



بررسی خواص هر گاز با استفاده از آمار و احتمال، هم کاری ساده است و هم به نتایج قابل قبول و عملی منجر می‌شود؛ مثلاً با استفاده از آمار و احتمال می‌توان تعداد دفعاتی را برآورد کرد که باید مقداری گاز دارای اورانیوم را غنی کنیم تا به درجه خلوص مورد نیاز برسد.

در سال‌های پیش با **علم آمار**، که علم جمع‌آوری، سازماندهی و تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. **داده‌ها** را با چوب خط، سرشماری و در جدول سازماندهی کردید؛ سپس، با توجه به موضوع و هدف آمارگیری، نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر، چهار نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است.



اگر داده‌های جمع‌آوری شده زیاد و پراکنده باشند، بررسی آنها طولانی می‌شود. برای اینکه بتوانیم آسان‌تر و بهتر نتیجه بگیریم، داده‌ها را متناسب با موضوع آماری **دسته‌بندی** و سازماندهی می‌کنیم.

## فعالیت



در زیر، داده‌های جمع‌آوری شده دربارهٔ اندازهٔ قد ۴۰ نفر از ساکن یک

شهر کوچک برحسب ساتی متر مشخص شده است. ( $n=40$ )

۱۶۴ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۸۵ ۱۵۳ ۱۷۴ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱  
 ۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۳ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۳۰  
 ۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۵۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۵۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید.

به فاصلهٔ بین این دو عدد **دامنهٔ تغییرات** می‌گویند. دامنهٔ تغییرات داده‌ها را پیدا کنید.

در یک تولیدی شلوار مردانه می‌خواهیم با توجه به داده‌های جمع‌آوری شده بالا اندازه‌های مختلف را طراحی کنیم. برای این کار، داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنیم. هر دسته یک معنای مشخصی دارد؛ برای مثال، افراد مختلف را می‌توانیم به صورت زیر تقسیم‌بندی کنیم:

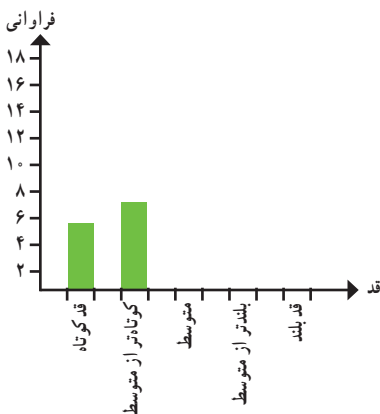
**قد بلند، بلندتر از متوسط، متوسط، کوتاه‌تر از متوسط و قد کوتاه**

به این ترتیب، داده‌های ما به ۵ دسته تقسیم می‌شوند. می‌توانیم طول این دسته‌ها را مساوی در نظر بگیریم؛ به همین دلیل، برای رسیدن به حدود دسته‌ها دامنهٔ تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به طور تقریبی معلوم شود. به این ترتیب، می‌توانیم محدودهٔ دسته‌ها را مشخص کنیم و در یک جدول بنویسیم.

در جدول زیر معنای  $130 \leq x < 145$  را توضیح دهید.  $<$  و  $\leq$  چه تفاوتی دارند؟

با توجه به حدود دسته‌ها با استفاده از چوب خط، تعداد داده‌های هر دسته را که به آن **فراوانی**

می‌گویند، تعیین کنید.



| فراوانی | چوب خط | حدود دسته‌ها          |
|---------|--------|-----------------------|
|         |        | $130 \leq x < 145$    |
|         |        | $145 \leq x < 160$    |
|         |        | $160 \leq x < 175$    |
|         |        | $175 \leq x < 190$    |
|         |        | $190 \leq x \leq 205$ |

با توجه به فعالیت صفحه قبل به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- ۱- قد بیشتر افراد در چه محدوده‌ای است؟
- ۲- با توجه به نمودار میله‌ای، متوجه چه چیزی می‌شوید؟
- ۳- فکر می‌کنید میانگین قد مردان این شهر در کدام دسته قرار می‌گیرد؟
- ۴- به نظر شما این آمار و اطلاعات و نمودار چه کاربردهای دیگری دارد؟



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| +۲ | +۲ | +۴ | +۵ | +۶ | ۰  | -۱ | -۲ | ۰  | -۳ | -۷ | -۲ | -۱ | ۰  | ۰  |
| -۱ | -۳ | -۶ | -۷ | -۸ | +۸ | +۷ | +۸ | +۷ | +۶ | +۳ | +۱ | +۲ | +۳ | +۴ |
| +۲ | +۲ | -۴ | -۲ | -۱ | ۰  | -۵ | -۳ | ۰  | ۰  | +۱ | +۱ | +۴ | +۶ | +۷ |

جدول فراوانی داده‌ها را براساس سؤال‌های زیر مشخص، و نموداری میله‌ای رسم کنید.

- دامنه تغییرات چقدر است؟
- داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم؛ طول هر دسته چقدر است؟

۲- نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات، آنها را به ۵ دسته با طول مساوی دسته‌بندی کنید. پس از رسم جدول، نمودار میله‌ای را رسم کنید و با توجه به نمودار، وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

|    |      |      |      |      |      |      |      |      |    |    |    |    |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|----|----|----|----|
| ۱۶ | ۱۸   | ۱۵   | ۹/۵  | ۱۲/۵ | ۱۳   | ۱۲   | ۱۳/۵ | ۱۴   | ۱۱ | ۱۳ | ۹  | ۸  |
| ۱۵ | ۱۴   | ۱۹   | ۱۸/۵ | ۱۷   | ۱۵/۵ | ۱۶/۵ | ۱۱   | ۸/۵  | ۷  | ۵  | ۱۳ | ۱۵ |
| ۱۴ | ۱۰/۵ | ۱۱/۵ | ۱۵   | ۱۸   | ۱۷   | ۱۴   | ۶    | ۱۲/۵ | ۲۰ |    |    |    |

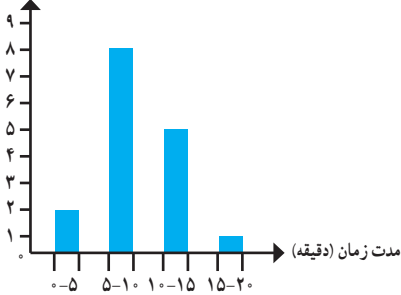
## تمرین



۱- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب، و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده است. داده‌ها را به ۵ دسته تقسیم، و جدول فراوانی و نمودار میله‌ای آن را رسم کنید.

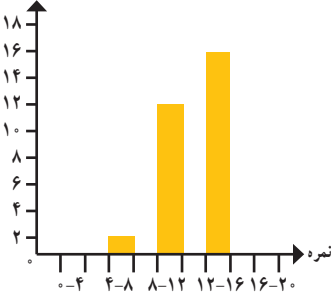
|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ۱۵۶ | ۱۵۹ | ۱۶۵ | ۱۶۳ | ۱۶۱ | ۱۵۷ | ۱۵۴ | ۱۵۷ | ۱۶۸ | ۱۷۲ | ۱۶۳ | ۱۵۸ | ۱۵۷ | ۱۶۱ | ۱۷۱ |
| ۱۶۳ | ۱۶۸ | ۱۶۷ | ۱۵۹ | ۱۵۲ | ۱۵۳ | ۱۵۸ | ۱۵۷ | ۱۶۹ | ۱۷۰ | ۱۵۳ | ۱۶۹ | ۱۵۸ | ۱۶۵ | ۱۵۶ |

تعداد دانش‌آموزان



۲- از دانش‌آموزان یک کلاس درباره مدت زمانی که طول می‌کشد تا آنها از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی این داده‌ها نمودار میله‌ای مقابل، رسم شده است. چند دانش‌آموز فاصله خانه تا مدرسه را در ۱۰ یا بیشتر از ۱۰ دقیقه طی می‌کنند؟ این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

تعداد دانش‌آموزان



۳- در اینجا نمودار نمره‌های دانش‌آموزان یک کلاس را می‌بینید.

- این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟



پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی می‌شوند و به کمک نمودارها درک بهتری از داده‌ها به دست می‌آید، می‌توان از میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج داده‌ها و تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. شما در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شده‌اید. میانگین تعدادی داده عددی از تقسیم مجموع آنها بر تعدادشان به دست می‌آید.

