

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# آمار و احتمال

رشته ریاضی و فیزیک

پایه یازدهم

دوره دوم متوسطه



## وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

آمار و احتمال پایه پازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۱۱۲۱۵

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

## سازمان دادگستری و ندای عدالت

همیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، ناصر بروجردیان، محمدحسن بیژن زاده، خسرو داودی، زهرا رحیبی، محمدهاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سید صالحی، میرشهرام صدر، اکرم قابل رحمت، طاهر قاسمی هنری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه ریزی) همیدرضا امیری، میرشهرام صدر، امید نقشینه ارجمند، محمود داورزنی، احسان بهرامی سامانی و عادل محمدپور (اعضای گروه تألیف) - محمدکاظم بهنیا (ویراستار) اداء کا۔ نظارت ب نش و توزیع مواد آزمایش.

## نام کتاب:

ندہ آور ندہ:

شناسه افزوده برنامه ریزی و تأثیف:

لیدا نیکروش (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - زهره بهشتی شیرازی (صفحه آرا) - صبا کاظمی (طراح جلد) - بهنام بهبود، شاداب ارشادی، علیرضا ملکان، کبری اجابتی، فاطمه رئیسیان فیروابا، مریم دهقان زاده (امور امدادسازی)  
 تهران: خیابان ایوانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پژوهش (شهید موسوی)  
 تلفن: ۰۲۶۶-۸۸۸۳۱۱۶۹، دورنگار: ۰۲۶۶-۸۸۳۰۹۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹  
[www.irtextbook.ir](http://www.irtextbook.ir) و [www.chap.sch.ir](http://www.chap.sch.ir)

سایر ایجادکننده‌ها

شناخت افه مدد مسانده :

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران: کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱  
داروپختن) تلفن: ۰۵-۴۹۸۱۶۱، ۰۵-۴۹۸۵۱۶۱، ۰۵-۴۹۸۵۱۶۰، دورنگار: ۳۷۵۱۵۱-۱۳۹

