

بخش ششم

قضیه شرطی و قیاس استثنایی

درس نهم

قضیه شرطی
و قیاس استثنایی



ابونصر فارابی
۳۳۹-۲۶۰ هـ. ق

نسبت فن منطق به عقل و فکر مانند
نسبت فن نحو به زبان و الفاظ است.
پس همان طور که علم نحو به بیان
قوانین الفاظ می پردازد، علم منطق
نیز به بیان قوانین تفکر می پردازد.

(فارابی، احصاء العلوم)

آنچه در این بخش می‌خوانیم

مادری با دیدن علائم بیماری کودک خود، بدون مراجعه مجدد به پزشک، نسخه قبلی را برای وی استفاده می‌کند؛ وی این‌گونه استدلال کرده است:

اگر کودک من همان بیماری را گرفته باشد، تب و دل درد خواهد داشت.
کودک من تب و دل درد دارد.

∴ کودک من همان بیماری را گرفته است.

این استدلال از نظر منطقی صحیح نیست! آیا می‌توانید اشکال این استدلال را توضیح دهید؟

چنان‌که ملاحظه می‌کنید، مقدمه اول این استدلال قضیه‌ای شرطی است. در این بخش با این‌گونه از قضایا آشنا می‌شوید و نحوه استدلال کردن از طریق آنها را می‌آموزید.

قضیه شرطی و قیاس استثنایی

به قضایایی که در آن به اتصال یا انفصال میان دو نسبت حکم شود، قضیه شرطی می‌گویند.^۱
قضیه شرطی به دو دسته متصل و منفصل تقسیم می‌شود. به دو قضیه زیر توجه کنید:

۱ اگر باران نیارد، آنگاه خشک سالی می‌شود.

۲ یا باران می‌بارد یا خشک سالی می‌شود.

هر دو قضیه این پیام را می‌رسانند که وقوع خشک سالی مشروط به نیاریدن باران است. به قضیه نخست که ساختار آن به صورت «اگر — آنگاه —» است، شرطی متصل می‌گویند. در قضیه دوم نیز خشک سالی و بارش باران به یکدیگر مشروط و مرتبط شده‌اند. به این دسته از قضایا که ساختار آنها به صورت «یا — یا —» است، شرطی منفصل می‌گویند.

متصل (اگر — آنگاه —)	}	قضیه شرطی
منفصل (یا — یا —)		

قضیه شرطی متصل

■ هرگاه نور شدت یابد، آنگاه مردمک چشم تنگ می‌شود.

■ اگر بخاری روشن باشد، آنگاه اتاق گرم می‌شود.

از آنجا که در این گونه قضایا به پیوستگی، اتصال و ملازمه دو نسبت حکم می‌شود، این

۱- در این کتاب تنها قضایای شرطی موجب بررسی شده‌اند و مطالب ذکر شده برای قضایای شرطی متصل و منفصل تنها به قضایای موجب اختصاص دارند.

قضایا را «شرطی متصل» می‌نامند. این گونه قضایا از دو جزء شرط و جواب شرط تشکیل شده‌اند. به بخش شرط قضیه، «مقدم» و به جواب شرط، «تالی» گفته می‌شود.

اگر درس بخوانی، آنگاه موفق می‌شوی

مقدم تالی

قضایای شرطی متصل در مکالمات روزمره

سعی کنید مقدم و تالی را در قضیه زیر مشخص کنید :

- تیم ما حتماً برنده می‌شود؛ البته اگر فلانی در خط حمله بازی کند. در قضایای شرطی متصل، ممکن است جای اجزای جمله عوض شود. بنابراین باید توجه داشت که مقدم لزوماً نباید در ابتدای قضیه بیاید و تالی به لحاظ معنا دنباله مقدم است؛ نه آنکه لزوماً در گفتار نیز پس از مقدم ذکر شود. همچنین گاهی در مکالمات روزمره لفظ «اگر» یا «آنگاه» ذکر نمی‌شود یا الفاظ دیگری به جای آنها به کار می‌روند. مانند :
- هرگاه فلز حرارت ببیند، در این صورت منبسط می‌شود.
- گر آنها که دانستمی کردمی نکو سیرت و یار سا بودمی
- در صورتی که قرارداد را امضا کنید، ملزم به اجرای آن هستید.