### فعالیت



۱- نمره‌های ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷ و ۱۹ است. میانگین نمره‌های او را حساب کنید.

$$\bar{x} = \frac{S}{n} \quad \text{یا به صورت جبری} \quad \text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

۲- نمره‌های یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

۱۶   ۱۵/۵   ۱۶   ۱۵   ۱۷   ۱۹   ۱۸/۵   ۱۴   ۱۶/۵   ۱۷/۵

میانگین نمره‌های او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟

اختلاف نمره‌های بالای میانگین را با میانگین حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید؛ به همین ترتیب، مجموع اختلاف نمره‌های پایین‌تر از میانگین با میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

۳- میانگین نمره‌های ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمره‌های دو درس دیگر او، که ۱۷ و ۱۵ است به این داده‌ها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرد (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

۴- میانگین نمره‌های زیر را به دست آورید. بین این عددها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱   ۱۲   ۱۲   ۱۳   ۱۳   ۱۳   ۱۴   ۱۴   ۱۵

## کاردر کلاس



با توجه به رابطه‌ای که پیدا کرده‌اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۲ ۱۹ ۱۸ ۱۳ ۱۶

اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار خوب به دست آورد.

## فعالیت



۱- به کمک ماشین حساب، میانگین قد  $40^\circ$  نفر را که در درس قبل مطرح شده

است، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن **مرکز دسته‌ای** مانند دسته  $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای  $130^\circ$  و  $145^\circ$  را به دست می‌آوریم و سپس، حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت می‌بینید. مرکز هر دسته را به جای داده‌های آن دسته قرار دهید؛ برای مثال، چون عدد ۱۹۲ در دسته  $190 \leq x \leq 205$  قرار دارد به جای آن عدد  $197/5$  را، که مرکز این دسته است، قرار دهید.

$197/5$

۱۶۴ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۸۵ ۱۵۳ ۱۷۴ ۱۷۸ ~~۱۹۲~~ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱

۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۳ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۳۰

۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۵۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۵۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳

۴- چرا در عددهای تغییر یافته ۴ تا  $197/5$  وجود دارد؟

۵- با توجه به عددهای بالا، میانگین  $40^\circ$  عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای پیدا کردن مجموع داده‌ها از ضرب استفاده می‌کنید؟ این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی‌های جدول دارند؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی، که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید.

مقدار خطای این روش چقدر است؟

## کار در کلاس



با توجه به فعالیت صفحه قبل با کامل کردن جدول زیر، میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

| مرکز دسته × فراوانی | مرکز دسته | فراوانی | حدود دسته‌ها          |
|---------------------|-----------|---------|-----------------------|
|                     |           |         | $130 \leq x < 145$    |
|                     |           |         | $145 \leq x < 160$    |
|                     |           |         | $160 \leq x < 175$    |
|                     |           |         | $175 \leq x < 190$    |
|                     |           |         | $190 \leq x \leq 205$ |
|                     |           |         | مجموع                 |

$$\text{میانگین} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

## تمرین



- ۱- میانگین دمای هوا مربوط به کار در کلاس صفحه ۱۲۲ و میانگین ساعت‌های عمر لامپ مربوط به تمرین ۱ صفحه ۱۲۳ را به دست آورید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- ۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

| مرکز × فراوانی | مرکز دسته | فراوانی | خط نشان  | دسته‌ها          |
|----------------|-----------|---------|----------|------------------|
|                |           |         | ### /    | $0 \leq x < 4$   |
|                |           |         | ////     | $4 \leq x < 8$   |
|                | ۱۰        | ۸       |          | $12 \leq x < 16$ |
|                | ۱۸        |         | ### //// |                  |
|                |           | ۴۴      |          | جمع              |



۳- میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس ۳۰ نفره ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه آنها نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند. الف) اگر نمره این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، حدس می‌زنید معدل کلاس کمتر می‌شود یا بیشتر؟ حال با محاسبه معدل کلاس پس از حذف نمره این دانش‌آموز حدس خود را بررسی کنید.

ب) حالا فرض کنید همه دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته‌اند؛ به جز یک نفر که ۲۰ گرفته است، معدل این کلاس ۳۰ نفره ۱۰/۲۵ شده است. اگر دانش‌آموزی را که نمره ۲۰ گرفته است کنار بگذاریم، حدس می‌زنید معدل کلاس کمتر می‌شود یا بیشتر. معدل کلاس پس از حذف نمره این دانش‌آموز را به دست آورید و حدس خود را بررسی کنید.

### خواندنی

فکر اولیه احتمال بر بازی‌های شانسی مبتنی است. این گونه بازی‌ها از زمان‌های بسیار قدیم رایج بوده‌اند؛ زیرا در حفاری‌های باستان‌شناسی، برخی وسایل و آثار مربوط به بازی‌های شانسی مشاهده شده‌اند؛ از جمله مکعبی استخوانی که روی وجه‌های آن عددهایی از ۱ تا ۶ نقش شده است.

در روزگار کنونی در مواردی که به راحتی نتوان یک انتخاب را بر انتخاب دیگر ترجیح داد از شانس استفاده می‌شود؛ برای مثال در شروع بازی فوتبال از پرتاب سکه استفاده می‌کنند یا برای قبول یا رد یک موضوع از قرعه کمک می‌گیرند. همچنین بانک‌ها برای اختصاص دادن جایزه به مشتریان دارای حساب قرض‌الحسنه از قرعه‌کشی استفاده می‌کنند.

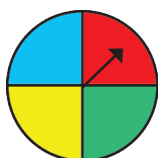
فعالیت



۱- ده کارت هم اندازه و هم شکل داریم و روی آنها عددهای ۱۱ تا ۲۰ را نوشته‌ایم. کارت‌ها را به پشت روی میز قرار می‌دهیم و به‌طور تصادفی، یکی از آنها را برمی‌داریم. احتمال اینکه روی این کارت عددی اول باشد بیشتر است یا احتمال اینکه عددی مرکب باشد؟ چرا؟



وقتی یک سکه را می‌اندازیم، قبل از اینکه به زمین برسد نمی‌دانیم چه پیش می‌آید؛ یعنی روی سکه می‌آید یا پشت آن! اما می‌دانیم که دو حالت ممکن است پیش آید: روی سکه یا پشت سکه! از آنجا که این دو حالت مشابه‌اند، امکان اینکه روی سکه یا پشت آن بیاید، برابر است و چون در یک حالت از این دو حالت ممکن، روی سکه می‌آید، پس احتمال اینکه روی آن بیاید  $\frac{1}{2}$  است؛ به همین ترتیب، احتمال اینکه پشت سکه هم بیاید،  $\frac{1}{2}$  است.



۲- در هر یک از موارد زیر، حالت‌های هم‌شانس را بنویسید.  
الف) عقره‌به چرخنده را می‌چرخانیم.  
ب) تاسی را می‌اندازیم.

۳- معلم از دانش‌آموزان پرسید: «یک مهره را به‌طور تصادفی از کیسه‌ای که در آن سه مهره سبز و یک مهره سفید است، بیرون می‌آوریم. چند حالت هم‌شانس می‌تواند رخ دهد؟»



بلافاصله شایان پاسخ داد: «دو حالت: سبز، سفید»  
سپس علی برای اینکه بتواند پاسخ سؤال را بدهد، مهره‌های سبز را شماره‌گذاری کرد و پاسخ داد:  
«چهار حالت: سبز ۱، سبز ۲، سبز ۳، سفید»  
به نظر شما چرا پاسخ علی درست است؟

- ۴- در آزمایش مربوط به فعالیت ۱ با توجه به اینکه ۱۰ کارت داریم، بیرون آمدن هر یک از عددهای روی کارت‌ها هم شانس هستند؛ حالا به سؤال‌ها پاسخ دهید:
- الف) در چند تا از آنها عدد روی کارت، اول است؟ \_\_\_\_\_
- ب) در چند تا از آنها عدد روی کارت، مرکب است؟ \_\_\_\_\_
- ج) احتمال هر یک از اتفاق‌ها (پیشامد)های زیر را پیدا کنید:
- \_\_\_\_\_ = احتمال اینکه عدد روی کارت، اول باشد. \_\_\_\_\_ = احتمال اینکه عدد روی کارت، مرکب باشد.

