسی ذکر شود.



شکل ۱ــ بردار جابه‌جایی $\Delta\vec{r}$ از تفاضل بردار موقعیت در لحظهٔ اول و لحظهٔ دوم به‌دست می‌آید

فعالیت

پاسخ:

$$\vec{\Delta r}_x = x_2 - x_1 = 9 - (-3) = 12$$
$$\vec{\Delta r}_y = y_2 - y_1 = 2 - 2 = 0$$

فعالیت

پاسخ:

منظور از لحظه t_2 لحظه پایان حرکت است.

$$\vec{\Delta r}_x = x_2 - x_1 \rightarrow 5 = 5 - x_1 \rightarrow x_1 = 0$$
$$\vec{\Delta r}_y = y_2 - y_1 \rightarrow 7 = 8 - y_1 \rightarrow y_1 = +1$$

بردار موقعیت اولیه برابر با (۱, ۰) است.

فعالیت

پاسخ:

همان‌گونه که از معادلات داده شده مشخص است معادله حرکت گلوله A تابع زمان است و موقعیت گلوله با تغییر زمان تغییر می‌کند. اما معادله حرکت گلوله دوم تابع زمان نیست و موقعیت گلوله B با تغییر زمان تغییر نمی‌کند. به عبارت دیگر در این مسئله گلوله A متحرک و گلوله B ثابت است. زمانی دو گلوله با یکدیگر بر خورد می‌کنند که موقعیت مکانی دو گلوله با هم برابر باشد. بنابراین برای به‌دست آوردن زمان برخورد دو گلوله، تنها کافی است که معادله موقعیت آنها را با یکدیگر برابر قرار دهیم:

$$x_A = x_B \rightarrow 8t - 6 = 18 \rightarrow 8t = 24 \rightarrow t = 3s$$

$$y_A = y_B \rightarrow 3t = 9 \rightarrow t = 3s$$

برخورد دو گلوله در ثانیه ۳ رخ می دهد. حال برای به‌دست آوردن فاصله دو گلوله در یک ثانیه قبل از برخورد نیاز است که موقعیت گلولهٔ اول را در ثانیه ۲ به‌دست آوریم.

$$x_A = 8t - 6 \xrightarrow{t=2} 12m$$
$$y_A = 3t \xrightarrow{t=2} 6m$$

حال فاصلهٔ دو گلوله در یک ثانیه قبل از برخورد به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$d = \sqrt{(12-18)^2 + (6-9)^2} = \sqrt{45}$$

فعالیت اضافه

■ معادله حرکت در دستگاه SI برای خودرو A در صفحه افقی به صورت $x_A = 8$ و $y_A = 3t^2$ برای خودرو B در همان صفحه به صورت $x_B = 4t$ و $y_B = 6t$ است. مختصات نقطه‌ای که دو متحرک از آن می‌گذرند را تعیین کنید.

پاسخ:

با برابر قرار دادن معادله حرکت دو خودرو می‌توان مختصاتی که دو خودرو از آن می‌گذرد را تعیین کرد.

$$x_A = x_B \rightarrow 8 = 4t \rightarrow t = 2s$$
$$y_A = y_B \rightarrow 3t^2 = 6t \rightarrow 3t^2 - 6t = 0 \rightarrow t(3t-6) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \times \\ t = 2 \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 6t \xrightarrow{t=2} y = 12 \end{cases}$$

سرعت لحظه‌ای و سرعت میانگین

در این قسمت مفهوم سرعت برمبنای بردار جابه‌جایی تعریف گردد. تفاوت میان سرعت لحظه‌ای و سرعت میانگین از جمله نکاتی است که باید در این قسمت به آن اشاره شود. این تفاوت می‌تواند با ارائه مثال مشخص شود. برای مثال فردی از شهر A در حال حرکت به سمت شهر B است در طول مسیر سرعت حرکت او در جدول زیر مشخص شده است.

سرعت (کیلومتر بر ساعت)	زمان(ساعت)	مسافت (کیلومتر)
۸۰	۱	۸۰
۱۰۰	۲	۲۰۰
۱۲۰	۱	۱۲۰

همان‌گونه که از جدول بالا مشخص است، مسافت طی شده توسط فرد برابر با ۴۰۰ کیلومتر است که طی ۴ ساعت پیموده شده، بنابراین سرعت متوسط فرد در این سفر برابر ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت می‌باشد. اما سرعت لحظه‌ای فرد در طول مسیر حرکت متفاوت است به‌عنوان نمونه سرعت لحظه‌ای فرد در یک ساعت اول برابر با ۸۰ کیلومتر برساعت و در ۳ ساعت اول برابر با ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت است.

در گذشته دوربین‌های کنترل سرعت فقط سرعت لحظه‌ای خودروها را ثبت می‌کردند و بر مبنای آن تصمیم‌گیری می‌کردند. این امر باعث شده بود تا برخی از رانندگان متخلف با دید دوربین کنترل سرعت از سرعت خود بکاهند و با عبور از آن دوباره سرعت خود را افزایش دهند. به منظور حل این مشکل، امروزه دوربین‌های کنترل سرعت علاوه بر کنترل سرعت لحظه‌ای خودروها، زمان عبور آنها را نیز ثبت می‌کنند. در دوربین کنترل سرعت بعدی نیز زمان عبور خودرو ثبت می‌شود و با توجه به معلوم بودن فاصله بین دو دوربین سرعت متوسط خودرو نیز حساب می‌گردد و در صورتی که سرعت متوسط بیشتر از حد مجاز باشد، راننده خودرو جریمه می‌شود.

فعالیت

پاسخ:

الف)

$\vec{\Delta r}_x = ۶ - (-۲) = ۸m$

$\vec{\Delta r}_y = -۲ - ۴ = -۶m$

$\vec{\Delta r}_z = -۳ - (-۳) = ۰$

ب) با توجه به صفر بودن $\vec{\Delta r}_z$ می‌توان نتیجه گرفت که حرکت پرنده موازی با صفحه xy صورت گرفته است.

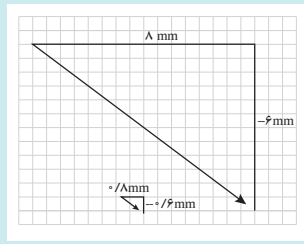
ج)

$\overline{V}_x = \frac{\Delta r_x}{\Delta t} = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸ \frac{m}{s}$

$\rightarrow \overline{V} = \sqrt{۰/۸^۲ + (-۰/۶)^۲} = ۱ \frac{m}{s}$

$\overline{V} = \frac{}{} = \frac{}{۱۰} = -۰/۶$

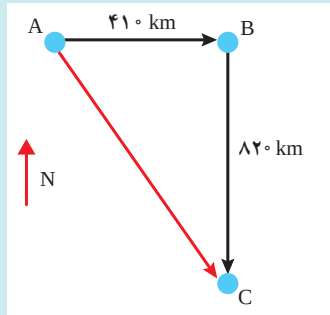
د) همان‌گونه که در شکل مشخص است بردار جابه‌جایی و سرعت متوسط با یکدیگر هم‌راستا و موازی هستند.