تمرین



مقدم و تالی قضایای زیر را مشخص کنید :

▪ اگر فردا امتحان داشته باشیم، نمی‌توانیم امشب به مهمانی برویم.

.....

▪ با والیبال خدا حافظی خواهیم کرد؛ در صورتی که در بازی فردا برنده نشویم.

.....

▪ تمرین‌ها را امشب می‌نویسم؛ اگر وقت پیدا کنم.

قضیه شرطی منفصل و اقسام آن

به مثال‌های زیر توجه کنید :

۱ «با این عدد طبیعی زوج است یا فرد».

- ۲ آیا می‌توانم در انتخابات ریاست جمهوری از بین چهار نامزد، به هر دو نامزد الف و ب رأی دهم؟ خیر «یا می‌توانی به نامزد الف رأی بدهی یا به نامزد ب».
- ۳ در سایت سازمان سنجش نوشته شده است که کارنامه داوطلبان کنکور «یا از طریق وارد کردن شماره پرونده یا وارد کردن شماره ملی قابل مشاهده است».

The image shows a web form with the following text and elements:

- Header: «برای دسترسی به کارنامه خود شماره پرونده یا شماره ملی خود را وارد نمایید:»
- Logo: «سازمان سنجش»
- Input fields: Two horizontal boxes for «شماره پرونده» and «شماره ملی».
- Button: «ورود»

چنان که ملاحظه می‌شود، در این قضایا، دو بخش قضیه به یکدیگر مرتبط اند و در آنها به گسستگی، انفصال و عناد (یعنی ناسازگاری) دو یا چند نسبت حکم شده است. این قضایا را «شرطی منفصل» می‌نامند که دارای اقسام زیراند:

۱- **منفصل حقیقی**: در قضیه نخست، اگر عدد طبیعی زوج باشد، فرد نیست و اگر فرد باشد، زوج نیست. لذا در این گونه قضایا هر دو بخش قضیه، هم‌زمان صادق و هم‌زمان کاذب نیستند^۱. بنابراین انفصال میان دو بخش این گونه قضایا، انفصالی حقیقی و تام است و لذا آنها را قضیه «منفصل حقیقی» می‌نامند.

۲- **منفصل مانعة الجمع**: در قضیه دوم، اگر فرد به نامزد الف رأی دهد، نمی‌تواند به نامزد ب رأی دهد (و اگر به نامزد ب رأی دهد، نمی‌تواند به نامزد الف رأی دهد). لذا دو بخش این گونه قضایا قابل جمع در صدق نیستند؛ اما می‌تواند نه به نامزد الف رأی دهد و نه به نامزد ب (مثلاً به نامزد ج رأی دهد)؛ لذا دو بخش این گونه قضایا می‌توانند قابل جمع در کذب باشند.

۳- **منفصل مانعة الرفع**: در قضیه سوم، برای مشاهده کارنامه خود ناچارید یکی از دو راه وارد کردن شماره پرونده یا وارد کردن شماره ملی را انتخاب کنید و نمی‌توانید از هیچ کدام از آنها استفاده نکنید. لذا دو بخش این گونه قضایا قابل جمع در کذب نیستند^۲؛ اما می‌توانید هم‌زمان با وارد کردن شماره پرونده و شماره ملی، کارنامه خود را مشاهده کنید؛ لذا دو بخش این گونه قضایا می‌توانند قابل جمع در صدق باشند.

۱- به عبارت دیگر، دو بخش این گونه قضایا قابل جمع در صدق و قابل جمع در کذب نیستند.

۲- نام دیگر این قضیه «منفصلة مانعة الخلو» است.

براین اساس قضایای منفصله دارای سه حالت زیر هستند :

الف یا ب (نه هر دو و نه هیچ کدام)	منفصل حقیقی
الف یا ب (نه هر دو و شاید هیچ کدام)	منفصل مانع الجمع
الف یا ب (نه هیچ کدام و شاید هر دو)	منفصل مانع الرفع

* جست و جو در اینترنت به کمک عملگرهای منطقی

هنگام جست و جو در اینترنت می‌توانیم در میان کلمات از «و» (عطف دو کلمه) و «یا» (انفصال میان دو کلمه) استفاده کنیم. این حروف را اصطلاحاً عملگرهای منطقی می‌نامند.