برای اینکه احتمال رخ دادن هر پیشامد را بیابیم، تعداد حالت‌های منجر به آن اتفاق را بر تعداد کل حالت‌ها تقسیم می‌کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن هر پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همهٔ حالت‌های ممکن}}$$

## کاردرکلاس



- پنج توپ کوچک با شماره‌های ۱ تا ۵ را داخل یک جعبه ریخته‌ایم. احمد یکی از آنها را به‌طور تصادفی از جعبه خارج می‌کند. قرار است اگر عدد توپ زوج بود، جایزه بگیرد. احتمال اینکه احمد جایزه بگیرد چقدر است؟
  - حمید می‌داند دوستش در خرداد به دنیا آمده است اما نمی‌داند چه روزی! احتمال اینکه دوست حمید در روز ۱۵ خرداد به دنیا آمده باشد، چقدر است (خرداد ۳۱ روز دارد)؟
  - برای هر یک از موارد زیر یک مثال بنویسید.
    - پیشامدی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد.
    - پیشامدی که احتمال رخ دادن آن از  $\frac{1}{4}$  کمتر باشد.
    - پیشامدی که احتمال رخ دادن آن  $\frac{1}{4}$  باشد.
    - پیشامدی که احتمال رخ دادن آن از  $\frac{1}{4}$  بیشتر باشد.
- عبارت زیر را بخوانید؛ درستی یا نادرستی آن را مشخص کنید و دلیل این تشخیص را در چند جمله بنویسید.

«احتمال رخ دادن یک پیشامد برابر با صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است.»

## فعالیت



۱- الف) عقربه چرخنده زیر را می چرخانیم. احتمال هریک از حالت های زیر را پیدا کنید و در جدول بنویسید.

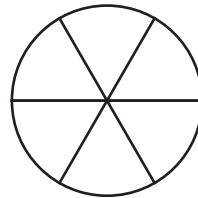
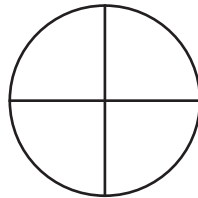
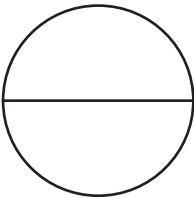


| نایستد        | بایستد        |                  |
|---------------|---------------|------------------|
| $\frac{7}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | عقربه روی نارنجی |
|               |               | عقربه روی آبی    |
|               |               | عقربه روی سفید   |

ب) حاصل جمع دو عدد هر سطر جدول را به دست آورید. چرا حاصل جمع ها با هم برابرند؟

ج) احتمال رخ دادن یک پیشامد  $\frac{3}{10}$  است. احتمال رخ ندادن آن چقدر است؟ چرا؟

۲- الف) هر یک از چرخنده های زیر را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید برابر  $\frac{1}{4}$  باشد.

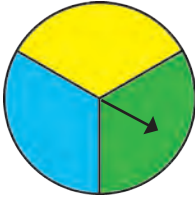


ب) بین این فعالیت و تساوی کسرها چه ارتباطی وجود دارد؟

۳- از یک کیسه حاوی ۵۰ مهره، مهره ای را به طور تصادفی بیرون می آوریم. احتمال سبز بودن مهره،  $\frac{3}{10}$  است.

چند تا از مهره ها سبزند؟

## تمرین



۱- اگر عقربه شکل چرخندهٔ روبه‌رو را  $300$  بار بچرخانیم. عبارتهای درست را با  $\checkmark$  و عبارتهای نادرست را با  $\times$  مشخص کنید.

الف) عقربه  $100$  بار روی زرد می‌ایستد.

ب) انتظار داریم عقربه تقریباً  $100$  بار روی آبی بایستد.

ج) تعداد دفعاتی که عقربه روی هریک از این سه رنگ می‌ایستد، حتماً برابر است.

۲- تاسی را می‌اندازیم؛ احتمال هریک از پیشامدهای زیر را حساب کنید.

الف) مضرب  $5$  بیاید.

ب) شمارندهٔ  $6$  بیاید.

ج)  $7$  یا بیشتر بیاید.

۳- سی مهره با شماره‌های  $1$  تا  $30$  را در گردونه‌ای ریخته‌ایم. مهره‌ای را به‌طور تصادفی از گردونه خارج می‌کنیم. احتمال هریک از حالت‌های زیر را به‌دست آورید:

الف) فرد بودن عدد روی مهره

ب) مضرب  $5$  بودن عدد روی مهره

ج) اول بودن عدد روی مهره

۴- احتمال هریک از پیشامدهای زیر را با توجه به چرخندهٔ زیر به‌دست آورید.



الف) عقربه چرخنده روی سبز بایستد.

ب) عقربه چرخنده روی آبی بایستد.

ج) عقربه چرخنده روی قرمز بایستد.

۵- در یک کیسه تعدادی مهرهٔ رنگی وجود دارد. می‌خواهیم مهره‌ای را به‌طور تصادفی از آن بیرون بیاوریم. می‌دانیم احتمال سبز بودن مهره  $\frac{3}{8}$  است.

الف) احتمال سبز نبودن مهره را حساب کنید.

ب) آیا می‌توانید تعداد مهره‌های درون پاکت را پیدا کنید؟ چرا؟

۶- یک سکه در چهار یرتاب پشت سر هم، رو آمده است. فکر می‌کنید اگر بار پنجم آن را

بیندازیم، چه می‌آید؟ چرا؟

## فعالیت



۱- سارا، ستاره و محدثه یک بازی طراحی کرده‌اند. آنها دو سکه را هم‌زمان می‌اندازند. اگر هر دو، رو آمد، سارا امتیاز می‌گیرد و اگر هر دو، پشت آمد، ستاره. اگر هم، یکی رو و یکی پشت آمد، محدثه امتیاز می‌گیرد.

فکر می‌کنید این بازی عادلانه است؟ یعنی شانس امتیاز گرفتن بازیکن‌ها با هم مساوی است؟

|                 | هر دو،<br>پشت | هر دو،<br>رو | یکی رو،<br>یکی پشت |
|-----------------|---------------|--------------|--------------------|
| در ۲۰<br>آزمایش |               |              |                    |
| در ۸۰<br>آزمایش |               |              |                    |

۲- دو سکه بردارید و ۲۰ بار آزمایش کنید.

نتایج ۲۰ آزمایش را با رسم چوب‌خط در جدول ثبت کنید.

نتایج آزمایش خودتان را با نتایج سه هم‌گروهی‌تان جمع

کنید و با استفاده از نتایج مربوط به ۸۰ آزمایش، درستی فکرتان

را بررسی کنید.

آیا نتیجه آزمایش‌ها، پاسخ شما به فعالیت ۱ را تأیید می‌کند؟

۳- در جدول زیر، حالت‌های ممکن در پرتاب دو سکه نشان داده شده است. با توجه به این

جدول، احتمال امتیاز گرفتن هر کدام از بازیکن‌ها را محاسبه کنید.

| سکه دوم<br>سکه اول  |  |  |
|---|--|--|
|  | رو-رو  | پشت-رو   |
|  | پشت-رو   | پشت-پشت  |

\_\_\_\_\_ = احتمال اینکه یک سکه رو بیاید و یک سکه پشت.

\_\_\_\_\_ = احتمال اینکه هر دو سکه رو بیایند.

\_\_\_\_\_ = احتمال اینکه هر دو سکه پشت بیایند.

حالا دوباره به سؤال فعالیت ۱ پاسخ دهید و برای پاسختان

دلیل بیاورید.

## کار در کلاس



محمد می‌خواست یک شاخه گل رز برای مادرش و یک شاخه هم برای پدرش بخرد. در گل‌فروشی تعداد زیادی گل رز به رنگ‌های سفید، قرمز و صورتی بود.

| گل مادر<br>گل پدر | سفید | قرمز | صورتی |
|-------------------|------|------|-------|
| سفید              | س-س  | ق-س  |       |
| قرمز              | س-ق  |      |       |
| صورتی             | س-ص  |      |       |

او دو شاخه گل را به‌طور تصادفی و به‌ترتیب برای مادر و پدرش برداشت.

الف) همه حالت‌های ممکن را به کمک جدول پیدا کنید. ب) در چند تا از این حالت‌ها دست کم یکی از گل‌ها سفید است؟

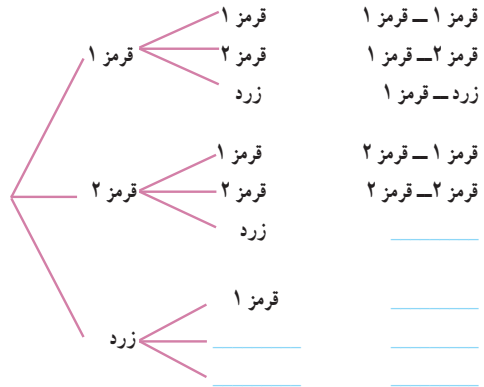
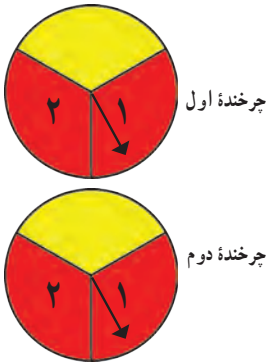
## فَعَالِيَت



۱- می‌خواهیم عقربه‌های دو چرخنده زیر را بچرخانیم و رنگی را که عقربه‌ها روی آن می‌ایستند، یادداشت کنیم.