نکته

همواره بردار سرعت متوسط و بردار جابه‌جایی با یکدیگر موازی و هم راستا هستند. این نکته بسیار حائز اهمیت است که باید در پایان این تمرین به آن اشاره شود.

فعالیت



پاسخ:

الف)

$$\vec{\Delta r_x} = ۴۱۰ \rightarrow \Delta r = \sqrt{۴۱۰^۲ + ۸۲۰^۲} = ۹۱۶/۷۸$$
$$\vec{\Delta r_x} = ۸۲۰$$

ب)

$$\overline{V}_x = \frac{\Delta r_x}{\Delta t} = \frac{۴۱۰}{\frac{۴۵}{۶۰}} = ۵۴۶/۶۶ \ \frac{Km}{h}$$

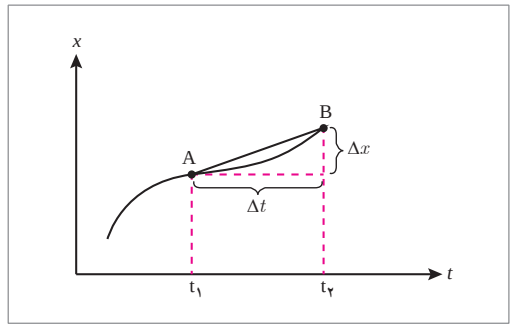
$$\overline{V}_y = \frac{\Delta r_x}{\Delta t} = \frac{۸۲۰}{\frac{۹۰}{۶۰}} = ۵۴۶/۶۶ \ \frac{Km}{h}$$

ج)

$$V = \sqrt{\overline{V}_x^۲ + \overline{V}_y^۲} = \sqrt{۵۴۶/۶۶^۲ + ۵۴۶/۶۶^۲} = ۵۴۶/۶۶\sqrt{۲}$$

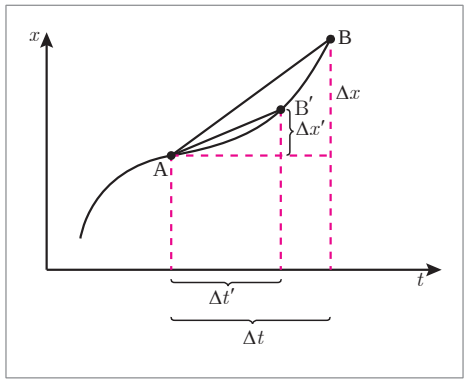
لازم است در تدریس سرعت لحظه‌ای، توجه دانش‌آموز را به مفهوم «لحظه» در فیزیک جلب کنیم. واژه لحظه در فیزیک با تعریف محاوره‌ای آن متفاوت است. ممکن است، عبارت «تنها یک لحظه طول می‌کشد» را در مواردی به کار بریم که در واقع منظور یک بازه کوتاه زمانی است. ولی در فیزیک لحظه به هیچ وجه طول نمی‌کشد و لحظه به یک تک مقدار از زمان اشاره دارد.

توصیه می‌گردد به منظور ایجاد درک بیشتر برای دانش‌آموز از نمودار برای تدریس مبحث سرعت لحظه‌ای استفاده شود و توضیحات لازم بر روی نمودار به دانش‌آموز ارائه گردد. به‌طور مثال تدریس این مبحث با رسم نمودار موقعیت یک ذره برحسب زمان آغاز می‌شود. همان‌طور که در شکل ۲ مشخص است سرعت متوسط ذره در حرکت از نقطهٔ A به نقطه B برابر است با $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ که طبق تعریف برابر با شیب خط واصل نقاط A و B در نمودار است.



شکل ۲ــ نمودار مکان یک ذره برحسب زمان

حالا زمان حرکت Δt را به $\Delta t'$ کاهش می‌دهیم و شکل ۲ را مطابق شکل ۳ تکمیل می‌کنیم. طبق تعریف سرعت متوسط ذره در بازه زمانی $\Delta t'$ برابر با $\frac{\Delta x'}{\Delta t'}$ است و از نظر هندسی برابر با شیب خط واصل بین نقاط A و B' است.

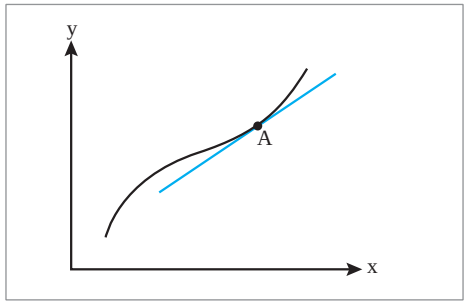


شکل ۳ــ سرعت متوسط برابر با شیب خط واصل در نمودار مکان زمان است و با کاهش بازه زمانی مقدار این شیب و سرعت متوسط تغییر می‌کند.

حال اگر بازه زمانی $\Delta t'$ را به سمت صفر میل دهیم مقدار جابه‌جایی هم به مقدار بسیار کوچک Δx میل می‌کند. که در این صورت سرعت متوسط به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

که این همان تعریف مشتق است. و از نظر هندسی طبق تعریف مشتق این مقدار برابر با شیب خط مماس در نقطهٔ A است.



شکل ۴ــ سرعت لحظه‌ای برابر با شیب خط مماس در نمودار مکان ــ زمان است

در ادامه لازم است، مفاهیم مربوط به سرعت لحظه‌ای، همانند کتاب به دو بعد بسط داده شود. همچنین لازم است مطابق آنچه در کتاب درسی توضیح داده شده برای دانش‌آموز اثبات شود که سرعت لحظه‌ای همواره بر مسیر حرکت جسم مماس است و باید بدان به‌عنوان یک نکته مهم تأکید شود.

فعالیت

پاسخ:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{V}_x = 2t \xrightarrow{t=2} \vec{V}_x = 4\ m/s \\ \vec{V}_y = -1\ m/s\end{array}\right\} \rightarrow V = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}\ m/s$$

فعالیت

پاسخ:

برای به‌دست آوردن معادله سرعت در هر یک از راستاها تنها کافی است از معادلات سرعت نسبت به زمان، مشتق گرفته شود.

$$\vec{V}_x = \frac{dx}{dt} = 2$$

$$\vec{V}_y = \frac{dy}{dt} = 2t - 4$$

با توجه به معادلات سرعت به‌دست آمده، مقدار سرعت در راستای x ثابت است و با زمان تغییر نمی‌کند. اما مقدار سرعت در راستای y با زمان تغییر می‌کند. بنابراین کمترین مقدار سرعت زمانی اتفاق می‌افتد که مؤلفه y سرعت به کمترین مقدار خود برسد. و همان‌طور که می‌دانیم کمترین مقدار سرعت در راستای y برابر با صفر است. لذا با صفر برابر قرار دادن معادله سرعت در راستای y می‌توان لحظه ای را که سرعت کمترین مقدار را دارد به‌دست آورد.