عطف دو کلمه:

برای یافتن مطالبی که هر دو کلمه مورد نظر ما را داشته باشند، از «و» استفاده می‌شود. بدین منظور در رایانه از علامت‌های: «+ ، & ، AND» استفاده می‌شود. به عنوان مثال برای آنکه جست و جوی خود را به «هوش مصنوعی» محدود کنیم، در موتورهای جست و جو می‌نویسیم: هوش + مصنوعی

انفصال میان دو کلمه:

برای یافتن مطالبی که حداقل یکی از دو کلمه مورد نظر ما را داشته باشد، از «یا» استفاده می‌کنیم. بدین منظور در رایانه از علامت‌های «| ، OR» استفاده می‌شود. به عنوان مثال برای یافتن مطالبی که یا درباره «هوش» و یا درباره «مصنوعی» هستند، در موتورهای جست و جو می‌نویسیم: هوش | مصنوعی

■ با جست و جوی چند کلمه در اینترنت مشخص کنید که عملگر «یا» در رایانه به کدام یک از سه حالت منفصل حقیقی، مانع الجمع و یا مانع الرفع در نظر گرفته شده است.



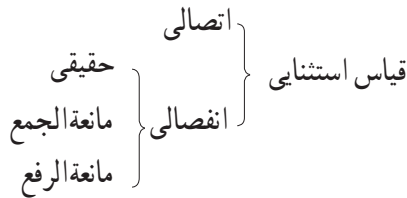
قیاس استثنایی

قیاس استثنایی قیاسی است که عین نتیجه یا نقیض آن در یکی از مقدمات استدلال ذکر شده باشد. مانند:

اگر باران می بارد، هوا ابری است.
 هوا ابری نیست.

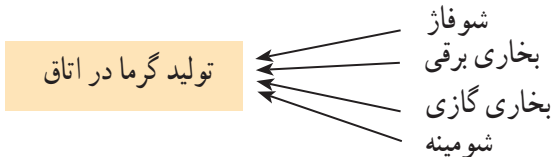
 ∴ باران نمی بارد.

این قیاس از دو مقدمه تشکیل می شود که یکی شرطی و دیگری حملی است. از آنجا که مقدمه شرطی آن می تواند یکی از چهار قضیه شرطی باشد، چهار حالت برای قیاس استثنایی قابل تصور است:



قیاس استثنایی اتصالی

می توان خانه را به کمک شوفاژ یا بخاری گازی یا بخاری برقی یا شومینه گرم کرد.



- ۱ اگر بدانیم که فردی در خانه خود بخاری برقی دارد، می توانیم نتیجه بگیریم که وی می تواند خانه خود را گرم کند.
 - ۲ اگر بدانیم که وی در خانه خود بخاری برقی ندارد، آیا می توانیم نتیجه بگیریم که وی نمی تواند خانه خود را گرم کند؟
 - ۳ اگر بدانیم که وی قادر به گرم کردن خانه خود نیست، می توانیم نتیجه بگیریم که از هیچ یک از وسایل گرمایشی از جمله بخاری برقی استفاده نمی کند.
 - ۴ اگر بدانیم که وی خانه خود را گرم کرده است، آیا می توانیم نتیجه بگیریم که وی حتماً به وسیله بخاری برقی خانه اش را گرم کرده است؟
- از چهار حالت قابل فرض در بالا، تنها دو حالت دارای نتیجه قطعی اند. بنابراین قیاس استثنایی اتصالی دارای چهار حالت قابل فرض است که تنها دو حالت آن معتبراند. این

دو حالت تحت عنوان دو قاعده «وضع مقدم» و «رفع تالی» بیان می‌شوند:

اگر الف، آنگاه ب

الف

∴ ب

قاعده وضع مقدم: اثبات مقدم ← اثبات تالی

اگر از بخاری برقی استفاده کرده باشد، آنگاه اتاق گرم شده است.

از بخاری برقی استفاده کرده است.

∴ اتاق گرم شده است.

اگر الف، آنگاه ب

غیر ب

∴ غیر الف

قاعده رفع تالی: نفی تالی ← نفی مقدم

اگر از بخاری برقی استفاده کرده باشد، آنگاه اتاق گرم شده است.