الف) با کامل کردن نمودار درختی، همه حالت‌های ممکن را پیدا کنید.

### حالت‌های ممکن



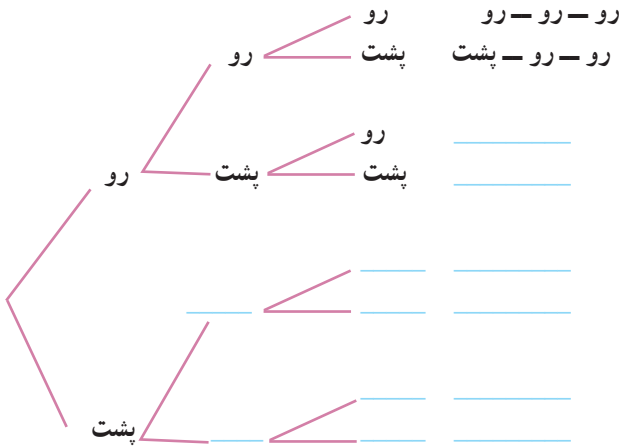
ب) احتمال اینکه هر دو عقربه روی رنگ قرمز بایستند، چقدر است؟

۲- سه سکه را هم‌زمان انداختیم. پارسا و عرفان هر کدام با یک روش، همه حالت‌های ممکن را نوشته، و تعداد حالت‌ها را یافته‌اند.  
الف) راه حل هر دو را کامل کنید.

### راه حل عرفان

|         |         |          |           |                      |
|---------|---------|----------|-----------|----------------------|
|         | سکه دوم |          |           |                      |
| سکه اول |         | رو - رو  | پشت - رو  | <input type="text"/> |
|         |         | پشت - رو | پشت - پشت | <input type="text"/> |

حالت‌های ممکن    سکه سوم    سکه دوم    سکه اول



- (ب) شما کدام راه حل را بیشتر دوست دارید؟  
 (ج) آیا می‌توانید روش دیگری برای یافتن تعداد حالت‌های ممکن پیشنهاد کنید؟  
 (د) تعداد حالت‌های ممکن چند تاست؟  
 (ه) احتمال اینکه هر سه سکه رو بیاید، چقدر است؟  
 (و) احتمال اینکه دقیقاً دو سکه رو و یکی پشت بیاید، چقدر است؟

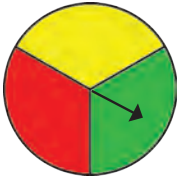
تمرین



۱- در یک کارخانه دو چرخه سازی دو مدل دو چرخه تولید می‌شود: دو چرخه جاده و دو چرخه کوهستان. در این کارخانه هر نوع دو چرخه در سه رنگ زرد، قرمز و آبی و دو اندازه ۲۴ و ۲۶ تولید می‌شود.

- (الف) چند نوع دو چرخه مختلف در این کارخانه تولید می‌شود؟  
 (ب) در نشریه تبلیغاتی این کارخانه، در هر صفحه عکس یکی از این دو چرخه‌ها آمده است. علی یکی از صفحه‌ها را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کند. احتمال اینکه در این صفحه دو چرخه کوهستان آبی رنگ اندازه ۲۶ دیده شود، چقدر است؟





۲- عقربه چرخنده مقابل را می چرخانیم و تاسی را می اندازیم.  
الف) با کامل کردن جدول، همه حالت های ممکن را پیدا کنید.

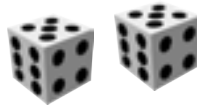
| تاس چرخنده \ تاس | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|------------------|---|---|---|---|---|---|
| سبز              |   |   |   |   |   |   |
| قرمز             |   |   |   |   |   |   |
| زرد              |   |   |   |   |   |   |

ب) در چند حالت عقربه روی قرمز ایستاده است و تاس عددی زوج را نشان می دهد؟

۳- قفلی داریم که رمز آن عددی یک رقمی است. (این رقم می تواند ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ یا ۹ باشد.)

الف) احتمال اینکه با یک حدس بتوانیم رمز قفل را پیدا کنیم، چقدر است؟

ب) اگر رمز دو رقمی شود، این احتمال چه تغییری می کند؟



۴- دو تاس را می اندازیم :

الف) با رسم جدول مناسب، همه ۳۶ حالت ممکن را پیدا کنید.

ب) احتمال اینکه یکی از تاس ها ۳ و تاس دیگر ۵ بیاید، چقدر است؟

ج) احتمال اینکه هر دو تاس ۵ بیاید، چقدر است؟

د) پاسخ قسمت های ب و ج را با هم مقایسه کنید و دلیل تفاوتشان را بنویسید.

۵- دو سکه را می اندازیم. احتمال اینکه دست کم یکی از آنها رو بیاید، چقدر است؟

۶- لوله های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می شوند.

پس از طی کردن ۵ قسمت، چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.



## مرور فصل ۸

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- دسته‌بندی داده‌ها
- مرکز دسته
- فراوانی
- میانگین
- آمار
- حالت‌های هم‌شانسی
- احتمال
- جدول حالت‌های ممکن
- نمودار درختی

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

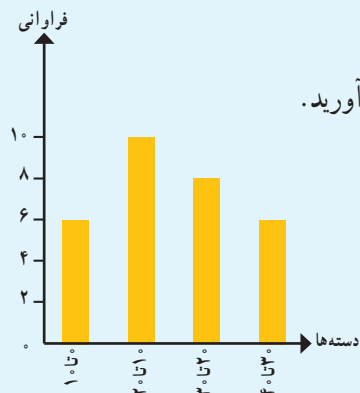
- دسته‌بندی داده‌های زیاد و پراکنده
- محاسبه میانگین داده‌های دسته‌بندی شده
- پیدا کردن احتمال یک پیشامد
- یافتن همه حالت‌های ممکن به کمک جدول
- یافتن همه حالت‌های ممکن به کمک نمودار درختی

### کاربرد

آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک اطلاعات آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع رخدادهایی چون بارندگی، سیل و بارش برف را پیش‌بینی کنیم.

### تمرین‌های ترکیبی

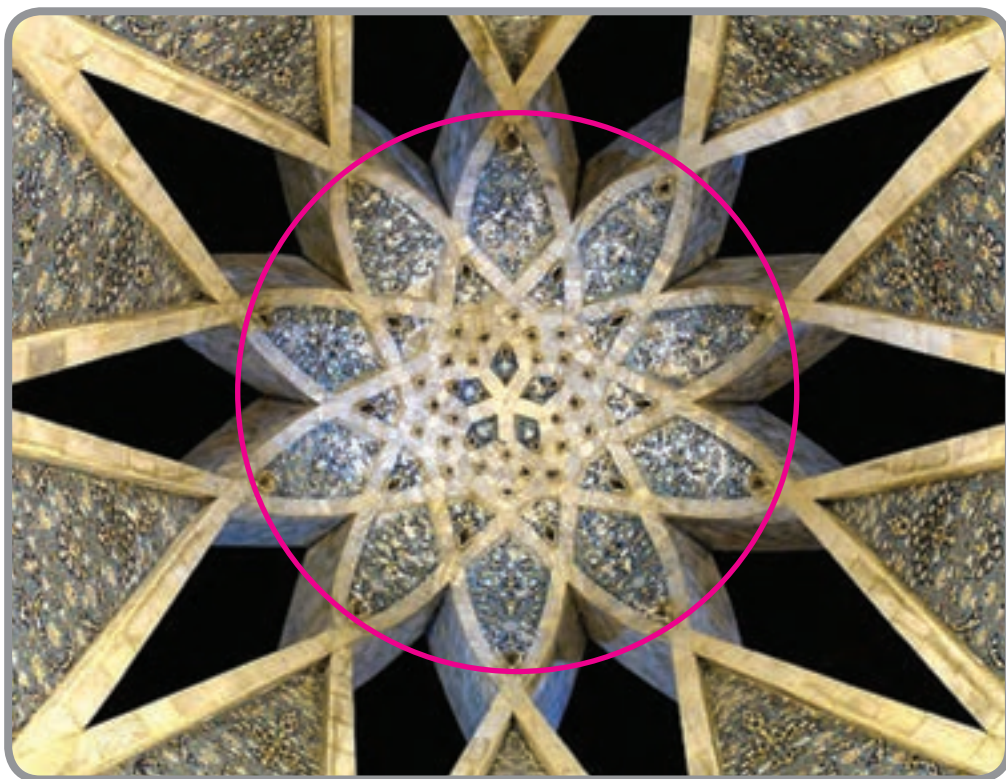
۱- با توجه به نمودار مقابل، میانگین داده‌ها را به دست آورید.



