

فصل ۳- آمار

شاخص‌های آماری

درس ۱

سری‌های زمانی

درس ۲



دانش‌آموزان دختر در دوره متوسطه تقریباً ۵۱ درصد از کل دانش‌آموزان این دوره را تشکیل می‌دهند.

درس ۱

شاخص‌های آماری

بسیاری از مواقع، کمیت‌هایی وجود دارند که می‌توانند معرف پارامتر جامعه باشند.

آیا می‌توانید چند کمیت را که در سال قبل با آنها آشنا شدید، نام ببرید؟ نام این کمیت‌ها چه بود؟

فعالیت

نمونه‌گیری از هزینه و درآمد خانوارها، یکی از مهم‌ترین طرح‌های آمارگیری در هر کشوری است. آیا تاکنون فکر کرده‌اید متوسط درآمد ماهانه خانوارهای یک کشور را چگونه محاسبه می‌کنند؟ سرشماری، روشی مقرون به صرفه برای گردآوری داده‌ها به منظور پاسخ به این سؤال نیست.

در اینجا صورت ساده‌تر آن را در نظر می‌گیریم. فرض کنید، می‌خواهیم متوسط درآمد کارکنان یک مؤسسه تجاری را محاسبه کنیم. ده نفر از کارکنان را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم. اگر درآمد ماهانه ده نفر برحسب هزار تومان به صورت زیر باشد، میانگین و میانۀ درآمد ماهانه آنها چه قدر است؟

هیئت مدیره مؤسسه تجاری تصمیم دارد به کارکنانی که درآمد کمتری دارند، یارانه پرداخت کند. به نظر شما به چه کسانی باید یارانه پرداخت شود؟ اگر تعداد اعضای خانوار هر عضو نمونه به صورت زیر باشد، میانگین و میانۀ درآمد هر یک از افراد چه قدر است؟ آیا با داشتن این داده‌ها نظر شما درباره سؤال قبل تغییر کرده است؟ یعنی به کدام یک از کارکنان مؤسسه یارانه پرداخت کنیم؟

ردیف	درآمد ماهانه (هزار تومان)	تعداد اعضای خانوار	متوسط درآمد اعضای خانوار
۱	۱۰۰۰	۳	
۲	۳۰۰۰	۴	
۳	۱۰۰۰	۱	
۴	۴۰۰۰	۵	
۵	۳۰۰۰	۱	
۶	۳۰۰۰	۷	
۷	۲۰۰۰	۳	
۸	۱۰۰۰	۴	
۹	۲۰۰۰	۲	
۱۰	۱۰۰۰	۱	

خط فقر کمیته درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه، مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهانه افراد جامعه^۱.

کار در کلاس

در فعالیت قبل، خط فقر را به دو روش ذکر شده محاسبه کنید. هیئت مدیره مؤسسه تجاری تصمیم دارد مقدار یارانه را براساس نصف میانه محاسبه کند. به هریک از کارکنان، چه مقدار یارانه بدهند که خانواده او حداقل درآمدی بیش از خط فقر داشته باشد؟

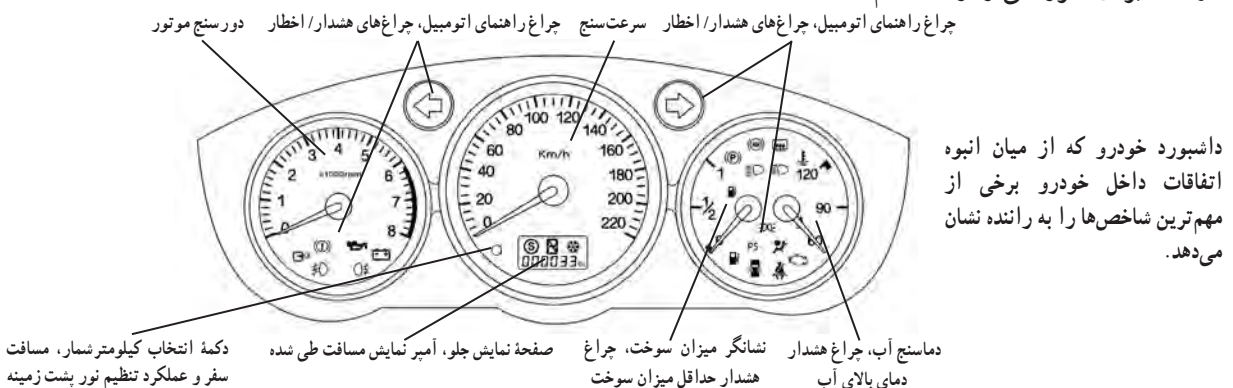
کار در کلاس

خط فقر بین‌المللی توسط بانک جهانی در سال جاری، در حدود چهار هزار تومان (۱/۲۵ دلار آمریکا) برای هر نفر در روز تعیین شده است.

۱. در فعالیت قبل، چند خانوار، درآمدی کمتر از چهار هزار تومان دارند.
۲. اگر درآمد یک خانوار سه نفری در یک ماه، دو میلیون تومان باشد، این خانوار طبق این تعریف چه وضعیتی دارد؟
۳. متوسط درآمد ماهانه یک خانوار سه نفره در ماه، باید حداقل چه قدر باشد تا شخص فقیر نباشد؟
۴. در فعالیت قبل، میزان یارانه را با خط فقر بین‌المللی برای هر یک از کارکنان محاسبه کنید.
۵. چه موقع دو روش محاسبه خط فقر، تفاوت زیادی با هم دارند؟ چرا؟

شاخص^۲ یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد.

شاخص‌ها نه تنها مانند جدول‌های فراوانی و نمودارها، متغیرهای داده‌ها را خلاصه می‌کنند، بلکه واقعیت‌های مفیدی درباره جامعه را به سادگی به ما نشان می‌دهند و امکان مقایسه را فراهم می‌کنند. مثلاً خط فقر، شاخصی است که افرادی را که حداقل درآمد برای زندگی را ندارند، مشخص می‌کند. این شاخص به ما کمک می‌کند در طی زمان، امکان بررسی تأثیر سیاست‌های دولت‌ها برای فقرزدایی را رصد کنیم.