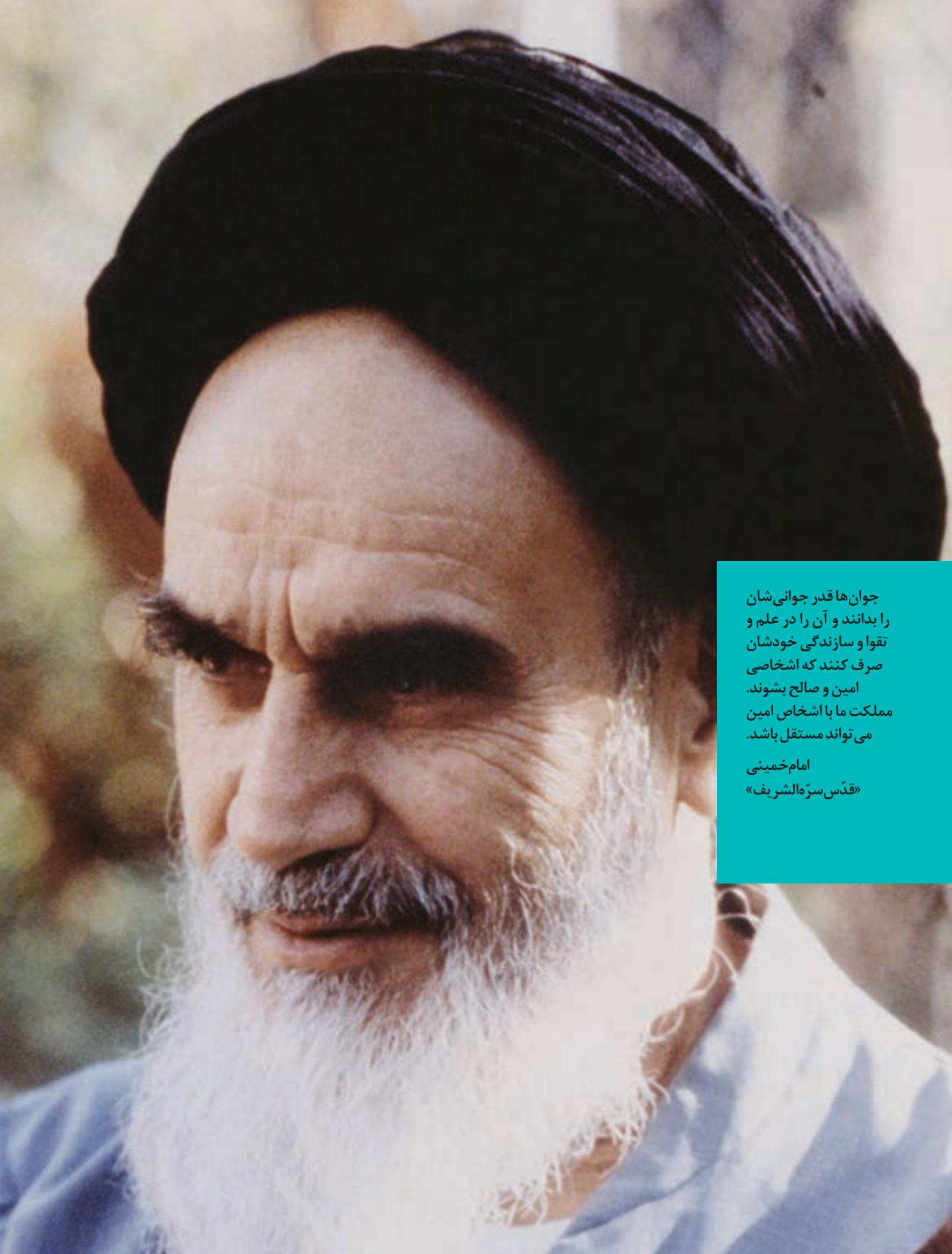
413

میلاد

پاپیٹ

شانک، ۳-۲۷۷۳-۰۸-۹۶۴-۹۷۸

ISBN: 978 964 05 2773 3



جوان‌ها قدر جوانی‌شان  
را بدانند و آن را در علم و  
تقوا و سازندگی خودشان  
صرف کنند که اشخاصی  
امین و صالح بشوند.  
ملکت ما با اشخاص امین  
می‌تواند مستقل باشد.

امام‌خمینی  
«قدس‌سرّه‌الشریف»

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از این کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع، بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌کیرند.

## فهرست

۱	فصل ۱—آشنایی با مبانی ریاضیات
۲	درس ۱—آشنایی با منطق ریاضی
۲	گزاره
۴	جدول ارزش گزاره‌ها
۵	گزاره‌نما
۵	دامنه متغیر گزاره‌نما
۶	ترکیب گزاره‌ها
۶	نقیض یک گزاره
۷	ترکیب فصلی دو گزاره
۸	ترکیب عطفی دو گزاره
۹	ترکیب شرطی دو گزاره
۱۲	ترکیب دو شرطی دو گزاره
۱۳	سورها
۱۵	نقیض گزاره‌های سوری
۱۹	درس ۲—مجموعه—زیرمجموعه
۲۰	تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه
۲۱	افزار یک مجموعه
۲۲	تعريف زیرمجموعه به کمک نمادهای ریاضی
۲۲	روش عضوگیری دلخواه
۲۳	دو مجموعه مساوی
۲۶	درس ۳—قوانين و اعمال بین مجموعه‌ها (جبر مجموعه‌ها)
۲۲	قانون دومورگان
۲۵	ضرب دکارتی بین دو مجموعه
۳۹	فصل ۲—احتمال
۴۰	درس ۱—مبانی احتمال
۴۰	آمار و احتمال به چه کار می‌آیند؟
۴۲	ترجمه زبان گزاره‌ها به زبان مجموعه‌ها
۴۳	تشخیص فضای نمونه
۴۴	اصول احتمال