اتاق گرم نشده است.

∴ از بخاری برقی استفاده نکرده است.

چنان‌که مشاهده کردید، از دو حالت نفی مقدم و اثبات تالی نمی‌توان نتیجه صحیحی به دست آورد. این دو حالت را مغالطه «رفع مقدم» و «وضع تالی» می‌نامند. به مثال‌های زیر توجه کنید. آیا استدلال‌های زیر معتبراند؟ چرا؟

اگر او دوپینگ کند، احتمال برنده شدن وی وجود دارد.
احتمال برنده شدن وی وجود دارد.

اگر او دوپینگ کند، احتمال برنده شدن وی وجود دارد.
او اهل دوپینگ کردن نیست.

∴ او دوپینگ کرده است.

اثبات تالی ← ×

∴ احتمال برنده شدن وی وجود ندارد.

نفی مقدم ← ×

* آشنایی با منطق جدید

قضایای حملی و شرطی را در منطق جدید به کمک نمادهای ریاضی می‌نویسند. به این دلیل آن را منطق نمادین یا منطق ریاضی نیز می‌نامند. به عنوان مثال برای نشان دادن شرطی متصل از نماد «→» استفاده می‌شود و دو جزء قضیه را با حروف انگلیسی p و q مشخص می‌کنند. بدین ترتیب قضیه «اگر الف آنگاه ب» به صورت «p → q» نشان

۱- الف و ب در اینجا به جای اجزای قضیه شرطی قرار گرفته‌اند و نباید با الف و ب که در بحث قضایای حملی جانشین موضوع و محمول می‌شوند، اشتباه شوند.

داده می‌شود و استدلال قیاس استثنایی اتصالی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$p \rightarrow q$	اگر الف آنگاه ب
p	الف
$\therefore q$	\therefore ب

نمادگذاری ریاضی، باعث دقت و سرعت بیشتر در بررسی استدلال‌های منطقی شده است. در کتاب ریاضی و آمار (۲) پایه یازدهم با منطق جدید آشنا می‌شوید. از آنجا که منطق قوانین طبیعی حاکم بر ذهن انسان است، دو نظام منطقی قدیم و جدید در تعدادی از قواعد استنتاجی خود مانند وضع مقدم، رفع تالی و... یکسان هستند؛ گرچه در برخی از پیش‌فرض‌های خود نیز با یکدیگر تفاوت‌هایی دارند. این تفاوت‌ها در علم منطق تحت عنوان منطق تطبیقی بررسی شده‌اند.

قیاس استثنایی انفصالی

از آنجا که مقدمه نخست قیاس استثنایی انفصالی می‌تواند یکی از سه قضیه شرطی منفصل باشد، این قیاس به سه حالت تقسیم می‌شود:

۱- قیاس انفصالی حقیقی:

یکی از مقدمات این قیاس، قضیه منفصل حقیقی است. قضیه «یا این عدد طبیعی زوج است یا فرد» را در نظر بگیرید:

اگر عدد طبیعی‌ای زوج باشد، مسلماً فرد نیست و اگر زوج نباشد، فرد خواهد بود.

اگر عدد طبیعی‌ای فرد باشد، مسلماً زوج نیست و اگر فرد نباشد، زوج خواهد بود.

بنابراین می‌توان با قضیه منفصل حقیقی، چهار قیاس استثنایی تشکیل داد که همگی معتبرانند. در این قیاس از اثبات هر بخش از قضیه، نفی بخش دیگر و از نفی هر بخش، اثبات بخش دیگر به دست می‌آید.

الف یا ب (نه هر دو و نه هیچ کدام)	الف یا ب (نه هر دو و نه هیچ کدام)
ب	الف
∴ غیر الف	∴ غیر ب

اثبات یکی از طرفین ← نفی طرف دیگر

یا این عدد طبیعی زوج است یا فرد.	یا این عدد طبیعی زوج است یا فرد.	زوج فرد
این عدد طبیعی فرد است.	این عدد طبیعی زوج است.	
∴ این عدد طبیعی زوج نیست.	∴ این عدد طبیعی فرد نیست.	