$2t - 4 = 0 \rightarrow t = 2s$

فعالیت

پاسخ:

$$\vec{V}_x = \frac{dx}{dt} = 3$$

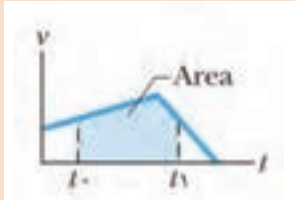
$$\vec{V}_y = \frac{dy}{dt} = 2\sqrt{3}t$$

$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x} \rightarrow \tan 30 = \frac{2\sqrt{3}t}{3} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}t}{3} \rightarrow 3 = 6t \rightarrow t = \frac{1}{2}s$$

نکته

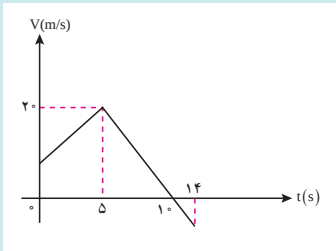
مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان نشان دهنده جابه‌جایی متحرک می‌باشد.

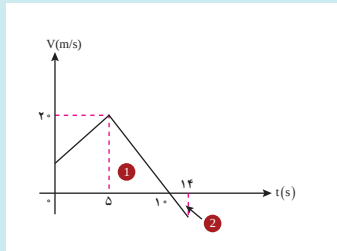
مسافت = |Area|



فعالیت اضافه

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. جابه‌جایی متحرک بین دو لحظه ۵ و ۱۴ چندمتر است؟





$$d = |A_1 - A_2| = |\frac{1}{2}\times 5\times 20 - \frac{1}{2}\times 4\times 16| = 18$$

شتاب و شتاب میانگین

توصیه می‌شود روند تدریس ارائه شده درباره سرعت لحظه‌ای در اینجا هم به‌کار گرفته شود و در تدریس از نمودارهای سرعت برحسب زمان استفاده شود و روابط ارائه شده در کتاب درسی توسط معلم برای دانش‌آموز استخراج شود.

یکی از مشکلاتی که ممکن است دانش‌آموزان در یادگیری این مبحث با آن مواجه شوند اشتباه گرفتن مفهوم شتاب و سرعت به جای یکدیگر است. لازم است این نکته برای دانش‌آموزان روشن شود که: سرعت چگونگی تغییرات مکان ذره با زمان را مشخص می‌کند؛ در صورتی که شتاب نحوه تغییرات سرعت با زمان را تعیین می‌کند.

مثال

$$t=10s\rightarrow \begin{matrix} V_x=0/1 \\ V_y=2 \end{matrix} \Bigg\} \rightarrow \Delta\vec{V}_x=-0/2\left(\frac{m}{s}\right) \Bigg\} \rightarrow \bar{\bar{a}}_x=\frac{\Delta\vec{V}_x}{\Delta t}=\frac{-0/2}{0/1}=-2\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$t=10/1s\rightarrow \begin{matrix} V_x=-0/1 \\ V_y=1/8 \end{matrix} \Bigg\} \rightarrow \Delta\vec{V}_y=-0/2\left(\frac{m}{s}\right) \Bigg\} \rightarrow \bar{\bar{a}}_y=\frac{\Delta\vec{V}_y}{\Delta t}=\frac{-0/2}{0/1}=-2\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Delta t=10/1-10=0/1\ s$$

مثال

$$\begin{cases} V_x=\frac{dx}{dt}=2t-4 \xrightarrow{t=3s} V_x=-2\left(\frac{m}{s}\right) \\ V_y=\frac{dy}{dt}=3t^2 \xrightarrow{t=3s} V_y=27\left(\frac{m}{s}\right) \end{cases} \rightarrow |V|=\sqrt{(-2)^2+(27)^2}=27/07\frac{m}{s}$$

فعالیت

$$\begin{cases} a_x=\frac{dV_x}{dt}=2\left(\frac{m}{s^2}\right) \\ a_y=\frac{dV_y}{dt}=6t \xrightarrow{t=3s} a_y\ 18\left(\frac{m}{s^2}\right) \end{cases} \rightarrow |a|=\sqrt{(2)^2+(18)^2}=18/11\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

فعالیت

پاسخ:

الف) معادله حرکت در راستای x به صورت زیر قابل بازنویسی است.

$$x=2t$$

با جای‌گزاری رابطه بالا در معادله سهمی مربوط به شیار معادله حرکت در راستای y به‌دست خواهد آمد.

$$y=x^2/2 \xrightarrow{x=2t} y=2t^2$$

$$V_x=\frac{dx}{dt}=2\frac{m}{s}$$

$$V_y=\frac{dy}{dt}=4t \xrightarrow{t=2s} V_y=8\ \frac{m}{s}$$

ب)
$$V=\sqrt{2^2+8^2}=8/24\ \frac{m}{s}$$

ج)
$$a_x=\frac{dV_x}{dt}=0\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_y=\frac{dV_y}{dt}=4\ \frac{m}{s^2}$$

د)
$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{4^2}=4$$

فعالیت اضافه

معادله‌های حرکت ذره در صفحهٔ افقی XOY در SI به صورت $y=-5t^2$ و $x=20t$ است.

زاویه بین بردارهای سرعت و شتاب در لحظهٔ $t=2\sqrt{3}s$ چند درجه است؟

$$\begin{matrix} x=20t \\ y=-5t^2 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} V_x=\frac{dx}{dt} \\ V_y=\frac{dy}{dt} \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{matrix} V_x=20 \\ V_y=-10t \end{matrix}$$

$$\xrightarrow{t=2\sqrt{3}} \begin{matrix} V_x=20 \\ V_y=-20\sqrt{3} \end{matrix} \rightarrow \theta_V=\tan^{-1}\frac{Vy}{Vx} \rightarrow \theta_V=\tan^{-1}\frac{-20\sqrt{3}}{20} \rightarrow \theta_V=-60$$

$$\begin{matrix} V_x=20 \\ V_y=-10t \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} a_x=\frac{dV_x}{dt} \\ a_y=\frac{dV_y}{dt} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} a_x=0 \\ a_y=-10 \end{matrix} \rightarrow \theta_a$$

$$=\tan^{-1}\frac{a_y}{a_x} \rightarrow \theta_a=\tan^{-1}\frac{-10}{0} \rightarrow \theta_a=-90$$