۲- دو تاس را می‌اندازیم.

الف) تعدادی از حالت‌های هم‌شانسی ممکن را بنویسید.

ب) احتمال اینکه هر دو تاس ۱ بیاید، چقدر است؟



زاویه‌های محاطی و مرکزی و ارتباط آنها با کمان‌ها در دایره، کاربرد بسیاری در طراحی نقش فرش‌ها و دیگر صنایع دستی و معماری دارد.

در تصویر بالا نمای داخلی سقف آرامگاه حکیم خیام نیشابوری را مشاهده می‌کنید. خیام، فیلسوف، ریاضی‌دان، ستاره‌شناس و رباعی‌سرای ایرانی قرن پنجم هجری شمسی است. یکی از برجسته‌ترین کارهای وی اصلاح گاهشماری ایران در زمان وزارت خواجه نظام الملک در دوره سلجوقی است.



۰.

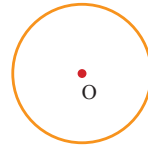
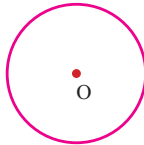
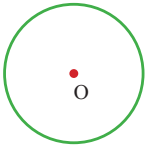
۱- پنج نقطه پیدا کنید که فاصله هر کدام از نقطه O، ۲ سانتی متر باشد.

اگر این نقطه‌ها را بیشتر و بیشتر کنیم، چه شکلی ایجاد می‌شود؟

۲- دو خط متمایز در صفحه، یا موازی اند یا متقاطع؛ یعنی یا نقطه مشترکی ندارند یا در یک نقطه، یکدیگر را قطع می‌کنند.



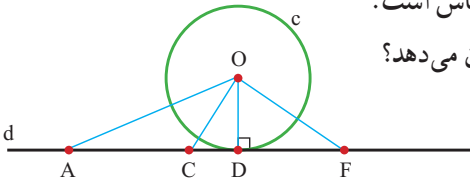
حالا سه وضعیت مختلف یک خط و یک دایره را رسم کنید و در هر حالت، مشخص کنید که خط و دایره چند نقطه مشترک دارند.



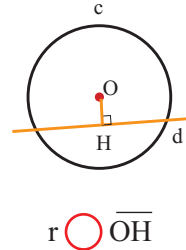
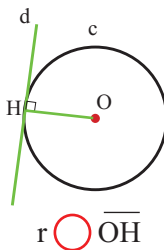
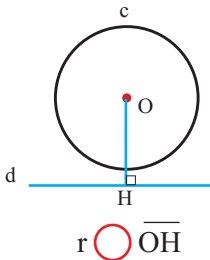
در حالتی که خط و دایره تنها یک نقطه مشترک دارند، می‌گوییم خط بر دایره مماس است.

۳- فاصله یک نقطه از یک خط، طول کوتاه‌ترین پاره‌خطی است که آن نقطه را به خط وصل

می‌کند. خط  $d$  بر دایره  $c$  به مرکز  $O$  و شعاع  $r$  مماس است. کدام پاره‌خط فاصله مرکز دایره از خط  $d$  را نشان می‌دهد؟ اندازه این پاره‌خط را با  $r$  مقایسه کنید.



۴- در هر یک از شکل‌های زیر، دایره‌ای به شعاع  $r$  رسم کرده‌ایم. فاصله مرکز دایره از خط  $d$  را  $\overline{OH}$  بنامید و بدون اندازه‌گیری، رابطه‌های زیر را با علامت  $>$ ،  $=$  یا  $<$  کامل کنید.

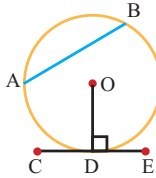
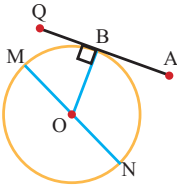


شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

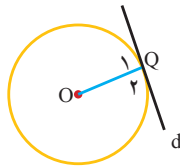
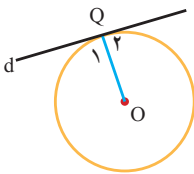
## کار در کلاس



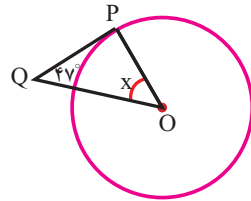
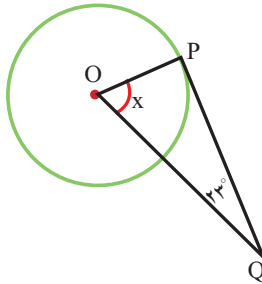
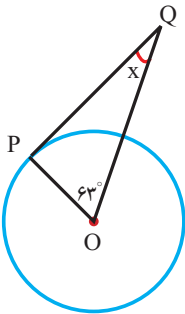
۱- در هر شکل، کدام پاره خط بر دایره مماس است؟



۲- در هر شکل، خط بر دایره مماس است. زاویه  $Q_1$  چه نوع زاویه‌ای است؟



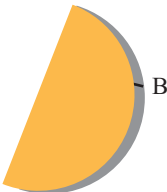
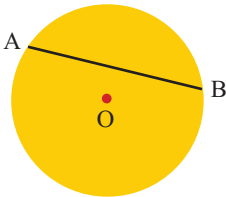
۳- در هر شکل، PQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.



## فعالیت

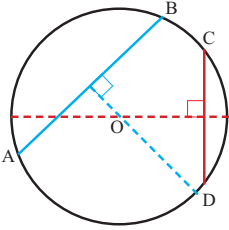


۱- مانند شکل، روی یک ورق کاغذ دایره‌ای رسم کنید؛ سپس، صفحه دایره‌ای شکل را با قیچی جدا کنید. دو نقطه A و B را روی دایره قرار دهید. A را به B وصل کنید. این پاره خط **وتر دایره** نامیده می‌شود. دایره را طوری تا کنید که نقاط A و B روی هم قرار بگیرند. نای کاغذ را باز کنید.



روی خط تا را با مداد پررنگ کنید. در هندسه به این پاره خط چه می‌گویند؟ روی دایره، وتر دیگری رسم کنید و همین مراحل را برای آن تکرار کنید. دو پاره خط رسم شده، یکدیگر را در چه نقطه‌ای قطع می‌کنند؟

۲- نتیجه فعالیت (۱) را به کمک شکل روبه‌رو توضیح دهید.



۳- قطعه‌ای از یک بشقاب قدیمی پیدا شده است.

تصویر آن را در شکل روبه‌رو می‌بینید.

با توجه به فعالیت‌های قبل، توضیح دهید که چگونه می‌توانیم اندازه قطر این بشقاب را مشخص کنیم.



۴- دایره‌ای به مرکز O با وتر AB داریم. دو متن زیر را بخوانید و نتیجه هر یک از آنها را

کامل کنید.

این دو چه تفاوتی دارند؟ درباره آن با دوستانتان گفت‌وگو کنید.

|   |  |
|---|--|
| <p>وسط AB را M می‌نامیم و O را به M وصل می‌کنیم. پس دو مثلث AOM و BOM در حالت سه ضلع با هم برابرند؛ پس <math>\hat{M}_1 = \hat{M}_2</math> و چون حاصل جمع این دو زاویه <math>180^\circ</math> درجه است، پس هر کدام از آنها <math>90^\circ</math> درجه است.</p> | <p>خطی از O بر AB عمود می‌کنیم و پای عمود را H می‌نامیم. دو زاویه <math>H_1</math> و <math>H_2</math> قائمه‌اند؛ پس دو مثلث قائم‌الزاویه AOH و BOH در حالت وتر و یک ضلع برابرند؛ پس <math>\overline{AH} = \overline{BH}</math></p> |
|   |  |

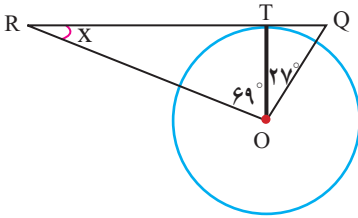
**نتیجه:** خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می‌شود، آن وتر را

و برعکس، پاره خطی که مرکز دایره را به وسط وتر وصل می‌کند.

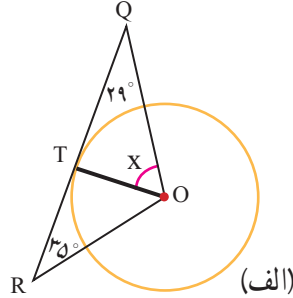
## کارد در کلاس



۱- در هر شکل، RQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.