الف یا ب (نه هر دو و نه هیچ کدام)	الف یا ب (نه هر دو و نه هیچ کدام)
غیر ب	غیر الف
∴ الف	∴ ب

نفی یکی از طرفین ← اثبات طرف دیگر

یا این عدد طبیعی زوج است یا فرد.	یا این عدد طبیعی زوج است یا فرد.	زوج فرد
این عدد طبیعی فرد نیست.	این عدد طبیعی زوج نیست.	
∴ این عدد طبیعی زوج است.	∴ این عدد طبیعی فرد است.	

۲- * قیاس انفصالی مانعة الجمع

یکی از مقدمات این قیاس، قضیه منفصل مانعة الجمع است. اکنون قضیه «یا می توانی به نامزد الف رأی بدهی یا به نامزد ب» را در نظر بگیرد.
اگر به نامزد الف رأی بدهید، دیگر نمی توانید به نامزد ب رأی بدهید و اگر به نامزد ب رأی بدهید، دیگر نمی توانید به نامزد الف رأی بدهید.
اما ممکن است به هیچ یک از دو نامزد الف و ب رأی ندهید. مثلاً به نامزد ج رأی بدهید.
بنابراین از چهار قیاسی که می توان با قضیه منفصل مانعة الجمع تشکیل داد، تنها دو قیاس معتبراند که از قانون زیر پیروی می کنند:

الف یا ب (نه هر دو و شاید هیچ کدام)	الف یا ب (نه هر دو و شاید هیچ کدام)
ب	الف
_____	_____
∴ غیر الف	∴ غیر ب

اثبات یکی از طرفین ← نفی طرف دیگر

یا می‌توانید به نامزد الف رأی بدهید یا به نامزد ب. به نامزد ب رأی می‌دهید.	یا می‌توانید به نامزد الف رأی بدهید یا به نامزد ب. به نامزد الف رأی می‌دهید.	از آنجا که
∴ به نامزد الف رأی نمی‌دهید.	∴ به نامزد ب رأی نمی‌دهید.	

الف یا ب (نه هر دو و شاید هیچ کدام)	الف یا ب (نه هر دو و شاید هیچ کدام)
غیر ب	غیر الف
_____	_____
∴ ×	∴ ×

نفی یکی از طرفین ← ×

یا می‌توانید به نامزد الف رأی بدهید یا به نامزد ب. به نامزد ب رأی نمی‌دهید.	یا می‌توانید به نامزد الف رأی بدهید یا به نامزد ب. به نامزد الف رأی نمی‌دهید.	از آنجا که
∴ (نمی‌توان به نتیجه مشخصی رسید)	∴ (نمی‌توان به نتیجه مشخصی رسید)	

۳- * قیاس انفصالی مانع‌الرفع

یکی از مقدمات این قیاس، قضیه منفصل مانع‌الرفع است. به عنوان مثال در سایت سازمان سنجش نوشته شده است که کارنامه داوطلبان کنکور «یا از طریق وارد کردن شماره پرونده یا شماره ملی قابل مشاهده است».

اگر برادر ما کارنامه خود را دریافت کرده باشد و بدانیم که شماره پرونده خود را فراموش کرده است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که از شماره ملی خود استفاده کرده است. اما اگر شماره پرونده خود را فراموش نکرده باشد، نمی‌توانیم نتیجه بگیریم که لزوماً از طریق کدام یک از شماره پرونده یا شماره ملی موفق به دریافت کارنامه خود شده است. بنابراین از چهار قیاس استثنایی که می‌توان با قضیه منفصل مانع‌الرفع تشکیل داد، تنها دو قیاس معتبراند که از قانون زیر پیروی می‌کنند:

الف یا ب (نه هیچ کدام و شاید هر دو)	الف یا ب (نه هیچ کدام و شاید هر دو)
الف	الف
ب	ب
×	×
∴	∴

اثبات یکی از طرفین ← ×

یا از طریق شماره پرونده یا شماره ملی کارنامه قابل مشاهده است. از طریق شماره پرونده کارنامه را دیده است. ∴ (نمی توان به نتیجه مشخصی رسید)	یا از طریق شماره پرونده یا شماره ملی کارنامه قابل مشاهده است. از طریق شماره پرونده کارنامه را دیده است. ∴ (نمی توان به نتیجه مشخصی رسید)	اثبات یکی از طرفین
--	--	--------------------