۴۸ .....	درس ۲- احتمال غیرهمشانس .....
۵۲ .....	درس ۳- احتمال شرطی .....
۵۳ .....	احتمال شرطی : کاهش فضای نمونه .....
۵۳ .....	احتمال شرطی چگونه محاسبه می شود؟ .....
۵۶ .....	قانون ضرب احتمال .....
۵۸ .....	قانون احتمال کل .....
۶۰ .....	قانون بیز .....
۶۴ .....	تمرین .....
۶۷ .....	درس ۴- پیشامدهای مستقل و وابسته .....
۶۹ .....	انتخاب های با جای گذاری و بدون جای گذاری .....
۷۱ .....	تمرین .....

<b>۷۳ .....</b>	<b>فصل ۳- آمار توصیفی .....</b>
۷۴ .....	درس ۱- توصیف و نمایش داده ها .....
۸۴ .....	درس ۲- معیار های گرایش به مرکز .....
۸۴ .....	(الف) میانگین داده ها .....
۸۶ .....	(ب) میانه داده ها .....
۸۸ .....	(پ) مد یا نما داده ها .....
۸۹ .....	میانگین، میانه و مد داده ها، کدام معیار را انتخاب می کنید؟ .....
۹۳ .....	درس ۳- معیار های پراکندگی .....
۹۳ .....	۱- انحراف معیار و واریانس داده ها .....
۹۶ .....	۲- ضریب تغییرات داده ها .....
۹۷ .....	نمودار جعبه ای .....

<b>۱۰۳ .....</b>	<b>فصل ۴- آمار استنباطی .....</b>
۱۰۴ .....	درس ۱- گردآوری داده ها .....
۱۱۶ .....	تمرین .....
۱۱۸ .....	درس ۲- برآورد .....
۱۲۱ .....	برآورد بازه ای .....
۱۲۸ .....	منابع .....

## مقدمه

کتاب درسی آمار و احتمال در راستای اهداف برنامه درسی حوزهٔ تربیت و یادگیری ریاضی و بارویکرد آموزش از طریق حل مسئله و تأکید بر فعالیت در کلاس درس به جهت شکل‌گیری و ساختن مفاهیم توسط دانش آموزان تألیف شده است. مطالب این کتاب حدود و دامنه کار دیبران محترم را مشخص کرده و توقع مؤلفان و دفتر تألیف نیز همین است که مطالب کتاب بی کم و کاست و بدون هیچ گونه اضافاتی (به لحاظ موضوع و مفهوم جدید)، تدریس شود.

به عنوان مثال در فصل اول اثبات هم ارزی‌ها بدون استفاده از جدول ارزش‌ها مطرح نشده و لذا طرح چنین سؤال‌هایی چه در کلاس و چه در سؤال‌های ارزشیابی جایز نمی‌باشد.

در فصل اول با منطق ریاضی آشنا خواهید شد، منطق ریاضی دستور زبان ریاضی است موضوع منطق ریاضی به معنای عام، تفکر است. آنچه که تفکر را به عنوان موضوع منطق ریاضی از دیگر موضوعات علوم دیگر متمایز می‌کند، تعیین خاصی برای تفکر است که به آن تفکر استدلالی یا تفکر استنتاجی می‌گوییم، یعنی منطق ریاضی به بررسی قواعد استدلال در ریاضیات می‌پردازد.

از طرفی توجه دارید که تئوری احتمالات مبتنی بر تئوری مجموعه‌ها و تئوری مجموعه‌ها نیز مبتنی بر منطق ریاضی است و به همین دلیل در فصل اول به این دو موضوع (منطق ریاضی و مجموعه‌ها) پرداخته شده است.