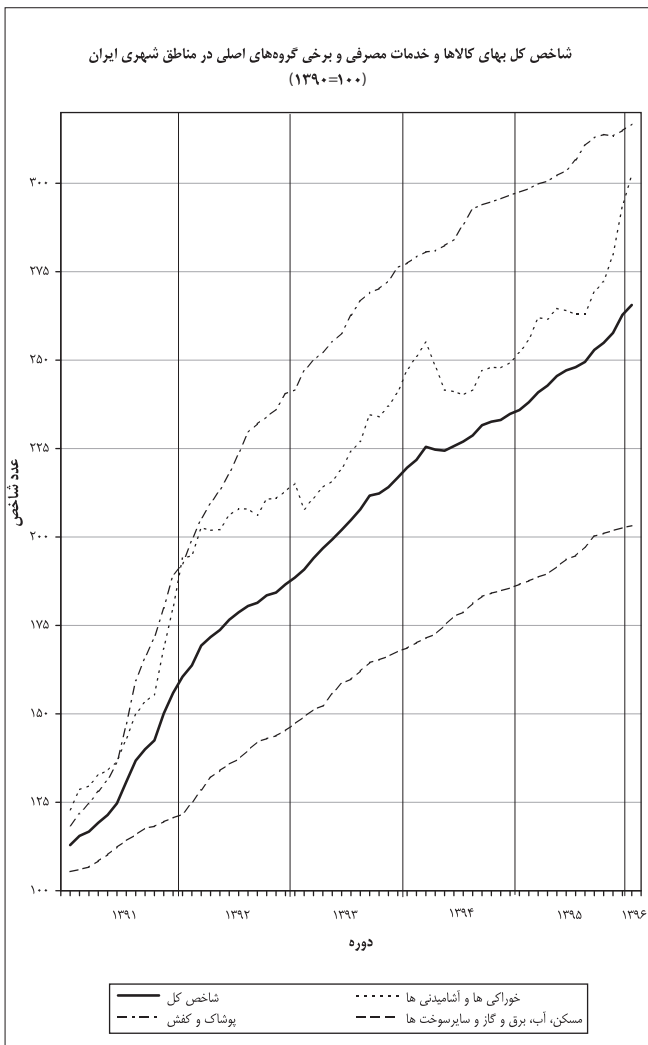
۱- از این تعریف خط فقر (Poverty line) به دلیل سادگی آن استفاده شده است. دولت‌ها از تعریف بسیار دقیق‌تری استفاده می‌کنند. در این کتاب، منظور از خط فقر، همین تعریف است.
 ۲- معمولاً شاخص‌ها (Indices) بر اساس چند آماره محاسبه می‌شوند. هدف ما تحلیل و تفسیر آنهاست.

فعالیت

می‌خواهیم با پرداخت یارانه ثابت به خانوارها تعداد کسانی را که درآمدی کمتر از خط فقر دارند، کاهش دهیم. اگر بودجه این کار ثابت باشد، به نظر شما آیا آن را بین همه خانوارها تقسیم کنیم یا بین خانوارهایی که درآمدی کمتر از خط فقر داشته‌اند؟ پاسخ خود را برای خط فقر بین‌المللی نیز بیان کنید.

فرض کنید هدف ما کنترل فقر با شاخص بین‌المللی آن باشد و تصمیم گرفته‌ایم که به خانوارهایی که درآمدی کمتر از خط فقر دارند، یارانه دهیم. آیا با این تصمیم به هدف خود رسیده‌ایم؟ برای پاسخ دقیق‌تر به این سؤال، نیاز به معرفی شاخص دیگری داریم. در ادامه نمودار پراکنش‌نگاشت شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی^۱ مناطق شهری ایران در طی ۵ سال متوالی رسم شده است. این شاخص بر اساس متوسط هزینه حدود ۴۰۰ نوع کالا، خوراکی و خدمات برای هر ماه محاسبه می‌شود، که از آن جمله

می‌توان به هزینه‌های مسکن، پوشاک، سلامت، غذا، حمل‌ونقل و تحصیل اشاره کرد. البته موارد ذکر شده دارای اهمیت یکسانی در محاسبه نیستند. این شاخص نسبت به یک سال پایه محاسبه می‌شود، که ارقام ذکر شده در نمودار، درصد تغییرات نسبت به سال پایه ۱۳۹۰ است.^۲



۱- CPI: Consumer Price Index

۲- شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی، بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، ۱۳۹۵.

شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی، متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف‌کنندگان برای مجموعه‌ای از تعداد زیادی کالا و خدمت در طول یک سال است. این شاخص، تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد.

مثال

به عنوان مثال اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰۰ ریال برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، برای محاسبه شاخص بهای نان و گوشت در سال مورد نظر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای نان و گوشت} = \frac{(1500 \times 200) + (70000 \times 80)}{(1000 \times 200) + (50000 \times 80)} = \frac{5900000}{4200000} \times 100 = 1/405 \times 100 = 140/5$$

کار در کلاس

۱. در نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات، محور طول‌ها نشان‌دهنده و محور عرض‌ها نشان‌دهنده است.
 ۲. شاخص بهای کالاها و خدمات به واحد اندازه‌گیری بستگی
 ۳. به نظر می‌رسد افزایش شاخص بهای کالاها و خدمات نشان‌دهنده شدن هزینه اقلام خوراکی و است.
 ۴. شاخص بهای کالاها و خدمات بر اساس تعداد متغیر محاسبه می‌شود.
 ۵. اهمیت شاخص بهای کالاها و خدمات چیست؟
- حال به سؤال قبل باز می‌گردیم. آیا پرداخت یارانه ثابت طی سال‌های آتی (مثلاً ۴۵۰۰۰ تومان به ازای هر نفر) می‌تواند در همه این مدت، درآمد خانوار را بیشتر از خط فقر نگه دارد؟

خواندنی

در اقتصاد، یک جریان چرخشی پول و کالاها و خدمات و عوامل تولید وجود دارد. به عنوان مثال، وقتی آقای شکوهی به عنوان طراح در یک شرکت سازنده تزیینات داخلی ساختمان کار می‌کند، درآمدی به دست می‌آورد که می‌تواند آن را برای خرید کالاها و خدمات، خرج کند. آقای شکوهی در طول سال، درآمدش را صرف خرید کالاها و خدمات گوناگونی می‌کند. او وقتی به فروشگاه می‌رود، ۱۰۰ هزار تومان با خود می‌برد و مجموعه‌ای از کالاهای مورد نیاز خانواده‌اش را می‌خرد. فرض کنیم خریدهای اینها باشند: شیر، تخم مرغ، برنج، گوشت، چای و شکر. او همچنین بنزین برای خودرو سواری‌اش می‌خرد و هزینه اجاره خانه و قبض آب و برق و گاز و تلفن را می‌پردازد. او در این سال، یک تلویزیون می‌خرد، به یک مسافرت می‌رود، و یک عمل جراحی هم انجام می‌دهد.