الف یا ب (نه هیچ کدام و شاید هر دو)	الف یا ب (نه هیچ کدام و شاید هر دو)
غیر الف	غیر الف
ب	ب
×	×
∴	∴

نفی یکی از طرفین ← اثبات طرف دیگر

یا از طریق شماره پرونده یا شماره ملی کارنامه قابل مشاهده است. از طریق شماره پرونده کارنامه را ندیده است. ∴ از طریق شماره پرونده کارنامه را دیده است.	یا از طریق شماره پرونده یا شماره ملی کارنامه قابل مشاهده است. از طریق شماره پرونده کارنامه را ندیده است. ∴ از طریق شماره ملی کارنامه را دیده است.	نفی یکی از طرفین
--	---	------------------

* منطق و هوش مصنوعی

قواعد مربوط به قضایای شرطی متصل و شرطی منفصل مانع‌الرفع در صنایع الکترونیک به کار گرفته می‌شوند و به کمک آنها مدارهای منطقی الکترونیکی ساخته می‌شوند. رایانه‌ها و تمامی دستگاه‌های پردازشگر خودکار از این گونه مدارهای منطقی استفاده می‌کنند. در این گونه مدارها، به جای صدق و کذب از صفر و یک استفاده می‌شود. وجود برق در سیم به معنای یک و معادل صادق است و عدم وجود برق به معنای صفر و معادل کاذب است.



امروزه منطق، بخش جدایی‌ناپذیری از فناوری‌هایی را تشکیل داده است که می‌کوشند با شبیه‌سازی فرایند تفکر و شیوه‌های استدلالی انسان، دستگاه‌های تا حدی هوشمند را طراحی و تولید نمایند.

۱- هر یک از قضایای زیر از اقسام کدام یک از قضایای شرطی اند؟ نظر خود را توضیح دهید.

(الف) اگر ز باغ رعیت ملک خورد سببی برآوردن غلامان او درخت از بیخ

(ب) تلویزیون یا با کلید اصلی یا با کلید کنترل از راه دور روشن شده است.

(ج) من احتمالاً یا نمره ۱۷ می‌گیرم یا نمره ۱۸.

(د) حروف انگلیسی یا صدا دارند یا بی‌صدا.

(ه) این پول کافی نیست. با آن فقط می‌توانی یا خودکار بخری یا مداد.

(و) در کارگاه ما برای شیرین کردن شیرینی‌ها فقط یا از شیرۀ خرما استفاده می‌شود یا شیرۀ انگور.

(ز) گربه صورت آدمی انسان بُدی احمد و بوجهل خود یکسان بُدی

۲- مشخص کنید هر یک از استدلال‌های زیر کدام قسم از قیاس استثنایی هستند. سپس اعتبار یا عدم اعتبار آنها را مشخص کنید:

(الف) اگر سیگار بکشم، عمرم کوتاه خواهد شد. حال که سیگار نمی‌کشم، پس: عمری طولانی خواهم داشت.

(ب) اگر او پلیس مخفی باشد، آنگاه اسلحه دارد. او اسلحه دارد. پس: او پلیس مخفی است.

(ج) اگر جاده بسته باشد، مسافران نمی‌آیند. مسافران می‌آیند. پس: جاده بسته نیست.

(د) اگر جاده بسته باشد، مسافران نمی‌آیند. جاده بسته نیست. پس: مسافران می‌آیند.

(ه) اگر جاده بسته باشد، مسافران نمی‌آیند. مسافران نمی‌آیند. پس: جاده بسته است.

۳- نوع استدلال‌های زیر را تعیین کنید و در صورت معتبر بودن آنها، نتیجه را ذکر کنید.

(الف) یا این قضیه موجه است یا سالبه. این قضیه موجه است. پس: ...

(ب) اگر امروز مدارس به علت آلودگی هوا تعطیل باشند، اخبار این مطلب را اعلام می‌کند. اخبار چنین مطلبی را اعلام نکرده است. پس: ...

* (ج) یا باید برای گرفتن نمره مستمر در کلاس فعال باشیم و یا تحقیق تحویل دهیم. زهرا در کلاس فعال نبود ولی نمره مستمرش را کامل گرفته است. پس: ...

* (د) تنها کسی که در اتاق کناری است یا بهرام است یا شهرام. بهرام در اتاق کناری است. پس: ...