$$\theta_V-\theta_a=-60-(-90)=30$$

نکته

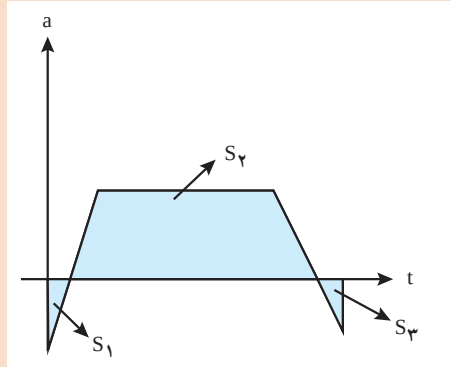
علامت شتاب به تنهایی درباره اینکه سرعت جسم رو به افزایش است یا کاهش است اطلاعاتی را به ما نمی‌دهد. بلکه به منظور تعیین تغییر سرعت ما باید علامت‌های سرعت و شتاب را با یکدیگر مقایسه کنیم. هرگاه سرعت و شتاب هم‌علامت باشند سرعت جسم رو به افزایش است. اگر علامت سرعت و شتاب با یکدیگر مخالف باشند، سرعت جسم رو به کاهش است.

جهت حرکت	نوع حرکت	علامت شتاب	علامت سرعت
+	تند شونده	+	+
+	کند شونده	−	+
−	تند شونده	−	−
−	کند شونده	+	−

نکته

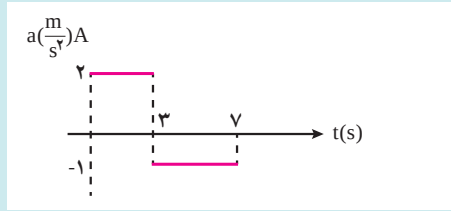
با توجه به اینکه مشتق سرعت نسبت به زمان شتاب می‌باشد. پس انتگرال شتاب، نشان دهنده سرعت خواهد بود و با توجه به مفهوم هندسی انتگرال که نشان دهنده سطح زیر نمودار است می‌توان گفت: سطح زیر نمودار شتاب زمان نشان دهنده تغییرات سرعت خواهد بود.

$$\Delta V = -s_1 + s_2 - s_3$$



فعالیت

متحرکی روی خط راست و از حال سکون به حرکت در می‌آید و نمودار شتاب-زمان آن به شکل مقابل است. سرعت متحرک در ۱۰ ثانیه نخست چند متر بر ثانیه است؟



$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_2 - 0 = 2\times 3 - 1\times 4 + 0 = 2$$

$$V_2 = 2\ m/s$$

حرکت پرتابی

ابتدا شایسته است با ارائه مثال‌هایی از حرکت پرتابه در جهان پیرامون، ذهن دانش‌آموز برای تدریس آماده شود. از جمله مثال‌ها می‌توان به حرکت توپ بسکتبال، وحرکت توپ جنگی اشاره کرد.

سپس با مطرح کردن چند پرسش در مورد توپ جنگی از قبیل:

چگونه می‌توان برد یک توپ جنگی را تعیین نمود؟

چگونه می‌توان محل فرود توپ جنگی را تعیین نمود؟

کدام پارامترها در برد توپ جنگی مؤثر است؟

به‌نظر شما به ازای تغییر پارامترها برد توپ جنگی چطور تغییر می‌کند؟

انگیزه لازم را برای ادامه مبحث در دانش‌آموز ایجاد شود.

توصیه می‌گردد شکل شماتیک از حرکت پرتابه در کتاب درس برای دانش‌آموزان رسم شود. و تعاریف زیر برای فهم بیشتر بر روی آن ارائه شود.

پرتابه: به هر جسمی که به آن سرعت اولیه داده شده باشد و مسیری را بپیماید که به‌طور کامل تحت تأثیر شتاب گرانش و مقاومت هوا تعیین می‌شود، پرتابه گویند.

مسیر پرتابه: رد پرتابه در فضا را مسیر پرتابه گویند.

حرکت پرتابه: به حرکاتی که در آن به بررسی و شناخت یک پرتابه و مسیر آن در فضا پرداخته می‌شود، حرکت پرتابه‌ای گویند.

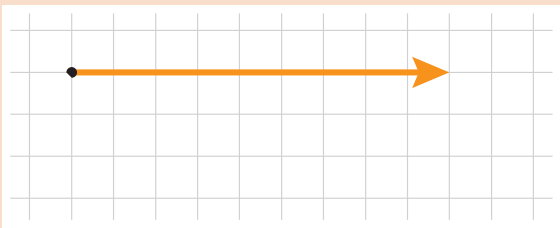
برد پرتابه: به فاصله بین نقطه پرتاب و نقطه‌ای که پرتابه دوباره به سطح اولیه پرتاب باز می‌گردد برد گویند.

علاوه بر تعاریف بالا لازم است که فرضیات اساسی در نظر گرفته شده در حرکت پرتابه به‌طور کامل برای دانش‌آموزان تبیین شود.

فعالیت کارگاهی

پاسخ:

الف) همان‌طور که در شکل مشخص است بردار سرعت توپ با سرعت اولیه رها شده روی میز در لبهٔ میز به صورت شکل زیر است و بردار سرعت در لبه میز فقط دارای سرعت در راستای محور x است. برای توپ دوم که لبه میز رها می‌شود سرعت در لبه میز برابر با صفر است.



ب) اگر زمان انجام آزمایش‌های ثبت شود زمان انجام هر دو آزمایش یکسان خواهد بود. و همان‌طور که از شکل قرار داده شده در کتاب درسی مشخص است دو توپ به‌طور هم‌زمان و با هم به سمت زمین حرکت می‌کنند.
ج) در صورت افزایش سرعت توپ رها شده بر روی میز تنها مؤلفهٔ افقی سرعتی در لحظهٔ سقوط که در شکل بالا نشان داده شده افزایش می یابد.
د) اگر آزمایش بالا را با سرعت‌های مختلف انجام دهیم مشاهده می‌کنیم که زمان رسیدن دو توپ به زمین با هم برابر هستند.
نکته مهم: یکی از مهم‌ترین نتایج این آزمایش که باید نظر دانش‌آموز را به آن جلب کرد این است که در حرکت پرتابه، حرکت افقی و حرکت عمودی به صورت مستقل از هم هستند و بر روی یکدیگر تأثیرگذار نیستند و همان‌طور که در آزمایش بالا مشخص شد افزایش سرعت افقی توپ در لحظه سقوط تأثیری بر زمان برخورد توپ با زمین(مدت زمان لازم برای پیمودن فاصله عمودی) ندارد. بنابراین حرکت پرتابه را می توان به دو حرکت مستقیم الخط مستقل از تجزیه کرد. که این موضوع تحلیل مسائل پرتابه را بسیار ساده می‌کند.