هر یک از خانوارها و افراد جامعه در طول سال، هزینه‌هایی این چنین دارند. هزینه‌های همه خانوارها در هر سال، شاخصی به نام «شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی یا شاخص قیمت مصرف‌کننده» را می‌سازد که برای کل اقتصاد محاسبه می‌شود. این شاخص، سطح قیمت‌ها در یک سال را اندازه می‌گیرد.

شاخص بهای کالاها و خدمات نشان می‌دهد که با پولمان چقدر می‌توانیم خرید کنیم، یا به اصطلاح، «قدرت خرید» پولمان چه قدر است. هرچه قیمت‌ها افزایش یابند، «قدرت خرید» پولمان کاهش می‌یابد.

آقای شکوهی در سال بعد نیز به فروشگاه می‌رود و همان مبلغ ۱۰۰ هزار تومان را خرج می‌کند. او متوجه می‌شود که این بار نمی‌تواند همه کالاهای قبلی را با همان ۱۰۰ هزار تومان بخرد. علت این موضوع، افزایش قیمت کالاها و خدمات در طول زمان است. در واقع، «هزینه زندگی» او افزایش یافته است. او نه تنها وقتی که به فروشگاه می‌رود، باید پول بیشتری بپردازد، بلکه برای پر کردن باک بنزین خودرو یا برای یک شب اقامت در شهری دیگر باید پول بیشتری بپردازد.

تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌نامند.

تورم، یکی از مهم‌ترین مفاهیم اقتصادی است که شما به‌آسانی می‌توانید درک کنید. تورم بر زندگی تک‌تک ما اثرگذار است. اقتصاددانان و آماردانان با کمک یکدیگر، میزان تورم یا تغییرات سطح قیمت‌ها را با استفاده از «شاخص بهای کالاها و خدمات» محاسبه می‌کنند. برای این کار، شاخص بهای کالاها و خدمات یک سال را با سال‌های قبل مقایسه می‌کنند. به نظر شما رابطه بین تورم و شاخص بهای کالاها و خدمات چیست؟ از تفاضل شاخص در سال مورد نظر و شاخص در سال پایه، افزایش قیمت‌ها به درصد در فاصله بین سال پایه و سال مورد نظر به دست می‌آید، که به آن نرخ تورم می‌گویند. برای مثال قبل، نرخ تورم به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\% \frac{40}{5} = 100 - \frac{140}{5} = \text{[شاخص بهای گوشت و نان در سال پایه]} - \text{[شاخص بهای گوشت و نان در سال مورد نظر]} = \text{نرخ تورم}$$

کار در کلاس

از مدرسه به خانه برمی‌گشتم و داشتم از کنار دکه روزنامه‌فروشی رد می‌شدم که جمله درشت یکی از روزنامه‌ها نظرم را جلب کرد: «در صورتی که رشد اقتصاد سالانه یک درصد باشد، در سال ۱۴۰۰ نرخ (شاخص) بیکاری تحصیل‌کردگان آموزش عالی به ۴۸ درصد خواهد رسید».

با خودم گفتم پس در زمانی که ما قرار است شاغل شویم، احتمال یافتن شغل، پنجاه – پنجاه است. تا به حال به این مسئله توجه نکرده بودم و فکر می‌کردم اگر درس بخوانم، شغل خوبی خواهم داشت و می‌پنداشتم درس خواندن سخت است! اما نسبت به کار پیدا کردن خیلی راحت‌تر است.

این جمله را با معلم درس آمار در میان گذاشتم. او گفت: نرخ بیکاری عبارت است از نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال. این نرخ با رشد اقتصادی پنج درصد نیز محاسبه شده و اگر رشد اقتصادی ۵ درصد برای کشور به دست آید، نرخ بیکاری تحصیل‌کردگان به ۳۶ درصد می‌رسد. سپس او با یک توضیح و چند سؤال، نظرم را درباره همه ماجرا عوض کرد.

بیکار به فردی بالای ۱۶ سال می‌گویند که به‌طور موقت بیکار شده یا در جست‌وجوی شغل باشد یا منتظر شروع یک کار جدید از تاریخ مشخصی باشد. این تعریف برای تمام کشورها یکسان است.

به نظر شما آیا شاخص بیکاری برای چهار زیرگروه رشته‌های تحصیلی یکسان است؟ در هر رشته چطور؟

تمرین

۱. اگر میانگین درآمد خانوارهای کشور ۳۵ میلیون ریال باشد، حداقل حقوق دریافتی کارکنان یک شرکت چه قدر باشد تا هیچ کارمندی در آن شرکت زیر خط فقر نباشد؟ چه زمانی از میانه درآمد خانوارها برای محاسبه خط فقر استفاده می‌کنیم؟
۲. خانواده‌ای شش نفره در یکی از کشورهای در حال توسعه زندگی می‌کنند. با توجه به تعریف خط فقر بین‌المللی، درآمد ماهانه این خانواده باید چند دلار باشد تا زیر خط فقر نباشند؟
۳. در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. در این منطقه ۲۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار می‌باشند. الف) نرخ بیکاری در این منطقه چه قدر است؟
ب) حداقل چند شغل در این منطقه باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه برابر با ۵ درصد باشد؟
۴. خانواده آقای صالحی در ماه فروردین سال ۱۳۹۰، پانصد هزار تومان هزینه ماهانه مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌ها داشته است. در همان تاریخ، هزینه ماهانه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌های این خانواده دویست و پنجاه هزار تومان بوده است. اگر تعداد افراد این خانواده تغییری نکرده باشد، بر مبنای نمودار شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی موارد زیر را به‌طور تقریبی محاسبه کنید.
الف) هزینه ماهانه مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌های این خانواده در خردادماه ۱۳۹۳
ب) هزینه ماهانه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌های این خانواده در مهرماه ۱۳۹۵
۵. نماتوپ یا شاخص توده بدنی که در سال گذشته آن را در کتاب ریاضی و آمار خود دیدید، یکی دیگر از شاخص‌های مهم آماری است که به شاخص سلامت معروف است. برای محاسبه آن باید وزن فرد به کیلوگرم را بر توان دوم قدش بر حسب متر تقسیم کرد.
جدول زیر، اطلاعات خانواده صالحی را نشان می‌دهد.