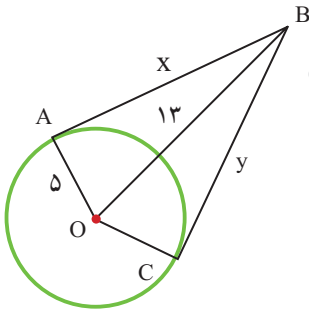
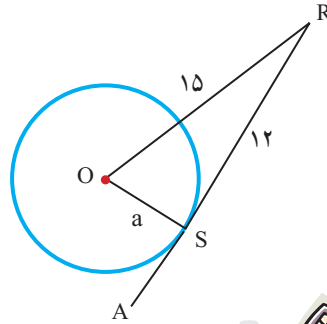
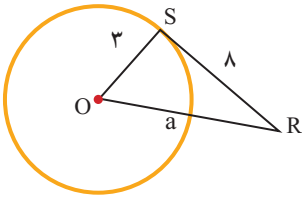


(ب)



(الف)

۲- در هر شکل، SR بر دایره مماس است. مقدار a را به دست آورید.



## تمرین



۱- نقطه B در فاصله ۱۳ سانتی متری مرکز دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی متر قرار دارد.

از این نقطه دو مماس بر دایره رسم کرده ایم.

فاصله B از هر یک از نقاط تماس را به دست آورید.

۲- از نقطه O' خارج دایره‌ای به مرکز O دو مماس بر دایره رسم کنید و نقاط تماس را A و B

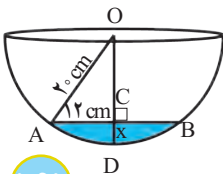
بنامید. شکل بکشید و دلیل هر یک از موارد زیر را بنویسید.

(الف) چرا  $\overline{O'A} = \overline{O'B}$  ؟

(ب) چرا OO' نیمساز  $\hat{O}$  است؟

۳- در کاسه کروی رو به رو مقداری آب ریخته ایم،

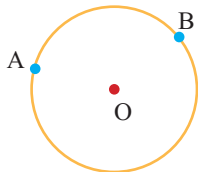
$\overline{AB}$  برابر ۲۴ سانتی متر شده است. حداکثر عمق آب چقدر است؟





۱- ساعت‌های روبه‌رو چه زمانی را نشان می‌دهند؟  
پنج دقیقه بعد، هر یک از ساعت‌ها چه زمانی را نشان می‌دهد؟  
در این مدت، عقربه دقیقه‌شمار چند درجه حرکت کرده است؟  
در هر یک از ساعت‌ها مسیر حرکت عقربه دقیقه‌شمار را رنگ کنید. نوک کدام عقربه مسیر

طولانی‌تری را طی کرده است؟



۲- الف) دو نقطه A و B دایره را به دو کمان تقسیم کرده‌اند.

کمان کوچک‌تر را با  $\widehat{AB}$  نمایش می‌دهیم و آن را کمان AB می‌نامیم.

آیا ممکن است دو نقطه، دایره را به دو کمان مساوی تقسیم کنند؟ توضیح دهید.

ب) مرکز دایره را به دو سر کمان وصل کنید.

زاویه AOB زاویه مرکزی روبه‌رو به کمان AB نامیده می‌شود.

کمان AB نیز روبه‌رو به زاویه مرکزی AOB است.

۳- شکل روبه‌رو به شش قسمت مساوی تقسیم شده است.

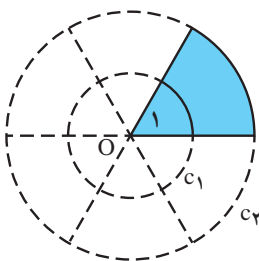
زاویه  $O_1$  چه کسری از  $360^\circ$  درجه است؟

کمان روبه‌رو به  $O_1$  در دایره  $C_1$  چه کسری از دایره  $C_1$  است؟

کمان روبه‌رو به  $O_1$  در دایره  $C_2$  چه کسری از دایره  $C_2$  است؟

آیا این دو کسر با هم مساوی‌اند؟

آیا طول این دو کمان مساوی است؟



اندازه کمان AB؛ با اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به آن برابر است؛ بنابراین، ممکن است دو

کمان با اندازه‌های مساوی، طول‌های متفاوتی داشته باشند.

۴- چرا در فعالیت (۳) اندازه کمان روبه‌رو به  $O_1$  در هر یک

از دایره‌های  $C_1$  و  $C_2$  برابر  $60^\circ$  درجه است؟

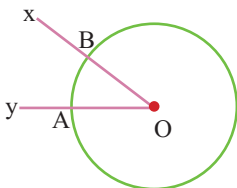
۵- در شکل رو به رو زاویه XOY برابر  $36^\circ$  درجه است.

کمان AB چند درجه است؟

طول کمان AB چه کسری از دایره است؟

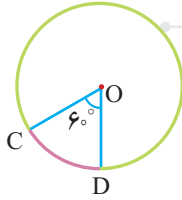
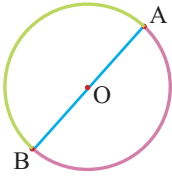
برای پاسخ دادن به این پرسش از تساوی روبه‌رو کمک بگیرید.

$$\frac{\text{اندازه کمان AB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول کمان AB}}{\text{محیط دایره}}$$



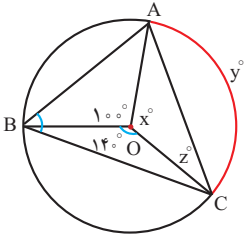


## کار در کلاس

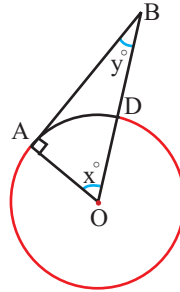


۱- هر دایره به دو کمان تقسیم شده است.  
اندازه هر کمان را پیدا کنید و بنویسید.

۲- اندازه کمان و زاویه‌های مجهول را پیدا کنید.

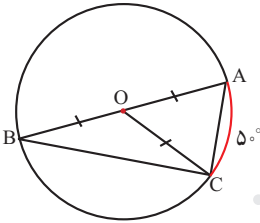


(ب)



(الف)

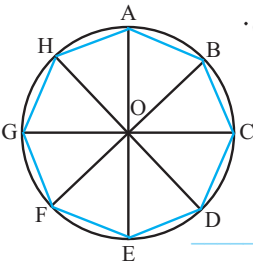
۳- در شکل روبه‌رو، AB قطر دایره است.  
زاویه B چند درجه است؟



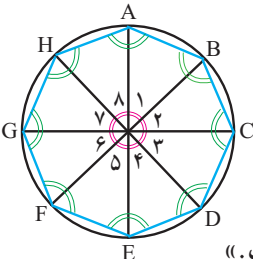
## فعالیت



۱- محیط دایره روبه‌رو را به هشت کمان مساوی تقسیم کرده‌ایم.  
می‌خواهیم بدانیم چرا هشت ضلعی ABCDEFGH منتظم است.  
رضا برای اثبات این مطلب دلایل زیر را بیان می‌کند:  
«مثلث‌های AOB، BOC، COD و ... متساوی‌الساقین اند.»



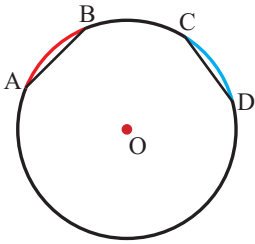
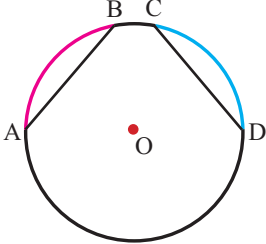
چرا؟  
و  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \dots$  پس همه زاویه‌های سبز رنگ با هم برابرند.



چرا؟  
پس همه زاویه‌های هشت ضلعی با هم برابرند. چرا؟

آرش می‌گوید: «ولی این تنها برابری زاویه‌ها را نشان می‌دهد  
و ما باید دلایلی هم برای مساوی بودن ضلع‌های هشت ضلعی  
پیدا کنیم تا بتوانیم بگوییم که هشت ضلعی ABCDEFGH منتظم است.»