فصل دوم در مورد علم احتمال است. دانش آموزان در سال‌های گذشته با احتمال و حل برخی مسائل مقدماتی آن آشنا شده‌اند ولی مبتنی بر آنچه آموخته‌اند ممکن است باشتباه تصور کنند مسائل علم احتمال، چیزی غیر از دو مسئله شمارشی و تقسیم «تعداد حالات مطلوب» به «تعداد حالات ممکن» نیست. هر چند این تصور از مسائل احتمال، در ابتدای آشنایی با احتمال مفید است ولی لازم است دید دانش آموز وسیع‌تر شود. در این درس مفاهیمی چون استقلال و احتمال غیرهمشانس می‌توانند به این گسترش دید کمک کنند و البته بهتر است معلم نیز در حین تدریس بر این موضوع تأکید کند که «علم احتمال شاخه‌ای از علم ترکیبیات نیست.»

موضوع بسیاری از مثال‌هایی که در فصل احتمال مطرح می‌شود پرتاب تاس و پرتاب سکه و انتخاب کارت‌های رنگی و... است و ممکن است در ذهن دانش آموز این شبیه به وجود بیاید که «علم احتمال به حل مسائلی بی‌فایده می‌پردازد!» وجود این نوع مسائل در تمامی کتاب‌های احتمال از این جهت است که یادگیری قضایا و فرمول‌های احتمال با کمک آنها ساده‌تر است. تذکر این نکته در کلاس و به علاوه توجه به مثال‌هایی که در آنها تا حدی به مباحث واقعی تر پرداخته شده است می‌تواند دانش آموز را تا حدی متوجه اهمیت و کاربردهای علم احتمال کند.

در ریاضیات به‌طور کلی و در علم احتمال به‌طور خاص، هم درک شهودی اهمیت دارد و هم توانایی محاسبه. از این رو خوب است که داشت آموز گاهی قبل از محاسبه یک احتمال بتواند تقریبی کلی از پاسخ را ارائه کند و دست کم به‌طور حسی مشخص کند که آیا جواب به یک نزدیک است، یا به صفر نزدیک است و یا هیچ‌کدام؛ و گاهی نیز پس از پایان محاسبات از خود ببررسد که آیا پاسخ با شهودش سازگار است؟ اگر نیست آیا در محاسبه اشتباه کرده است و یا اینکه شهود، او را درست هدایت نمی‌کند؟

در فصل‌های سوم و چهارم به موضوع آمار پرداخته‌ایم، در این فصول و در ادامه مطالبی که داشت آموزان در سال‌های قبل یاد گرفته‌اند و نیز با هدف بالا بردن سطح سواد آماری سعی در کاربردی ارائه کردند این علم داشته‌ایم. اغلب آمار را به‌عنوان معنای قدیمی آن یعنی گردآوری داده‌ها می‌شناسند، ولی علم آمار کاربردهای گوناگونی دارد. در آمار توصیفی راه‌های تلخیص داده‌ها را با معیارهای مختلف و نمودارهای گوناگون بیان و اطلاعات آنها را ساده و قابل استفاده می‌کند. اوج علم آمار استفاده از علم احتمال برای ابداع آمار استنباطی بوده است. آمار استنباطی استخراج نتایجی براساس بخش کوچکی از داده‌ها در یک مسئله است که می‌توان آن را به همه داده‌های آن مسئله تعیین داد. با وجود آنکه پایه‌های احتمال بر نظریه‌های ریاضی استوار شده است، ولی آمار را نمی‌توان به عنوان شاخه‌ای از ریاضی در نظر گرفت. به دلیل ارتباط آمار با علوم تجربی، آموزش آمار نیز شباهت بیشتری به آموزش فیزیک و شیمی دارد تا به ریاضیات.

در پایان، از همه همکاران، کارشناسان و دیران محترم تقاضا داریم ما را از نظرات و پیشنهادات سازنده خویش، بهره‌مند نموده و از طریق سایت<sup>۱</sup> و ایمیل<sup>۲</sup> واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی دفتر تألیف کتاب‌های درسی با ما در ارتباط باشند.

مؤلفان