عضو خانواده	سن (سال)	وزن (کیلوگرم)	قد (سانتی‌متر)
صالح	۱۷	۶۲	۱۷۷
برادر	۲۲	۸۵	۱۸۳
خواهر	۲۵	۵۳	۱۷۰
مادر	۵۰	۶۰	۱۶۵
پدر	۵۵	۸۱	۱۷۴

۶. اکنون با توجه به جدول بالا مشخص کنید کدام یک از افراد این خانواده وزن مطلوبی دارد؟
در موقع خرید کتاب‌های داستان، معمولاً به رده سنی آن توجه می‌کنیم. به نظر شما رده سنی را چگونه تعیین می‌کنند؟ آیا نظر همه افراد با تجربه درباره سطح یک متن بخصوص، یکسان است؟ ارزیابی آنها کیفی است یا کمی؟

درجه خوانایی متن، میزان سهولت درک متن از طریق انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت قواعد نگارش است.

یکی از شاخص‌های خوانایی که سال‌های تحصیل خواننده متون انگلیسی را تخمین می‌زند، به صورت زیر تعریف شده است. شاخص پایه آموزش = $[\frac{0}{4} \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات «دشوار»})]$ که منظور از کلمات «دشوار» کلمات دو هجایی بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات آسان است. این شاخص عددی از ۱ تا ۱۲ است که نشان‌دهنده پایه تحصیلی است.

الف) برای کتابی با متوسط طول جمله‌های ۸ کلمه‌ای و ۲۰ درصد کلمه دشوار، شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید. این کتاب، برای دانش‌آموزان چه پایه‌ای مناسب است؟

پاسخ: این کتاب برای دانش‌آموزانی مناسب است که پایه را به پایان رسانده‌اند.

ب) مزایا و محدودیت‌های این شاخص چیست؟

پاسخ: استفاده از این شاخص، آسان است. با این حال، فرض می‌کند که کلمات بزرگ‌تر و جمله‌های طولانی‌تر باعث شدن متن می‌شوند، اما یک نویسنده چیره‌دست می‌تواند با کلمات و جمله‌های دیگری باعث متن شود.

پ) همان‌گونه که متوجه شده‌اید، این شاخص بر اساس دو آمار از دو متغیر تعریف شده است. آنها را نام ببرید.

۷. هزینه‌های زندگی خانواده آقای صالحی در سال ۱۳۹۰ در جدول زیر آمده است. با توجه به نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی، جدول زیر را کامل کنید.

دی‌ماه ۱۳۹۶	مهرماه ۱۳۹۳	۱۳۹۰	
	$\frac{210 \times 225}{100} = 472.50$	۲۱۰	هزینه خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها (برحسب هزار تومان)
	$\frac{\dots \times 202}{100} = \dots$	۸۵۰	هزینه کل (برحسب هزار تومان)

۸. شاخص پوسیدگی دندان (DMFT) در سال ۱۳۶۰ در ایران برابر با ۳ بوده است؛ یعنی هر ایرانی به طور متوسط دارای یک دندان کشیده شده، یک دندان پوسیده و یک دندان پُر شده است. این شاخص در سال ۱۳۹۵ برابر با ۶ شده است. شاخص در سال ۱۳۹۵ چند درصد افزایش داشته است؟ این شاخص در سال ۱۳۶۰ نسبت به سال ۱۳۹۵ چند درصد کاهش داشته است؟

درس ۲

سری‌های زمانی

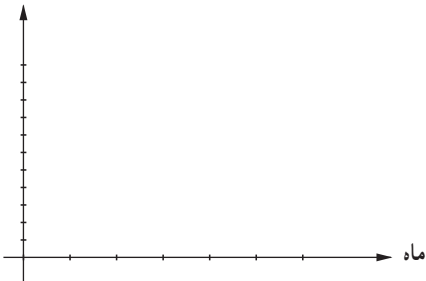
به نظر شما دستیابی به کدام یک از اطلاعات زیر جالب‌تر است؟
دمای هوای شهر محل زندگی ما در هفته آینده
میزان آلاینده‌های شهر محل زندگی ما در ماه آینده
نرخ بیکاری در زمان اخذ دیپلم
به نظر شما آیا مجموعه‌ای از داده‌های آماری که در فواصل زمانی مساوی و منظم گردآوری شده باشند، می‌تواند ابزار خوبی برای تصمیم‌گیری ما باشد؟

فعالیت

میزان بارندگی در شش ماه دوم سال دو شهر «آ» و «ب» برحسب میلی‌متر در جدول زیر آمده است.

مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند	مجموع	میانگین	انحراف معیار
۱۵	۲۰	۳۰	۳۵	۳۰	۳۰			
۲۳	۱۷	۱۵	۱۳	۱۱	۱۱			

بارندگی

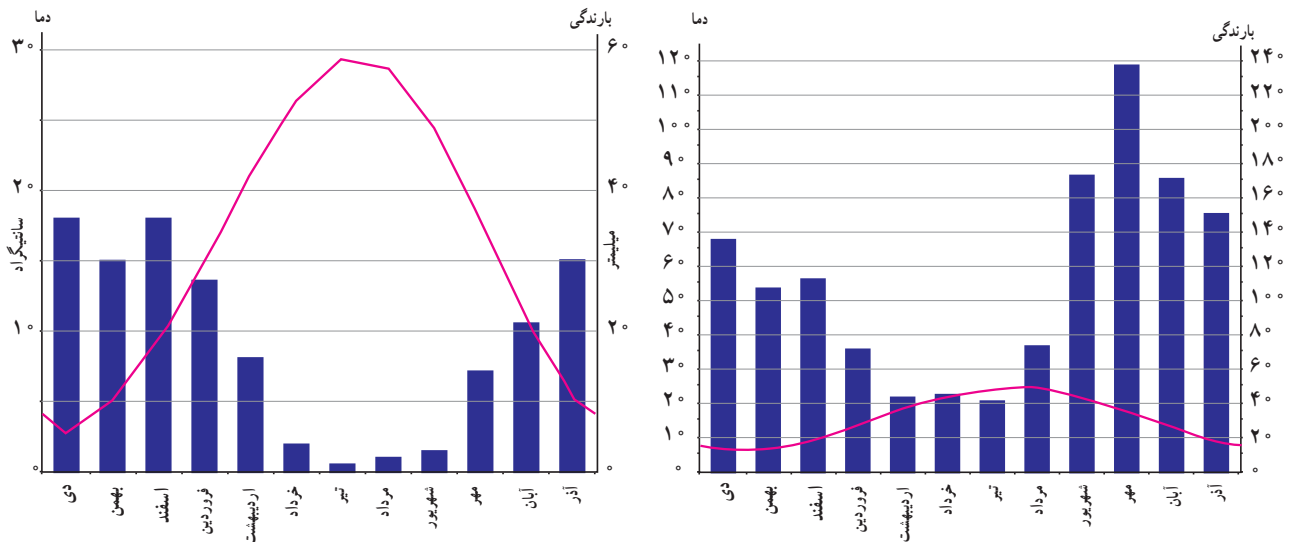


- جدول را کامل کنید.
- میانگین و انحراف معیار بارندگی در شهرها را مقایسه کنید.
- نمودار پراکنش‌نگاشت میزان بارندگی هر دو شهر را برحسب ماه‌های سال با یک مقیاس بر روی یک محور رسم کنید. نقاط را به هم وصل کنید. برای مشخص شدن هر شهر از یک رنگ متفاوت استفاده کنید.
- کدام شهر میزان بارندگی بیشتری در پاییز نسبت به زمستان دارد؟