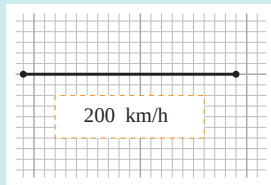
آزمایش بالا در تدریس حرکت پرتابه‌ای از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است و اکیداً توصیه می‌شود که آزمایش بالا با جزییات برای دانش‌آموزان انجام شود و نتایج مهم آن که در کتاب درسی به آن اشاره شده به خوبی برای دانش‌آموزان تبیین گردد.

پرسش پیشنهادی

با توجه به آنچه تاکنون در خصوص حرکت پرتابی برای دانش‌آموزان ارائه نمودید از آنها بپرسید آیا حرکت یک پرنده یا هواپیما یا یک موشک در حال پرواز یک حرکت پرتابی است یا خیر؟ انتظار می رود با توجه به درکی از حرکت پرتابه پیدا کرده‌اند قادر به پاسخ گویی این سؤال باشند. از آنجا که موارد گفته شده هیچ کدام مشخصات حرکت پرتابه را ندارند از این حرکت هیچ یک از آنها نمونه حرکت پرتابه نیست.

فعالیت

پاسخ:
همان‌طور حرکت جعبه همانند پرتابه است. در اولین قدم لازم است بردار سرعت در لحظه سقوط رسم شود. همان‌طور که در شکل مشخص است زاویه پرتابه در لحظه افق برابر با صفر است. حال برای به‌دست آوردن زمان رسیدن پرتابه به زمین تنها کافی است معادله حرکت پرتابه در راستای عمود را که در کتاب درسی ارائه شده است بنویسیم:



$$y - y_{\circ} = V_{\circ}\sin\theta t - \frac{1}{2}gt^{2} \rightarrow \circ - 100 = \circ - \frac{1}{2}10t^{2} \rightarrow t = \sqrt{20}s$$

در گام دوم نیاز است فاصله‌ای که خلبان باید بسته را پرتاب کند تا در سبد قرار گیرد را محاسبه کنیم. برای این منظور از معادله حرکت پرتابه در راستای افقی استفاده می‌کنیم. قبل از انجام محاسبات ریاضی لازم است که واحد سرعت را از کیلومتر برساعت به متر بر ثانیه تبدیل کنیم.

$$x - x_{\circ} = V_{\circ}\cos\theta t \rightarrow \circ - x_{\circ} = ۵۵/۵۵t \xrightarrow{t=\sqrt{۲\circ}s} x_{\circ} = -۲۴۸/۴۵m$$

برای اینکه پرتابه در داخل سبد قرار گیرد لازم است که خلبان پرتابه را در ۲۴۸/۴۵ مانده به هدف رها کند. حالا برای به‌دست آوردن زاویه دید خلبان در لحظه رها کردن پرتابه از تعریف تانژانت استفاده می‌کنیم.

$$\tan\theta = \frac{۱\circ\circ}{۲۴۸/۴۵} \rightarrow \theta = ۲۱/۹۲$$

برای اینکه بسته در داخل سبد قرار گیرد باید زاویه دید خلبان در لحظه رها کردن بسته برابر ۲۱/۹۲ باشد.

لازم است تعریف دقیق برد و فرمول ارائه شده برای دانش‌آموز تدریس شود.

فعالیت

پاسخ:

$$R = \frac{V_{\circ}^{۲}}{g}\sin ۲\theta = \frac{۱۲^{۲}}{۹/۸۱}\sin(۸\circ) = ۱۴/۴۵m$$

آب در فاصله ۴/۵۵ = ۱۴/۴۵ - ۱۹ ماند به دیوار فرود می‌آید.

آیا می‌دانید

$$R = \frac{v_{\circ}^{۲}}{g}\sin ۲\theta = ۱۰۶/۹۸ = \frac{V_{\circ}^{۲}}{۹/۸۱}\sin ۹\circ$$

$$\rightarrow V_{\circ}^{۲} = ۹/۸۱ \times ۱۰۶/۹۸ \rightarrow V_{\circ} = ۳۲/۳ \frac{m}{s}$$

$$V_{\circ} = ۳۲/۳ \times ۳/۶ = ۱۱۶/۲ \frac{Km}{h}$$

فعالیت اضافه

گلوله‌ای در شرایط خلأ تحت زاویه θ نسبت به سطح افق پرتاب می‌شود. ۲ ثانیه پس از پرتاب مؤلفه قائم سرعت صفر می‌شود. اگر مؤلفهٔ افقی سرعت در آن لحظه برابر با ۱۵ $\frac{m}{s}$ باشد، سرعت اولیهٔ گلوله چند متر بر ثانیه است؟

$$\begin{matrix} V_{oy} = -gt + V_{\circ}\sin\theta \\ V_{\circ x} = V_{\circ}\cos\theta \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \circ = -۱\circ \times ۲ + V_{\circ}\sin\theta \\ ۱۵ = V_{\circ}\cos\theta \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} V_{0}\sin\theta = ۲\circ \\ V_{\circ}\cos\theta = ۱۵ \end{matrix}$$

$$\frac{V_{\circ}\sin\theta}{V_{\circ}\cos\theta} = \frac{۲\circ}{۱۵} \rightarrow \tan\theta = \frac{۴}{۳} \rightarrow \theta = \tan^{-۱}\frac{۴}{۳} \rightarrow \theta = ۵۳/۱۳$$

$$V_{\circ} = \frac{۱۵}{\cos ۵۳/۱۳} = ۲۵$$

حرکت دایره‌ای یکنواخت

در این قسمت شایسته است در ابتدا مثال‌هایی از حرکت دایره که به‌طور روزمره با آن روبه‌رو هستیم ارائه شود. در ادامه می‌توانیم از احساس دانش‌آموزان هنگامی که در اتومبیل در حال حرکتی نشسته‌اند سؤال کنید. از دانش‌آموزان بپرسید اگر اتومبیل روی جاده مسطحی (مانند یک پیچ در جاده) بپیچد چه حسی به آنها دست می‌دهد. با توجه به تجربه روزمره انتظار می‌رود پاسخ دهند که به طرف خارج پیچ کشیده می‌شوند. حال اگر از دانش‌آموزان بپرسید آیا در حین پیچیدن شتابی به آنها وارد می‌شود یا نه؟ اکثر دانش‌آموزان پاسخ می‌دهند خیر. جالب این است در این قسمت دانش‌آموزان به سختی می‌توانند قبول کنند که شتابی به‌طرف داخل پیچ دارند. آنچه ممکن است با یافته‌های قبلی دانش‌آموزان متفاوت باشد این موضوع است که هر ذره که برمسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، همواره دارای شتاب جانب مرکز است، حتی اگر بزرگی سرعت ثابت باشد. توجه دانش‌آموزان را به این نکته جلب کنید که اگر چه ممکن است در حرکت دایره‌ای بزرگی سرعت ثابت باشد اما جهت بردار سرعت دائماً در این حرکت در حال تغییر است. همین امر باعث می‌شود مقدار بردار $\vec{\Delta V}$ غیر صفر شود و شتابی که جهت آن همواره به سمت مرکز دایره است در حرکت دایره به‌وجود آید که به آن شتاب مرکز گرا می‌گویند. در ادامه با اثبات روابط و استخراج رابطه شتاب مرکزگرا نکات بالا را برای دانش‌آموزان روشن‌تر کنید.