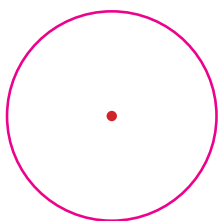
بعد ادامه می دهد: «مثلث های  $\triangle AOB$ ،  $\triangle BOC$ ،  $\triangle COD$  و ... هم نهشت اند؛ در چه حالتی؟ \_\_\_\_\_  
 پس  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \dots$ ؛ یعنی ضلع های هشت ضلعی هم مساوی اند.»  
 هر جا لازم است، توضیحاتی به دلایل رضا و آرش اضافه کنید تا دلیل منتظم بودن هشت ضلعی کامل شود.  
 ۲- برای هر مورد دلیل بیاورید.

|  |  |
|--|--|
| <p>(ب) فرض کنید <math>\overline{AB} = \overline{CD}</math>.<br/>                 چرا <math>\overline{AB} = \overline{CD}</math>؟</p>  | <p>(الف) فرض کنید <math>\overline{AB} = \overline{CD}</math>.<br/>                 چرا <math>\overline{AB} = \overline{CD}</math>؟</p>  |
|--|--|

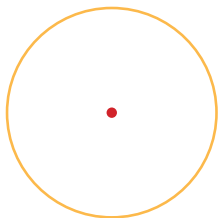
نتیجه این فعالیت را در دو جمله بنویسید.  
 اگر در یک دایره، اندازه دو کمان برابر باشد، \_\_\_\_\_  
 به عکس، اگر در یک دایره اندازه دو وتر برابر باشد، \_\_\_\_\_



۱- با استفاده از خط کش و نقاله در دایره روبرو یک پنج ضلعی منتظم رسم کنید.

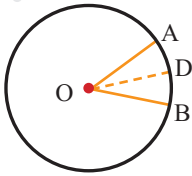


۲- الف) دهانه یرگار را به اندازه شعاع دایره زیر باز کنید. از یک نقطه دایره، شروع کنید و بی دربی کمان بزنید.



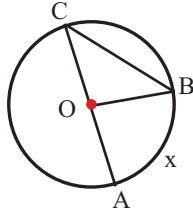
- (ب) بدین ترتیب، دایره به چند کمان تقسیم می شود؟  
 (ج) چرا این کمان ها با هم مساوی اند؟  
 (د) هر کمان چند درجه است؟  
 (ه) چند کمان  $12^\circ$  درجه در شکل دیده می شود؟

## تمرین



۱- OD نیمساز زاویه مرکزی AOB است و  $\hat{AOB} = 36^\circ$ .

اندازه هر یک از کمان‌های AD و BD چند درجه است؟



۲- کمان AB برابر x درجه است.

اندازه زاویه AOB را بر حسب x به دست آورید.

اندازه زاویه ACB را بر حسب x به دست آورید.

۳- متحرکی از نقطه A روی دایره‌ای به شعاع یک سانتی متر شروع به حرکت می‌کند. در هر

شکل، کمان طی شده مشخص شده است. جدول را کامل کنید.

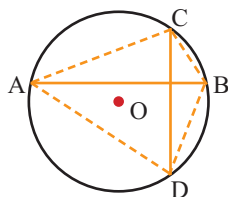
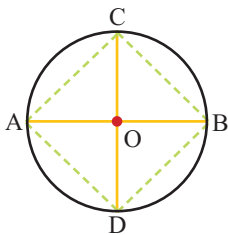
| شکل | کسر طی شده از دایره | اندازه کمان طی شده | طول تقریبی کمان طی شده |
|-----|---------------------|--------------------|------------------------|
|     |                     |                    | $2\pi$ محیط            |
|     |                     |                    |                        |
|     |                     | $180^\circ$        |                        |
|     |                     | $90^\circ$         | $\frac{2\pi}{4}$       |
|     |                     |                    | $\frac{2\pi}{3}$       |

۴- قطرهای AB و CD بر هم عمودند.

الف) چرا کمان‌های AC، CB، BD و DA با هم مساوی‌اند؟

ب) آیا وترهای AC، CB، BD و DA نیز با هم مساوی‌اند؟

ج) آیا زاویه‌های چهارضلعی ABCD با هم مساوی‌اند؟ چرا؟



۵- در شکل روبرو، وترهای AB و CD بر هم عمودند.

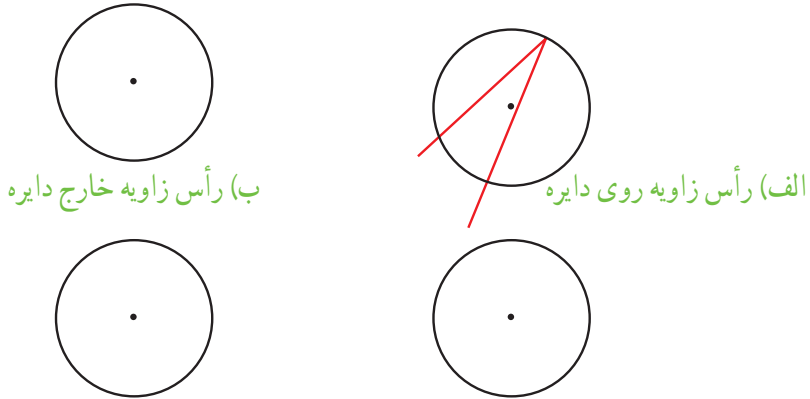
الف) آیا کمان‌های AC، CB، BD و DA با هم مساوی‌اند؟

ب) پاسختان را با پاسخ تمرین قبل مقایسه کنید.

این دو تمرین چه تفاوتی دارند؟



۱- مانند نمونه رسم شده (الف) در شکل‌های زیر نمونه‌ای از هر یک از وضعیت‌های مختلف یک زاویه و دایره را رسم کنید.

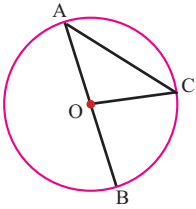


(الف) رأس زاویه روی دایره (ب) رأس زاویه خارج دایره (ج) رأس زاویه در مرکز دایره (د) رأس زاویه داخل دایره در نقطه‌ای غیر از مرکز

در کدام وضعیت زاویه مرکزی نشان داده شده است؟

به زاویه‌ای که در شکل «الف» مشاهده می‌کنید، زاویه محاطی گفته می‌شود. رأس این زاویه

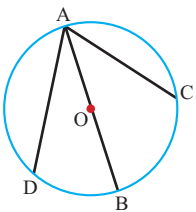
روی دایره است و ضلع‌های آن، دایره را قطع کرده‌اند.



۲- اندازه زاویه مرکزی BOC را برحسب  $\widehat{BC}$  بنویسید :  $\widehat{BOC} =$

چرا زاویه‌های A و C در مثلث AOC با هم برابرند؟

چه ارتباطی میان زاویه BOC و این دو زاویه وجود دارد؟

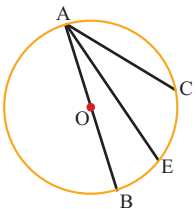


۳- اندازه زاویه محاطی BAC را برحسب  $\widehat{BC}$  بنویسید.  $\widehat{BAC} =$

۳- با توجه به فعالیت قبل با پر کردن جاهای خالی

اندازه زاویه محاطی DAC را برحسب  $\widehat{DC}$  بنویسید.

$$\widehat{DAC} = \widehat{DAB} + \widehat{BAC} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$$



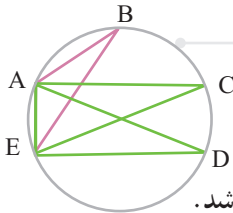
۴- با پر کردن جاهای خالی، اندازه زاویه محاطی EAC

را هم برحسب  $\widehat{EC}$  بنویسید.

$$\widehat{EAC} = \widehat{BAC} - \widehat{BAE} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{0}{2}$$

۵- پاسخ فعالیت‌های (۲)، (۳) و (۴) را با هم مقایسه کنید. آیا در این سه فعالیت، همه حالت‌های زاویه محاطی بررسی شده‌اند؟ عبارت زیر را کامل کنید.  
اندازه هر زاویه محاطی برابر است با \_\_\_\_\_

### کار در کلاس



۱- با توجه به شکل روبه‌رو،

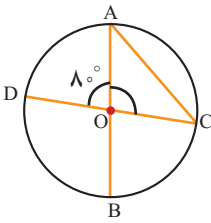
الف) زاویه‌های محاطی مقابل به  $\widehat{AE}$  را پیدا کنید.

ب) دو زاویه محاطی دیگر رسم کنید که  $\widehat{AE}$  کمان مقابل به آنها نیز باشد.

۲- در شکل روبه‌رو، اندازه زاویه محاطی  $C$  را تعیین کنید.

دو دانش‌آموز به این سؤال جواب داده‌اند.

راه‌حل‌های آنها را توضیح دهید.