حال نمودار پراکنش نگاشت دما و نمودار میله‌ای بارندگی‌های همان دو شهر را با مقیاس‌های متفاوت برای یک سال خاص در یک محور رسم کرده‌ایم.

● در چه فصلی از سال، بارندگی بیشتر است؟

● متوسط دمای کدام شهر کمتر است؟ آیا در تمام ماه‌های سال، دمای آن کمتر است؟



سری زمانی: مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند.

نمودار سری زمانی: پراکنش نگاشت سری زمانی که نقاط مشاهده شده را با پاره خط‌هایی در طول زمان به هم متصل می‌کند.

کار در کلاس

سری زمانی روبه‌رو، نشان‌دهنده ۶ روز دمای بدن یک بیمار مبتلا به بیماری میکروبی است. او بستری شده و درمانش با آنتی‌بیوتیک آغاز شده است.

● هر روز چند بار دمای خوانده شده ثبت شده است؟

● دمای بدن بیمار در لحظه بستری شدن چند درجه است؟

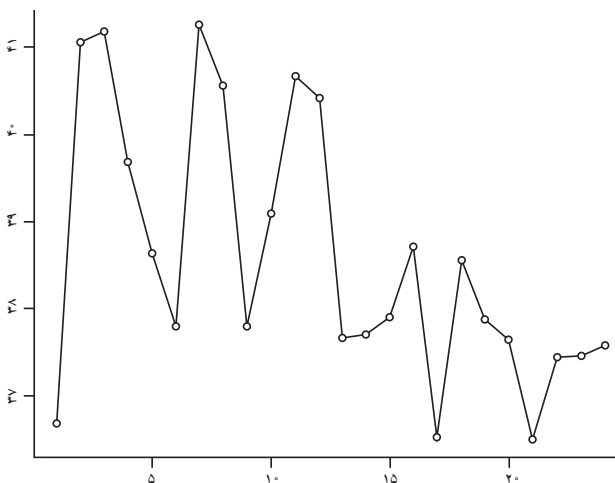
● دمای بدن بیمار پس از چند روز به حالت طبیعی بازگشته

است؟

● اگر اولین زمان ثبت دما، ساعت ۷ صبح باشد، نمودار

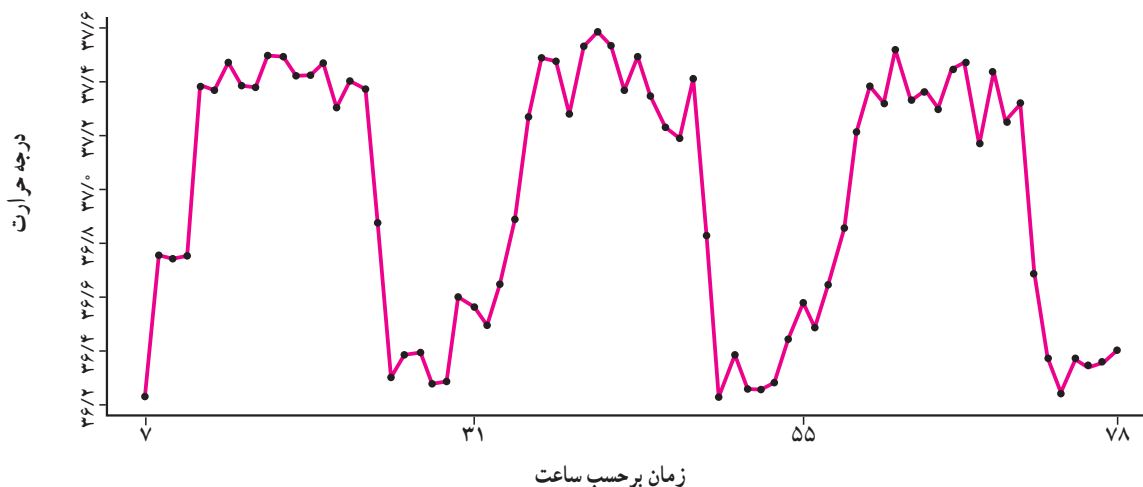
را فقط برای ساعات ۷ صبح رسم کنید. کدام نمودار ساده‌تر

به نظر می‌رسد؟ کدام یک جزئیات بیشتری را نشان می‌دهد؟



فعالیت

دمای بدن یک انسان سالم در هر ساعت، طی ۳ روز از ساعت ۷ صبح اندازه‌گیری و در نمودار زیر ارائه شده است.



- بیشترین دمای بدن چه قدر است؟
- دمای بدن در طول روز اول چه تغییراتی کرده است؟ تغییرات دمای بدن در روز اول را توصیف کنید.
- آیا این تغییرات در روزهای بعد نیز تکرار شده است؟
- این منحنی چه ویژگی‌ای دارد؟ (خطی، صعودی یا تناوبی)

خواندنی

معادله منحنی دمای بدن انسان سالم در طی روز تقریباً به صورت زیر است:

$$y = 5 \left(\left(\frac{1}{8} \sin^2 \left(\left(\frac{\pi}{12} \right) x - \left(\frac{\pi}{2} \right) \right) + \frac{98}{6} \right) - 32 \right) / 9$$

که مقدار $x = 0$ دمای بدن در ساعت ۱۲ ظهر است.

تکرار یک ویژگی در سری زمانی را الگو می‌نامند. بازشناسی الگو به ما کمک می‌کند که چنین معادله‌هایی را برای پدیده‌های طبیعی بیابیم.