فعالیت

پاسخ:

$$a=\frac{V^2}{r}=\frac{۷۱۶^2}{۵/۸\times۱۰۰۰}=۸۸/۳۹\ \frac{m}{s^2}$$

$$a=\frac{۸۸/۳۹}{۹/۸۱}=۹g$$

شتاب مرکز گرا در این مانور برابر با ۹ برابر شتاب جاذبه زمین می‌باشد. بنابراین خلبان دچار بیهوشی براثر شتاب g می‌شود.

فعالیت

پاسخ:

$$a=\frac{V^2}{r}=۰/۸۸\times۹/۸۱=\frac{V^2}{۱۶}\rightarrow V^2=۱۳۸\rightarrow V=۱۱/۷۵\ \frac{m}{s}$$

خودرو A حداکثر با سرعت ۱۱/۷۵ متر برثانیه در داخل پیچ حرکت کند.

$$a=\frac{V^2}{r}=۰/۸۸\times۹/۸۱=\frac{V^2}{۲۱}\rightarrow V^2=۱۳۸\rightarrow V=۱۳/۴۶\ \frac{m}{s}$$

خودرو B حداکثر با سرعت ۱۳/۴۶ متر برثانیه در داخل پیچ حرکت کند.

پژوهش کنید

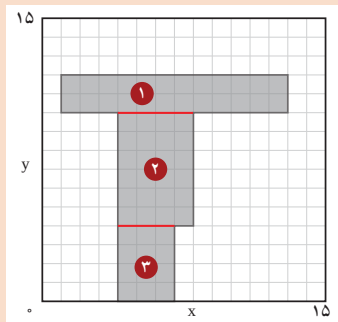
تحقیق کنید که چرا برخی از جاده‌ها را همراه با شیب عرضی می‌سازند.

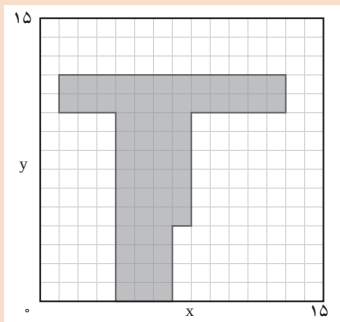
در حین پیچ خودرو شتاب جانب مرکز است که این شتاب به‌وسیله نیروی جانب مرکز ایجاد می‌شود. در جاده‌ها بدون شیب عرضی این نیرو اصطکاک بین لاستیک و جاده تأمین‌کننده نیرو جانب مرکز است. اما در جاده با شیب عرضی علاوه بر اصطکاک، بخشی از نیروی وزن در تأمین نیرو جانب مرکز مشارکت می‌کند. بنابراین خودرو در حین پیچ می‌تواند با سرعت بیشتری به حرکت خود ادامه دهد.

مرکز جرم

تاکنون تمامی مباحث مطرح شده درقالب ذره بود. در حالی که در واقعیت ذره در کاربردهای روز مره وجود خارجی ندارد. در حقیقت ما به منظور ساده سازی از فرض ذره بودن اجسام استفاده می‌کردیم. اما تا زمانی این فرض از تقریب قابل قبولی برخورد است. که ابعاد جسم نسبت به شعاع انحنای مسیر قابل صرف نظر کردن باشد. در غیر این صورت ما نمی‌توانیم از فرض ذره بودن اجسام استفاده کنیم و باید اجسام را به صورت جسم صلب در نظر بگیریم. جسم صلب عبارت است از سیستمی از ذرات که در کنار هم تشکیل یک جسم را می‌دهند.

مثال





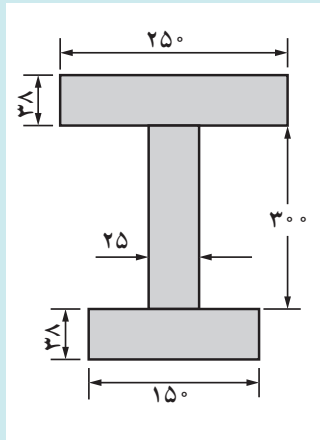
گام دوم:

شماره قسمت	موقعیت طولی مرکز جرم	موقعیت عرضی مرکز جرم	مساحت A	جرم m=ρAh
۱	۷	۱۱	۲۴	۷۸۰۰ × ۲۴ × ۰/۱ = ۱۸۷۲۰
۲	۶	۷	۲۴	۷۸۰۰ × ۲۴ × ۰/۱ = ۱۸۷۲۰
۳	۵/۵	۲	۱۲	۷۸۰۰ × ۱۲ × ۰/۱ = ۹۳۶۰

$$x_{CG}=\frac{m_1x_{CG1}+m_2x_{CG2}+m_3x_{CG3}}{m_1+m_2+m_3}=\frac{۱۸۷۲۰\times۷+۱۸۷۲۰\times۶+۹۳۶۰\times۵/۵}{۱۸۷۲۰+۱۸۷۲۰+۹۳۶۰}=۶/۳$$

$$y_{CG}=\frac{m_1y_{CG1}+m_2y_{CG2}+m_3y_{CG3}}{m_1+m_2+m_3}=\frac{۱۸۷۲۰\times۱۱+۱۸۷۲۰\times۷+۹۳۶۰\times۲}{۱۸۷۲۰+۱۸۷۲۰+۹۳۶۰}=۷/۶$$

فعالیت



پاسخ:

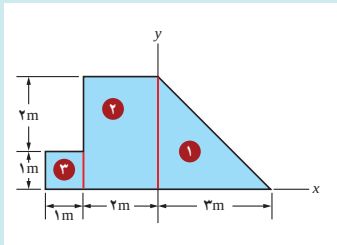
شماره قسمت	موقعیت طولی مرکز جرم	موقعیت عرضی مرکز جرم	مساحت A	جرم m=ρAh
۱	۰	۱۶۹	۹۵۰۰	۷/۸ × ۱۰$^{-۶}$ × ۹۵۰۰ × ۱۰ =۰/۷۴۱
۲	۰	۰	۷۵۰۰	۷/۸ × ۱۰$^{-۶}$ × ۷۵۰۰ × ۱۰ =۰/۵۸۵
۳	۰	-۱۶۹	۵۷۰۰	۷/۸ × ۱۰$^{-۶}$ × ۵۷۰۰ × ۱۰ =۰/۴۴۴

$$x_{CG}=\frac{m_1x_{CG1}+m_2x_{CG2}+m_3x_{CG3}}{m_1+m_2+m_3}=\frac{۰/۷۴۱\times۰+۰/۵۸۵\times۰+۰/۴۴۴\times۰}{۰/۷۴۱+۰/۵۸۵+۰/۴۴۴}=۰$$

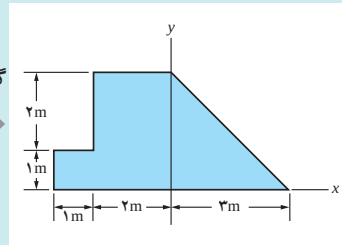
$$_{CG}=\frac{m_1y_{CG1}+m_2y_{CG2}+m_3y_{CG3}}{m_1+m_2+m_3}=\frac{۱۶۹\times۰/۷۴۱+۰\times۰/۵۸۵-۱۶۹\times۰/۴۴۴}{۰/۷۴۱+۰/۵۸۵+۰/۴۴۴}$$

۲۸/۳۵mm

فعالیت



گام اول



شماره قسمت	موقعیت طولی مرکز جرم	موقعیت عرضی مرکز جرم	مساحت A	جرم m=ρAh
۱	۱	۱	۴/۵	۷۸۰۰ × ۴/۵ × ۰/۰۱=۳۵۱
۲	-۱	۱/۵	۶	۷۸۰۰ × ۶ × ۰/۰۱ = ۴۶۸
۳	-۲/۵	۰/۵	۱	۷۸۰۰ × ۵۷۰۰ × ۰/۰۱ = ۷۸

$$x_{CG} = \frac{m_1 x_{CG1} + m_2 x_{CG2} + m_3 x_{CG3}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{۳۵۱\times۱ + ۴۶۸\times-۱ + ۷۸\times-۲/۵}{۳۵۱ + ۴۶۸ + ۷۸} = -۰/۳۴۷$$

$$y_{CG} = \frac{m_1 y_{CG1} + m_2 y_{CG2} + m_3 y_{CG3}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{۳۵۱\times۱ + ۴۶۸\times۱/۵ + ۷۸\times۰/۵}{۳۵۱ + ۴۶۸ + ۷۸} = ۱/۲۱$$

تصویر	مرکز جرم
	$x_{CG} = -۲۱/۷۸۷mm$ $y_{CG} = ۰mm$ $z_{CG} = ۰mm$
	$x_{CG} = -۲۵/۰۸۳mm$ $y_{CG} = ۷۱/۴۷۴mm$ $z_{CG} = ۸۹/۷۳۴mm$
	$x_{CG} = ۰mm$ $y_{CG} = -۰/۱۳۳mm$ $z_{CG} = -۴۹/۹۲۶mm$

	x_{CG} = ۲۰/۶۳۱mm y_{CG} = ۳/۸mm z_{CG} = −۱۰/۶۱۹mm
	x_{CG} = ۰mm y_{CG} = −۰/۰۰۱mm z_{CG} = ۰mm

ممان اینرسی

در اینجا پیشنهاد می‌شود از دانش‌آموزان سؤال شود که برای هل دادن یک خودرو سواری نیاز به نیروی بیشتری دارند یا یک کامیون؟ بنا به تجربه دانش‌آموزان می‌گویند یک کامیون. از دانش‌آموزان علت را بپرسید؟ قاعدتاً به وزن بیشتر کامیون اشاره می‌کنند. در این قسمت لازم است با یادآوری قانون سوم نیوتن مفهوم اینرسی جرمی را برای دانش‌آموز یادآوری کنیم. این قانون بیان می‌دارد که جسم تمایل دارد هر حالتی را که دارد حفظ نمایید و برای تغییر در وضعیت حرکتی جسم نیاز است تا به آن نیرو اعمال شود. مقدار این نیرو با استفاده از قانون دوم نیوتن تعیین می‌شود و هر چه جسم سنگین‌تر باشد برای تغییر در وضعیت حرکتی آن نیاز به نیروی بیشتری است.

حال از دانش‌آموزان بپرسید برای به گردش در آوردن یک دیسک سنگین با شعاع کوچک نیاز به نیروی بیشتری دارند یا به گردش در آوردن یک دیسک سبک با شعاع بزرگ؟ قاعدتاً در اینجا پاسخ گوناگونی از دانش‌آموزان دریافت خواهید کرد. و دانش‌آموزان نمی توانند پاسخ مشخصی را به شما ارائه دهند. حال لازم است که به دانش‌آموزان گفته شود همانند جرم که تعیین کننده میزان مقاومت جسم در برابر حرکت خطی بود. پارامتر دیگری در فیزیک تعریف می شود به نام ممان اینرسی جرمی که بیان‌گر میزان مقاومت جسم در برابر حرکت چرخشی است و برای پاسخ به سؤال مطرح شده نیاز است که ممان اینرسی دو دیسک حساب شود و با هم مقایسه شوند.

فعالیت

پاسخ:

$$\left.\begin{matrix} I \propto r^2 \\ I \propto m \end{matrix}\right\} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = (\frac{r_2}{r_1})^2 \frac{m_2}{m_1} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2^2 \times 1 = 4$$

فعالیت

پاسخ:

با انجام آزمایش فوق مشاهده می‌شود که با جمع کردن دست‌ها سرعت چرخش افزایش می‌یابد. علت این امر این است که با جمع کردن دست شعاعی که در آن توزیع جرم صورت گرفته کاهش می‌یابد در نتیجه ممان اینرسی دورانی نیز کاهش می‌یابد به عبارت دیگر مقاومت در برابر چرخش فرد کم می‌شود بنابراین سرعت چرخش فرد افزایش می‌یابد.