فاطمه

$$\hat{O} = 8^\circ \longrightarrow \widehat{AD} = 8^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{8^\circ}{2} = 4^\circ$$

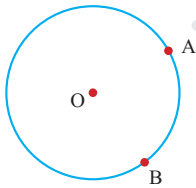
زهرا

$$\hat{O}_1 = 180^\circ - 8^\circ = 172^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ - 172^\circ = 8^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{C} = \frac{8^\circ}{2} = 4^\circ$$

### فعالیت



۱- یک زاویه محاطی مقابل به کمان  $AB$  رسم کنید.

سه زاویه محاطی دیگر مقابل به همین کمان رسم کنید.

فکر می‌کنید چند زاویه دیگر می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

آیا همه این زاویه‌های رسم شده با هم برابرند؟ چرا؟

۲- قطر  $AB$  دایره را به دو کمان تقسیم کرده است.

اندازه هر کمان چند درجه است؟ چرا؟

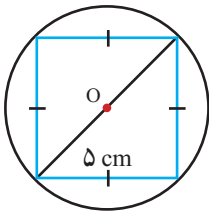
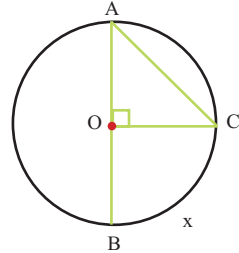
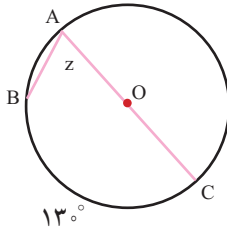
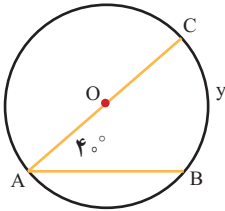
چند زاویه محاطی مقابل به کمان  $AB$  رسم کنید.

چند زاویه محاطی می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

اندازه این زاویه‌های محاطی مقابل قطر چند درجه است؟ چرا؟

## کارد در کلاس

۱- اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را پیدا کنید.



۲- در شکل روبه‌رو، همه رأس‌های یک لوزی به ضلع ۵ سانتی‌متر

روی دایره قرار دارد.

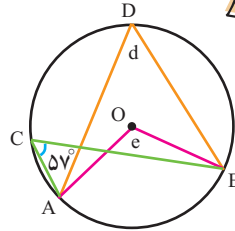
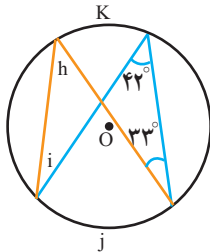
چرا این لوزی، مربع است؟

قطر دایره چند سانتی‌متر است؟



## تمرین

۱- اندازه زاویه‌ها و کمان‌های مجهول را پیدا کنید.



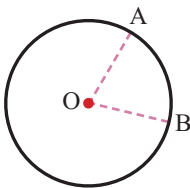
۲- در شکل زیر زاویه مرکزی AOB برابر با ۷۲ درجه است. اندازه کمان AB چند درجه

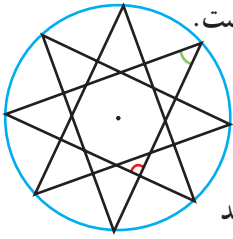
است؟

اگر، دهانه برگار را به اندازه AB باز کنیم و با شروع

از نقطه B، بی‌دربی کمان‌هایی بزنیم، چند کمان

مساوی روی دایره جدا می‌شود؟





۳- در شکل روبه‌رو، دایره‌ای به هشت قسمت مساوی تقسیم شده است.

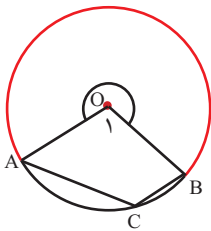
(الف) شکل چند خط تقارن دارد؟

(ب) اندازه دو زاویه مشخص شده را روی شکل پیدا کنید و بنویسید.

۴- دایره‌ای بکشید. سپس، چهارضلعی ABCD را طوری رسم کنید

که هر چهار رأس آن روی دایره باشد.

چرا مجموع دو زاویه روبه‌رو به هم در چهارضلعی ABCD برابر  $180^\circ$  درجه است؟



۵- در شکل روبه‌رو اندازه کمان AB برابر  $x$  درجه است.

(الف) اندازه زاویه  $O_1$  را بر حسب  $x$  بنویسید.

(ب) اندازه کمان قرمز رنگ را بر حسب  $x$  بنویسید.

(ج) اندازه زاویه C را بر حسب  $x$  بنویسید.

۶- در شکل زیر، پره‌ها دوازده کمان مساوی روی محیط چرخ ایجاد کرده‌اند.

شعاع چرخ  $30^\circ$  سانتی‌متر است.

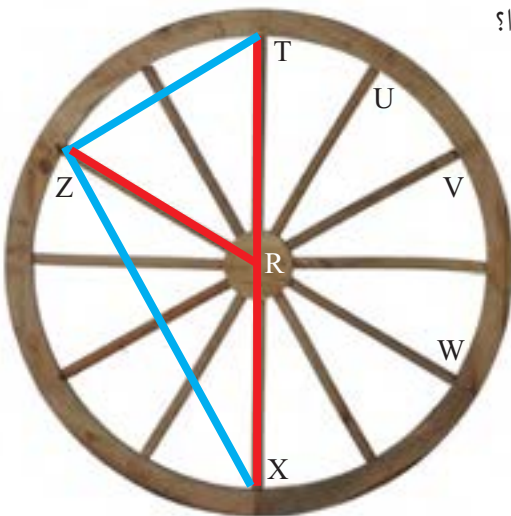
(الف) طول چقدر است TX؟

(ب) مثلث ZRT چه نوع مثلثی است؟ چرا؟

(ج) طول چقدر است ZT؟

(د) مثلث XTZ چه نوع مثلثی است؟ چرا؟

(ه) طول چقدر است ZX؟



مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند، مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- خط مماس
- زاویه مرکزی
- زاویه محاطی

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند، با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

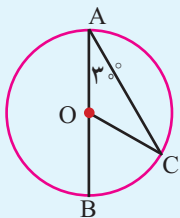
- پیدا کردن مرکز دایره
- تساوی کمان‌ها و وترهای متناظر
- رسم خط مماس بر دایره
- رسم چندضلعی منتظم به کمک زاویه مرکزی
- پیدا کردن زاویه محاطی با توجه به کمان روبه‌روی آن

کاربرد

رسم چندضلعی‌های منتظم به کمک مفاهیم زاویه مرکزی یکی از کاربردهای مهم این درس در طراحی شکل‌های تزئینی و معماری است.

تمرین‌های ترکیبی

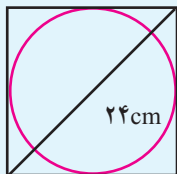
۱- با توجه به شکل روبه‌رو، اندازه زاویه‌ها و کمان‌های زیر را بنویسید.



$$\hat{C} = \dots\dots\dots, \widehat{COB} = \dots\dots\dots, \widehat{BC} = \dots\dots\dots$$

۲- کاغذی مربعی شکل به قطر ۲۴ سانتی‌متر داریم. مطابق شکل، بزرگ‌ترین دایره‌ای را که

می‌توانستیم روی آن رسم کردیم. قطر این دایره را حساب کنید.

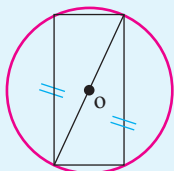


۳- الف) در شکل زیر، ضلع‌های روبه‌رو به هم در چهارضلعی با هم برابرند.

چرا چهارضلعی مستطیل است؟

ب) شعاع دایره برابر ۵ و عرض مستطیل برابر  $\sqrt{19}$  سانتی‌متر است.

طول مستطیل را به دست آورید.





معلمان محترم، صاحب نظران، دانش آموزان عزیز و اولیای آنان می توانند نظراصلاحی خود را در باره مطالب

این کتاب از طریق نامه به نشانی تهران - صندوق پستی ۴۸۷۴/۱۵۸۷۵- گروه درسی مربوط و یا پیام نگار (Email)

ارسال نمایند. [talif@talif.sch.ir](mailto:talif@talif.sch.ir)

دفتر تألیف کتاب های درسی عمومی متوسطه نظری

| معادل مصوب فرهنگستان | معادل در کتاب | واژه بیگانه                          | ردیف |
|----------------------|---------------|--------------------------------------|------|
| نگاشتارگر            | طراح گرافیک   | graphist                             | ۱    |
| رمزگذاری             | رمزنگاری      | enciphering, encryption              | ۲    |
| پسار                 | پسا           | drag                                 | ۳    |
| برآر                 | برآ           | lift                                 | ۴    |
| توقفگاه              | پارکینگ       | parking                              | ۵    |
| نمودار میله‌ای       | نمودار ستونی  | bar chart, bar graph,<br>bar diagram | ۶    |