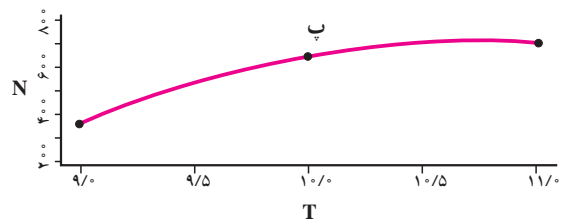
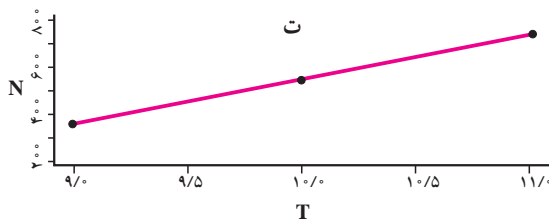
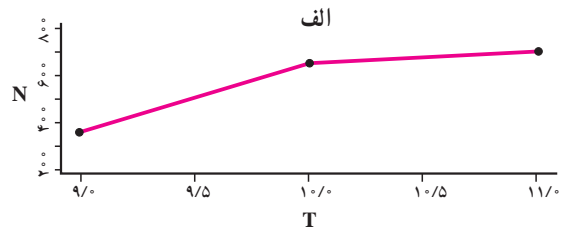
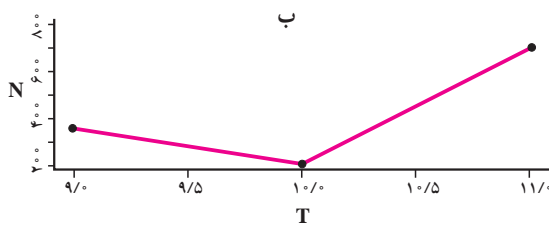
فعالیت

در یک مرکز خرید، تعداد مشتری‌ها از ساعت ۹ تا ۲۱ به صورت زیر ثبت شده است.

ساعت (T)	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
تعداد مشتری (N)	۲۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۵۰	۳۰۰	۵۰۰	۲۵۰

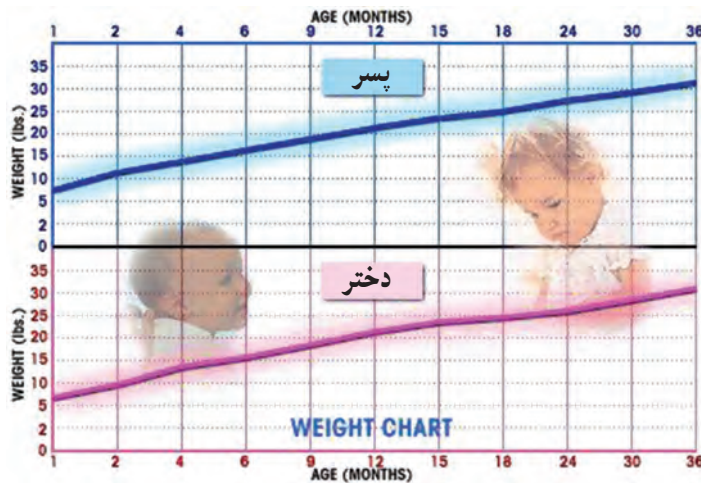
نمودار سری زمانی را رسم کنید.

می‌خواهیم تعداد مشتری‌های ساعت ۱۰ را حدس بزنیم. به نظر شما کدام یک از نمودارهای زیر واقعی‌تر است؟



اگر فرض کنیم تعداد مشتری‌ها در فاصله زمانی ۹ تا ۱۱ به صورت یکنواخت تغییر کرده است، به سؤال قبل پاسخ دهید.

درون‌یابی تخمین مقادیر بین داده‌های ثبت شده است.



نمودار متوسط وزن نوزادان پسر و دختر یک ساله تا سه ساله

کار در کلاس

می‌خواهیم تعداد مشتریان ساعت ۱۰ در فعالیت قبل را درون‌یابی کنیم. فرض می‌کنیم تعداد مشتری‌ها در فاصله زمانی ۹ تا ۱۱ به صورت یکنواخت تغییر کرده است.

● معادله خط گذرنده از دو ساعت (۹,۳۵۰) و (۱۱,۷۵۰) را به دست آورید.

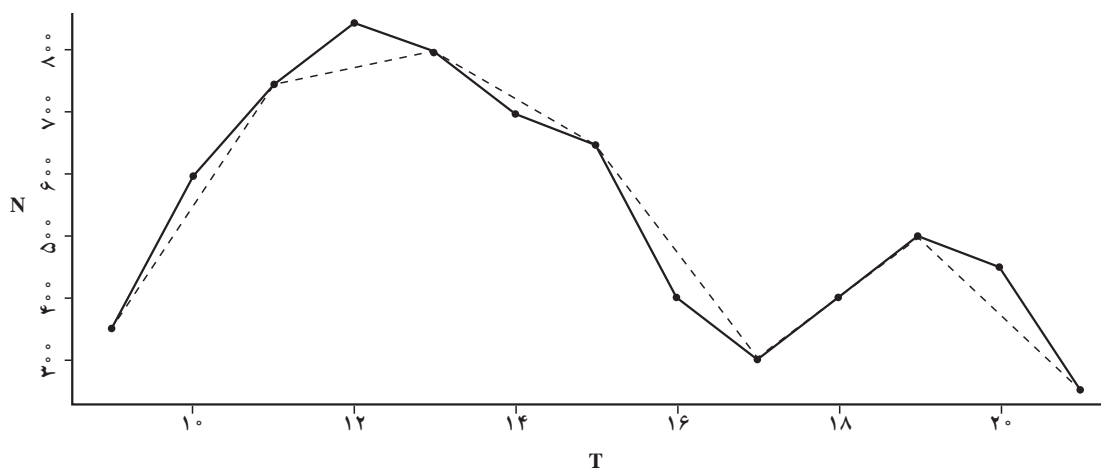
● خط را رسم کنید.

● مقدار این خط در ساعت ۱۰ چه قدر است؟

● این مقدار به کدام یک از شکل‌های فعالیت قبل نزدیک‌تر است؟

● اگر مقادیر داده‌های واقعی را به صورت ساعتی جمع‌آوری کرده باشیم که در شکل زیر با خط توپر نشان داده شده است، خطای درون‌یابی ساعت ۱۰ چه قدر است؟ N نشان‌دهنده تعداد مشتری‌ها و T نشان‌دهنده زمان است (خطا برای هر نقطه برابر است با قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی هر نقطه و درون‌یابی آن).

● خطای درون‌یابی بقیه نقاط را از روی شکل محاسبه کنید.



درون‌یابی‌ای که به وسیله یک پاره خط انجام شود، درون‌یابی خطی است.