مثال

$$I_{zz} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}ml^2 = \frac{1}{4} \times 10 \times 0/02^2 + \frac{1}{12} \times 10 \times 0/2^2 = 0/034 Kg$$

فعالیت

پاسخ: برای تعیین فرمول مربوطه باید به کتاب همراه مراجعه شود

	$x = \frac{4r}{3\pi}$	$I_{xx} = I_{yy}$ $= \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}ml^2$ $I_{x_1x_1} = I_{y_1y_1}$ $= \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{3}ml^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2}mr^2$ $\bar{I}_{zz} = (\frac{1}{2} + \frac{16}{9\pi^2})mr^2$

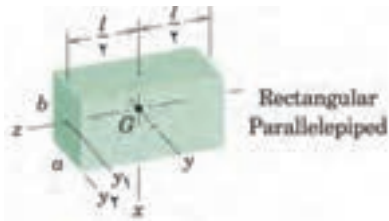
همان طور که مشخص است محور x مطرح شده در صورت سؤال در کتاب همراه با y_1 مشخص شده است بنابراین در آنجا از فرمول $I_{y_1y_1}$ به منظور محاسبه ممان اینرسی استفاده می‌شود.

$$I_{xx} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{3}ml^2 = \frac{1}{4}15(0/1)^2 + \frac{1}{3}15(0/5)^2 = 1/2875 Kgm^2$$

فعالیت

پاسخ:

برای به‌دست آوردن ممان اینرسی حول مرکز جسم از جدول ارائه شده در کتاب همراه استفاده می‌کنیم. با توجه به جدول کتاب همراه برای به‌دست آوردن ممان اینرسی حول مرکز از فرمول استفاده می‌شود.

	—	$I_{xx} = \frac{۱}{۱۲} m(a^۲ + l^۲)$ $I_{yy} = \frac{۱}{۱۲} m(b^۲ + l^۲)$ $I_{zz} = \frac{۱}{۱۲} m(a^۲ + b^۲)$ $I_{y_۱y_۱} = \frac{۱}{۱۲} mb^۲ + \frac{۱}{۳} ml^۲$ $I_{y_۲y_۲} = \frac{۱}{۳} m(b^۲ + l^۲)$

$$I_{zz} = \frac{۱}{۱۲} m(a^۲ + b^۲) = \frac{۱}{۱۲} ۱۰(۸^۲ + ۶^۲) = ۸۳ / ۳۳ \ lb.in^۲$$

حال با استفاده از قضیه محورهای موازی ممان اینرسی را حول محور o-o محاسبه می‌کنیم.

$$I_{oo} = I_{zz} + md^۲ = ۸۳ / ۳۳ + ۱۰(۴^۲ + ۶^۲) = ۶۰۳ / ۳۳ \ lb.in^۲$$

ممان اینرسی حول محورهای مختصات	تصویر

	IoxG 0.005kgxm2 IoyG 3.805e-004kgxm2 IozG 0.006kgxm2 IxyG 0kgxm2 IxzG -6.462e-027kgxm2 IyzG -7.112e-008kgxm2
	IoxG 2.961e-004kgxm2 IoyG 1.642e-004kgxm2 IozG 1.642e-004kgxm2 IxyG 1.331e-015kgxm2 IxzG 1.283e-014kgxm2 IyzG 4.15e-020kgxm2
	IoxG 7.755e-006kgxm2 IoyG 4.745e-008kgxm2 IozG 7.797e-006kgxm2 IxyG 0kgxm2 IxzG 0kgxm2 IyzG 0kgxm2

فعالیت

پاسخ:

از دیگر کاربردهای چرخ طیار، می‌توان به موتور ماشین اشاره کرد. در موتور خودرو چرخ طیار را به میل لنگ متصل می‌کنند. هدف از این کار این است. تا در فواصل زمانی که در سیلندر خودرو احتراق صورت می‌گیرد انرژی را به‌صورت مکانیکی در چرخ طیار ذخیره کنند. تا در فواصل زمانی که احتراق در موتور صورت نمی‌گیرد از انرژی ذخیره شده در چرخ طیار به‌منظور به حرکت در آوردن سیلندرها استفاده شود. استفاده از چرخ طیار سبب کار کردن موتور با سرعت یکنواخت و عملکرد نرم‌تر آن می‌شود.

از چرخ طیار در سنگ شکن صنعتی نیز استفاده می‌شود.

حرکت ژیرسکوپی

توصیه می‌شود برای فهم بیشتر از دانش‌آموزان بخواهید. چرخ جلوی دوچرخه خود را از زمین بلند کنند. یک بار هنگامی چرخ جلو دوران نمی‌کند، فرمان دوچرخه را بچرخانند و بار دیگر چرخ جلو با سرعت بچرخانند و در حین چرخیدن چرخ تلاش به گرداندن فرمان کنند و نتیجه را گزارش کنند. در حالتی چرخ ثابت است گرداندن فرمان به راحتی انجام می‌شود اما در حالتی که چرخ جلو در حال دوران است گرداندن چرخ جلو نیازمند نیرو است. علت این پدیده را از دانش‌آموزان بپرسید تا ذهن آنها آماده تدریس مبحث شود.

ارتعاشات

توصیه می‌شود در ابتدا این بخش مثال‌هایی از ارتعاش برای دانش‌آموزان ارائه شود. سپس مفاهیم اصلی ارتعاش از قبیل: نیروی تحریک، فرکانس تحریک، دوره تناوب ارتعاش، فرکانس طبیعی و فرکانس ارتعاش برای دانش‌آموزان تعریف شود. لازم است پدیده‌های ارتعاش اشاره شده در کتاب درسی به دو دسته مفید و مضر تقسیم شود. از جمله موارد مضر که باید دانش‌آموزان با آن آشنا شوند پدیده تشدید است که آثار بسیار مخربی دارد.

فعالیت

پاسخ: روابط بالا با فرض خطی بودن ارتعاش استخراج شده است. با افزایش مقدار زاویه انحراف اولیه از اعتبار این فرض کاسته می‌شود.

عنوان پودمان	تکالیف عملکردی (واحدهای یادگیری)	استاندارد عملکرد (کیفیت)	نتایج مورد انتظار	شاخص تحقق	نمره
پودمان ۴: تحلیل نیروهای دینامیکی	۱ـ تحلیل و محاسبات مربوط به حرکت دوبعدی	تحلیل و محاسبات حرکت اجسام تحت اثر نیروها و بررسی مفاهیم جرم، اینرسی، ارتعاش و تشدید	بالاتر از حد انتظار	تعیین بردار جابه‌جایی، سرعت و شتاب ذره، تعیین بردار سرعت و شتاب حرکت پرتابه و حرکت دایره‌ای، تعیین مرکز جرم و ممان اینرسی جسم، تعیین تعداد و زمان نوسانات آونگ	۳
			درحد انتظار	تعیین بردار جابه‌جایی، سرعت و شتاب ذره، تعیین بردار سرعت و شتاب حرکت پرتابه و حرکت دایره‌ای، تعیین مرکز جرم	۲
	۲ـ تحلیل و بررسی مفاهیم مرکز جرم، ممان اینرسی، ارتعاش و تشدید		پایین تر از حد انتظار	تعیین بردار جابه‌جایی، سرعت و شتاب ذره، تعیین بردار سرعت و شتاب حرکت پرتابه	۱
	نمره مستمر از ۵				
	نمره شایستگی پودمان				
	نمره پودمان از ۲۰				