فعالیت

میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیارد ریال به صورت زیر است

سال (x)	۱	۲	۳	۴	۵
فروش (y)	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹

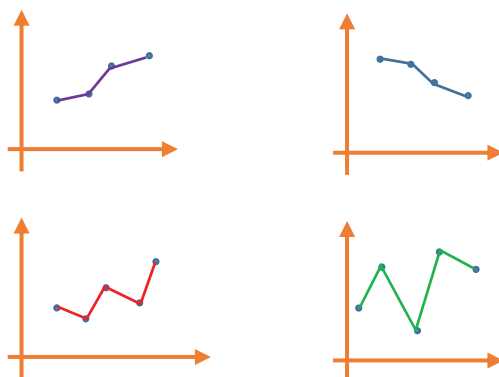
- نمودار سری زمانی را رسم کنید.
- فروش در سال هفتم را حدس بزنید.
- میانگین سال و فروش را محاسبه کنید و روی نمودار نمایش دهید.
- یک خط از نقطه میانگین‌ها به نقطه $(۵, ۱۹)$ وصل کنید.
- معادله خط را به دست آورید.
- اگر به جای x در معادله، مقدار ۶ قرار دهید، عدد به دست آمده چه قدر است؟ آیا می‌توان این مقدار را به عنوان تخمین فروش در سال آینده تصور کرد؟

برون‌یابی تخمین داده‌های بعدی یا قبل از داده‌های ثبت شده است.

در فعالیت قبل، مقدار عدد به دست آمده در سال ششم، برون‌یابی مقدار فروش است.

تمرین

- ۱- کدام یک از داده‌های زیر، سری زمانی است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.
 - الف) تعداد مسافران فرودگاه بوشهر در هر ماه در ۱۰ سال گذشته
 - ب) تعداد مشتریان یک تاجر برحسب مدت زمانی که صرف بازاریابی می‌کند.
 - پ) تعداد ساعاتی که در معرض نور مستقیم خورشید قرار داریم؛ شدت آفتاب سوختگی.
- ۲- اگر نمودارهای شکل زیر، مربوط به سری‌های زمانی باشند، در کدام حالت، درون‌یابی و برون‌یابی خطی بهتری امکان‌پذیر است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



۳- یک ده‌دار تعداد بطری‌های آب فروخته‌شده، از شروع فصل گرما را یک روز در میان، مطابق با جدول زیر ثبت کرده است:

روز	شنبه	دوشنبه	چهارشنبه	جمعه	یکشنبه	سه‌شنبه	پنجشنبه	شنبه
تعداد بطری‌ها	۸	۱۳	۱۶	۲۵	۱۸	۲۲	۲۱	۲۳

الف) نمودار سری زمانی داده‌ها را رسم کنید.

ب) تعداد بطری‌های فروخته‌شده در روزهای فرد را درون‌یابی کنید.

پ) تعداد بطری‌های فروخته‌شده در روز دوشنبه از هفته دوم را برون‌یابی کنید.

۴- تعداد گل‌های زده شده در لیگ برتر فوتبال (جام خلیج فارس) در هفته‌های زوج و پایانی در جدول زیر آمده است.

هفته	۲۰	۲۲	۲۴	۲۶	۲۸
تعداد گل‌ها	۳۰	۲۷	۳۲	۳۵	۳۵

نمودار سری زمانی مربوط به آن را رسم کنید. تعداد گل‌های هفته سی‌ام را برون‌یابی کنید.

۵- میانگین افزایش خدمات یک تعمیرگاه نسبت به سال اول (سال پایه) برحسب درصد در جدول زیر آمده است.

سال	۱	۲	۳	۴	۵	۶
درآمد	۱۹/۵	۲۹	۳۸/۵	۴۸	۵۸	۶۷

الف) نمودار سری زمانی داده‌ها را رسم کنید.

ب) درصد افزایش خدمات سال هفتم این تعمیرگاه را نسبت به سال پایه، برون‌یابی کنید.

۶- تعداد زلزله‌های دارای شدت بیش از ۷ ریشتر در جهان، مطابق جدول زیر برای ده سال ثبت شده است.

سال	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
تعداد زلزله‌های شدیدتر از ۷ ریشتر	۳۰	۲۸	۲۹	۲۳	۲۰	۱۶	۲۱	۲۵	۱۶	۲۱

الف) نمودار سری زمانی آن را رسم کنید.

ب) میانگین سال و تعداد زلزله‌ها را به دست آورید.

پ) معادله خطی را که نقطه (۲۱ و ۱۰) را به میانگین سال و تعداد زلزله‌ها وصل می‌کند، به دست آورید.

ت) با استفاده از خطی که معادله آن را به دست آورده‌اید، تعداد زلزله‌های شدیدتر از ۷ ریشتر در سال یازدهم در جهان را برون‌یابی کنید.

ث) اگر بدانیم که در سال یازدهم دقیقاً ۲۵ زلزله آمده است، خطای برون‌یابی چه قدر است؟

۷- نرخ تورم در ایران طی سال‌های ۱۳۱۶ تا ۱۳۹۵ در جدول صفحه بعد داده شده است.

الف) نمودار سری زمانی داده‌های ده سال به ده سال را رسم کنید.

ب) داده‌ها را با استفاده از قسمت قبل درونیابی کنید.

پ) بر روی همان سری زمانی، داده‌های پنج سال به پنج سال را با استفاده از جدول بر روی همان نمودار رسم و خطای درونیابی را محاسبه کنید.

سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم	سال	نرخ تورم
۱۳۱۶	۲۱/۲	۱۳۲۶	۶/۶	۱۳۳۶	۴/۴	۱۳۴۶	۰/۸	۱۳۵۶	۲۵/۱	۱۳۶۶	۲۷/۷	۱۳۷۶	۱۷/۳
۱۳۱۷	۸/۸	۱۳۲۷	۱۱/۱	۱۳۳۷	۱/۰	۱۳۴۷	۱/۵	۱۳۵۷	۱۰/۰	۱۳۶۷	۲۸/۹	۱۳۷۷	۱۸/۱
۱۳۱۸	۸/۰	۱۳۲۸	۲/۳	۱۳۳۸	۱۳/۰	۱۳۴۸	۳/۶	۱۳۵۸	۱۱/۴	۱۳۶۸	۱۷/۴	۱۳۷۸	۲۰/۱
۱۳۱۹	۱۳/۸	۱۳۲۹	-۱۷/۲	۱۳۳۹	۷/۹	۱۳۴۹	۱/۵	۱۳۵۹	۲۳/۵	۱۳۶۹	۹/۰	۱۳۷۹	۱۲/۶
۱۳۲۰	۴۹/۵	۱۳۳۰	۸/۳	۱۳۴۰	۱/۶	۱۳۵۰	۵/۵	۱۳۶۰	۲۲/۸	۱۳۷۰	۲۰/۷	۱۳۸۰	۱۱/۴
۱۳۲۱	۹۶/۲	۱۳۳۱	۷/۲	۱۳۴۱	۰/۹	۱۳۵۱	۶/۳	۱۳۶۱	۱۹/۲	۱۳۷۱	۲۴/۴	۱۳۸۱	۱۵/۸
۱۳۲۲	۱۱۰/۵	۱۳۳۲	۹/۲	۱۳۴۲	۱/۰	۱۳۵۲	۱۱/۲	۱۳۶۲	۱۴/۸	۱۳۷۲	۲۲/۹	۱۳۸۲	۱۵/۶
۱۳۲۳	۲/۷	۱۳۳۳	۱۵/۹	۱۳۴۳	۴/۵	۱۳۵۳	۱۵/۵	۱۳۶۳	۱۰/۴	۱۳۷۳	۳۵/۲	۱۳۸۳	۱۵/۲
۱۳۲۴	-۱۴/۴	۱۳۳۴	۱/۷	۱۳۴۴	۰/۳	۱۳۵۴	۹/۹	۱۳۶۴	۶/۹	۱۳۷۴	۴۹/۴	۱۳۸۴	۱۰/۴
۱۳۲۵	-۱۱/۵	۱۳۳۵	۸/۸	۱۳۴۵	۰/۸	۱۳۵۵	۱۶/۶	۱۳۶۵	۲۳/۷	۱۳۷۵	۲۳/۲	۱۳۸۵	۱۱/۹

منابع

- ۱- هاک، سوزان. فلسفه منطق، (ترجمه: سید محمد علی حجتی)، انتشارات طه، ۱۳۸۳.
- ۲- امیری، حمیدرضا، ایلخانی پور، یدالله. مبانی ریاضیات گسسته. انتشارات مدرسه، ۱۳۸۸.
- ۳- سام، لوید. معماها و سرگرمی های ریاضی، (ترجمه: کاظم فائقی)، انتشارات امید یزدانی، ۱۳۶۴.
- ۴- ایگل ویتس، بوریس، استریل، جودیت. مقدمه ای بر استدلال ریاضی، (ترجمه: غلامرضا یاسی پور)، انتشارات مدرسه، ۱۳۷۶.
- ۵- شهریاری، پرویز و همکاران، دانشنامه ریاضی، انتشارات کانون فرهنگی آموزش، ۱۳۹۲.
- ۶- Canton, B. **Mathematics of Data Management**, Mc Graw – Hill, 2002.
- ۷- Ministry of Education. **Mathematical Development 5.3**, Austed Publishing, Western Australia, 1990.
- ۸- Smith, P. **An Introduction to Godel's Theorems**, Cambridge University Press, 2013.
- ۹- Nickerson, R. S. **Mathematical Reasoning: Patterns, problems, conjectures, and proofs**, Psychology press, 2010.
- ۱۰- Henriksen M. **What is Godel's theorem**, Scientific American, January 1999.



بسمه تعالی

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی جهت ایفای نقش خطیر خود در اجرای سند تحول آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی، مشارکت معلمان را به‌عنوان سیاست اجرایی مهم دنبال می‌نماید. برای تحقق این امر با بهره‌مندی هوشمندانه از فرصت‌های فناوری‌های نوین در اقدامی نوآورانه سامانه تعاملی برخط اعتبارسنجی کتاب‌های نونگاشت راه‌اندازی شد تا با دریافت نظرات معلمان درباره کتاب‌های درسی نونگاشت کیفیت تولیدات سازمان را بهبود بخشیده و محتوای کتاب‌های درسی را در اولین چاپ سپاری با کمترین اشکال به دانش‌آموزان و معلمان ارجمند تقدیم نماید. در انجام مطلوب فرآیند اعتبارسنجی همکاران گروه تحلیل محتوای آموزشی و پرورشی، گروه‌های آموزشی، دبیرخانه راهبری دروس در استان‌ها، شورای هماهنگی تألیف دفاتر، دبیرخانه پروژه اعتبارسنجی سازمان در هماهنگی و اجرا، نقش سازنده‌ای را داشتند. ضمن ارج نهادن به تلاش همکاران شرکت‌کننده در فرآیند اعتبارسنجی، اسامی دبیران و هنرآموزانی که تلاش مضاعفی را در این زمینه داشته و با ارائه نظرات خود سازمان را در بهبود محتوای این کتاب یاری کرده‌اند به شرح زیر اعلام می‌نماید.

محسن باهو

مشاور معاون وزیر و مدیر پروژه اعتبارسنجی

اسامی دبیران و هنرآموزان شرکت‌کننده در اعتبارسنجی کتاب ریاضی و آمار (۲) کد ۱۱۱۲۱۲

ردیف	نام و نام خانوادگی	استان محل خدمت	ردیف	نام و نام خانوادگی	استان محل خدمت
۱	عباس اسدی قلعه رشیدی	چهارمحال و بختیاری	۱۵	مرضیه شریف زاد	ایلام
۲	اکرم سلامی	آذربایجان شرقی	۱۶	لیلا صبوری	فارس
۳	سپه‌پلا چناری	کرمانشاه	۱۷	ایوب خلیلیان گل سفیدی	چهارمحال و بختیاری
۴	جواد کوانلووی	خراسان شمالی	۱۸	تهمینه امیر خسروی	کرمان
۵	فاطمه عمویی	شهرتهران	۱۹	نذمت دانش	کرمان
۶	ساره ماه‌گلی	خراسان جنوبی	۲۰	عبداللطیف حسین پور	هرمزگان
۷	پروین طالب حسامی آذر	کردستان	۲۱	جمال نوین	یزد
۸	جواد راشدی	خراسان جنوبی	۲۲	گل بخت دهوری ناگان	سیستان و بلوچستان
۹	معصومه رجب پور	همدان	۲۳	طاهره دانش شکیب	گیلان
۱۰	مهری میرحاج	سمنان	۲۴	زهرا ملتمس	شهرستان‌های تهران
۱۱	اکبر رضائی پور	قزوین	۲۵	فریدون حسنی شیروان شاهی	آذربایجان غربی
۱۲	منور صفائی	سمنان	۲۶	علی مهرنیا	آذربایجان شرقی
۱۳	وحیده سلیمانی	گلستان	۲۷	رحیم بردیده	مازندران
۱۴	شهره رنجبران	همدان	۲۸	نرجس زنگارکی	مرکزی